KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE (KIT)
FAKULTÄT FÜR PHYSIK DES KIT
SENIORENSEMINAR
ULRICH REICH

# Perfekte, befreundete und gesellige ZAHLEN

ulrichreich44@gmail.com

Karlsruhe 18.7.45$^2$

# Herumspielereien mit Zahlen

| | |
|---|---|
| **Die Zahl 21** | |
| **hat als Teiler:** | **1** |
| | **3** |
| | **7** |
| **S U M M E** | **11** |

| | |
|---|---|
| **Die Zahl 12** | |
| **hat als Teiler:** | **1** |
| | **2** |
| | **3** |
| | **4** |
| | **6** |
| **S U M M E** | **16** |

| Zahlen > | Summe der Teiler |
|---|---|
| 21 | 11 |
| 22 | 14 |
| 26 | 16 |
| 27 | 13 |
| 32 | 31 |
| 35 | 13 |

Mangelhafte (defiziente, defektive, untervollkommene, unvollständige) Zahlen

| Zahlen < | Summe der Teiler |
|---|---|
| 12 | 16 |
| 18 | 21 |
| 24 | 36 |
| 30 | 42 |
| 36 | 55 |
| 40 | 50 |
| 42 | 48 |

Überschüssige (redundante, überflüssige, überschüssige, übervollkommene, übervollständige) Zahlen

*Von den Zahlen 1 bis 100 gibt es 76 defiziente Zahlen, 22 redundante Zahlen und 2 perfekte Zahlen.*

# Perfekte Zahlen

$6 = 1 + 2 + 3$

$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$

$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16$
$+ 31 + 62 + 124 + 248$

$8128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$
$+ 127 + 254 + 508 + 1016 + 2032 + 4064$

**Perfekte (vollkommene, vollständige, ideale) Zahlen**

***HINWEIS auf FORMEL:***

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \ldots + 2^{p-1} = 2^p - 1$$

# Perfekte Zahlen

**Eine Zahl ist perfekt, wenn die Summe ihrer Teiler einschließlich 1 (ohne die Zahl selbst) gleich der Zahl ist.**

**6** $= 1 + \underline{2} + \underline{3}$

$= 2^1 \times (2^2 - 1)$

**28** $= 1 + 2 + \underline{4} + \underline{7} + 14$

$= 2^2 \times (2^3 - 1)$

**496** $= 1 + 2 + 4 + 8 + \underline{16} + \underline{31} + 62 + 124 + 248$

$= 2^4 \times (2^5 - 1)$

**8128** $= 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \underline{64} + \underline{127} + 254$

$+ 508 + 1016 + 2032 + 4064$

$= 2^6 \times (2^7 - 1)$

***HINWEIS auf FORMEL:***

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \ldots + 2^{p-1} = 2^p - 1$$

# EUKLIDS ELEMENTE

## VII. Buch

### Definitionen

**23. Eine perfecte oder vollkommene Zahl, lateinisch „perfectus numerus“, ist, welche ihren Teilen gleich ist, nicht mehr noch minder bedeutet und ausspricht, dann wie viel ihre Teile zusammenbringen. (Scheubel 1555)**

## IX. Buch

### Propositionen

**36. Verschafft man sich beliebigviele Zahlen, von der Einheit aus in Reihe nach dem Verhältnis 1 : 2 [wörtlich: in doppelter Proportion], bis die Summe aus allem eine Primzahl wird, und bildet die Summe, mit dem letzten Glied vervielfältigt, eine Zahl, so muß das Produkt eine vollkommene Zahl sein. (Thaer 1935)**

# Arabisch-islamische Autoren

**Šams ad-Dīn Abu'‘t-Tāhir Ismā‘īl b. Ibrāhīm b. Gāzī b. ‘Alī b. Muhammad al-Hanafī al-Māridīnī genannt Ibn Fallus (zwischen 1194 und 1252)**

*Von ihm bisher älteste bekannte Angabe der 5., 6. und 7. perfekten Zahl*

**Enzyklopädie von Qutb ad-Dīn aš-Širāzī, (zwischen 1292 und 1306)**

*Im mathematischen Teil sind die 5. und 6. perfekte Zahl angeführt sind.*

Quelle: Sonja Brentjes: Die ersten sieben vollkommenen Zahlen und drei Arten befreundeter Zahlen in einem Werk zur elementaren Zahlentheorie von Ismā'īl b. Ibrāhīm b. Fallūs, NTM 24. Jg. 1987, Heft 1, S. 21 – 30.

# Wer hat sich mit den perfekten Zahlen befasst?

**EUKLID von Alexandria (wahrsch. 3. Jh. v. Chr.)**

Theon von Smyrna (um 130)

Aurelius Augustinus (354 – 430)

Isidoros von Sevilla (um 570 – 636)

Leonardo von Pisa (um 1170 – nach 1240)

Jordanus Nemorarius (um 1220)

Georgius Valla (1430 – 1499)

Fridericus Amann (um 1460)

**Luca Pacioli** (um 1445 – 1517)

**Charles de Bouvelles** (1479 – 1567)

Gaspar Lax (1487 – 1560)

**Michael Stifel (1487 – 1567)**

Johannes Noviomagus (Jan Bronckhorst) (1494 – 1570)

Geronimo Cardano (1501 – 1576)

**Robert Recorde (1510 – 1558)**

Jacques Peletier (1517 – 1582)

Pierre Forcadel (gest. 1574)

Johan Rudolff von Graffenried (1584 – 1648)

Pierre de Fermat (1607 – 1665)

**Nikomachos von Gerasa** (etwa 2. Jhdt. v. Chr.)

Iamblichos (um 285 – 330)

**Boethius** (um 480 – 1524/25)

Alcuin (735 – 804)

Ibn Fallus (1194 – 1252)

Thomas Bradwardine (um 1295 – 1345)

**Johannes REGIOMONTANUS** (1436 – 1476)

Nicolas Chuquet (1445? – um 1488)

Jacobus Faber Stapulensis (1455 – 1537)

Johannes Martinus Siliceus (1477 – 1557)

**Hudalricus Regius** (gest. 1540)

**Johann SCHEUBEL** (1494 – 1570)

Niccolò Tartaglia (1499 – 1557)

Estienne de la Roche (um 1520)

Petrus Ramus (1515 – 1572)

Jodocus Willichius (gest. 1552)

**Pietro Cataldi** (1548 – 1626)

**Marin MERSENNE (1588 – 1648),**

Christian von Goldbach (1690 – 1764)

**BERNOULLI:** Johann I (1667–1748), Niklaus I (1687–1759), Niklaus II (1695–1726), Daniel (1700–1782), Johann II (1710–1790), Johann III (1744 – 1807)

**Leonhard EULER** (1707 – 1783)

# Wer hat sich mit den perfekten Zahlen befasst?

EUKLID

Nikomachos von Gerasa (um 100)

Boethius (um 480 – 1524/25)

Leonardo von Pisa (um 1170 – nach 1240)

Johannes REGIOMONTANUS (1436 – 1476)

Luca Pacioli (um 1445 – 1517)

Charles de Bouvelles (1479 – 1567)

Hudalricus Regius (gest. 1540)

Michael Stifel (1487 – 1567)

Johann SCHEUBEL (1494 – 1570)

Robert Recorde (1510 – 1558)

Pietro Cataldi (1548 – 1626)

Marin MERSENNE (1588 – 1648),

BERNOULLI: Johann I (1667 – 1748), Niklaus I (1687 – 1759), Niklaus II (1695 – 1726)

BERNOULLI: Daniel (1700 – 1782), Johann II (1710 – 1790), Johann III (1744 – 1807)

Leonhard EULER (1707 – 1783)

# Eigenschaften bei perfekten Zahlen

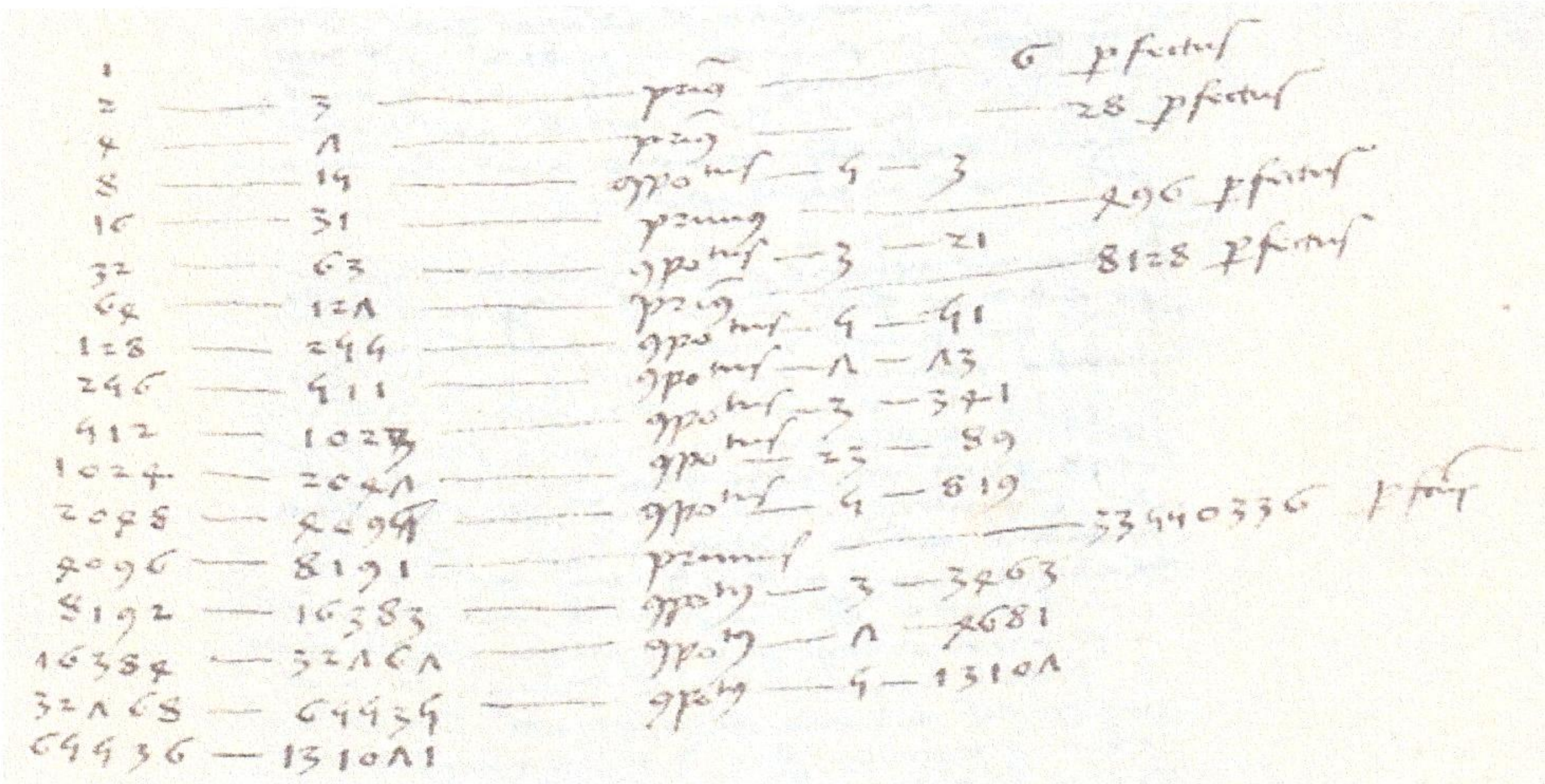
Der neupythagoräische Philosoph und Mathematiker NIKOMACHOS von GERASA (gestorben um 196 n. Chr.) stellte folgende Behauptungen auf:

1. Die n-te perfekte Zahl hat n Ziffern.
2. Alle perfekten Zahlen sind gerade.
3. Alle perfekten Zahlen enden alternativ mit 6 und 8.

Luca PACIOLI, Michael STIFEL und andere nahmen folgende Konstruktionsregel für perfekte Zahlen an:

$$2^{p-1} \cdot (2^p - 1), \quad p = 3, 5, 7, 9, 11, \ldots$$

Der Philosoph, Theologe, Philologe und Mathematiker Charles BOUVELLES (1479 – 1567) und andere nahmen an, dass eine perfekte Zahl die Gestalt $9n+1$ habe.



| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | 6 pfectus |
| 2 | 3 | primus | | | 28 pfectus |
| 4 | 7 | primus | | | |
| 8 | 15 | compositus | 5 | 3 | |
| 16 | 31 | primus | | | 496 pfectus |
| 32 | 63 | compositus | 3 | 21 | 8128 pfectus |
| 64 | 127 | primus | | | |
| 128 | 255 | compositus | 5 | 51 | |
| 256 | 511 | compositus | 7 | 73 | |
| 512 | 1023 | compositus | 3 | 341 | |
| 1024 | 2047 | compositus | 23 | 89 | |
| 2048 | 4095 | compositus | 5 | 819 | |
| 4096 | 8191 | primus | | | 33550336 pfectus |
| 8192 | 16383 | compositus | 3 | 5461 | |
| 16384 | 32767 | compositus | 7 | 4681 | |
| 32768 | 65535 | compositus | 5 | 13107 | |
| 65536 | 131071 | | | | |

**Hätte Regiomontanus das Produkt von 65 536 und 131 071 ausgerechnet, dann hätte er mit 8 589 869 056 als Erster die 6. perfekte Zahl gefunden.**

# Die perfekten Zahlen bei Regiomontanus

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 — | 3 — | primus | — | **6** perfectus |
| 4 — | 7 — | primus | — | **28** perfectus |
| 8 — | 15 — | compositus | — | 3, 5 |
| 16 — | 31 — | primus | — | **496** perfectus |
| 32 — | 63 — | compositus | — | 3, 21 |
| 64 — | 127 — | primus | — | **8128** perfectus |
| 128 — | 255 — | compositus | — | 5, 51 |
| 256 — | 511 — | compositus | — | 7, 73 |
| 512 — | 1023 — | compositus | — | 3, 34 |
| 1024 — | 2047 — | compositus | — | 23, 89 |
| 2048 — | 4095 — | compositus | — | 5, 819 |
| 4096 — | 8191 — | primus | — | **33 550 336** perfectus |
| 8192 — | 16 383 — | compositus | — | 3, 5461 |
| 16 384 — | 32 767 — | compositus | — | 7, 4681 |
| 32 768 — | 65 535 — | compositus | — | 5, 13 107 |
| 65 536 — | 131 071 | | | |

**Quelle: Cod. Vind. 5203, fol. 167^r^**

**Literatur: Maximilian Curtze: Eine Studienreise. Centralblatt für Bibliothekswesen 16/6 u. 7 (Leipzig 1899), 288f.**

habiamo detto apõto. Del qle anco se vole pigliare la .$\frac{1}{2}$. e fine vira .17179869056. E qsto si/ ra la sua cinquecentouintequatromilia ducento octancotesima parte: cioe el suo .$\frac{1}{524288}$. per che partito el ꝓposto numero per 524288. aponto neuira quello che mo habiamo detto: e auãçara nulla. Onde ancora di questo se prende la .$\frac{1}{2}$. che aponto neuira .8589934528. E qsta e la sua milona quarantoctomila ciqueceto setantaseicsima parte: cioe el suo .$\frac{1}{1048576}$. per che partito quello numero a noi proposto per .1048576. aponto ne ven quella quanti/ ta e auança mete. E di questo ancora prendi la .$\frac{1}{2}$. neuira .4294967264. E questa fia la sua doi milona nouantasettemila centocinquantadoicsima parte: cioe el suo .$\frac{1}{2097152}$. per che partito el ꝓposto numero per .2097152. apõto neuira quello che gia habiamo detto. Del q/ le ancora ai apigliare la .$\frac{1}{2}$. neuira .2147483632. Quale e la sua quatromilona cetenonan/ taquatromila treceto quatresima: cioe .$\frac{1}{4194304}$. per che ptito el dato numero p .4194304. neuira aponto quello e nulla sira superste. E di questo simelmẽte pigliare la sua mita: cioe partirlo in doi (che cosi sempre se intẽde) neuira .1073741816. e fia la sua octomilona tre/ cento octantotomila seicentonesima parte: cioe el suo .$\frac{1}{8388608}$. per che partito il numero per .8388608. neuira aponto quel che habiamo dito. E di quello anche debiamo prendere la .$\frac{1}{2}$. che neuira .536870908. E questa fia la sua sedecimilona settecẽto setãtaseitemila du/ cento sedicesima parte: cioe el suo aponto .$\frac{1}{16777216}$. per che partito dito numero a noi proposto per .16777216. aponto neuira quello che e ditto. Del quale ancora pure si vol prẽ dere la mita che neuira .268435454. E questa fia la sua trentatremilonesima ciquecẽto ci quantaquatromila quatrocento trentadoesima parte che e il suo .$\frac{1}{33554432}$. per che par tito el proposto numero in .33554432. neuira sempre quello aponto. Del qual mo si se prẽ/ de sua mitade neuira el numero casso ouero disparo: si comme di sopra dicemmo e sira .134217727. Del quale la parte denominata sira ditta essere la sua sesantasettemilona cẽto octomila octocento sesanta quatroesima: cioe el suo .$\frac{1}{67108864}$. perche partito el proposto numero per .67108864. aponto neuira quello che mo habiamo ditto. E ia di questo non si po piu prendere la mita per sua parte integrale per che se verebe de necessita a rompere la vnita che in questo operare non si deue per alcun modo. E pero dissi di sopra che per altro modo te conuiene partire che per mita: cioe al aricetro ouero mançe ma prẽdi al aricetro: cioe parti ora ditto numero per tutti li ditti auenimenti a uno a uno e se tu parti el numero dato mo per .134217727. neuira .67108864. ch sira la pte dal partitore denominata. E poi sello parti per .268435454. che fo lo penultimo auenimento neuira aponto .33554432. E sello parti per .536870908. che fo lo prope penultimo aduenimẽto neuira .16777216. E se lo par ti p lo sequẽte a questi: cioe p .1073741816. neuira apõto .8388608. E se lo pti p laltro sequ te: cioe p laltra .$\frac{1}{2}$. del suo antecedẽte che e .1073741816. neuira .4194304. E se lo parti p lo sequẽte neuira .2097152. per che el sequẽte fo .2147483632. E poi se lo parti per laltro: cioe per .4294967264. neuira .1048576. E se poi p laltro lo partirai: cioe per .8589934528. ne uira .524288. E se per lo sequẽte ancora repartirai: cioe p .17179869056. neuira apõto .26/ 2144. E se per laltro lo partirai: cioe p .34359738112. neuira apõto .131072. Ancora se p lo sequente repartirai: quale e .68719476224. neuira .65536. E se parti per laltro: cioe per 137438952448. viratene .32768. E partendolo tu per laltro sequẽte: cioe per .27487790 4896. neuira .16384. Poi ancora per laltro reparti: qual sara .549755809792. teneuirra. 8192. E se per .1099511619584. lo partirai che e laltro sequẽte neuirra .4096. parti ãcora p laltro sequente che e .2199023239168. neuira .2048. E ãcora pti p lo sequẽte: cioe p .43980 46478336. neuira .1024. E pti ãcora p laltro che e .8796092956672. E si neuira apõto .512 E se p lo seqnte lo ptirai qle e qsto: cioe .17592185913344. teneuira .256. E poi ãcora repti p lo seqnte che e .35184371826688. che teneuira apõto .128. E poi ãco repartilo p .703687/ 43653376. ch e laltro sequẽte neuira .64. E poi iterũ ptirai p laltro che e .140737487306/ 752. E viratene apõto .32. E poi ãcora repti p lo seqnte ch e .281474974613504. E viratte apõto .16. E poi ptiralo p laltro seqnte ch e .562949949227008. eviratene .8. E reptiralo per laltro ch e .1125899898454016. eviratene .4. E poi p .2251799796908032. lo repartire viratene aponto .2. e poi se per la sua prima mita lo repartirai: la quale fo .450359959381/ 6064. neuira quello che mo diciamo: cioe .2. Ora non resta a dare se non la sua parte da lui denominata: cioe la vnita. Per che partito lui in se medesimo neuẽ .1. la parte che a niun nu mero se puol torre: quale ancora sotto li altri auenimenti asetta. E poi recogli tutte queste parti sopra nominate: qsti sonno tutte qlle ile quali integramente el proposto numero se po redeuere. Cõmo q̃ dal ato vedi e altre parti i lui trouare (sine fractiõe vnitatis) e ipossibile.

Quartus decim⁹ nu merus perfectus.

9007199187652128
4503599593816064
2251799796908032
1125899898454016
562949949227008
281474974613504
140737487306752
70368743653376
35184371826688
17592185913344
8796092956672
4398046478336
2199023239168
1099511619584
549755809792
274877904896
137438952448
68719476224
34359738112
17179869056
8589934528
4294967264
2147483632
1073741816
536870908
268435454
Indi/ 134217727
uisibilia 67108864
33554432
16777216
8388608
4194304
2097152
1048576
524288
262144
131072
65536
32768
16384
8192
4096
2048
1024
512
256
128
64
32
16
8
4
2
Fundamentuz 1

**Luca Pacioli (Luca di Borgo) (1445/50 – 1514):**

***Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalita,***

**Venedig 1494, fol. 6 v bis fol. 8 v**

Quartus decimus numerus perfectus.

9007199187632128
4503599593816064
2251799796908032
2125899898454016
562949949227008
28147497413504
140737487306752
70368743653376
35184371826688
17592185913344
8796092956672
4398046478336
2199023239168
1099511619584
549755809792
274877904896
137438952448
68719476224
34359738112
17179869056
8589934528
4294967264
2147483632
1073741816
536870908
268435454
Indiuisibilis 134217727 :7=19 173 961
67108864
33554432
16777216
8388608
4194304
2097152
1048576
524288
262144
131072
65536
32768
16384
8192
4096
2048
1024
512
256
128
64
32
16
8
4
2
1

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 | 2048 | 4096 |
| | 3 | 7 | | 31 | | 127 | | | | | | 8191 |
| | 6 | 28 | | 496 | | 8128 | | | | | | 33550336 |

**Hudalricus Regius:** *Utriusque Arithmetices Epitome ex variis authoribus,* Straßburg 1536, fol. C$^{r}$

# ARITHMETICA INTEGRA.

Authore Michaele Stifelio.

Cum præfatione Philippi Melanchthonis.


Norimbergæ apud Iohan. Petreium.
Anno Christi M. D. XLIIII.

Cum gratia & priuilegio Cæsareo
atq; Regio ad Sexennium.

Inuentio numerorum perfectorum pariter impariterq́ʒ parium, hac pictura ostenditur.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4. 8 | 16. 32 | 64. 128 | 256. 512 | &c. |

Vides autem hunc ordinem esse Progressionem pariter parium, & quemlibet terminum habere socium. Poteris autem cõponere ex huiusmodi Progressiõe singulos numeros perfectos, suo ordine, ut nullus obmittatur. Hoc modo.

A maiore inter duos combinatos, subtrahe unitatem, & residuum multiplica per minorem; tunc semper habebis numerũ perfectum.

Exempla.

4 in 7. facit 28.
16 in 31. facit 496.
64 in 127. facit 8128.
256 in 511. facit 130816.
Et sic de aliis in infinitum.

Hæc est ergo Progressio numerorũ perfectorũ.

6. 28. 496. 8128. 130816. &c.

Michael Stifel, *Arithmetica Integra,* Nürnberg 1544, Ausschnitt aus fol. 10 v

Inuentio numerorum perfectorum pariter impariterq́ꝫ parium, hac pictura ostenditur.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4. 8 | 16. 32 | 64. 128 | 256. 512 | &c. |

Vides autem hunc ordinem esse Progressionem pariter parium, & quemlibet terminum habere socium. Poteris autem cõponere ex huiusmodi Progressiõe singulos numeros perfectos, suo ordine, ut nullus obmittatur. Hoc modo.

A maiore inter duos combinatos, subtrahe unitatem, & residuum multiplica per minorem, tunc semper habebis numerũ perfectum. Exempla.

4 in 7. facit 28.
16 in 31. facit 496.
64 in 127. facit 8128.
256 in 511. facit 130816.
Et sic de aliјs in infinitum.

Hæc est ergo Progressio numerorũ perfectorũ.

6. 28. 496. 8128. 130816. &c.

Mira admodum sunt perfectorum numerorũ rationes. Quãuis enim paruum usum habeant numeri perfecti, in rebus Arithmeticis, iucundum tamen est cernere, ut sub tam mira raritate eorum inter numeros alios, proferri tamen possint seu inueniri tam prompte, & modo tam facili, ordineq́ꝫ tam pulchro. Tradidit


**Johann(es) Scheubel (1494 – 1570)**

# Das sibend-acht vnd neünt bůch/ des hochberümbten Mathematici Euclidis Megarensis/ in welchen der operationen vnnd regulen aller gemainer rechnung/ vrsach grund vnd fundament/ angezaigt wirt/ zů gefallen allen den/ so die kunst der Rechnung liebhaben/ durch Magistrum Johann Scheybl/ der löblichen vniuersitet zů Tübingen des Euclidis vnd Arithmetic Ordinarien/ auß dem latein ins teutsch gebracht/ vnnd mit gemainen exemplen also illustrirt vnnd an tag geben/ das sy ein yeder gemainer Rechner leichtlich verstehn/ vnnd jme nutz machen kan.

Mit Römischer Kunigklicher Maiestat gnade vnd freyhait/ in sechs jaren nit nachzůtrucken.

1555.

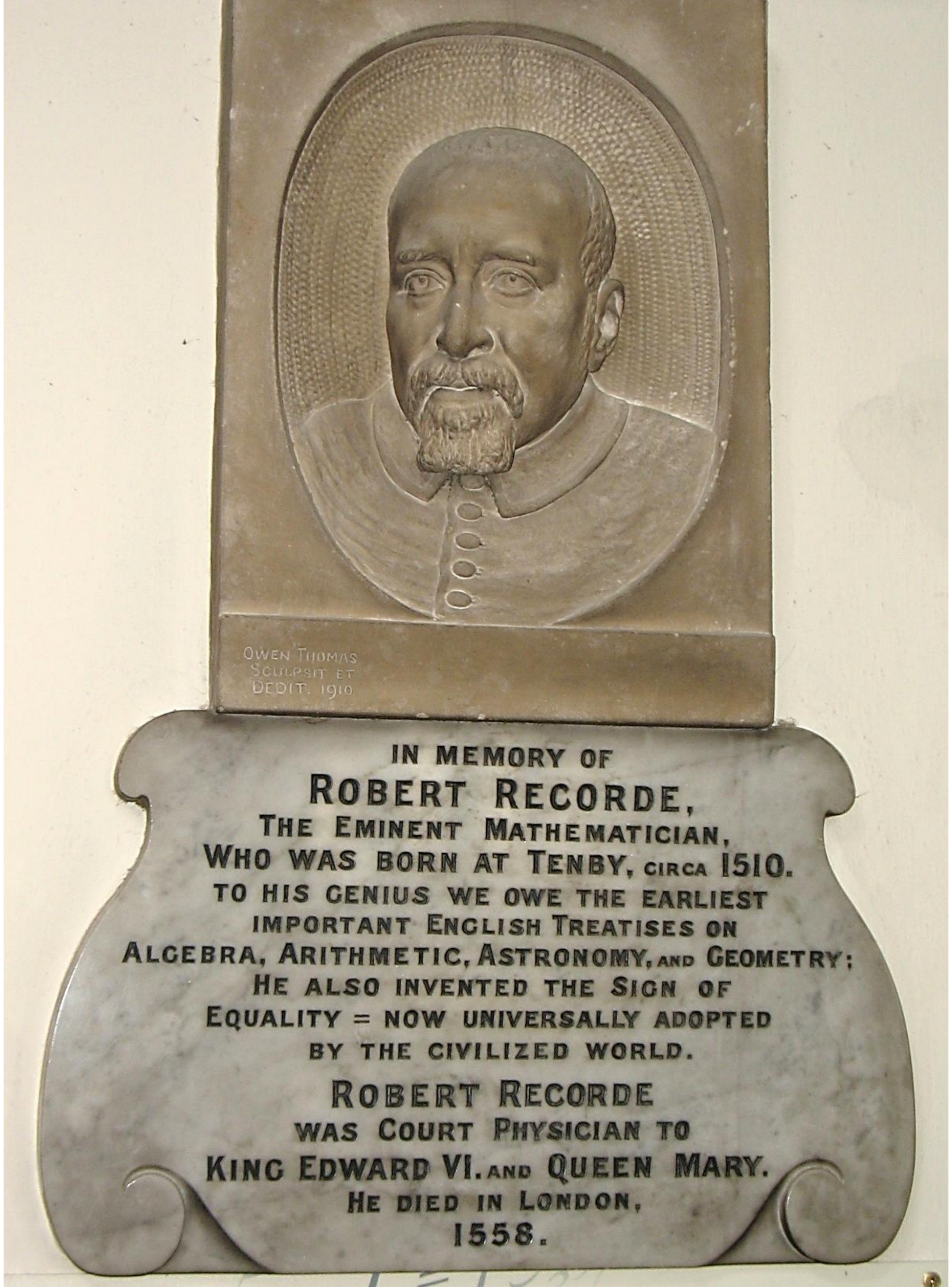
[illegible]issimo viro Gregorio [illegible]
[illegible] Medicinae Doctori [illegible]
[illegible] Scheübelius D. D.

## Volgt ein figur von neün perfect zalen.

| Ains | Prim zalen | | Die lerst addirt | | Perfect zalen |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | mit | 2 | kommen | 6 |
| 4 | 7 | mit | 4 | kommen | 28 |
| 8 | | 15 | Rain prim: | derhalbñ nichts zůgwartñ. | |
| 16 | 31 | mit | 16 | kommen | 496 |
| 32 | | 63 | Rain prim; | derhalben auch nichts zůg. | |
| 64 | 127 | mit | 64 | kommen | 8128 |
| 128 | | 255 | Rain prim; | derhalben auch nichts zůg. | |
| 256 | . . | 511 | | | |
| 512 | | 1023 | | | |
| 1042 | 2047 | mit | 1024 | kommen | 2096128 |
| 2048 | | 4095 | Rain prim; | derhalben auch nichts zůg. | |
| 4096 | 8191 | mit | 4096 | kommen | 33550336 |
| 8192 | | 16383 | Rain prim: | derhalben auch nichts zůg. | |
| 16384 | 32767 | mit | 16384 | komen | 536854528 |
| 32768 | | 65535 | Rain prim: | derhalben auch nichts zůg. | |
| 65536 | 131071 | mit | 65536 | komen | 8589869056 |
| 131072 | | 262143 | Rain prim: | derhalben auch nichts zůg. | |
| 262144 | 524287 | mit | 262144 | kom. | 137438691328 |
| 524288 | | 1048575 | Rain prim: | derhalben auch nichts zůgewarten. | |
| 1048576 | . . | 2097151 | | | |
| 2097152 | | 4194303 | | | |

And therfore is.6.a perfecte nomber.

28. Likewaies. 28. hath for his halfe. 14. for his quarter.7.for his seuenth parte.4. and for his fowertenth parte.2.and for his.28. parte. 1. all whiche put together, that is.1.2.4.7.and.14.doe make.28.of this sort there are very fewe more in cōparisō. And for an exāple, I sett here, as many as are vnder.6000000000. and thei are these .6. 28. 496. 8128. 130816. 2096128. 33550336.536854528.


OWEN THOMAS
SCULPSIT ET
DEDIT. 1910
IN MEMORY OF
ROBERT RECORDE,
THE EMINENT MATHEMATICIAN,
WHO WAS BORN AT TENBY, CIRCA 1510.
TO HIS GENIUS WE OWE THE EARLIEST
IMPORTANT ENGLISH TREATISES ON
ALGEBRA, ARITHMETIC, ASTRONOMY, AND GEOMETRY;
HE ALSO INVENTED THE SIGN OF
EQUALITY = NOW UNIVERSALLY ADOPTED
BY THE CIVILIZED WORLD.
ROBERT RECORDE
WAS COURT PHYSICIAN TO
KING EDWARD VI. AND QUEEN MARY.
HE DIED IN LONDON,
1558.

as their workes doe extende ) to distincte it onely into twoo partes. Whereof the firste is, *when one nomber is equalle vnto one other.* And the seconde is, *when one nomber is compared as equalle vnto.2.other nombers.*

Alwaies willyng you to remẽber, that you reduce your nombers, to their leaste denominations, and smalleste formes, before you procede any farther.

And again, if your *equation* be soche, that the greateste denomination *Coßike*, be ioined to any parte of a compounde nomber, you shall tourne it so, that the nomber of the greateste signe alone, maie stande as equalle to the reste.

And this is all that neadeth to be taughte, concernyng this woorke.

Howbeit, for easie alteratiõ of *equations*. I will propounde a fewe exãples, bicause the extraction of their rootes, maie the more aptly bee wroughte. And to auoide the tediouse repetition of these woordes : is equalle to : I will sette as I doe often in woorke vse, a paire of paralleles, or Gemowe lines of one lengthe, thus: ═════, bicause noe.2. thynges, can be moare equalle. And now marke these nombers.

1. 14.ꝛe.—+—.15.℈═════71.℈.

2. 20.ꝛe.————.18.℈═════.102.℈.

3. 26.ʒ—+—10ꝛe═════9.ʒ———10ꝛe—+—213.℈.

4. 19.ꝛe—+—192.℈═════10ʒ—+—108℈———19ꝛe

5. 18.ꝛe—+—24.℈.═════8.ʒ.—+—2.ꝛe.

6. 34ʒ————12ꝛe═════40ꝛe—+—480℈———9.ʒ

1. In the firste there appeareth.2.nombers, that is 14.ꝛe.

Leonhard Euler (1707 – 1783)

Ob $2^{30}(2^{31}-1)$ wirklich ein numerus perfectus sey, oder nicht, kann ich freylich nicht behaupten, weil ich nicht weiss ob $2^{31}-1$ ein numerus primus ist, oder nicht. Dass es aber nicht unendlich viel numeros perfectos geben sollte, kann ich nicht einsehen. Weil aber um dieselben zu finden, erforderlich wird, dass man alle casus, quibus formula $2^n-1$ fit numerus primus, anzeigen könne, so sehe ich nicht ab, wie man mehr als sieben, nehmlich: $2^1(2^2-1)$, $2^2(2^3-1)$, $2^4(2^5-1)$, $2^6(2^7-1)$, $2^{12}(2^{13}-1)$, $2^{16}(2^{17}-1)$, $2^{18}(2^{19}-1)$, und also nicht einmal acht, oder gar zehn angeben kann. So viel ist gewiss, dass wenn $2^n-1$ ein numerus primus seyn soll, auch $n$ ein numerus primus seyn muss. Allein es gibt viel numeros primos, die für $n$ ge-



setzt, $2^n-1$ nicht primum machen, als $n=11$, $n=23$, $n=29$, $n=37$, etc. Was also Mersennus oder Leunenschloss sagt, als wenn die Anzahl der numerorum perfectorum endlich wäre, halte ich für ungegründet, ungeacht ich nicht glaube, dass mehr als sieben, praeter unitatem mit Gewissheit angezeigt werden können. Des Leunenschloss Tractat erinnere ich mich bey Ew. gesehen zu haben; ich kann aber von diesem auctore in keinem Lexico die geringste Nachricht finden, dahero ich Ew. um einige Umstände seines Tractats und wo möglich seiner selbst gehorsamst ersuchet haben wollte.

Euler.

**Wenn $2^p - 1$ eine Primzahl ist,**

**dann kommt man zu einer perfekten Zahl**

**mit dem Produkt aus $2^p - 1$ und $2^{p-1}$.**

**Eine Primzahl der Form $2^p - 1$**

**heißt MERSENNE-PRIMZAHL.**

**Franziskanermönch Marin Mersenne (1588 – 1648)**

WIEDERHOLUNG:

# Eigenschaften bei perfekten Zahlen

Der neupythagoräische Philosoph und Mathematiker NIKOMACHOS von GERASA (gestorben um 196 n. Chr.) stellte folgende Behauptungen auf:

1. Die n-te perfekte Zahl hat n Ziffern.
2. Alle perfekten Zahlen sind gerade.
3. Alle perfekten Zahlen enden alternativ mit 6 und 8.

Luca PACIOLI, Michael STIFEL und andere nahmen folgende Konstruktionsregel für perfekte Zahlen an:

$$2^{p-1} \cdot (2^p - 1), \; p = 3, 5, 7, 9, 11, \ldots$$

Der Philosoph, Theologe, Philologe und Mathematiker Charles BOUVELLES (1479 – 1567) und andere nahmen an, dass eine perfekte Zahl die Gestalt $9n+1$ habe.

# Eigenschaften bei perfekten Zahlen

Der neupythagoräische Philosoph und Mathematiker NIKOMACHOS von GERASA (gestorben um 196 n. Chr.) stellte folgende Behauptungen auf:

1. Die n-te perfekte Zahl hat n Ziffern *(falsch ab n = 5).*
2. Alle perfekten Zahlen sind gerade *(?).*
3. Alle perfekten Zahlen enden alternativ mit 6 und 8

   *(falsch ab n = 5).*

Luca PACIOLI, Michael STIFEL und andere nahmen folgende Konstruktionsregel für perfekte Zahlen an:

$$2^{p-1} \cdot (2^p - 1), \quad p = 3, 5, 7, 9, 11, \ldots$$

*(falsch ab n = 9)*

Der Philosoph, Theologe, Philologe und Mathematiker Charles BOUVELLES (um 1470 – etwa 1553) und andere nahmen an, dass eine perfekte Zahl die Gestalt (9n+1) habe.

*(falsch ab n = 11 geglaubt)*

*Aber nach meiner Überprüfung sind auch die 11. und die 12. perfekte Zahl richtig für die Gestalt (9n+1).*

# Überprüfung der Gestalt 9n+1 und Rest 1

**1. Zahl: 6**

**2. Zahl: (2 Stellen):**
28 : 9 = 3 Rest 1,

**3. Zahl: (3 Stellen):**
496 : 9 = 55 Rest 1

**4. Zahl: (4 Stellen):**
8128 : 9 = 903 Rest 1,

**5. Zahl: (8 Stellen, 33 Millionen):**
33 550 336 : 9 = 3 727 815 Rest 1

**6. Zahl: (10 Stellen, 8 Milliarden):**
8 589 869 056 : 9 = 954 429 895 Rest 1

**7. Zahl: (12 Stellen, 137 Milliarden):**
137 438 691 328 : 9 = 15 270 965 703 Rest 1

**8. Zahl (19 Stellen, 2 Trillionen):**
2 305 843 008 139 952 128 : 9 = 256 204 778 682 216 903 Rest 1

**9. Zahl (37 Stellen, 2 Sextillionen):**
2 658 455 991 569 831 744 654 692 615 953 842 176 : 9 =
295 383 999 063 314 638 294 965 846 217 093 575 Rest 1

**10. Zahl (54 Stellen, 191 Oktilliarden):**
191 561 942 608 236 107 294 793 378 084 303 638 130 997 321 548 169 216 : 9 =
21 284 660 289 804 011 921 643 708 676 033 737 570 110 813 505 352 135 Rest 1

**11. Zahl (65 Stellen, 13 Dezilliarden):**
13 164 036 458 569 648 337 239 753 460 458 722 910 223 472 318 386 943 117 783 728 128 : 9 =
1 462 670 717 618 849 815 248 861 495 606 524 767 802 608 035 376 327 013 087 080 903 **Rest 1**

**12. Zahl (77 Stellen, 14 Duodezimillionen):**
14 474 011 154 664 524 427 946 373 126 085 988 481 573 677 491 474 835 889 066 354 349 131 199 152 128 : 9 =
1 208 223 461 629 391 603 105 152 569 565 109 831 285 964 165 719 426 209 896 261 594 347 911 016 903 **Rest 1**

# 34 perfekte Zahlen

| Nr. | Darstellung in Dualziffern | Anzahl Dezimalziffern bei perfekten Zahlen | Anzahl Dezimalziffern bei Mersenne-Primzahlen | Entdecker und Entdeckungsjahr |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $2^1 (2^2 - 1)$ | 1 | 1 | Griechen und früher |
| 2 | $2^2 (2^3 - 1)$ | 2 | 1 | Griechen und früher |
| 3 | $2^4 (2^5 - 1)$ | 3 | 2 | Griechen und früher |
| 4 | $2^6 (2^7 - 1)$ | 4 | 3 | Griechen und früher |
| 5 | $2^{12} (2^{13} - 1)$ | 8 | 4 | Ibn Fallūs (1194 – 1252), 1456/58 Regiomontanus |
| 6 | $2^{16} (2^{17} - 1)$ | 10 | 6 | Ibn Fallūs, 1555 Scheubel |
| 7 | $2^{18} (2^{19} - 1)$ | 12 | 6 | Ibn Fallūs, 1555 Scheubel |
| 8 | $2^{30} (2^{31} - 1)$ | 19 | 10 | 1752 / 1772 Euler |
| 9 | $2^{60} (2^{61} - 1)$ | 37 | 19 | 1883 Pervushin |
| 10 | $2^{88} (2^{89} - 1)$ | 54 | 27 | 1911 Powers |
| 11 | $2^{106} (2^{107} - 1)$ | 65 | 33 | 1914 Powers |
| 12 | $2^{126} (2^{127} - 1)$ | 77 | 39 | 1876 Lucas |
| 13 | $2^{520} (2^{521} - 1)$ | 314 | 157 | 1952 Robinson |
| 14 | $2^{606} (2^{607} - 1)$ | 366 | 183 | 1952 Robinson |
| 15 | $2^{1\,278} (2^{1\,279} - 1)$ | 770 | 386 | 1952 Robinson |
| 16 | $2^{2\,202} (2^{2\,203} - 1)$ | 1 327 | 664 | 1952 Robinson |
| 17 | $2^{2\,280} (2^{2\,281} - 1)$ | 1 373 | 687 | 1952 Robinson |
| 18 | $2^{3\,216} (2^{3\,217} - 1)$ | 1 937 | 969 | 1957 Riesel |
| 19 | $2^{4\,252} (2^{4\,253} - 1)$ | 2 561 | 1 281 | 1961 Hurwitz |
| 20 | $2^{4\,422} (2^{4\,423} - 1)$ | 2 663 | 1 332 | 1961 Hurwitz |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 21 | $2^{9\,688}(2^{9\,689}-1)$ | 5 834 | 2 917 | 1963 Gillies |
| 22 | $2^{9\,940}(2^{9\,941}-1)$ | 5 985 | 2 993 | 1963 Gillies |
| 23 | $2^{11\,212}(2^{11\,213}-1)$ | 6 751 | 3 376 | 1963 Gillies |
| 24 | $2^{19\,936}(2^{19\,937}-1)$ | 12 003 | 6 002 | 1971 Tuckerman |
| 25 | $2^{21\,700}(2^{21\,701}-1)$ | 13 066 | 6 533 | 1978 Noll, Nickel |
| 26 | $2^{23\,208}(2^{23\,209}-1)$ | 13 973 | 6 987 | 1979 Noll |
| 27 | $2^{44\,496}(2^{44\,497}-1)$ | 26 790 | 13 395 | 1979 Nelson, Slowins. |
| 28 | $2^{86\,242}(2^{86\,243}-1)$ | 51 294 | 25 962 | 1982 Slowinski |
| 29 | $2^{110\,502}(2^{110\,501}-1)$ | 66 530 | 33 265 | 1988 Colquitt, Welsh |
| 30 | $2^{132\,048}(2^{132\,049}-1)$ | 79 502 | 39 751 | 1983 Slowinski |
| 31 | $2^{216\,090}(2^{216\,091}-1)$ | 130 100 | 65 050 | 1985 Slowinski |
| 32 | $2^{756\,838}(2^{756\,839}-1)$ | 455 663 | 227 832 | 1992 Slowinski, Gage |
| 33 | $2^{859\,432}(2^{859\,433}-1)$ | 517 430 | 258 716 | 1994 Slowinski, Gage |
| 34 | $2^{1\,257\,786}(2^{1\,257\,787}-1)$ | 757 263 | 378 632 | 1996 Slowinski, Gage |

# Perfekte Zahlen, von GIMPS entdeckt ab 1996

| Nr. | Darstellung in Dualziffern | Anzahl Dezimalziffern bei perfekten Zahlen | Anzahl Dezimalziffern bei Mersenne-Primzahlen | Entdecker und Entdeckungsjahr |
|---|---|---|---|---|
| 33 | $2^{859\,432}(2^{859\,433}-1)$ | 517 430 | 258 716 | 1994 Slowinski, Gage |
| 34 | $2^{1\,257\,786}(2^{1\,257\,787}-1)$ | 757 263 | 378 632 | 1996 Slowinski, Gage |
| 35 | $2^{1\,398\,268}(2^{1\,398\,269}-1)$ | 841 842 | 420 921 | 1996 GIMPS |
| 36 | $2^{2\,976\,220}(2^{2\,976\,221}-1)$ | 1 791 864 | 895 932 | 1997 GIMPS |
| 37 | $2^{3\,021\,376}(2^{3\,021\,377}-1)$ | 1 819 050 | 909 526 | 1998 GIMPS |
| 38 | $2^{6\,972\,592}(2^{6\,972\,593}-1)$ | 4 197 919 | 2 098 960 | 1999 GIMPS (50 000 $) |
| 39 | $2^{13\,466\,916}(2^{13\,466\,917}-1)$ | 8 107 892 | 4 053 946 | 2001 GIMPS |
| 40 | $2^{20\,996\,010}(2^{20\,996\,011}-1)$ | 12 640 859 | 6 320 430 | 17.11.2003 GIMPS |

# Preisgelder (Cooperative Computing Awards)

*50 000 $* für die erste Primzahl mit mindestens *1 000 000* Dezimalziffern

*100 000 $* für die erste Primzahl mit mindestens *10 000 000* Dezimalziffern

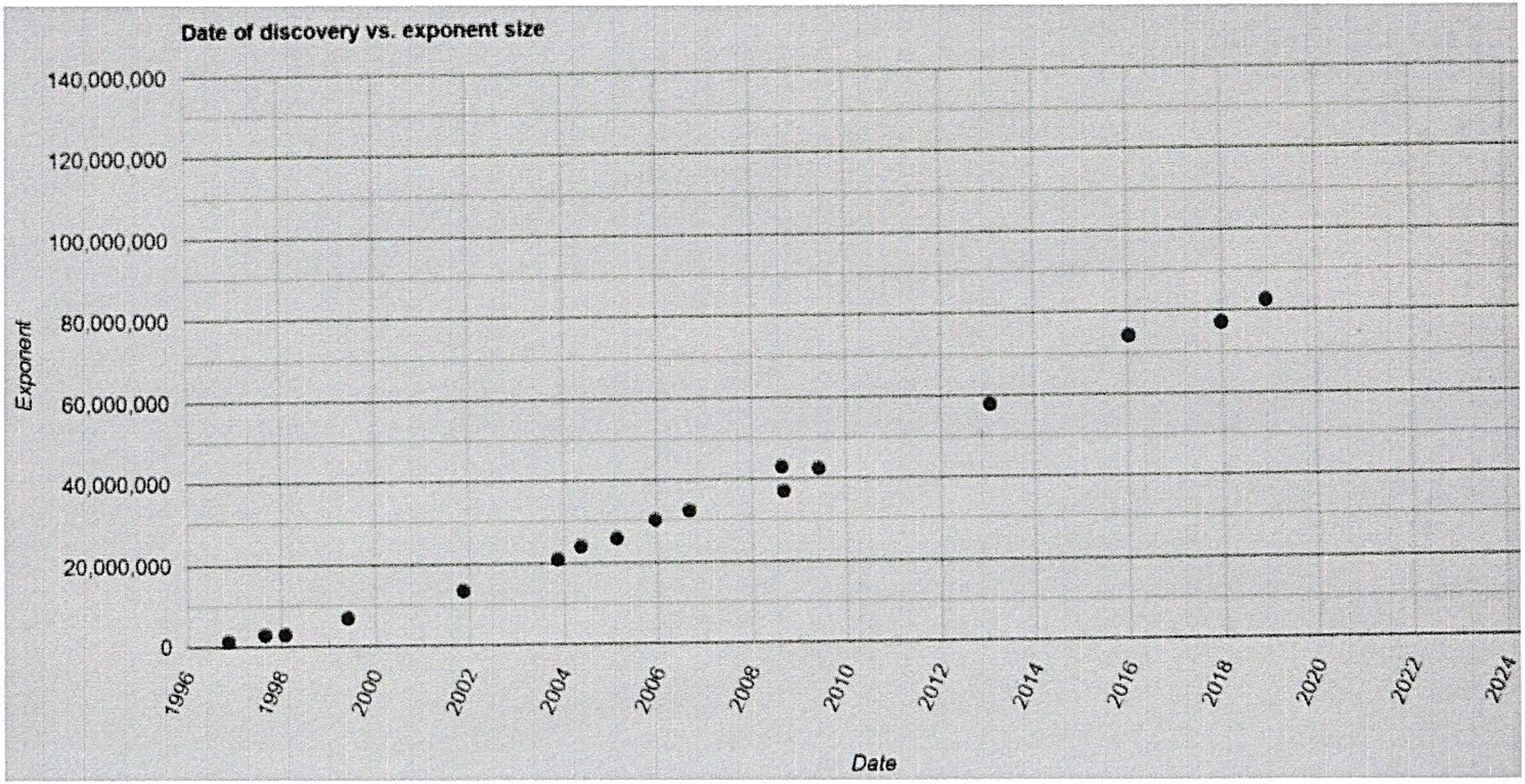
*150 000 $* für die erste Primzahl mit mindestens *100 000 000* Dezimalziffern

*250 000 $* für die erste Primzahl mit mindestens *1 000 000 000* Dezimalziffern

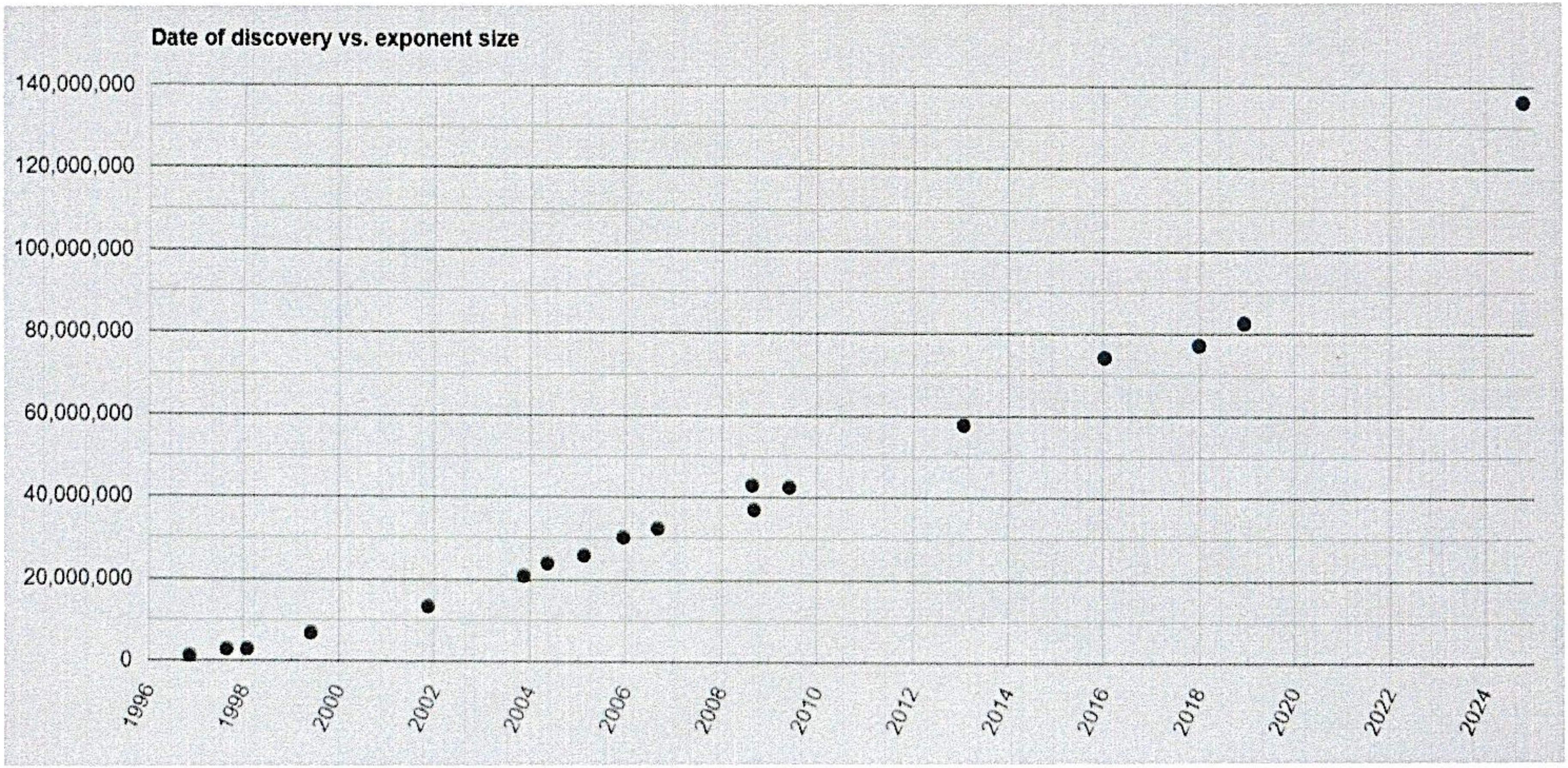
Stiftung und Sponsoren: Electronic Frontier Foundation (EFF)

# Perfekte Zahlen, von GIMPS entdeckt bis 2018

| Nr. | Darstellung in Dualziffern | Anzahl Dezimalziffern bei perfekten Zahlen | Anzahl Dezimalziffern bei Mersenne-Primzahlen | Entdecker und Entdeckungsjahr |
|---|---|---|---|---|
| 35 | $2^{1\,398\,268}(2^{1\,398\,269}-1)$ | 841 842 | 420 921 | 1996 GIMPS |
| 36 | $2^{2\,976\,220}(2^{2\,976\,221}-1)$ | 1 791 864 | 895 932 | 1997 GIMPS |
| 37 | $2^{3\,021\,376}(2^{3\,021\,377}-1)$ | 1 819 050 | 909 526 | 1998 GIMPS |
| 38 | $2^{6\,972\,592}(2^{6\,972\,593}-1)$ | 4 197 919 | 2 098 960 | 1999 GIMPS (50 000 $) |
| 39 | $2^{13\,466\,916}(2^{13\,466\,917}-1)$ | 8 107 892 | 4 053 946 | 2001 GIMPS |
| 40 | $2^{20\,996\,010}(2^{20\,996\,011}-1)$ | 12 640 859 | 6 320 430 | 17.11.2003 GIMPS |
| | 3. Lange Nacht der Mathematik am | | | 14.05.2004 |
| 41 | $2^{24\,036\,582}(2^{24\,036\,583}-1)$ | 14 471 466 | 7 235 733 | 15.05.2004 GIMPS |
| 42 | $2^{25\,964\,950}(2^{25\,964\,951}-1)$ | 15 632 458 | 7 816 230 | 18.02.2005 GIMPS |
| 43 | $2^{30\,402\,456}(2^{30\,402\,457}-1)$ | 18 304 103 | 9 152 052 | 15.12.2005 GIMPS |
| 44 | $2^{32\,582\,656}(2^{32\,582\,657}-1)$ | 19 616 714 | 9 808 358 | 04.09.2006 GIMPS |
| 45 | $2^{37\,156\,666}(2^{37\,156\,667}-1)$ | 22 370 543 | 11 185 272 | 06.09.2008 GIMPS (100 000 $) |
| 46 | $2^{42\,643\,800}(2^{42\,643\,801}-1)$ | 25 674 127 | 12 837 064 | 12.04.2009 GIMPS |
| 47 | $2^{43\,112\,608}(2^{43\,112\,609}-1)$ | 25 956 377 | 12 978 189 | 23.08.2008 GIMPS |
| 48 | $2^{57\,885\,160}(2^{57\,885\,161}-1)$ | 34 850 340 | 17 425 170 | 25.01.2013 GIMPS |
| 49(?) | $2^{74\,207\,280}(2^{74\,207\,281}-1)$ | 44 677 235 | 22 338 618 | 07.01.2016 GIMPS |
| 50(?) | $2^{77\,232\,916}(2^{77\,232\,917}-1)$ | 46 498 850 | 23 249 425 | 26.12.2017 GIMPS |
| 51(?) | $2^{82\,589\,932}(2^{82\,589\,933}-1)$ | 49 724 095 | 24 862 048 | 07.12.2018 GIMPS |




**35. perfekte Zahl bis zur 51. perfekten Zahl**




35. perfekte Zahl bis zur 52. perfekten Zahl

# 35. bis 52. perfekte Zahl

| Nr. | Darstellung in Dualziffern | Anzahl Dezimalziffern bei perfekten Zahlen | Anzahl Dezimalziffern bei Mersenne-Primzahlen | Entdecker und Entdeckungsjahr |
|---|---|---|---|---|
| 35 | $2^{1\,398\,268}(2^{1\,398\,269}-1)$ | 841 842 | 420 921 | 1996 GIMPS |
| 36 | $2^{2\,976\,220}(2^{2\,976\,221}-1)$ | 1 791 864 | 895 932 | 1997 GIMPS |
| 37 | $2^{3\,021\,376}(2^{3\,021\,377}-1)$ | 1 819 050 | 909 526 | 1998 GIMPS |
| 38 | $2^{6\,972\,592}(2^{6\,972\,593}-1)$ | 4 197 919 | 2 098 960 | 1999 GIMPS (50 000 $) |
| 39 | $2^{13\,466\,916}(2^{13\,466\,917}-1)$ | 8 107 892 | 4 053 946 | 2001 GIMPS |
| 40 | $2^{20\,996\,010}(2^{20\,996\,011}-1)$ | 12 640 859 | 6 320 430 | 17.11.2003 GIMPS |
| | | 3. Lange Nacht der Mathematik am | | 14.05.2004 |
| 41 | $2^{24\,036\,582}(2^{24\,036\,583}-1)$ | 14 471 466 | 7 235 733 | 15.05.2004 GIMPS |
| 42 | $2^{25\,964\,950}(2^{25\,964\,951}-1)$ | 15 632 458 | 7 816 230 | 18.02.2005 GIMPS |
| 43 | $2^{30\,402\,456}(2^{30\,402\,457}-1)$ | 18 304 103 | 9 152 052 | 15.12.2005 GIMPS |
| 44 | $2^{32\,582\,656}(2^{32\,582\,657}-1)$ | 19 616 714 | 9 808 358 | 04.09.2006 GIMPS |
| 45 | $2^{37\,156\,666}(2^{37\,156\,667}-1)$ | 22 370 543 | 11 185 272 | 06.09.2008 GIMPS (100 000 $) |
| 46 | $2^{42\,643\,800}(2^{42\,643\,801}-1)$ | 25 674 127 | 12 837 064 | 12.04.2009 GIMPS |
| 46 | $2^{42\,643\,800}(2^{42\,643\,801}-1)$ | 25 674 127 | 12 837 064 | 12.04.2009 GIMPS |
| 47 | $2^{43\,112\,608}(2^{43\,112\,609}-1)$ | 25 956 377 | 12 978 189 | 23.08.2008 GIMPS |
| 48 | $2^{57\,885\,160}(2^{57\,885\,161}-1)$ | 34 850 340 | 17 425 170 | 25.01.2013 GIMPS |
| 49(?) | $2^{74\,207\,280}(2^{74\,207\,281}-1)$ | 44 677 235 | 22 338 618 | 07.01.2016 GIMPS |
| 50(?) | $2^{77\,232\,916}(2^{77\,232\,917}-1)$ | 46 498 850 | 23 249 425 | 26.12.2017 GIMPS |
| 51(?) | $2^{82\,589\,932}(2^{82\,589\,933}-1)$ | 49 724 095 | 24 862 048 | 07.12.2018 GIMPS |
| 52(?) | $2^{136\,279\,840}(2^{136\,279\,841}-1)$ | 82 048 639 | 41 024 320 | 12.10.2024 GIMPS |

# 52 perfekte Zahlen

| Nr. | Darstellung in Dualziffern | Anzahl Dezimalziffern bei perfekten Zahlen | Anzahl Dezimalziffern bei Mersenne-Primzahlen | Entdecker und Entdeckungsjahr |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $2^{1} (2^{2} - 1)$ | 1 | 1 | Griechen und früher |
| 2 | $2^{2} (2^{3} - 1)$ | 2 | 1 | Griechen und früher |
| 3 | $2^{4} (2^{5} - 1)$ | 3 | 2 | Griechen und früher |
| 4 | $2^{6} (2^{7} - 1)$ | 4 | 3 | Griechen und früher |
| 5 | $2^{12} (2^{13} - 1)$ | 8 | 4 | Ibn Fallūs (1194 – 1252), 1456/58 Regiomontanus |
| 6 | $2^{16} (2^{17} - 1)$ | 10 | 6 | Ibn Fallūs, 1555 Scheubel |
| 7 | $2^{18} (2^{19} - 1)$ | 12 | 6 | Ibn Fallūs, 1555 Scheubel |
| 8 | $2^{30} (2^{31} - 1)$ | 19 | 10 | 1752 / 1772 Euler |
| 9 | $2^{60} (2^{61} - 1)$ | 37 | 19 | 1883 Pervushin |
| 10 | $2^{88} (2^{89} - 1)$ | 54 | 27 | 1911 Powers |
| 11 | $2^{106} (2^{107} - 1)$ | 65 | 33 | 1914 Powers |
| 12 | $2^{126} (2^{127} - 1)$ | 77 | 39 | 1876 Lucas |
| 13 | $2^{520} (2^{521} - 1)$ | 314 | 157 | 1952 Robinson |
| 14 | $2^{606} (2^{607} - 1)$ | 366 | 183 | 1952 Robinson |
| 15 | $2^{1\,278} (2^{1\,279} - 1)$ | 770 | 386 | 1952 Robinson |
| 16 | $2^{2\,202} (2^{2\,203} - 1)$ | 1 327 | 664 | 1952 Robinson |
| 17 | $2^{2\,280} (2^{2\,281} - 1)$ | 1 373 | 687 | 1952 Robinson |
| 18 | $2^{3\,216} (2^{3\,217} - 1)$ | 1 937 | 969 | 1957 Riesel |
| 19 | $2^{4\,252} (2^{4\,253} - 1)$ | 2 561 | 1 281 | 1961 Hurwitz |
| 20 | $2^{4\,422} (2^{4\,423} - 1)$ | 2 663 | 1 332 | 1961 Hurwitz |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 21 | $2^{9\,688}(2^{9\,689}-1)$ | 5 834 | 2 917 | 1963 Gillies |
| 22 | $2^{9\,940}(2^{9\,941}-1)$ | 5 985 | 2 993 | 1963 Gillies |
| 23 | $2^{11\,212}(2^{11\,213}-1)$ | 6 751 | 3 376 | 1963 Gillies |
| 24 | $2^{19\,936}(2^{19\,937}-1)$ | 12 003 | 6 002 | 1971 Tuckerman |
| 25 | $2^{21\,700}(2^{21\,701}-1)$ | 13 066 | 6 533 | 1978 Noll, Nickel |
| 26 | $2^{23\,208}(2^{23\,209}-1)$ | 13 973 | 6 987 | 1979 Noll |
| 27 | $2^{44\,496}(2^{44\,497}-1)$ | 26 790 | 13 395 | 1979 Nelson, Slowins. |
| 28 | $2^{86\,242}(2^{86\,243}-1)$ | 51 294 | 25 962 | 1982 Slowinski |
| 29 | $2^{110\,502}(2^{110\,501}-1)$ | 66 530 | 33 265 | 1988 Colquitt, Welsh |
| 30 | $2^{132\,048}(2^{132\,049}-1)$ | 79 502 | 39 751 | 1983 Slowinski |
| 31 | $2^{216\,090}(2^{216\,091}-1)$ | 130 100 | 65 050 | 1985 Slowinski |
| 32 | $2^{756\,838}(2^{756\,839}-1)$ | 455 663 | 227 832 | 1992 Slowinski, Gage |
| 33 | $2^{859\,432}(2^{859\,433}-1)$ | 517 430 | 258 716 | 1994 Slowinski, Gage |
| 34 | $2^{1\,257\,786}(2^{1\,257\,787}-1)$ | 757 263 | 378 632 | 1996 Slowinski, Gage |
| 35 | $2^{1\,398\,268}(2^{1\,398\,269}-1)$ | 841 842 | 420 921 | 1996 GIMPS |
| 36 | $2^{2\,976\,220}(2^{2\,976\,221}-1)$ | 1 791 864 | 895 932 | 1997 GIMPS |
| 37 | $2^{3\,021\,376}(2^{3\,021\,377}-1)$ | 1 819 050 | 909 526 | 1998 GIMPS |
| 38 | $2^{6\,972\,592}(2^{6\,972\,593}-1)$ | 4 197 919 | 2 098 960 | 1999 GIMPS (50 000 $) |
| 39 | $2^{13\,466\,916}(2^{13\,466\,917}-1)$ | 8 107 892 | 4 053 946 | 2001 GIMPS |
| 40 | $2^{20\,996\,010}(2^{20\,996\,011}-1)$ | 12 640 859 | 6 320 430 | 17.11.2003 GIMPS |
| | | 3. Lange Nacht der Mathematik am | | 14.05.2004 |
| 41 | $2^{24\,036\,582}(2^{24\,036\,583}-1)$ | 14 471 466 | 7 235 733 | 15.05.2004 GIMPS) |
| 42 | $2^{25\,964\,950}(2^{25\,964\,951}-1)$ | 15 632 458 | 7 816 230 | 18.02.2005 GIMPS |
| 43 | $2^{30\,402\,456}(2^{30\,402\,457}-1)$ | 18 304 103 | 9 152 052 | 15.12.2005 GIMPS |
| 44 | $2^{32\,582\,656}(2^{32\,582\,657}-1)$ | 19 616 714 | 9 808 358 | 04.09.2006 GIMPS |
| 45 | $2^{37\,156\,666}(2^{37\,156\,667}-1)$ | 22 370 543 | 11 185 272 | 06.09.2008 GIMPS (100 000 $) |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 46 | $2^{42\,643\,800}(2^{42\,643\,801}-1)$ | 25 674 127 | 12 837 064 | 12.04.2009 GIMPS |
| 47 | $2^{43\,112\,608}(2^{43\,112\,609}-1)$ | 25 956 377 | 12 978 189 | 23.08.2008 GIMPS |
| 48 | $2^{57\,885\,160}(2^{57\,885\,161}-1)$ | 34 850 340 | 17 425 170 | 25.01.2013 GIMPS |
| 49(?) | $2^{74\,207\,280}(2^{74\,207\,281}-1)$ | 44 677 235 | 22 338 618 | 07.01.2016 GIMPS |
| 50(?) | $2^{77\,232\,916}(2^{77\,232\,917}-1)$ | 46 498 850 | 23 249 425 | 26.12.2017 GIMPS |
| 51(?) | $2^{82\,589\,932}(2^{82\,589\,933}-1)$ | 49 724 095 | 24 862 048 | 07.12.2018 GIMPS |
| 52(?) | $2^{136\,279\,840}(2^{136\,279\,841}-1)$ | 82 048 639 | 41 024 320 | 12.10.2024 GIMPS |

Stand 14.3.2025

## Preisgelder (Cooperative Computing Awards)

***50 000 $*** **für die erste Primzahl mit mindestens** ***1 000 000*** **Dezimalziffern**

***100 000 $*** **für die erste Primzahl mit mindestens** ***10 000 000*** **Dezimalziffern**

***150 000 $*** **für die erste Primzahl mit mindestens** ***100 000 000*** **Dezimalziffern**

***250 000 $*** **für die erste Primzahl mit mindestens** ***1 000 000 000*** **Dezimalziffern**

**Stiftung und Sponsoren:** ***Electronic Frontier Foundation (EFF)***

# Great Internet Mersenne Prime Search
# ( G I M P S )

***https://www.mersenne.org***

**Gegründet 1996 mit dem Ziel, Mersenne-Primzahlen zu suchen**

**35. bis 51. Zahl gefunden (17 Weltrekorde)**

**Registriert am 14.3.2025 (π-Day) sind 1686 Teams mit 281 846 Anwendern.**

**Von 2 905 693 Computern waren 25 655 innerhalb von 30 Tagen in Betrieb.**

***Diese Zahlen sind ohne Gewähr!***

# 52 perfekte Zahlen

$2^{1}\,(2^{2}-1)=6$

$2^{2}\,(2^{3}-1)=28$

$2^{4}\,(2^{5}-1)=496$

$2^{6}\,(2^{7}-1)=8128$

$2^{12}\,(2^{13}-1)=33\,550\,336$

$2^{16}\,(2^{17}-1)=8\,589\,869\,056$

$2^{18}\,(2^{19}-1)=137\,438\,691\,328$

$2^{30}\,(2^{31}-1)=2\,305\,843\,008\,139\,952\,128$

$2^{60}\,(2^{61}-1)=2\,658\,455\,991\,569\,831\,744\,654\,692\,615\,953\,842\,176$

$2^{88}\,(2^{89}-1)=191\,561\,942\,608\,236\,107\,294\,793\,378\,084\,303\,638\,130\,997\,321\,548\,169\,216$

| | | |
|---|---|---|
| $2^{106}\,(2^{107}-1)$ | $2^{126}\,(2^{127}-1)$ | $2^{520}\,(2^{521}-1)$ |
| $2^{606}\,(2^{607}-1)$ | $2^{1278}\,(2^{1279}-1)$ | $2^{2202}\,(2^{2203}-1)$ |
| $2^{2280}\,(2^{2281}-1)$ | $2^{3216}\,(2^{3217}-1)$ | $2^{4252}\,(2^{4253}-1)$ |
| $2^{4422}\,(2^{4423}-1)$ | $2^{9688}\,(2^{9689}-1)$ | $2^{9940}\,(2^{9941}-1)$ |
| $2^{11212}\,(2^{11213}-1)$ | $2^{19936}\,(2^{19937}-1)$ | $2^{21700}\,(2^{21701}-1)$ |
| $2^{23208}\,(2^{23209}-1)$ | $2^{44496}\,(2^{44497}-1)$ | $2^{86242}\,(2^{86243}-1)$ |
| $2^{110502}\,(2^{110501}-1)$ | $2^{132048}\,(2^{132049}-1)$ | $2^{216090}\,(2^{216091}-1)$ |
| $2^{756838}\,(2^{756839}-1)$ | $2^{859432}\,(2^{859433}-1)$ | $2^{1257786}\,(2^{1257787}-1)$ |
| $2^{1398268}\,(2^{1398269}-1)$ | $2^{2976220}\,(2^{2976221}-1)$ | $2^{3021376}\,(2^{3021377}-1)$ |
| $2^{6972592}\,(2^{6972593}-1)$ | $2^{13466916}\,(2^{13466917}-1)$ | $2^{20996010}\,(2^{20996011}-1)$ |

| | |
|---|---|
| $2^{24036582}\,(2^{24036583}-1)$ | $2^{25964950}\,(2^{25964951}-1)$ |
| $2^{30402456}\,(2^{30402457}-1)$ | $2^{32582656}\,(2^{32582657}-1)$ |
| $2^{37\,156\,666}\,(2^{37\,156\,667}-1)$ | $2^{42\,643\,800}\,(2^{42\,643\,801}-1)$ |
| $2^{43\,112\,608}\,(2^{43\,112\,609}-1)$ | $2^{57\,885\,160}\,(2^{57\,885\,161}-1)$ |
| $2^{74\,207\,280}\,(2^{74\,207\,281}-1)$ (?) | $2^{77\,232\,916}\,(2^{77\,232\,917}-1)$ (?) |
| $2^{82\,589\,932}\,(2^{82\,589\,933}-1)$ (?) | $2^{136\,279\,840}\,(2^{136\,279\,841}-1)$ (?) |

# Die perfekten Zahlen

1. Zahl: 6 2. Zahl: 28: 3. Zahl: 496 4. Zahl: 8128

5. Zahl: 33 550 336 6. Zahl: 8 589 869 056 7. Zahl: 137 438 691 328

**8. Zahl (19 Stellen):**
2 305 843 008 139 952 128

**9. Zahl (37 Stellen):**
2 658 455 991 569 831 744 654 692 615 953 842 176

**10. Zahl (54 Stellen):**
191 561 942 608 236 107 294 793 378 084 303 638 130 997 321 548 169 216

**11. Zahl (65 Stellen):**
13 164 036 458 569 648 337 239 753 460 458 722 910 223 472 318 386 943 117 783 728 128

**12. Zahl (77 Stellen):**
1447401 1154664524 4279463731 2608598848 1573677491 4748358890 6635434913 1199152128

**13. Zahl (314 Stellen):**
2356272345 7267347065 7895489967 0990498847 7547858392 6007101430 2759750633
7283178622 2397303655 3960260056 1360255566 4625032701 7505289257 8043215543
3824984287 7715242701 0394496918 6640286445 3412803383 1439790236 8386240331
7143592235 6643219703 1017207131 6352748729 8747400647 8019395871 6593640108
7419375649 0579185494 9216055564 6976

**14. Zahl (366 Stellen):**
1410537837 0671206906 3207958086 0631898814 8674351471 5667838838 6759999548
6774265238 0114104193 3290376902 5156195056 8709829327 1640877243 6637008711
6731268159 3136524874 5065243980 5877296207 2974467232 9516665822 8846926807
7866528701 8892086787 9451478364 5693139220 6037069506 4736073572 3786951764
7305526682 6253284886 3837150729 7432446383 5300053138 4294602965 7514336806
5570759537 328128

**15. Zahl (770 Stellen):**
5416252628 4365847412 6544653743 9131614085 6490539031 6957846039 2081838720
6994158534 8591989999 2105671992 1919057390 0802636461 5928001382 7605439746
2627889030 5730344550 5827028395 1394752077 6904492443 1494861729 4351131262
8083790493 0462740681 7179604658 6734872099 2572190569 4655452996 2991982343
1031092624 2444635477 8963544148 1391719816 4416055867 8809214788 6677321398
7566616247 1455172696 4302217554 2817842548 1731961195 1659855553 5739377889
2340514622 2324506715 9791937573 7282086087 8214322052 2275845375 5289747625
6179395176 6244263144 8031344693 5085203657 5847982475 3602117288 0403783048
6028736212 5931378999 4900336673 9415037472 2496698402 8240806042 1086900776
7039525923 1894666273 6152127756 0353576470 7952250173 8583051710 2860302123
4896647851 3639499289 0497329214 5107505979 9114562215 1989934576 4984291328

**16. Zahl (1327 Stellen):**
108925835505782933769822527352204898195710845430260806731890661850847015529861699
629194096185890137954618268553122005576278075934240749906604670418208308712462692

6378164410931450968826355205573671671624202686633360807123109470452668371537599662797484934359039779954213666598820299501366380164619080260403235229556730554163992303009752651350320619930563673695280153023049498468696618144072021372831425963701460505606378119245841386552600145384072983309717141950085498085709671387054868320477972299055273914798446936214147860706887052107312380067072602317009422809314774791894700769891009818743169303028154303290071199392984292940283852217800166629229157110264080599294016452483028528153331119523441423159614934140265550242360007858215936798489500727196347516386044241721984706558329364277995903102292034620628080752342422906401283027034649671445569324281946859622177566643375489715678451311792675935981010355562887971948569016060035334607879359770371846507659970601616998311983878150420763306289490886429900481786499537645379839365212725494441511932772182768149943659849007457246983861558265144823191367758350341527780770221556945275566504831636564856831502556078058133043400055653540413313266034639355202834006126905491569560542489551023207382276137352665717018261519604817417112576526410535323991500058749996247580834453782528

## 17. Zahl (1373 Stellen).

99497054337086473442435202604522816989643863571126408511774020575773849326355529178686629498151336416502516645641699516813140394897940636561646545947753232301453603583223268085613647233768081645727669037394385696522820301535888041815559513408036145123870584325525813950487109647770743827362571822870567643040184723115825645590386313377067112638149253171843914780065137373446222406322953569124771480101363180966448099882292453452395428270875732536311539266115116490704940164192417744919250000894727407937229829300578253427884494358459949535231819781361449649779252948099909821642207485514805768288115583409148969875790523961878753124972681179944234641016960011815788847436610192704551637034472552319820336532014561412028820492176940418377074274389149924303484945446105121267538061583299291707972378807395016030765440655601759109370564522647989156121804273012266011783451102230081380401951383582987149578229940818181514046314819313206321375973336785023565443101305633127610230549588655605951332351485641757542611227108073263889434409595976835137412187025349639504404061654653755349162680629290551644153382760681862294677414989047491922795707210920437811136712794483496437355980833463329592838140157803182055197821702739206310971006260383262542900044072533196137796552746439051760940430082375641150129817960183028081010978780902441733680977714813543438752546136375675139915776

## 18. Zahl (1937 Stellen):

335708321319867244370108772110803848411380284998797254549962415734821584504440428820487788094376903884495357742608498855736947599061738411574384247301308070476236559422361748505091085378276585906423254824947614731965790746560999186007644047021816602944691217787379658221999016634780930060750223592232018499856361441771859254020781850730150450977270848594647436355377815002849158802448863064617859829560720600134749556178514816801859885571366092248418178770836089511911231748852264161306831977106673923510073745037554033525314762279435900716517026975942410319555298989712180012146417746731349444715625609571796578815564191221029354502997518133405151709561679510954536494855761506601016891606580117701932742263082805077868350495491125766545101196704567459398901942052551753844844899093289676469881631559824715649981962616327512831278795091980742531934095804545624886643834653798850027355061539888515066451377592755539882194254397647323998247124381250541175238374382567444370550194410510064899723416091179784045637949920048730575184557487014449512383771396204942879824895298272331406370148374088561561995154576696079640521269081492656017860944475955604400590500917635471140922553713974258078675543521125421947848154947842762011708459492746746329852104210755317849183589266903954636497214522654057134843880439116344854323586388066453138262065911312662324220078355773455842257203105186981433767362192830211192876178961468855848600650488763157010887962195936408263116222733280356033094756423908044994601567978553610182466961012539222545672409083153854682409318461669624959834076071416012518895444070088158747446547695072686780517577469568912124854562611213866674077111396190715309233558231786627053743930350490226038824797423347994071302801487692985977437781930503487497407869280960339062

95910199238181338557856978191860647256209708168229116156300978059197026855726877649767072684960463452763160384093838292277544911857859658328888332628525056

## 19. Zahl (2561 Stellen):

1820174904014043027383516791475101529336288950693759610335735943774004843846348583630323225890240087556899380997503624633755676823836623370775757341590327808006611595109252254314595201311901034040809988183597559097583549900346322728054314075680269152562189477154395140365686870774860606988509503633528352858181308865165383308905278583428072328006720048490370670497011352104060406453827415425216537317559560524862899861568786623539507752031464018863435331883139739251709541312796105916978380554509312027797421316179271275018923497362285350762492463668758846131046917043609923823249259893730847779393236169848068566477093271543049100766268240516304476510799616434326120235596991275033445923859187517629227987918132797292009021144484230676633110926916623512550966870447895873485306863652939715344301676115881344748156786826236789398117102021218979251408614809021518994770421240728268796426704178387354308026158244882485843183855418315370583705734148770072773155099789623933047747126323072648487711752125486846817401556206849071364471948169308943341853263683580894220071644081931336636240319135557652317382513187533564775901620723299084287590254873748080189828965822921085022169566342164961172957724520849087789794586717191587380406134554460391933828188439753863425992073819325933095083792382361541130454359929064133079675463722972131407424513586527539429230153283541454003574025356723243567386896824280655491646738794519902614746880803105515028191573328793189818170877924172440927759309479990122464182585018328148097598880175101690195898881484943008792693868340866208417689616417817068887154422941582445005552678714871536521414237269289678890276167981095082826820818084530998658136991032237233871843789237692404242531922625071110469412517711094665043582922960921244192747329378174448677594317311029543222678018642234393738458070885585226941701238761458388486661323687510130084560378594523792544733878492245268233702677568619169358379424353830981387480608343939411683247210188407493613851716861251907740283207457503225536921641703797961439391901950724438854692431678712844025009892492876935239369858781086983112788808469675179584535113041019962882173763661088663312071445862384678494836240920833041626814484156550586982761945149063414464075420354350742104503199575448055619776385521398747643799095217300605503017305481394836591954388794314558786433824434673257753459825605748638411145315395326160048592155490496363095590187403880545069860151237473584639382355987779291886392614452838326884468500853448420623482240841078202705004101172745586672975106848437133377536

## 20. Zahl (2663 Stellen):

40767271711094423266286789500920409509472451956754173657558947684464681715260993357605734441071512726995067528227747339481802307406017975918463751821848507118336173625166416441051751909733833921511752076653991689253045435925355114303300112240094312492366309429025181937703076074631694330891971804062290637324463063370007444165676699382865548574698013900725344417715580901794517787294713626725247616431165717354475083506329812661542345174259067891050196093969424325393268526237129649381671501429508518532700654319135658688537822432173525578067619513381189044904675194018182193349875318307576479629202619084300084497552929130566459016664436323063518973396208264181441158994259766077215199598273505770807393645474832736784296681037040447804670653738245607704296033370069548245058222346937754342008266115596746009270472531585662215058309416971412450120373149200391305139626391147758497714062124945414219545021663761325651848979096956363445054874071200187004098334242171313866643279783121709224161095222080608666106221075196556669546036212033916214620015754946773858930331944632744676736422424630471770419404321630175578272380575860947613876452571102541656491464344575071152521057073596731123384560986412117728286743021819378916115542964437048959026512685144124956065485652281953670546881779736097894174076453897164963235414848542178185638376039787558515854327876892100291586150169593481653250617283841617035992495539326209286081463451168016943400175227907739209129141984002670216279803245614932227988255785347373220924269748847852670574748163344676257876208108900678912830541369572996543783984620215364954353893838464888672671453393130927672103268849597298792373028395452767031129100333696063046099180328138782391367566104347713165495897021159454503241952055937183814515589264894586591501363147676413662843302502175075791426238440513015405476007476498747783201892106205584698383524005031036187539925202274453467202350823213372999023061199920256689198899908817944610695281886646630824678765305845231339408011870948795735488385897157930791657525540518959449984465130248721166519809265271872913736358591494923276213116461018047328995621925367809697847697726183327599265650527446129800629718921404375627930737500435684546352140119118622625161732119556975036023320412126344181833754571377867747583783758174317957011000027824913530257131124993626863404596480086028834672069335493603141485087204213357254720762673897857837928958409382883536405344396217119883289266162616394049286804626796372654015917535645430198053751867174961912991147525380624081763689015391680510756697550659469557112900507657356152843089480485079285160832736274980123243426924630558985552020642912534528

**44. Zahl (19 616 714 Stellen):**

7759468553364988306285524610583132219608267711560570584196143431512629251407840572968156827388270018458778802070964278699162480488863086593226480665010578341714263965923893917732210299500340126036100861144134912023201387185102349140106283835941198543159381897581630320148723357861866212274995027008416168825183878566410812583998677042163061255502519129903714788216675554663680809951645425238244109709135245508027759925890333221044091153834805108541377463215457954864415277640284713677881811548238358147250436491042400922997270242998250911485744798440702954132186473140175072132594912679906071834523229177513927049161069490004693757202498631749588592338563884248454466018590955322202200515022742161389564373463896708855399414387531158410083970796461894396576372639423303636509630847447130480563201797837433971108834579795276332712054122536227291938673953660884927797826725878602361067296132208128730023352902136937302099126161443433292674186971430427065173350534915988322120408406749230608519670824602590667159521384151846184003909221307117092125999124133408724277851992981171380120464151566397332025767355184073201999803745213274843504997546082643799084888868404484750969020465529430895641759825519424902357707689833376850525952851734823287576948553394826929484757970957467803814878847397675999179763068545514428367053087586772996815601241682765442311397910845766828279728188859568145441793719653669038736477408767204279068688123027691848890497177321754838092460555305204558493993011718924433289712474504475406318969396749134179809135495326674051728540773291700643816199394466620624145186979429606513411527004812917882085232616209506698859764438198987413926957129228894556009575537082432052832391275800974867355648991219166759420853376847625669152966977859715276438563370087684167356711598824285515646604753899174160912603544527905332166069132297237373749389977270743429298832725674954704653645821808918244660717114645707216247990857042947656112851072916870111849537286038690964204410890482174146892173438685306901705214723843686030640216857586550352153998122035690883403490107137262593244540601567332540593252365563493923878982137725907295434251489210643192459340696296577563045030838578907193409089157939856215545886649038491446662011248477721674395559783574442725224360214465950668031691742382525160344553816184037347517398291987868414115526405218348723752227548851181786218347240573040144411741502251947482731104801161042514733191783369226801524404248600715258165246453198438696146055417926321310432527506774464376694601888964592202566733120523979893993850425968857046739622636731638676318732581639779382500705857783824732664929864912 93…………………………

# Hier fehlen 3954 Seiten.

…………………

…..82920112917552498981938392478302435019111996742844120860086273767550022225241645139958534600935341735544421142477202437497006691185271991722821571372777409269548123317910060932552207652309362313293696407737375811580021245513952921349108299551664090617197334168263560570184648724297570538119742594696726753515752248682526367543644926120880017410994661452086345773818528221716481064559492247147162858935718752219233615927446165960093314353810270791815356510775506379535070356657583848492178417128568623054020192545621177394959276579913283518164439691059808160851214039181040278288131492503487540624164593209684741313916934903150123161073903450876053936213504515152028055697369699580776100718595554672346434279198557699593862328664155307316548137077201632640364250924425745745309230664434784268581254908133513900669740813077144202062618486528794476903183717175801834351052458874706362009824558315929627730444650762757149426527435032125414224648254314857818094784431303199796065345923820165539052178898414783528696606726492353250058255239751384003709878552755453633148631595401377409167859271463185071697993768212910505581635771157041123666935677449249387183927142916056678312828390742847657712025 6

# Great Internet Mersenne Prime Search
# ( G I M P S )

***https://www.mersenne.org***

**Gegründet 1996 mit dem Ziel, Mersenne-Primzahlen zu suchen**

**Bisher 35. bis 52. Zahl gefunden (18 Weltrekorde)**

# Seitenverzeichnis

| | |
|---|---|
| 47. Zahl (5233 Seiten) | 30 076 |
| 48. Zahl (7026 Seiten) | 37 102 |
| 49. Zahl (9007 Seiten) | 46 109 |
| 50. Zahl (9375 Seiten) | 55 484 |
| 51. Zahl (10 025 Seiten) | 65 509 |
| 52. Zahl (16 542 Seiten) | 82 051 |

**Die 52. Zahl benötigt 16 542 Seiten = 8 271 Blatt, Die Blätter der 52. Zahl wiegen 41,27 kg, und die Buchbände sind 83 cm breit.**

**Alle 52 Zahlen mit 82 051 Seiten wiegen 204,76 kg und sind 4,10 m breit.**

# Die beiden Endziffern der perfekten Zahlen

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. Zahl | 6 | 23. Zahl | 36 |
| 2. Zahl | 28 | 24. Zahl | 56 |
| 3. Zahl | 96 | 25. Zahl | 76 |
| 4. Zahl | 28 | 26. Zahl | 16 |
| 5. Zahl | 36 | 27. Zahl | 56 |
| 6. Zahl | 56 | 28. Zahl | 28 |
| 7. Zahl | 28 | 29. Zahl | 28 |
| 8. Zahl | 28 | 30. Zahl | 16 |
| 9. Zahl | 76 | 31. Zahl | 28 |
| 10. Zahl | 16 | 32. Zahl | 28 |
| 11. Zahl | 28 | 33. Zahl | 36 |
| 12. Zahl | 28 | 34. Zahl | 28 |
| 13. Zahl | 76 | 35. Zahl | 16 |
| 14. Zahl | 28 | 36. Zahl | 76 |
| 15. Zahl | 28 | 37. Zahl | 56 |
| 16. Zahl | 28 | 38. Zahl | 36 |
| 17. Zahl | 76 | 39. Zahl | 56 |
| 18. Zahl | 56 | 40. Zahl | 28 |
| 19. Zahl | 36 | 41. Zahl | 28 |
| 20. Zahl | 28 | 42. Zahl | 28 |
| 21. Zahl | 16 | 43. Zahl | 56 |
| 22. Zahl | 76 | 44. Zahl | 56 |
| 45. Zahl | 28 | 46. Zahl | 76 |
| 47. Zahl | 16 | 48. Zahl | 76 |
| 49. Zahl | 76 | 50. Zahl | 56 |
| 51. Zahl | 36 | 52. Zahl | 76 |

# Die drei Endziffern der perfekten Zahlen

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. Zahl | 6 | 23. Zahl | 336 |
| 2. Zahl | 28 | 24. Zahl | 656 |
| 3. Zahl | 496 | 25. Zahl | 376 |
| 4. Zahl | 128 | 26. Zahl | 816 |
| 5. Zahl | 336 | 27. Zahl | 456 |
| 6. Zahl | 056 | 28. Zahl | 528 |
| 7. Zahl | 328 | 29. Zahl | 528 |
| 8. Zahl | 128 | 30. Zahl | 016 |
| 9. Zahl | 176 | 31. Zahl | 128 |
| 10. Zahl | 216 | 32. Zahl | 328 |
| 11. Zahl | 128 | 33. Zahl | 936 |
| 12. Zahl | 128 | 34. Zahl | 128 |
| 13. Zahl | 976 | 35. Zahl | 616 |
| 14. Zahl | 128 | 36. Zahl | 976 |
| 15. Zahl | 328 | 37. Zahl | 856 |
| 16. Zahl | 528 | 38. Zahl | 736 |
| 17. Zahl | 776 | 39. Zahl | 056 |
| 18. Zahl | 056 | 40. Zahl | 128 |
| 19. Zahl | 536 | 41. Zahl | 528 |
| 20. Zahl | 528 | 42. Zahl | 128 |
| 21. Zahl | 216 | 43. Zahl | 256 |
| 22. Zahl | 576 | 44. Zahl | 256 |
| 45. Zahl | 128 | 46. Zahl | 376 |
| 47. Zahl | 816 | 48. Zahl | 176 |
| 49. Zahl | 776 | 50. Zahl | 056 |
| 51. Zahl | 936 | 52. Zahl | 576 |

# Gesetzmäßigkeiten bei den Endziffern

**1. Satz von Reich** (über die Endziffer der perfekten Zahlen):

a) Mit der Wahrscheinlichkeit 0,5 wird die Endziffer einer perfekten Zahl 6 sein.

b) Sonst werden die beiden Endziffern 28 sein ebenfalls mit der Wahrscheinlichkeit 0,5.

**2. Satz von Reich** (über die drei Endziffern der perfekten Zahlen):

a) Mit je einer Wahrscheinlichkeit von 0,2 werden die drei Endziffern einer perfekten Zahl 128 und 528 und mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,1 die Ziffern 328 sein.

b) Mit je einer Wahrscheinlichkeit von 0,02 werden die drei Endziffern 016 + 40k, k = 0, 1, 2, …, 24 sein,
d. h. die Endziffern werden 016, 056, 096, 136, 176, 216, 256, 296, …, 896, 936, 976 sein.

# Welcher NUTZEN steckt
# in der Suche nach perfekten Zahlen?

**Rache durch Spießumdrehen:**

**Belästigung des Computers durch den Menschen**

**Weltruhm durch Weltrekord,**

**Name in den mathematischen Annalen**

**Mathematiker werden beschäftigt und**
**von anderen womöglich gefährlichen Dingen abgehalten.**

**Großer Unterhaltungswert**

**Aufgaben zur Schärfung des Geistes der Jugend**

**(„Propositiones ad acuendos iuvenes")**

**nach Alcuin (ca. 735 – 19.5.804)**

**Vorläufig Selbstzweck,**

**späterer Nutzen (noch) nicht erkennbar**

**Angedachter Nutzen in der Kryptographie:**

**Chiffrierung mit großen Primzahlen**

**? ? ? ? ?**

*“One would be hard put to find a set of whole numbers with a more fascinating history and more elegant properties surrounded by greater depths of mystery – and more totally useless – than the perfect numbers.“*

Martin Gardner

Es wäre schwer, eine Menge ganzer Zahlen zu finden, die eine faszinierendere Geschichte und elegantere Eigenschaften haben, die von größeren Tiefen des Geheimnisses umgeben sind – und die völlig nutzloser sind – als die perfekten Zahlen.

(Übersetzung von KI-Assistent)

# Die 51. perfekte Zahl

Entdeckung am 07.12.2018 von Patrick Laroche, GIMPS

Darstellung in Zweierpotenzen bei der 51. perfekten Zahl:

$$2^{82\,589\,932} \cdot (2^{82\,589\,933} - 1)$$

Anzahl Dezimalziffern bei der 51. perfekten Zahl: **49 724 095**

Anzahl Dezimalziffern bei Mersenne-Primzahl: **24 862 048**

# Die 52. perfekte Zahl

**Entdeckung am 12.10.2024 von Luke Durant, GIMPS**

**Darstellung in Zweierpotenzen bei der 52. perfekten Zahl:**

$$2^{136\,279\,840} \cdot (2^{136\,279\,841} - 1)$$

**Anzahl Dezimalziffern bei der 52. perfekten Zahl:** **82 048 639**

**Anzahl Dezimalziffern bei Mersenne-Primzahl:** **41 024 320**