PhuD 2, 1977 (114–121)

Friedrich Herrmann

Das Beurteilen von Meßgenauigkeiten

1. Einleitung

Wenn Schüler oder Studenten Praktika machen, oder wenn sie Übungsaufgaben rechnen, sollten sie sich die Frage stellen: Mit welcher Genauigkeit muß das Ergebnis angegeben werden? Von der Antwort hängt es ab, wie genau die Messungen sein müssen und wieviel Dezimalen beim Rechnen zu berücksichtigen sind. Meistens ist diese Frage leicht zu beantworten, denn man kann damit rechnen, daß der Lehrer zufrieden ist, wenn eine Genauigkeit von einigen %, sagen wir 1–5 %, angegeben wird (entweder explizit aufgeschrieben oder durch Abbrechen nach der 2. oder 3. Ziffer.) Dieser Brauch ist oft vernünftig, manchmal ist er es aber gar nicht.

Hier soll untersucht werden, wie man die Genauigkeit von Messungen und Rechnungen beurteilen kann. Anschließend wird von einer Unterrichtseinheit in einer 9. Klasse berichtet, die zum Ziel hatte, die Schüler in die Lage zu versetzen, Genauigkeiten zu beurteilen.

2. Der Fehler einer Angabe

Wir wollen die Ergebnisse von Experimenten oder Rechnungen ,,Angaben'' nennen, um zu betonen, daß wir sie jemandem mitteilen wollen. Wir schreiben eine Angabe über eine physikalische Größe A in der Form

$$A = X \pm \Delta X \quad \text{oder} \quad A = X \pm \frac{\Delta X}{X} \cdot 100\,\%$$

X nennt man den Wert und ΔX den Fehler der Angabe, $(\Delta X/X) \cdot 100\,\%$ den relativen Fehler. Wenn wir die Bedeutung dieses Ausdrucks diskutieren, werden wir den Begriff des ,,richtigen'' Wertes benutzen. Wir verstehen darunter einen Wert, den man erhielte, wenn man zur Bestimmung der Größe A eine Methode anwendete, die viel genauer ist als die, die man tatsächlich angewendet hat. Die Bezeichnung ,,Fehler'' ist zwar üblich, aber etwas unglücklich. Sie suggeriert, daß man einen Wert gemessen hat, der nicht richtig ist, daß man aber den Fehler, d. h. die Abweichung vom richtigen Wert kennt. Tatsächlich bringt aber dieser ,,Fehler'' nur eine Unsicherheit über die Kenntnis des richtigen Wertes zum Ausdruck.

Die Angabe $A = X \pm \Delta X$ kann auf verschiedene Arten entstehen und macht dementsprechend auch verschiedene Aussagen:

- X ist der Mittelwert einer Meßreihe und ΔX der Standardfehler des Mittelwertes
- X ist das Ergebnis einer einzigen Messung, ΔX wurde geschätzt
- X und ΔX wurden geschätzt
- X ist das Ergebnis einer Rechnung und ΔX resultiert aus dem Vernachlässigen von Dezimalen
- X ist der Wert, den man an einem Digitalmeßinstrument abliest, ΔX kommt durch die begrenzte Zahl von ablesbaren Ziffern zustande.

In allen Fällen besagt die Angabe $A = X \pm \Delta X$, daß der richtige Wert mit großer Wahrscheinlichkeit im Intervall $[X - \Delta X; X + \Delta X]$ liegt, im letzten Fall sogar, daß er mit Sicherheit darin liegt. Außerdem besagt die Angabe in einigen Fällen, daß der richtige Wert innerhalb dieses Intervalls mit größter Wahrscheinlichkeit in der Mitte liegt. Wir brauchen zwischen diesen Fällen hier nicht zu unterschieden. Wir nehmen vielmehr vereinfachend an, $A = X \pm \Delta X$ bedeute, daß der richtige Wert sicher im Intervall $[X - \Delta X; X + \Delta X]$ liegt, und innerhalb des Intervalls überall mit gleicher Wahrscheinlichkeit.
Es gibt Angaben, die man nicht ohne weiteres in der Form $A = X \pm \Delta X$ schreiben kann. Es soll z. B. folgende Aussage kürzer formuliert werden: „A ist bis auf einen Faktor 100 gleich 10^{42}". Man meint damit, daß der richtige Wert von A zwischen 10^{40} und 10^{44} liegt. Schreibt man das in der Form $A = X \pm \Delta X$, also $A = 0{,}5 \cdot 10^{44} \pm 0{,}5 \cdot 10^{44}$, so ergeben sich Mißverständnisse, denn interpretiert man diese Aussage so wie in den vorher besprochenen Fällen, so müßte die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der richtige Wert zwischen 0 und $0{,}5 \cdot 10^{44}$ liegt ebenso groß sein wie dafür, daß er zwischen $0{,}5 \cdot 10^{44}$ und $1 \cdot 10^{44}$ liegt. Mit der ursprünglichen Aussage „A ist bis auf einen Faktor 100 gleich 10^{42}" war aber etwas anderes gemeint, nämlich, daß die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der richtige Wert zwischen 10^{42} und 10^{44} liegt so groß ist wie dafür, daß er zwischen 10^{40} und 10^{42} liegt. Will man das zum Ausdruck bringen, so muß man nicht A, sondern den Logarithmus von A in der Form $X \pm \Delta X$ schreiben, also $\lg A = X \pm \Delta X = 42 \pm 2$. Die Aussage „bis auf einen Faktor. . ." ist eben eine Aussage über den Fehler des Logarithmus einer Größe.

3. Wie genau soll eine Messung sein?

Die meisten Menschen haben die Neigung, eine Messung mit einem Fehler von 50 % als schlecht, und eine mit einem Fehler von 0,5 % als gut zu bezeichnen. Diese Haltung ist verständlich, denn sehr viele unserer Aktivitäten, bei denen wir Meßwerte von physikalischen Größen benutzen, erfordern einige Genauigkeit von dieser Größenordnung. Man kann dafür unzählige Beispiele finden:
Die Genauigkeit, mit der die Lage der Striche beim Schreiben eines Buchstabens eingehalten werden muß, oder die Kochzeit beim Eierkochen, die Tonhöhe beim Singen, der Drehwinkel des Lenkrades beim Autofahren. Unsere Sinnesorgane und unser motorischer Apparat sind so gebaut, daß sie diesen Anforderungen genügen und damit unser Überleben einigermaßen sicherstellen. Der Naturwissenschaftler möchte aber nicht nur überleben, er möchte die Natur verstehen und muß deshalb manchmal Messungen machen, die viel genauer sind als die „Angaben", die er von seinen Sinnesorganen erhält, also z. B. auf 10^{-5} % genau, oder er möchte etwas über Größen erfahren, zu denen er durch seine Sinnesorgane direkt gar keinen Zugang hat, und dann muß er vielleicht zufrieden sein, wenn er den Wert „bis auf einen Faktor 10" kennt. In den Naturwissenschaften ist es also sicher nicht zweckmäßig, eine Angabe einfach nach der Größe ihres Fehlers zu bewerten. Eine grobe Abschätzung kann genausoviel wert sein wie eine Messung mit 8 signifikanten Ziffern.
Es sollen nun Möglichkeiten diskutiert werden, den Wert oder die Qualität einer Angabe zu beurteilen.
Es gibt selbstverständlich verschiedene Fragen, die man stellen kann, um Messungen oder Berechnungen zu beurteilen:

1) Wie groß ist der Fehler?
2) Wie aufwendig war die Messung oder Berechnung?
3) Wie raffiniert war das Experiment?
4) Um wieviel ist man nach der Messung oder Rechnung klüger als vorher?
5) Kann man mit Hilfe des Ergebnisses die bestimmte Frage beantworten, die man sich gestellt hatte?

Wir hatten schon gesehen, daß Kriterium 1 unzweckmäßig ist. Das 2. Kriterium ist vom rein wissenschaftlichen Standpunkt aus nicht interessant, aber für die Praxis sehr wichtig. Wir kommen darauf noch im Zusammenhang mit dem 5. Kriterium zu sprechen. Das 3. ist mehr geeignet, den Forscher als das Ergebnis selbst zu beurteilen. Das 4. und 5. soll nun ausführlicher diskutiert werden.

a) Ist der Fehler nach der Messung oder Rechnung kleiner als vorher?

Wir können gemäß Kriterium 4 eine Angabe danach beurteilen, wieviel neue Information sie liefert. Man weiß ja immer schon vor der Messung oder Berechnung von A etwas über die Größe A. Entweder kennt man das Ergebnis einer vorherigen, weniger genauen Messung, oder man kennt wenigstens irgendwelche ganz weiten oberen und unteren Grenzen. Zum Beispiel wußte Millikan vor seiner Messung der Elementarladung mindestens, daß sie größer als 0 C und kleiner als 1 C ist (er wußte sogar sicher mehr). Wir wollen hier die Güte einer Angabe durch Vergleich des Fehlers ΔX der Angabe nach der Messung oder Berechnung mit dem Fehler vorher, $\Delta X'$, beurteilen. Man könnte als Maß für die Güte den Quotienten $\Delta X' / \Delta X$ verwenden. Ein zweckmäßigeres Maß ist die Größe $\ln(\Delta X' / \Delta X)$, denn sie stellt ungefähr den Informationszuwachs I dar, den die Angabe bringt. I ist die Mindestzahl der Fragen, die nur mit ja oder nein beantwortet werden, die man stellen muß, um die Lage des neuen Intervalls der Breite $2\,\Delta X$ innerhalb des alten Intervalls der Breite $2\,\Delta X'$ zu erfahren. $\ln(\Delta X' / \Delta X)$ ist dann genau gleich I, wenn der richtige Wert innerhalb der Intervalle an jeder Stelle mit gleicher Wahrscheinlichkeit zu erwarten ist, was wir ja vereinfachend angenommen hatten [1].
Ist der Fehler der neuen Angabe kleiner als der der alten, so ist $I > 0$, sind beide Fehler gleich, so ist $I = 0$, wir haben nichts dazugelernt.
An 2 Beispielen soll gezeigt werden, daß I ein besseres Maß für die Qualität einer Angabe ist als ΔX.

– Wenn heute ein Physiker die Lichtgeschwindigkeit messen und das Ergebnis veröffentlichen wollte, so müßte er eine Messung mit einem Fehler von $< 10^{-5}$ % vorlegen. Nehmen wir an, sein Ergebnis habe einen Fehler von 0,5 m/s, so ist $I = \ln(\Delta X' / \Delta X) = \ln 2$, da der Fehler $\Delta X'$ bisher etwa 1 m/s ist.
– Wenn ein Physiker die Zahl Z der Nukleonen im Kosmos bestimmte und fände, daß sie bis auf einen Faktor 10 den Wert 10^{82} Teilchen hat, d. h. $\lg \frac{Z}{\text{Teilchen}} = 82 \pm 1$, so wäre ebenfalls $I = \ln 2$, denn bisher ist der Wert von Z nur bis auf etwa einen Faktor 100 bekannt.

In diesen beiden Fällen liegt also eine in unserem Sinne gleich gute Messung vor, obwohl die Fehler sehr verschieden sind.

b) Erfüllt die Messung oder Rechnung ihren Zweck?

Wenn man nicht einfach den Ehrgeiz hat, den Wert einer Größe so genau wie möglich zu bestimmen, sondern mit dem Meß- oder Rechenergebnis eine bestimmte Frage beantworten will, so wird man auch nicht einfach den größtmöglichen Wert von I anstreben. Man wird Kriterium 5 zur Beurteilung nehmen und die Angabe dann als genügend genau bezeichnen, wenn man mit ihr die gestellte Frage beantworten kann. Man wird sie als zu genau bezeichnen, wenn eine geringere Genauigkeit genügt hätte, die Frage zu beantworten, denn man hätte mit geringerem Aufwand (Kriterium 2) denselben Zweck erreicht. Zwei Beispiele sollen wieder zur Erläuterung dienen.

– Nach der Relativitätstheorie wird ein Körper gemäß $E = m \cdot c^2$ schwerer, wenn er erwärmt wird. Diese Behauptung soll experimentell bewiesen werden, indem man einen Körper erwärmt und vor und nach der Temperaturerhöhung wägt. Wie genau muß die Wägung sein? Nehmen wir einen Körper der Masse 1 kg, der spezifischen Wärme 1 J / (g · K) und erhöhen seine Temperatur um 10 K, so folgt eine Massenzunahme von etwa 10^{-13} kg. Der Fehler der Wägung muß also kleiner als 10^{-11} % sein.
– Es soll berechnet werden, welcher Bruchteil r des Energiestroms von der Sonne, der auf die Erde trifft, von der Erde wieder reflektiert oder emittiert wird. Der Fehler des Ergebnisses soll kleiner als 5 % sein. Welche Rechengenauigkeit ist erforderlich?
r ist der Quotient aus dem Energiestrom S_a, der von der Erde in alle Richtungen wegströmt und dem Energiestrom S_e, der von der Sonne kommt. S_e ist ziemlich genau bekannt, da man weiß, daß die Energiestromdichte s der Sonnenstrahlung über der Erdatmosphäre 1,35 kW/m² und der Radius r der Erde $6{,}37 \cdot 10^6$ m ist:
$S_e = s\pi r^2 = 1{,}72 \cdot 10^{17}$ W. Die Differenz $S_o = S_e - S_a$ zwischen einfallendem und auslaufendem Energiestrom bewirkt eine Temperaturänderung der Erde. Falls die Erde weniger Energie abstrahlt als sie empfängt, müßte sie sich erwärmen. Wenn man die zeitliche Temperaturänderung der Erde $\Delta T / \Delta t$ und ihre spezifische Wärme c kennen würde, so könnte man S_o berechnen: $S_o = m \cdot c \cdot \Delta T / \Delta t$ (mit m = Erdmasse $= 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg), und daraus

$$r = \frac{S_a}{S_e} = \frac{S_e - S_o}{S_e} = 1 - \frac{mc}{S_e} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t}.$$

Nun wissen wir aber über $\Delta T / \Delta t$ nur, daß es sehr klein ist. Wir können z. B. mit Sicherheit sagen, daß sich die Temperatur der Erde in den letzten 10 Millionen Jahren um weniger als 100 K geändert hat. Also ist $\left|\frac{\Delta T}{\Delta t}\right| < \frac{100\ \text{K}}{10^7\ \text{Jahre}}$. Für die spezifische Wärme der Erde schätzen wir auch eine obere Grenze: $c \leqslant 1$ J/(g · K). Damit können wir eine obere Grenze für den Ausdruck $\left|\frac{mc}{S_e} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t}\right|$ berechnen, d. h. den Term, der die Abweichung des Verhältnisses r von 1 angibt. Man findet $\left|\frac{mc}{S_e} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t}\right| < 0{,}01$. Also liegt r sicher zwischen 0,99 und 1,01, d. h.

$$r = 1{,}00 \pm 0{,}01.$$

Der Fehler von r ist also kleiner als 5 %, und wir können im Rahmen der geforderten Genauigkeit sagen, daß die Erde genausoviel Energie abstrahlt, wie sie aufnimmt. Es hätte sich nicht gelohnt, die spezifische Wärme der Erde besser abzuschätzen, die Gren-

PhuD 2, 1977 (114–121)

ze für die Erwärmung der Erde weiter hinauszuschieben oder für die Rechnung einen 10-stelligen Taschenrechner zu benutzen.

Diese Beispiele zeigen, daß Angaben mit sehr verschiedenen Fehlern ihren Zweck erfüllen können und daß auch durch dieses Kriterium Fehler von einigen % keineswegs ausgezeichnet sind. Damit sollte aber nicht gesagt werden, daß für den Naturwissenschaftler Fehler aller Größenordnungen wichtig sein können. Der im täglichen Leben wichtige Bereich in der Gegend von einigen % ist nur etwas erweitert worden. Es gibt in den Naturwissenschaften keinen Fall, in dem es vernünftig ist, eine Genauigkeit von 10^{-20} % zu fordern. Man könnte einwenden, daß Aussagen der Art „Die Ruhmasse des Photons ist gleich Null" oder „Schwere und träge Masse sind proportional zueinander" erst dann bestätigt werden können, wenn man sie mit unendlicher Genauigkeit überprüft. Wenn uns der liebe Gott aber verriete, daß zwischen schwerer und träger Masse eine Abweichung in der 100. Dezimale auftritt, so könnten wir damit auch nichts anfangen, keine unserer Theorien würde durch diese Auskunft beeinflußt. Die Aussage würde erst dann interessant, wenn andere Größen, die von dieser Aussage abhängen, mit derselben Genauigkeit bekannt wären.

4. Eine Unterrichtseinheit in einer 9. Klasse

Es wird nun über den Versuch berichtet, die in den vorigen Abschnitten diskutierten Probleme mit einer Schulklasse zu behandeln.

Man sollte unserer Meinung nach über Meßgenauigkeitsfragen sprechen, sobald die Schüler sehen, daß in den Naturwissenschaften messen und rechnen, also quantifizieren, wichtig ist. Wir haben diese Diskussion in einer 9. Klasse durchgeführt, nachdem der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung untersucht worden war.

Die in den vorangehenden Abschnitten diskutierten Fragen müssen den Schülern als gegenstandslos erscheinen, solange ihnen nicht klar ist, daß Messungen immer mit Fehlern behaftet sind und deshalb in der Physik die Gültigkeit von Formeln prinzipiell nur näherungsweise nachgewiesen werden kann. Diese Tatsache einzusehen bildete deshalb das erste Ziel der Unterrichtseinheit. Das zweite Ziel bestand darin zu lernen, wie man Meßgenauigkeiten beurteilen kann, und zwar nach den beiden in Abschnitt 3a und 3b untersuchten Kriterien.

Die Einheit umfaßt 3 Stunden Unterricht und 2 Stunden Praktikum.

4.1. Die erste Unterrichtsstunde

Um den Schülern das Problem auf möglichst drastische Art vor Augen zu führen, wurden in dieser Stunde „Fermi-Fragen" beantwortet. Die Schüler sollten dabei lernen, daß eine unsichere Aussage eine gute Aussage sein kann und daß man manchmal „genaue" Aussagen gar nicht braucht. Die Fragen wurden mit dem Schreibprojektor an die Wand projiziert. Die Schüler waren in kleine Gruppen eingeteilt. Jede Gruppe konnte sich Fragen zur Bearbeitung aussuchen. Einige der gestellten Fragen lauteten:

„Wieviel Klavierstimmer gibt es in München? "

„Würde das Otto-Hahn-Gymnasium schwimmen, wenn man es ins Wasser täte? "

„Wie groß ist die Federko
Die Ergebnisse wurden da
die Antworten „zufrieden
Bei manchen Fragen erleb
Klavierstimmer z. B. hatte
Familien auf ein Klavier k
eine Familie im Mittel hat
viere ein Stimmer täglich
im Branchenverzeichnis d
vierstimmer für ihre Heim
das Verhältnis der Einwoh
sein müßten.

4.2. Die 2. und 3. Unte

Es wurden die Möglichkei

A = X ± ΔX

A = X ± ΔX/X · 10

A = X mit der

Dann wurde untersucht,
kann. Für einen bestimmt
Stromstärke I und Spannu

U (V)

0,0
1,0
2,0
3,0

Tafel I

Kann man aus diesen Wer
auch sein, daß in der 2. S
Wir stellen uns vor, wir m

U (V)

0,00
1,00
2,00
3,00

Tafel II

Können wir nun sicher se
mer noch sein, daß in der
sehen, daß man, auch we

„Wie groß ist die Federkonstante der Tischplatte?"
Die Ergebnisse wurden dann diskutiert. Dabei wurde Wert darauf gelegt zu beurteilen, ob die Antworten „zufriedenstellend" waren.
Bei manchen Fragen erlebte der Lehrer Überraschungen. Bei der Frage nach der Zahl der Klavierstimmer z. B. hatte er sich vorgestellt, daß man zunächst abschätzen müsse, wieviel Familien auf ein Klavier kommen, wieviel Einwohner München hat, wieviel Mitglieder eine Familie im Mittel hat, wie oft ein Klavier im Mittel gestimmt wird und wieviel Klaviere ein Stimmer täglich stimmt. Eine Schülergruppe hatte eine bessere Idee: Man sieht im Branchenverzeichnis des Telefonbuches (in der Schultelefonzelle) nach, wieviel Klavierstimmer für ihre Heimatstadt Karlsruhe ausgewiesen sind und berechnet daraus über das Verhältnis der Einwohnerzahlen in Karlsruhe und München, wieviel es in München sein müßten.

4.2. Die 2. und 3. Unterrichtsstunde

Es wurden die Möglichkeiten besprochen, den Fehler eines Ergebnisses darzustellen:

$$A = X \pm \Delta X$$

$$A = X \pm \frac{\Delta X}{X} \cdot 100\,\%$$

$A = X$ mit der Vereinbarung, daß die letzte angegebene Ziffer noch sicher ist.

Dann wurde untersucht, wie man aus Messungen auf physikalische Gesetze schließen kann. Für einen bestimmten elektrischen „Verbraucher" sei der Zusammenhang zwischen Stromstärke I und Spannung U gemessen worden, wie er in der Wertetafel I dargestellt ist.

$\underline{U}$ (V)	$\underline{I}$ (A)
0,0	0,0
1,0	0,5
2,0	1,0
3,0	1,5

Tafel I

Kann man aus diesen Werten schließen, daß $I \sim U$ ist? Es sieht so aus, aber es könnte auch sein, daß in der 2. Stelle hinter dem Komma Abweichungen auftreten.
Wir stellen uns vor, wir messen genauer und finden die Werte der Tafel II:

$\underline{U}$ (V)	$\underline{I}$ (A)
0,00	0,00
1,00	0,51
2,00	1,02
3,00	1,53

Tafel II

Können wir nun sicher sein, daß das Ohmsche Gesetz, also $I \sim U$ gilt? Es könnte ja immer noch sein, daß in der 3. Stelle hinter dem Komma eine Abweichung auftritt. Wir sehen, daß man, auch wenn man sehr genau gemessen hat, immer noch unendlich viele

Dezimalen nicht kennt und daß man folglich die Gültigkeit einer Formel prinzipiell nur näherungsweise nachprüfen kann. Wenn man also aufgrund einer Messung, wie sie Tafel I oder II wiedergibt, sagt, es gelte das Ohmsche Gesetz, so meint man damit nur eine Aussage über die wirklich gemessenen Ziffern.

Wie genau soll man denn nun überhaupt messen? Wann wird man eine Messung als gut bezeichnen? Eine Messung mit vielen Stellen hinter dem Komma? Nicht unbedingt. Bei der Bearbeitung der Fragen in der 1. Stunde hatten wir gesehen, daß auch eine grobe Abschätzung gut sein kann, wenn man vorher gar nichts weiß (z. B. die Zahl der Klavierstimmer in München). Wir schließen also, daß eine Messung mindestens so genau sein soll, daß man nach der Messung mehr weiß als vorher. Als Maß für die Güte wird der Quotient $\frac{\Delta X'}{\Delta X}$ benutzt (der Logarithmus ist den Schülern noch nicht bekannt). Im Praktikum (siehe Abschnitt 4.3.) wird der Umgang mit diesem Kriterium geübt.

Soll man nun eine Messung immer so genau wie möglich durchführen, d. h. $\frac{\Delta X'}{\Delta X}$ so groß wie möglich? Dann dürften wir allerdings mit dem Ergebnis nie zufrieden sein. Die Fragen in der ersten Stunde haben aber gezeigt, daß auch „ungenaue" Berechnungen das gewünschte Ergebnis liefern können (z. B. daß das Otto-Hahn-Gymnasium schwimmt). Eine Messung oder Rechnung braucht also nur so genau zu sein, daß man eine vorher gestellte Frage damit beantworten kann. Eine genauere Messung stellt nur einen unnötigen Aufwand dar. Ein Beispiel, das gut illustriert, daß zu genaues Messen Zeitverschwendung sein kann, hängt wieder mit dem Ohmschen Gesetz zusammen: Wie genau soll man messen, um die Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes für einen Konstantandraht zu bestätigen? So genau wie möglich. Wie genau soll man messen, um zu zeigen, daß eine Diode das Ohmsche Gesetz nicht befolgt? Es genügen Messungen mit einem Fehler von 50 %.

Während die Schüler das erste Kriterium der Beurteilung ohne Schwierigkeiten verstanden, ergaben sich bei dem zweiten Probleme und zwar dann, wenn es sich um Größen handelte, deren Werte ganze Zahlen sind, also solche, bei denen es nicht die prinzipielle Unsicherheit der unendlich vielen Stellen hinter dem Komma gab. Das Problem wurde deutlich bei der Diskussion der Angabe von Bevölkerungszahlen. „Was antwortet man, wenn uns ein Franzose fragt, wieviel Einwohner die BRD hat?" „61 Millionen." „Ist damit seine Frage befriedigend beantwortet?" „Ja, das ist sie schon, aber die genaue Zahl ist doch . ." Gerade dieses Beispiel hat aber auch besonders deutlich gemacht, daß es sinnlos sein kann, einen genaueren Wert anzugeben, selbst wenn man ihn ganz genau, d. h. ohne Fehler kennt. Einige Wochen später wurde in einem Test folgende Aufgabe gestellt:

An 3 Verbrauchern wurden die nebenstehenden 3 Wertetafeln gemessen. Um was für Verbraucher könnte es sich handeln? Gilt für einen oder mehrere von ihnen das Ohmsche Gesetz? Der Fehler der Messungen ist 5 %.

U (V)	I (A)	U (V)	I (A)	U (V)	I (A)
0	0	0	0	0	0
1,0	0,5	1,00	0,51	100	0
2,0	1,2	2,00	1,00	200	0
–1,0	0	3,00	1,52	–100	0
–2,0	0	–2,00	–0,98	–200	0

Sie wurde von 4/5 der Schüler richtig beantwortet.

4.3. Das Praktikum

In einem Praktikum wur
ihnen mehrere Male mit
sich dabei noch einmal ü
den und außerdem sehe
Messung ist.
Die gemessenen Größen
– die Spannung einer T
– die Länge eines klein
– die Masse eines klein
Jede der 3 Größen wurd
gemessen. Der Fehler w
verwendet:

Für die Spannung: 1) ei
Digitalvoltmeter, 3) ein
Für die Länge: 1) ein M
eine Mikrometerschraub
Für die Masse: 1) eine K
lysenwaage.
Nach jeder Messung wu
und der gerade gemacht
einer Messung mit einen
einem sehr genauen.

Schlußbetrachtungen

Die am Anfang von Abs
15-jährigen Schülern, er
folgte aus ihrem Verhal
dem Test.
Auf keinen Fall sollte m
den man, wenn man ihr
darstellen, das man spä

(Anschrift des Verfassers:
Karlsruhe, Kaiserstraße 12,

Eingangsdatum: 16.7.1976

Literatur
[1] L. Brillouin, Scientifi

4.3. Das Praktikum

In einem Praktikum wurden mehrere physikalische Größen gemessen, und zwar jede von ihnen mehrere Male mit Meßinstrumenten verschiedener Genauigkeit. Die Schüler sollten sich dabei noch einmal über die prinzipielle Begrenztheit von Meßgenauigkeiten klar werden und außerdem sehen, daß der Quotient $\frac{\Delta X'}{\Delta X}$ ein vernünftiges Maß für die Güte einer Messung ist.

Die gemessenen Größen waren:
- die Spannung einer Taschenlampenbatterie (von der man nicht wußte, ob sie leer war)
- die Länge eines kleinen Gegenstandes
- die Masse eines kleinen Gegenstandes

Jede der 3 Größen wurde zuerst geschätzt und dann mit verschiedenen Meßinstrumenten gemessen. Der Fehler wurde auch jedes Mal geschätzt. Folgende Meßinstrumente wurden verwendet:

Für die Spannung: 1) ein gewöhnliches Vielfachmeßinstrument, 2) ein 3-stelliges Digitalvoltmeter, 3) ein 7-stelliges Digitalvoltmeter.
Für die Länge: 1) ein Maßstab mit cm-Einteilung, 2) ein Lineal, 3) eine Schiebelehre, 4) eine Mikrometerschraube.
Für die Masse: 1) eine Küchenwaage, 2) eine Apothekerwaage, 3) eine automatische Analysenwaage.
Nach jeder Messung wurde der Quotient aus dem Fehler der besten vorherigen Messung und der gerade gemachten Messung gebildet. Auf diese Art sah man deutlich, daß die Güte einer Messung mit einem ungenauen Meßinstrument genau so groß sein kann wie die mit einem sehr genauen.

Schlußbetrachtungen

Die am Anfang von Abschnitt 4 angeführten Ziele scheinen in einer 9. Klasse, also mit 15-jährigen Schülern, erreichbar zu sein. Daß die Schüler verstanden, worum es ging, folgte aus ihrem Verhalten im Unterricht, aus den Ergebnissen des Praktikums und aus dem Test.
Auf keinen Fall sollte man aber dieses Thema als einen Teil des Physikkanons betrachten, den man, wenn man ihn behandelt hat, abhaken kann. Es sollte vielmehr ein Werkzeug darstellen, das man später immer wieder verwendet und verfeinert.

(Anschrift des Verfassers: Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Institut für Didaktik der Physik, Universität Karlsruhe, Kaiserstraße 12, 75 Karlsruhe 1)

Eingangsdatum: 16.7.1976

Literatur

[1] L. Brillouin, Scientific Uncertainty and Information, Academic Press (1964), S. 16.