



Der Karlsruher Physikkurs

für die Sekundarstufe II

Mechanik
Unterrichtshilfen

Der Karlsruher Physikkurs

*Ein Lehrbuch für den Unterricht in der Sekundarstufe II
Unterrichtshilfen*

- Elektrodynamik
- Thermodynamik
- Schwingungen, Wellen, Daten
- Mechanik**
- Atomphysik, Kernphysik, Teilchenphysik

Herrmann

Der Karlsruher Physikkurs

Auflage 2016

Bearbeitet von Prof. Dr. *Friedrich Herrmann* und StD *Michael Pohlig*

Abbildungen: *F. Herrmann*



Lizenziert unter *Creative Commons*

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/>

A

Allgemeine Bemerkungen

1. KPK-typische Besonderheiten

Die Besonderheiten des vorliegenden Mechanikbandes sind im Wesentlichen dieselben wie die der anderen KPK-Bände. Sie lassen sich so zusammenfassen:

- Die mengenartigen Größen stehen im Mittelpunkt des Kurses; im Fall der Mechanik der Impuls, der Drehimpuls und die Energie.
- Es werden Übereinstimmungen in der Struktur von Mechanik, Elektrizitätslehre und Wärmelehre betont.
- Die Reibung wird nicht als etwas der Mechanik fremdes behandelt.
- Bei der Behandlung der speziellen Relativitätstheorie stellen wir nicht die Invarianz der Grenzgeschwindigkeit c als neues Axiom voran, sondern die Gleichheit von Masse und Energie.

Viele Bemerkungen zu den Besonderheiten unseres Zugangs zur Mechanik finden sich schon im Lehrerband zum Mittelstufen-KPK. Sie werden hier nicht wiederholt.

2. Impulsströme

Die Idee, die Größe F als Impulsstrom zu interpretieren ist alt, und im Gegensatz zu vielen anderen Einsichten, deren Ursprung sich im historischen Dunkel verliert, kann man hier den Autor eindeutig nennen. Es war Max Planck [1], der in einer im Jahr 1908 veröffentlichten Arbeit diese Deutung mechanischer Vorgänge vorschlug. Man findet die Idee seither in vielen Büchern, besonders der Mechanik der Kontinua. Leider wird sie nie an den Anfang der Mechanik gestellt. Die Gewöhnung an die Mechanik mit Kräften macht uns glauben, die „Kraftmechanik“ sei leichter zu verstehen als die Impulsstrommechanik. Die Unterrichtserfahrung hat gezeigt, dass es umgekehrt ist. Impulsströme sind nicht schwieriger als Kräfte, sondern leichter.

Die Beschreibung mit Kräften, die ja nicht dem Medium zwischen den Körpern, sondern den Körpern selbst zugeordnet werden, ist eine raffinierte Konstruktion, die Newton gewissermaßen unter erschwerenden Umständen gelang und wofür wir ihn bewundern können. Er hat es geschafft, eine konsistente Mechanik zu konstruieren, obwohl eine wichtige Zutat zur Theorie zu seiner Zeit noch nicht zur Verfügung stand: der Feldbegriff.

Dass in seiner Mechanik noch etwas fehlt, äußert er nicht in seinen Principia – hier war wegen des axiomatischen Aufbaus kein Platz für solche Urteile –, sondern in einem Brief aus dem Jahr 1693 an den Gelehrten und Theologen Richard Bentley:

Dass die Schwere über eine Entfernung durch ein Vakuum ohne die Vermittlung von irgendetwas anderem wirken sollte, ist für mich eine solche Absurdität, dass ich glaube, dass niemand, der in philosophischen Dingen eine hinreichende Denkfähigkeit hat, darauf hereinfallen könnte.

3. Schulphysik und populärwissenschaftliche Physik

Populärwissenschaftliche Bücher sind unterhaltsam und spannend und haben schöne Bilder. Schulbücher versuchen auch unterhaltsam und spannend zu sein, und die Bilder in Schulbüchern werden auch immer schöner. Trotzdem hinken sie den populärwissenschaftlichen Veröffentlichungen nach. Die Schulbücher haben als Konkurrenten nicht nur die populärwissenschaftliche Literatur, sondern auch das Fernsehen und viele Angebote im Internet. Woran liegt es, dass die Konkurrenz attraktiver ist? Schreiben die guten Autoren nur Populärwissenschaftliches, und werden die Schulbücher nur von humorlosen Pedanten geschrieben? Oder liegt es gar daran, dass nicht genug Geld für das Schreiben und die Herstellung der Schulbücher da ist? Wie kann denn ein Schulbuchautor mit dem Massenmedium Fernsehen konkurrieren?

Das Geld ist nicht das Entscheidende und die Schulbuchautoren sind auch nicht die schlechteren Autoren. Das zu lösende Problem ist einfach nicht dasselbe. Es gibt etwas, das man als „Schulphysik“ bezeichnen kann. (Das wird von manchen Leuten bestritten. Sie sagen: Es gibt nur eine Physik.)

Wir wollen die Charakteristika der Schulphysik denen der vulgarisierten Physik gegenüberstellen.

1. Die Schulphysik muss das Alltägliche beschreiben. Sie meidet das allzu Spektakuläre, damit nicht der Eindruck entsteht, nur dafür sei die Physik zuständig. Das heißt: nicht zu viel Spielerei, nicht zu viele Paradoxa, nicht zu viel Nervenkitzel. Das ist eine große Einschränkung, denn gerade das sind die Themen und Methoden, mit denen man motivieren kann. Wenn aber der spektakuläre Effekt zu

sehr im Vordergrund steht, besteht die Gefahr, dass nur noch das Spektakel in Erinnerung bleibt, nicht aber die Bedeutung und nicht die Erklärung des Effekts.

Die vulgarisierte Physik dagegen kann sich die Rosinen aus dem Kuchen herauspicken.

2. Die Darstellung der Physik in der Schule ist so, dass der Lernende die logische Kontrolle behält. Die Ansprüche an die Stimmigkeit sind sehr hoch. Das ist mit Mühe verbunden, zeigt aber, dass man sich nicht mit Argumenten zufrieden gibt, wie sie in Paradoxa oder Pseudowissenschaft als ausreichend akzeptiert werden. Es ist eines der wichtigsten Metaziele, diesen Anspruch der Wissenschaft zu vermitteln.

Populärwissenschaftliche Darstellungen – wir sprechen hier nur von solchen, die korrekte wissenschaftliche Aussagen machen – brauchen sich diesen strengen Kriterien nicht zu unterwerfen. Sie verlassen sich darauf, dass man ihren Aussagen vertraut, sind damit aber für den Laien von parawissenschaftlichen Texten manchmal nicht zu unterscheiden.

Die Schulphysik hat damit etwas asketisches. Wir Schulphysiker sollten den Vulgarisierern nicht nachrennen. Dieses Rennen verlieren wir so oder so. Die Schulphysik ist nicht so attraktiv, aber dafür tiefer. Wir müssen unsere Schülerinnen und Schüler davon überzeugen, dass sie von uns etwas Wertvolles bekommen, und sie auf diese Art motivieren.

4. Zum Experimentieren

4.1 Die spektakulären Experimente

Was im vorigen Abschnitt zu den physikalischen Texten gesagt wurde, gilt im übertragenen Sinn auch für das Experimentieren. Spektakuläre Experimente sind unterhaltsam und prägen sich ein. Leider prägt sich aber oft nur der spektakuläre Effekt ein, aber nicht das, was dabei gelernt werden sollte. Ein Experiment soll nicht nur deshalb gemacht werden, weil es spektakulär ist – außer vielleicht in der letzten Stunde vor den Ferien.

Das spektakuläre Experiment, an dem man nicht viel lernt, überlassen wir dem Fernsehen, das sein Publikum bei Laune halten

muss, und den Science-Zentren, die auf hohe Besucherzahlen angewiesen sind.

Schulexperimente orientieren sich am Stoff, der vermittelt werden soll, nicht umgekehrt. Das heißt auf keinen Fall, dass sie langweilig sind. Experimente sollen groß und authentisch sein. Das Wesentliche ist gut zu sehen, das Unwesentliche steht im Hintergrund. Wir zeigen auch selbstverständliches. Wir machen auch Versuche, deren Ausgang von vornherein bekannt ist, besonders in der Mechanik, damit der Gegenstand der Betrachtung und der Überlegung vor uns steht.

Wir benutzen die Luftkissenbahn, zeigen aber auch, dass sich große, realistische Fahrzeuge im Wesentlichen genauso verhalten. Wir benutzen den Computer zur Datenaufnahme. Wir zeigen aber auch an einfachen Beispielen, dass unsere Sensoren und der Computer genau das messen, was wir erwarten. So erzeugen wir Vertrauen in das technisch raffinierte Material und vermeiden den Eindruck, dass die Physik Aussagen über eine andere Welt macht.

4.2 Das Messexperiment

Das Messen gehört zu den Tätigkeiten des praktisch arbeitenden Naturwissenschaftlers. Die Schüler sollen lernen, dass man in der Naturwissenschaft eine Theorie nur dann als brauchbar akzeptiert, wenn sie experimentell bestätigt werden kann. So werden wir auch im Unterricht messen und Theorien prüfen. Das Verfahren braucht hier nicht erläutert zu werden, denn jeder Physiklehrer kennt es. Wir möchten aber zur Mäßigung raten. Die Schüler sollten nach und nach die Arbeitsweise der Naturwissenschaft so gut kennen gelernt haben, dass sie nicht für jede Aussage erneut den experimentellen Beweis brauchen.

Diese Bemerkung ist angebracht, denn die Lehrtradition, die an den Universitäten gepflegt wird, hat dazu geführt, dass man als Lehrer dazu neigt zu glauben, man dürfe im Physikunterricht nichts sagen, was nicht durch ein Experiment belegt wird.

Aber was ist dagegen einzuwenden, so viele theoretische Aussagen wie nur möglich, experimentell zu bestätigen? Es ist einzuwenden, dass das Messen oft auf technischen Tricks beruht, die kaum einen Bildungswert haben. Und es ist vor allem einzuwenden, dass das quantitative Experimentieren viel Zeit kostet. Das viele Messen und

Rechnen geht auf Kosten des Vorstellens der Phänomene. Und auf Kosten des begrifflichen Klärens.

4.3 Die Messgenauigkeit

Wenn man misst, bemüht man sich darum, dass die Messung möglichst genau ist. Als Schulphysiker hat man eine gewisse Vorstellung davon, welche Messungen man als genau, welche als ungenau und welche Beobachtungen man als qualitativ einstuft und entsprechend bewertet. Etwa so:

Messgenauigkeit

1%	genaue Messung
5 %	Messung in Ordnung
20%	Messung ungenau
50%	qualitative Beobachtung

Die genaue Messung ist, so sagen wir aus Gewohnheit, die beste. Betrachten wir aber einmal Messgenauigkeiten in der physikalischen Forschung. Man kann die Masse des Elektrons recht leicht mit einer Genauigkeit von etwa 10^{-3} messen. Von der Neutrinomasse dagegen kennt man nur eine Obergrenze und die Genauigkeit der bisher gemachten Messungen beträgt vielleicht einige hundert Prozent. Trotzdem wird man nicht sagen, dass das Neutrinomassen-Experiment das schlechtere Experiment ist. Im Gegenteil: es ist schwieriger und raffinierter als das, mit dem man die Elektronenmasse bestimmt hat.

Ob eine Messung gut oder schlecht ist, ist also der Messgenauigkeit allein nicht anzusehen. Was zählt, ist vielmehr, wie viel man nach der Messung mehr weiß als vorher. Die Qualität der Messung hängt also, außer vom gemessenen Wert auch immer noch davon ab, was man vor der Messung über den Wert wusste. Ein geeignetes Maß für die Beurteilung einer Messung ist die mit der Messung gewonnene Datenmenge H oder Bitzahl. Man berechnet sie so:

$$H = \log \frac{\Delta x_v}{\Delta x_n} \text{ bit.}$$

Hier ist Δx_v die Unsicherheit vor der Messung und Δx_n die danach. Wenn die Unsicherheit vor der Messung 10% Prozent war und danach nur noch 1% ist, so hat man etwa 3 bit gewonnen. Falls man einen Wert, den man mit einer Genauigkeit von 1% kennt, wieder mit 1% Genauigkeit misst, so ist der Gewinn 0 bit.

Nun ist die Situation in der Schule im Allgemeinen eine andere als in der Forschung. Man möchte zum Beispiel den Ortsfaktor messen. Wenn man sich auf den Standpunkt stellt, man möchte möglichst nah an den Literaturwert herankommen, so ist man in einer unbequemen Situation, denn die Messung im Unterricht wird sicher ungenauer sein. Unser Gütekriterium liefert einen negativen Wert. Deshalb ist das Ergebnis auch etwas frustrierend.

Man kann das Problem aber auch anders sehen. Man sagt zu den Schülerinnen und Schülern: Stellt euch vor, wir sind die Forscher, die die Messung zum ersten Mal machen. Wir kennen den Wert noch nicht, oder besser: Wir wissen noch sehr wenig über ihn. Man lässt die Schüler eine Schätzung machen. Sie sträuben sich natürlich zunächst dagegen. Sie sagen: Ich weiß es nicht. Man schlägt ein paar Werte vor, von denen jeder sofort sieht, dass sie nicht in Frage kommen, und schränkt so das geschätzte Intervall ein. Nehmen wir an es liege zwischen 1 und 100 m/s². Erst jetzt wird die Messung gemacht. Selbst wenn die Messung eine Unsicherheit von 10% hat, ist es jetzt eine sehr gute Messung.

B

Bemerkungen zu den einzelnen Abschnitten

1. Werkzeuge

Worauf sich der Wert einer Größe bezieht

Der Abschnitt hat mehrere Funktionen. Erstens bietet das Thema die Möglichkeit, Verknüpfungen zwischen verschiedenen Bereichen der Physik herzustellen. Es zeigt die einfachste Form einer Analogie. Druck, Temperatur, elektrische Feldstärke... sind analog zueinander, weil sich die Werte all dieser Größen auf einen Punkt beziehen, usw..

Zweitens lehrt uns die Frage danach, auf was für ein geometrisches Gebilde sich der Wert einer Größe bezieht, viel über die Größe selbst. Man könnte denken, dass die entsprechenden Aussagen – die Temperatur bezieht sich auf einen Punkt, die elektrische Ladung auf einen Raumbereich – so selbstverständlich sind wie etwa der Artikel vor dem Größennamen, d.h. jeder weiß es sowieso, von Anfang an. Man täusche sich nicht. Man frage einen Physikstudenten, worauf sich eine Kraft, eine Masse, der Impuls, eine elektrische Spannung bezieht, und man wird eine Überraschung erleben. Die Studenten werden im Studium so auf Massenpunkte gedrillt, dass sie sich gar keine kontinuierlich verteilten Massen mehr vorstellen können. Die ganze Welt scheint nur noch aus punktförmigen Objekten zu bestehen. Und lernen sie nicht, dass zu einer Kraft ein Angriffspunkt und eine Wirkungslinie gehört? Hinzu kommt noch, dass irgendwann im Studium von Volumenkräften die Rede ist. Da erscheint es durchaus nicht als Selbstverständlichkeit, wenn sie (etwa von den Ingenieuren) erfahren, dass sich Kräfte auf Flächen und Massen auf Raumbereiche beziehen.

Linienbezogene Größen

Wir unterscheiden zwischen Größen, die sich auf einen Punkt, eine Fläche und einen Raumbereich beziehen, also auf ein null-, ein zwei- und ein dreidimensionales Gebilde. Es fällt auf, dass das eindimensionale Gebilde, die Linie, fehlt. Selbstverständlich gibt es auch Größen, deren Wert sich auf eine Linie bezieht. Es sind diejenigen Größen, die man als ein Linienintegral schreiben kann, z.B. die elektrische Spannung. Es würde aber im Schulunterricht gekünstelt wirken, wenn man die Spannung so einstufen würde. Da uns die Spannung in den meisten Fällen in einem Potenzialfeld begegnet, ist der Integrationsweg, und damit auch der Verlauf der Linie beliebig, und es reicht, von der Linie nur die Endpunkte zu be-

nennen. Die Spannung ist dann eben einfach eine Potenzialdifferenz. Wir ordnen sie also zwei Punkten zu. Entsprechendes gilt für eine Temperaturdifferenz oder eine Druckdifferenz.

Genau genommen sind wir bei den flächenbezogenen Größen in einer ähnlichen Lage. So kommt es bei der Strömung einer Größe, die einem Erhaltungssatz genügt, nur auf die Angabe des Randes der Fläche an, damit der Wert der Stromstärke eindeutig bestimmt ist. Diese Darstellung wäre aber insofern ungeschickt, als wir später die Stromdichte einführen, und diese wird für alle Punkte der durchströmten Fläche angegeben.

Funktionen mit mehreren unabhängigen Veränderlichen

Sie sind ein wichtiges Werkzeug, denn sie begegnen uns in allen Bereichen der Physik: als räumliche Verteilungen von Druck, Geschwindigkeit, Massen-, und Energiedichte, Temperatur, elektrischem Potenzial, elektrischer und magnetischer Feldstärke. Im Mathematikunterricht kommen solche Funktionen nur versteckt vor, nämlich als Funktionen mit einem Parameter. Der Grund dafür, dass sich der Mathematikunterricht so wenig mit dem Thema beschäftigt mag sein, dass Funktionen mehrerer unabhängiger Veränderlicher für den Unterricht nicht ergiebig genug sind, denn die zugehörige Differenzialrechnung – die Vektoranalysis – kann in der Schule noch nicht behandelt werden. So haben wir die Verteilungen in Raum und Zeit auf einem sehr niedrigen Niveau in den Physikunterricht aufgenommen, damit sie später zur Beschreibung von Strömungen und Feldern zur Verfügung stehen.

2. Impuls und Impulsströme

Stoßexperimente

Stoßexperimente haben Vorteile und Tücken. Die Vorteile: Der eigentliche Stoßvorgang, also der Teil des Experiments, bei dem der Impuls vom einen zum anderen Körper übergeht, geht so schnell, dass man das Gefühl bekommt, es komme gar nicht darauf an, wie er im Einzelnen abläuft. Es entsteht der Eindruck, der Ausgang des Experiments sei allein durch das Bilanzieren von Impuls und Energie vorauszusagen. Bei dem Experiment, das wir als repräsentativ vorführen, nämlich dem elastischen Stoß zwischen zwei Körpern, die nur eine lineare Bewegung machen können, trifft das auch zu.

Dass das Verfahren hier geht, hat eine einfache Erklärung: das System hat nur zwei Freiheitsgrade, und wir haben zur Lösung des Problems zwei Gleichungen, nämlich die Energie- und die Impulsbilanzgleichung. Dabei haben wir aber einen seltenen Sonderfall vor uns. Das Verfahren funktioniert nicht mehr:

- wenn der Stoß nicht elastisch ist;
- wenn mehr als zwei Körper beteiligt sind, etwa beim Kugelstoßpendel;
- wenn die Bewegung nicht mehr auf einer geradlinigen Bahn stattfindet.

Um in diesen Fällen den Ausgang des Experiments vorauszusagen, müssen noch andere Eigenschaften der stoßenden Körper berücksichtigt werden; beim Kugelstoßpendel etwa die Tatsache, dass durch die Kette eine Stoßwelle nahezu dispersionsfrei hindurchläuft.

Der Vorteil der Stoßexperimente ist somit gleichzeitig die Tücke. Es entsteht der Eindruck: Die Energie ist erst hier, dann dort, und der Impuls ist erst hier, dann dort. Die Frage nach dem Zwischendrin stellt sich nicht. Die Experimente passen damit gut in die Fernwirkungstradition. Die impuls- und energieleitende Verbindung zwischen den Körpern wird ausgeklammert. Diese Art der Betrachtung steht einer lokalen, kontinuierlichen Beschreibung der Natur entgegen, oder fördert sie wenigstens nicht.

Zur Impulsleitfähigkeit

Der Satz „Luft leitet den Impuls nicht“ gilt nur mit Einschränkungen. Der gesamte Impulsfluss begegnet uns in der Navier-Stokes-Gleichung, die Ausdruck der Impulsbilanz und damit eine Verallgemeinerung des zweiten Newtonschen Gesetzes ist. Man sieht dieser Gleichung an, dass es mehrere Beiträge zum Impulsstrom gibt.

Einer der Terme stellt das dar, was wir gewöhnlich als Reibung bezeichnen. Der zweite Beitrag wird oft als konvektiver Impulsstrom bezeichnet. Er beschreibt den Teil eines Impulstransports, der darauf beruht, dass sich das strömende Medium (mitsamt seinem Impuls) bewegt, und der dritte Term stellt den Impulsstrom dar, der fließt, weil das Medium unter Druck steht. Dieser Term ist unabhängig vom Materietransport, und er hat auch nichts mit Reibung zu tun.

Jeder dieser Beiträge hat ein elektrisches Analogon. Der erste, dissipative, entspricht der elektrischen Leitung durch einen nicht widerstandslosen Draht, also der normalen elektrischen Leitung. Der zweite, d.h. der konvektive, entspricht dem Ladungstransport in einem Strahl geladener Teilchen und der dritte entspricht dem elektrischen Suprastrom.

Wenn wir von der elektrischen Leitfähigkeit sprechen, beziehen wir uns gewöhnlich nur auf den ersten und den letzten: ein Draht hat einen bestimmten Widerstand, und ein Supraleiter hat den Widerstand null. Es hat nicht viel Sinn, die Leitfähigkeit des Vakuums für einen Elektronenstrahl anzugeben.

In demselben Sinn sind die Aussagen zu verstehen, die im Schülertext zu den Impulsleitern gemacht werden. Wenn gesagt wird, Luft sei ein schlechter Impulsleiter, so bezieht sich diese Aussage zunächst nur auf den dissipativen Anteil. Später, in Abschnitt 2.12, wird dann auch der „supraleitende“ Anteil angesprochen.

Mechanische Spannung und Verformung

Die Mechanik ist verwickelt, weil die Grundgrößen Impuls und Impulsstrom (Kraft) Vektoren sind. Alle Gleichungen verknüpfen daher Vektoren, und auch im einfachen Fall eines linearen Zusammenhangs zwischen zwei Vektorgrößen, ist der „Proportionalitätsfaktor“ ein Tensor. Ein wichtiges Beispiel hierfür ist der Zusammenhang zwischen Kraft und Verschiebung.

In Übereinstimmung mit einer langen Lehrtradition wird diese Schwierigkeit so umgangen, dass man nur solche Situationen betrachtet, in denen nur eine der sechs unabhängigen Komponenten des Tensors von null verschieden ist. So bleibt bei der traditionellen Formulierung des Hookeschen Gesetzes nur der Zusammenhang

$$F = -D \cdot x .$$

Die Federkonstante ist das Überbleibsel eines Tensors. Eine Folge davon ist, dass man nur solche Kräfte behandeln kann, bei denen der Kraftvektor parallel zu dem Stab liegt, der die Kraft vermittelt (in dem der Impulsstrom fließt). Das ist eine willkürliche und einschränkende Bedingung. Bei den meisten Kräften, die uns im Alltag begegnen, ist sie nicht erfüllt. Man betrachte einen großen Baum. Hier werden riesige Kräfte ausgeübt, und man kann mit den Mitteln der Schulphysik keine einzige davon beschreiben.

Wenn man solche Situationen mit Impulsströmen beschreibt, so verschwinden die mathematischen Schwierigkeiten nicht, denn die Mathematik bleibt dieselbe wie beim Kraftmodell. Trotzdem bringt die Impulsstrombeschreibung eine erhebliche Vereinfachung: Sie erlaubt es, den Spannungszustand mit Stromlinienbildern zu erfassen, und diese lassen sich zeichnen ohne den Tensorkalkül zu bemühen, da die Erhaltung der strömenden Größe automatisch in den Bildern berücksichtigt ist, so wie ein Wasserstromlinienbild automatisch die Erhaltung der Wassermenge zum Ausdruck bringt.

Biegespannung

Die Biegespannung ist eigentlich ein überflüssiges Konzept, denn lokal ist jede Spannung eine Druck- und/oder Zugspannung. Die Aussage, ein Stab stehe unter Biegespannung bedeutet nur, dass Druck und Zug auf eine bestimmte Art räumlich verteilt sind.

Impulsstromkreise

Eine Impulsstromschleife hat immer eine andere zur Folge. Das wird vom Drehimpulserhaltungssatz gefordert. Wir sprechen diese Komplikation im Unterricht nicht an, denn irgendwo muss man aufhören. Die übliche Darstellung mit Kräften hat natürlich dasselbe Problem. Hier hört man allerdings, was die Schulphysik betrifft, noch früher auf: Man betrachtet nur Seile und Stäbe, in denen die Kraft parallel liegt zur Richtung des Seiles bzw. des Stabes, und meist ohne zu sagen, dass man sich auf einen Spezialfall beschränkt.

Die drei Hauptspannungen

Die skalare Größe „Druck“ entsteht unter besonderen Bedingungen aus der tensoriellen Größe „mechanische Spannung“. Die mechanische Spannung ist ein Tensor zweiter Stufe. In reibungsfreien Flüssigkeiten und Gasen sind die Diagonalelemente der Tensormatrix untereinander gleich, alle anderen Tensorkomponenten sind Null. Der Tensor kann dann durch eine einzige Zahl beschrieben werden, nämlich den Wert der Diagonalelemente. Dies ist die Größe, die wir Druck nennen.

Es ist nicht schwer, sich vom mechanischen Spannungstensor eine Anschauung zu bilden. Ein kleines Materieelement im Innern eines Körpers kann in drei zueinander senkrechten Richtungen unter drei voneinander unabhängigen Zug- oder Druckspannungen stehen.

Um den Spannungszustand am Ort des Materieelements zu beschreiben, muss man daher sechs Zahlenangaben machen:

- drei Angaben, um die ausgezeichneten Richtungen zu charakterisieren (um die Richtung eines rechtwinkligen Dreiecks festzulegen, braucht man drei Zahlen) ;
- die drei Spannungswerte, die zu den ausgezeichneten Richtungen gehören.

Die drei ausgezeichneten Richtungen nennt man die Hauptrichtungen.

Im Spezialfall der Flüssigkeiten und Gase sind die drei Spannungswerte untereinander gleich. Man braucht dann auch keine Richtungen mehr anzugeben; alle Richtungen sind äquivalent.

Ein anderer Spezialfall ist der, dass die Spannung nur in einer einzigen Richtung von Null verschieden ist. Dieser Fall liegt in den meisten Anwendungen der Mechanik vor, die man im Mechanikunterricht vor der Hydromechanik behandelt: Wenn eine Kraft mit einem Seil übertragen wird, oder auch mit einer Stange, sofern der Kraftvektor parallel zur Stange liegt. Zur Beschreibung eines solchen Spannungszustandes genügt es, eine einzige Richtung und einen einzigen Druck- oder Zugwert anzugeben.

In den meisten realistischen Situationen hat der Spannungstensor seine allgemeinste Form: Man braucht zu seiner Beschreibung drei Zahlen für die Hauptrichtungen und drei Zahlen für die entsprechenden Spannungen. Der Spannungszustand des Holzes einer belasteten Tischplatte ist ein Beispiel.

Die „Allseitigkeit“ des Drucks in Flüssigkeiten und Gasen

Es ist eines der Ziele des Unterrichts, zu zeigen, dass der Druck in reibungsfreien Flüssigkeiten und Gasen „allseitig“ ist. Wenn die Schüler begreifen sollen, dass es sich hier um eine Besonderheit handelt, wenn sie die Aussage überhaupt verstehen sollen, müssen sie zunächst den Normalfall kennenlernen. Sie müssen erkennen, dass der Druck im Allgemeinen nicht „allseitig“ ist. Und das heißt, sie müssen einsehen, dass ein Gegenstand in verschiedenen Richtungen unter verschiedenen Drücken stehen kann.

Dass man einen festen Körper in verschiedenen Richtungen verschiedenen Drücken aussetzen kann, ist leicht einzusehen. Dass es genau drei voneinander unabhängige Richtungen gibt, ist dagegen

recht schwer zu verstehen. Und mit den uns im Unterricht zur Verfügung stehenden Werkzeugen auch schwer zu zeigen. Deshalb wird die Tatsache einfach vom Lehrer erzählt.

3. Drehimpuls und Drehimpulsströme

Der Drehimpuls wird im KPK ausführlicher behandelt als es sonst üblich ist. Der Grund: nur selten erreicht man im Unterricht mit so wenig Aufwand so viele und vor allem so wichtige Ergebnisse. Die quantitativen Zusammenhänge fallen einem fast in den Schoß. Und was die technischen Anwendungen betrifft, so ist die Rotationsmechanik gewiss nicht weniger wichtig als die Mechanik der Translationsbewegungen.

4. Das Gravitationsfeld

Die Gravitationsfeldstärke

Wir führen die Größe Gravitationsfeldstärke ein und meinen damit die „gravitostatische“ Feldstärke, die von der Erdmasse herrührt, ohne den Beitrag zum Ortsfaktor, der von der Rotation der Erde herkommt und der nur im rotierenden Bezugssystem auftritt. Dieser letztere macht höchstens 0,5 % des Wertes von g aus. Er wird von uns insofern vernachlässigt, als wir sagen, dass für den freien Fall nur die Gravitationsfeldstärke verantwortlich ist. Wir geben für den Ortsfaktor auch nur den Wert 9,8 N/kg an, also mit nur einer Stelle hinter dem Komma, und wir sprechen die Unterschiede im Betrag von g für verschiedene Orte auf der Erdoberfläche nicht an.

5. Impuls und Energie

Reibung: An welcher Stelle im Unterricht?

Die Reibung wird zum ersten Mal angesprochen als ein Phänomen, bei dem Impuls von einem zu einem anderen Körper fließt. Ihre ausführliche Behandlung haben wir aber verlegt in das Kapitel über die Energie. Denn nur hier können wir das erklären, was wir als das Wesentliche eines Reibungsvorgangs betrachten: die Entropieerzeugung. Das bedeutet auch, dass wir die so genannte Haftreibung nicht in dieselbe Kategorie von Vorgängen einordnen wie die gewöhnliche Reibung.

In der Thermodynamik spielt das Begriffspaar Zustand – Prozess eine wichtige Rolle. Die normale Reibung (mit Entropieerzeugung) würde man in diesem Sinn als Prozess bezeichnen, die Haftreibung dagegen als Zustand.

Modellbildungssysteme

Das Thema Reibung eignet sich gut zum Einsatz von Modellbildungssystemen (wie STELLA, Powersim, Dynasys, Berkeley Madonna oder Coach), oder auch zur Behandlung mit einem Rechenblatt (wie Excel oder Numbers). Den Zusammenhang zwischen Reibungsimpulsstrom und Geschwindigkeitsdifferenz ist im Allgemeinen bekannt. Mithilfe des Modellbildungssystems bzw. des Rechenblattes berechnet man etwa die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit. Der Lerneffekt ist groß, der zeitliche Aufwand angemessen. Man löst eine Differenzialgleichung numerisch, deren Lösung nicht trivial, aber auch nicht zu aufwändig ist.

6. Bezugssysteme

In welchem Zusammenhang soll das Thema behandelt werden?

Das Thema ist ein unvermeidliches Übel. Wir haben eine bestimmte physikalische Situation vor uns, die eine bestimmte Symmetrie aufweist. Sobald wir daran gehen, die Situation mathematisch zu fassen, müssen wir die Symmetrie brechen.

So sind die Richtungen rechts und links a priori gleichwertig. Wenn wir aber eine Koordinatenachse einführen, zeichnen wir die eine Richtung vor der anderen aus. Ein Auto A, das mit 110 km/h nach links fährt, ist schneller als ein Auto B, das mit 80 km/h nach rechts fährt, und trotzdem gilt:

$$v_B > v_A .$$

Eine Kraft in einem Seil weist nach rechts oder nach links, je nachdem, wie wir den Flächenvektor orientieren, auf den sich die Kraft bezieht. Nachdem wir uns für eine bestimmte Orientierung des Flächenvektors entschieden haben – und das müssen wir – ist die Symmetrie gebrochen.

Dies sind nur die harmlosesten Beispiele. Hier noch einige, die etwas ärgerlicher sind. Die Induktion erfordert eine andere Erklärung, je nachdem, ob die Spule ruht und der Magnet sich bewegt oder umgekehrt.

Die Impulsbilanz bei einer Drehbewegung erfordert eine ganz unterschiedliche Beschreibung, je nachdem ob man sie im „Laborsystem“ oder im rotierenden Bezugssystem beschreibt: Einmal ändert sich der Impuls ständig auf Grund der Zentripetalkraft (eines Impulsstroms, dessen Stromstärkevektor parallel zum Radius der Drehbewegung liegt), und einmal herrscht Kräftegleichgewicht zwischen Zentripetal- und Zentrifugalkraft (es fließt genau so viel Impuls zu wie ab).

Wir haben uns bisher immer bemüht, diesen Komplikationen aus dem Weg zu gehen. Wir haben die Erscheinungen entweder bezugssystemunabhängig beschrieben (z.B. die Induktion), oder wir haben sie von vornherein in dem Bezugssystem beschrieben, in dem sie uns in ihrer einfachsten Form entgegentritt.

Für eine Beschreibung in verschiedenen Bezugssystemen würde deutlich mehr Unterrichtszeit gebraucht, und sie hätte auch von dem eigentlichen Phänomen abgelenkt. Das Phänomen würde komplizierter erscheinen als es ist.

Nun kann man dem Übel aber auch eine gute Seite abgewinnen. Indem man eine Erscheinung in verschiedenen Bezugssystemen beschreibt, lernt man etwas Neues.

Statt die Bezugssystemwechsel über den ganzen Kurs zu verteilen, haben wir ihnen daher ein eigenes Kapitel gewidmet. So hoffen wir, dass man sich nicht die spezielle Komplikation merkt, die in einem bestimmten Fall auftritt, sondern das Meta-Ergebnis: Durch einen Bezugssystemwechsel ändert sich die mathematische Beschreibung, nicht aber das Phänomen an sich.

Bezugssystem und Nullpunkt

Wir haben das Thema in einen etwas weiteren Rahmen gestellt, als es sonst üblich ist. Es geht ja gewöhnlich nur um die Frage, wie sich die Beschreibung einer Erscheinung ändert, wenn man einen Wechsel von einem Bezugssystem S zu einem System S' macht, wo sich S' gegen S mit einer konstanten Geschwindigkeit oder einer konstanten Beschleunigung bewegt. Das kann man aber auch anders ausdrücken: Man wählt für die Geschwindigkeit bzw. für die Beschleunigung einen neuen Nullpunkt. Ändern des Bezugssystems ist also nichts anderes als verschieben des Nullpunkts. Das ist aber eine Operation, die man in anderen Zusammenhängen auch zu diskutieren hat: die Wahl des Nullpunkts der Temperatur, des Druckes oder des elektrischen Potentials.

Geschwindigkeitsaddition

Es ist in zweierlei Hinsicht ungeschickt, von Geschwindigkeitsaddition zu sprechen:

1. Es werden nicht Geschwindigkeiten zusammengesetzt, sondern Geschwindigkeitsdifferenzen. Um es mit dem elektrischen Analogon zu erklären: Es ist so wie wenn man eine Spannung bei Hintereinanderschaltung von zwei Batterien oder anderen elektrischen Bauelementen berechnet.
2. Was eine Addition ist, sagt uns die Mathematik. Die relativistische Formel, mit der man die Geschwindigkeitsänderung bei Bezugssystemwechsel berechnet, entspricht aber nicht der Additionsoperation.

Der Begriff Bezugssystem

Der Begriff wird unterschiedlich gebraucht: mal als Körper, der als ruhend angenommen wird, mal als Koordinatensystem. Einstein lässt bei seiner Erklärung des Begriffs die größte Sorgfalt walten: Er führt zunächst den Bezugskörper ein, dann das Bezugssystem.

Zwei Bezugssysteme, die sich nicht gegeneinander bewegen, sondern sich nur im Nullpunkt des Ortes unterscheiden, oder auch nur in der Orientierung der Achsen, stellen zwei verschiedene Bezugssysteme dar. Wenn wir im Unterricht von einem Bezugssystemwechsel sprechen, sehen wir aber von Wechseln zwischen solchen Systemen ab. Der sauberste Umgang mit den Begriffen wäre es, wenn man nur von einem Wechsel des Nullpunkts der Geschwindigkeit, und später auch der Beschleunigung spricht. Der Nachteil dieses Vorgehens wäre ein Verlust von Anschaulichkeit. Man möchte sich immer gern in eines der Bezugssysteme hineinversetzen, oder in anderen Worten, der eigene Körper wird als das natürliche Bezugssystem betrachtet. Und dabei ist die erste Frage immer: wo befinde ich mich, und nicht wie bewege ich mich.

Frei schwebende Bezugssysteme

Bei der Behandlung der Raumzeit spielt eine Klasse von Bezugssystemen eine ausgezeichnete Rolle: die Bezugssysteme in denen, klassisch gesprochen, die Gravitationsfeldstärke gleich null ist. Wir nennen sie mit Wheeler [2] schwebende oder frei schwebende Bezugssysteme. Sie werden heute auch oft Inertialsysteme genannt. Die Wahl dieses Namens ist insofern nicht glücklich, als

der Name, als er 1885 durch Lange eingeführt worden war, etwas anderes bezeichnet hatte: Ein Inertialsystem war danach ein Bezugssystem, in dem sich kräftefreie Körper geradlinig gleichförmig bewegen. Mit „kräftefrei“ war auch frei von Gravitationskräften gemeint. Ein auf der Erde frei fallender Körper ist danach nicht kräftefrei, und das Bezugssystem, das durch ihn definiert wird, ist im Langeschen Sinn kein Inertialsystem. Es ist aber sehr wohl ein frei schwebendes Bezugssystem im Wheelerschen Sinn.

7. Die Grenzgeschwindigkeit

Das Axiom der Speziellen Relativitätstheorie

Um von der klassischen zur relativistischen Mechanik zu kommen, muss man ein zusätzliches „Axiom“ einführen (und man muss wissen, welche Regeln der klassischen Mechanik unverändert bleiben). Einstein nahm als zusätzliches Axiom die Bezugssystemunabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit. Das war zwingend, denn das war ja gerade die Beobachtung des Michelson-Morley-Experiments. Es ging darum, eine Mechanik zu konstruieren, die dieser Entdeckung Rechnung trug.

Wenn man die Theorie heute, nachdem alle ihre Konsequenzen experimentell bestätigt sind, einführt, empfiehlt es sich, eine andere Aussage der Theorie als zusätzliches Axiom zu wählen.

Eine der neuen Aussagen ist die Behauptung, dass Masse und Energie äquivalente Größen sind, d.h. dass es sich bei E und m um dieselbe Größe handelt, nur in anderen Maßeinheiten gemessen.

Wir wählen hier die Energie-Masse-Äquivalenz als neues Axiom. Ein Vorteil dieser Wahl ist, dass die erste Begegnung mit der Relativitätstheorie nicht im Rahmen der Kinematik geschieht. Man hat es nicht gleich zu Anfang mit den kognitiven Konflikten zu tun, die die Verschmelzung von Raum und Zeit zur Raumzeit zwangsläufig hervorruft.

Wenn man so vorgeht, ist es auch konsequent, den Zusammenhang zwischen E und m nicht in der Form

$$E = mc^2$$

zu schreiben. Diese Gleichung suggeriert ja, dass die Energie zum Quadrat der Lichtgeschwindigkeit proportional ist, oder in anderen Worten: Wenn man die Lichtgeschwindigkeit verdoppelt, vervierfacht

sich die Energie – was natürlich nicht gemeint ist. Wir schreiben stattdessen:

$$E = k \cdot m.$$

Die Lichtgeschwindigkeit

Wir nennen die Konstante c nicht „Lichtgeschwindigkeit“, denn wenn man es tut, entsteht der Eindruck, das Licht spiele in der relativistischen Mechanik eine besondere Rolle. c ist die Grenzggeschwindigkeit für alle Körper und Teilchen. Nur weil Licht, wenigstens nach unseren heutigen Kenntnissen, keine Ruhmasse hat, ist es auch die einzige Geschwindigkeit, die das Licht haben kann.

Die Bezeichnung „Teilchenbeschleuniger“

Wir haben mit etwas Unbehagen die Bezeichnung Teilchenbeschleuniger verwendet als Oberbegriff für die Maschinen, die aus guten Gründen die verschiedensten Namen tragen: Teilchenbeschleuniger, Booster, Synchrotron, Speicherring und Collider. Auch keiner der anderen Namen hätte als Oberbegriff getaugt.

Ein relativistisches Maß für die Trägheit

In der Gleichung $p = m \cdot v$ ist m die Masse, die nach dem Äquivalenzprinzip mit der Energie identisch ist. In der klassischen Version der Formel ist sie auch Ausdruck der Trägheit, denn sie sagt uns, wie viel Impuls man einem Körper zuführen muss, um seine Geschwindigkeit zu ändern. Diese Interpretation passt bei relativistischen Geschwindigkeiten nicht mehr ganz. Die Trägheit würde korrekter beschrieben durch den Ausdruck dp/dv , und nicht p/v . Nur für nichtrelativistische Geschwindigkeiten sind die beiden Ausdrücke identisch. Qualitativ gibt aber $m = p/v$ die Trägheit auch relativistisch richtig wieder, denn sowohl p/v als auch dp/dv geht für $v \rightarrow c$ gegen unendlich.

Die relativistischen Formeln

Für den mathematisch Geübten ist die Funktion $E(p)$ leicht herzuleiten. Wir setzen in

$$p = m \cdot v$$

unser relativistisches Zusatzaxiom

$$E = k \cdot m$$

ein und erhalten:

$$p = \frac{E}{k} \cdot v .$$

Wir berechnen daraus

$$v = k \cdot \frac{p}{E} ,$$

setzen in die allgemein gültige Beziehung

$$dE = v dp$$

ein und erhalten

$$dE = k \cdot \frac{p dp}{E} .$$

Wir bringen E auf die linke Seite:

$$E dE = k \cdot p dp .$$

Daraus folgt:

$$d(E^2) = k \cdot d(p^2)$$

oder

$$d(E^2 - kp^2) = 0 .$$

Durch Integration erhält man:

$$E^2 - kp^2 = \text{const} = E_0^2$$

oder

$$E(p) = \sqrt{kp^2 + E_0^2} .$$

Hieraus bekommt man auch leicht den $v(p)$ - und den $E(p)$ - Zusammenhang.

Für die Schule sind diese Herleitungen aber wohl zu schwierig.

Impuls und Energiestrom

Wir behandeln die Identität von Masse und Energie. Diese hat eine andere Identität zur Folge, die genau so einfach ist: Impuls und Energiestrom werden identisch. (Achtung: nicht Impulsstrom und Energiestrom.) Die Identität der beiden Größen kommt im Energie-Impuls-Tensor zum Ausdruck:

$$\begin{pmatrix} \rho_E & \frac{j_{Ex}}{c} & \frac{j_{Ey}}{c} & \frac{j_{Ez}}{c} \\ c\rho_{px} & \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ c\rho_{py} & \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ c\rho_{pz} & \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

In der ersten Zeile stehen die Energiedichte und die drei Komponenten der Energiestromdichte (dividiert durch c). In der ersten Spalte stehen unter der Energiedichte die drei Komponenten der Impulsdichte (multipliziert mit c). Die restlichen 9 Komponenten stellen den mechanischen Spannungstensor dar, d.h. die Stromdichtekomponenten des x -, y - und z -Impulses. Da der Tensor symmetrisch ist, ist die Energiestromdichte (von den c -Faktoren abgesehen) gleich der Impulsdichte.

Dass die beiden Größen identisch sind (bis auf den Faktor c^2), ist plausibel: Impuls ist „Masse in Bewegung“. Mit der Tatsache, dass Masse = Energie ist, folgt, dass Impuls Energie in Bewegung ist. Energie in Bewegung ist aber Energiestrom. Dieser Sachverhalt ist nicht schwierig, und es würde sich anbieten, ihn im Unterricht anzusprechen. Dagegen spricht nur, dass wir dieses Ergebnis später nirgends wieder brauchen.

Mechanische Spannungen im Gravitationsfeld

Statische Gravitationsfelder haben eine große Ähnlichkeit mit elektrostatischen Feldern. Die beiden Felder unterscheiden sich aber in einem wesentlichen Punkt: während in einem elektrischen Feld in Richtung des Feldstärkevektors Zugspannung herrscht, steht das Gravitationsfeld in Feldlinienrichtung unter Druckspannung. Quer dazu herrscht im elektrischen Feld Druck und im Gravitationsfeld Zug. Man macht es sich leicht klar am Beispiel einer Hohlkugel. Eine elektrisch geladene Hohlkugel hat die Tendenz auseinander zu fliegen. Sie hat in ihrem Innern kein elektrisches Feld. Das Feld muss also von außen ziehen. Eine Massenhohlkugel hat die Tendenz zu implodieren. Auch sie ist innen feldfrei. Das Feld muss also von außen drücken.

Wir haben hier im Rahmen der Newtonschen Mechanik, d.h. im Euklidischen Raum argumentiert. In der allgemein-relativistischen Beschreibung verschwinden die Gravitationskräfte, es gibt keine

Gravitationsfeldstärke mehr und auch auch die mechanischen Spannungen im Gravitationsfeld verschwinden.

Zum Gebrauch der Bezeichnungen Masse, Ruhmasse, Energie, Ruhenergie, invariante Masse, relativistische Masse und innere Energie

Man hat es mit zwei Begriffen zu tun, aber sieben verschiedene Bezeichnungen sind für sie im Gebrauch, und leider ist die Zuordnung von Namen zu Begriffen nicht eindeutig. Insbesondere wird der Name Masse in zwei unterschiedlichen Bedeutungen gebraucht.

Das Problem entstand mit der Relativitätstheorie.

Zum einen haben wir die Entdeckung, dass es sich bei den alten Größen Energie und Masse um dieselbe Größe handelt: Energie hat dieselben Eigenschaften wie Masse, nämlich Schwere und Trägheit.

Zum anderen gehört es zur Relativitätstheorie, dass sie die physikalische Welt mit Vierervektoren und ihren lorentzinvarianten Beträgen beschreibt. Lorentzinvarianten sind praktisch. Sie enthalten das Eigentliche, das von der Willkür der Bezugssystemwahl Befreite eines Teilchens, eines Feldes oder eines Prozesses. Da die Masse jahrhundertlang für etwas gestanden hatte, das für ein Teilchen charakteristisch ist, etwas, das einen wesentlichen Teil seiner Identität ausmacht, das nicht vom Bezugssystem abhängt, so wollte man das Wort auch in Zukunft in dieser Rolle belassen. Daher benutzte man den Namen, besonders in der Teilchenphysik, für den lorentzinvarianten Betrag des Viererimpulsvektors, also das, was zunächst Ruhmasse hieß.

Es konkurrierten also zwei Anliegen:

- der Name Masse als Maß für die Trägheit (die für ein und denselben Körper in einem Bezugssystem groß und im anderen klein sein kann);
- der Name Masse für eine Größe, die ein Teilchen charakterisiert, und deren Wert bezugssystemunabhängig ist.

Damit war das Chaos vorprogrammiert.

Wer die Masse als universelles Trägheitsmaß benutzt, braucht einen neuen Namen für den Wert der Masse im Schwerpunktsystem. Die Bezeichnungen Ruhmasse und Ruhenergie boten sich an. Wobei mit Ruhe lediglich gemeint ist, dass der Schwerpunkt des betrach-

teten Systems ruht. Abgesehen davon kann beliebige Unruhe herrschen.

Wer die Bezeichnung Masse für die Lorentzinvariante benutzte, musste für das Trägheitsmaß einen neuen Namen haben. Man nannte sie relativistische Masse. Und falls man befürchten musste, dass jemand nicht weiß, dass man die Größe m_0 einfach Masse nennt, fügte man sicherheitshalber das Adjektiv invariant hinzu; sie wurde zur invarianten Masse.

Wir haben uns hier für die erste Alternative entschieden: Die Masse als Maß für die Trägheit und die Schwere eines Körpers oder Teilchens. Die Größen (oder besser: Werte) E_0 und m_0 nennen wir Ruhenergie und Ruhmasse, auch wenn nichts ruht an einem System, dessen Gesamtenergie gleich der Ruhenergie ist – außer seinem Schwerpunkt. Die Bezeichnung innere Energie wäre hier eigentlich passender.

8. Die Raumzeit

Die Bezeichnungen Spezielle und allgemeine Relativitätstheorie

Die Bezeichnungen Spezielle und Allgemeine Relativitätstheorie stammen von Einstein. Man kann ihren Ursprung verstehen. Was die Schule betrifft, sind sie aber eher unpassend um das zu beschreiben, was in dem entsprechenden Unterricht gemacht wird.

Wir tun ja auch gut daran, die Lehre von der Elektrizität in der Schule nicht Maxwell-Theorie zu nennen, sondern schlicht Elektrizitätslehre oder Elektrodynamik. Denn der erste Schritt zum Verstehen ist nicht die Theorie. Die Bezeichnung Theorie hat etwas Abschreckendes; es entsteht von vornherein der Eindruck, es komme etwas besonders Schwieriges, oder bei manchen Schülerinnen und Schülern, es komme nun etwas Unverständliches.

Wir wählen also (etwas mit Wheeler) als Titel für das, was sonst eher als Spezielle Relativitätstheorie bezeichnet wird, die Raumzeit, d.h. den Gegenstand der Betrachtung, und nicht den Namen der Theorie, mit der man sie beschreibt.

Zur Abgrenzung zwischen Spezieller und Allgemeiner Relativitätstheorie

Die Grenze zwischen beiden ist nicht eindeutig definiert. Oft zählt man Erscheinungen und Effekte zur ART, sobald Beschleunigungen im Spiel sind. Wir meinen, dass das ein ungeschickt gewähltes Kriterium ist, denn ob Beschleunigungen auftreten oder nicht, ist nur eine Frage des Bezugssystems, und nicht der Erscheinung selbst. Wir haben es mit einem echten ART-Phänomen zu tun sobald die Krümmung der Raumzeit eine Rolle spielt, sobald man also die Einsteinsche Feldgleichung braucht, falls man das Problem mathematisch behandeln wollte. Solange das Gravitationsfeld homogen ist, brauchen wir die ART also nicht.

Dynamik vor Kinematik

Im KPK haben wir einen Aufbau der relativistischen Mechanik gewählt, der vom üblichen Vorgehen abweicht. Etwas kursorisch kann man ihn so beschreiben: erst die Dynamik, dann die Kinematik. Allerdings trifft das die Sache nicht ganz, denn das was mit der Beschreibung der Bewegungen in Raum und Zeit zu tun hat, verdient hier eigentlich nicht den Namen Kinematik. Wir haben es *Die Raumzeit* überschrieben.

Warum aber die Raumzeit nicht am Anfang? Weil sie eindeutig der schwierigere Teil der Speziellen Relativitätstheorie ist. Die Hauptursache der Probleme beim Lernen sind unserer Erfahrung nach die Bezugssystemwechsel. Eine zweite mehr begriffliche Schwierigkeit ist die Verschmelzung von Raum und Zeit zur Raumzeit.

Wenn man mit der relativistischen Dynamik beginnt, kann man bei den Problemen lange aus dem Weg gehen. Man kann wichtige Ergebnisse erarbeiten, ohne es mit ihnen zu tun zu bekommen.

Wo soll man aufhören?

Mehr als bei anderen Kapiteln macht die Physik der Raumzeit Schwierigkeiten wenn es darum geht, zu elementarisieren; das heißt einen Unterrichtsablauf zu finden, der nicht das ganze Programm umfasst. Es scheint so, als könne man nur dann irgendetwas von der relativistischen Kinematik verstehen, wenn man schon alles verstanden hat, d.h. alle Implikationen und Konsequenzen der Lorentztransformation. Nun sind die Lorentztransformationen mathematisch zwar nicht schwierig. Aber mit allem Drum und Dran würde man so

viel Unterrichtszeit brauchen wie einfach nicht zur Verfügung steht. Es war daher unser Bemühen, den Aufbau so zu gestalten, dass man das Thema Raumzeit schon nach etwa zwei Unterrichtsstunden abbrechen kann und trotzdem ein vernünftiges Ergebnis bekommt. Wir haben es so eingerichtet, dass eine geeignete Stelle, an der man abbrechen kann, sich nach Behandlung der Abschnitte 8.1 bis 8.4 ergibt. Man hat dann bereits ein wichtiges Ziel erreicht, nämlich, dass in der flachen Raumzeit auf der geodätischen Verbindung zwischen zwei Raumzeit-Punkten die meiste Zeit vergeht.

Bis zu dieser Stelle hat man es noch nicht mit Bezugssystemwechseln zu tun und man vermeidet damit die endlosen Diskussionen darüber, für wen welcher Abstand oder welche Zeitdauer nun kleiner oder größer ist.

Was die folgenden Abschnitte betrifft, so werden die Themen Raumzeit-Abstand, und Bezugssystemabhängigkeit von Längen und Zeitdauern behandelt. Wir haben versucht, ohne die Themen Minkowski-Diagramm und Uhrensynchronisation auszukommen.

Die Bezeichnungen Längenkontraktion und Zeitdilatation

Sowohl die Länge eines Körpers als auch die Dauer eines Vorgangs ändern sich bei Bezugssystemwechsel. Bekanntlich spricht man in diesem Zusammenhang von Längenkontraktion und Zeitdilatation.

Wir sind der Meinung, dass diese Bezeichnungen unglücklich gewählt sind, denn beide suggerieren, es handele sich um einen Prozess: Wenn sich etwas kontrahiert, ist es vorher länger und danach kürzer. Nun handelt es sich hier aber nicht um einen Prozess im physikalischen Sinn. Eine physikalische Größe hat im selben Zustand in zwei Bezugssystemen verschiedene Werte.

In anderen Zusammenhängen würde man auch nicht eine solche Ausdrucksweise verwenden. Wenn etwa die kinetische Energie in einem Bezugssystem einen größeren Wert hat als in einem anderen, wird man auch nicht sagen, die Energie habe zugenommen.

Die Bezeichnungen Ereignis und Raumzeit-Punkt

Manchmal wird in der Literatur ein Punkt in der Raumzeit als „Ereignis“ bezeichnet. Wir bemühen uns, zwischen den Begriffen „Ereignis“ und „Raumzeit-Punkt“ zu unterscheiden, ähnlich wie man im

Ortsraum zwischen einem Gegenstand und seinem Ort unterscheiden, oder zwischen einem Behälter und seinem Volumen.

Die Bewegung auf einer Weltlinie

Es wird oft gesagt, ein Körper bewege sich auf einer Weltlinie. Wir halten diese Ausdrucksweise für problematisch. Ein Körper bewegt sich auf seiner Bahn im Ortsraum. Was tut er aber in der Raumzeit? Bewegen kann er sich nur im Raum, nicht in der Zeit. Wir haben versucht, eine Sprache zu finden, die dieser Tatsache Rechnung trägt. Ebenso wie es keine Bewegung gibt, gibt es in der Raumzeit auch keine Strömung.

Relativität der Gleichzeitigkeit und Uhrensynchronisation

Es ist üblich, im Rahmen der Relativitätstheorie die Relativität der Gleichzeitigkeit ausführlich zu behandeln. Wir sind der Meinung, dass das Thema zu viel Raum einnimmt. Es ist verwickelt, hat aber kaum Auswirkungen auf irgend etwas, das von Belang ist.

Der Fragestellung, ob zwei Ereignisse, die an verschiedenen Orten stattfinden, gleichzeitig sind, entspringt der Überzeugung, dass es eine von Ort und Geschwindigkeit unabhängige Zeit gibt, gewissermaßen einen Parameter, mit dem man die Zustände der Welt als Ganzem anordnen kann. Um überhaupt eine Antwort auf die Frage geben zu können, muss man ein Verfahren angeben, dass es gestattet von zwei räumlich entfernten Ereignissen zu sagen, ob sie gleichzeitig sind oder nicht. Das tut man, indem man erklärt, wie man Uhren, die sich an verschiedenen Orten befinden, „synchronisiert“.

Um etwas Abstand zu gewinnen, wollen wir eine andere, aber doch ähnliche Frage stellen: Ist auch die „Gleichortigkeit“ relativ? In etwas flüssigerer Sprache: Passieren zwei Ereignisse, die für eine Person am gleichen Ort stattfinden, auch für jede andere am gleichen Ort? Mit dem „für eine Person“ und „für jede andere“ meinen wir: „in einem Bezugssystem“ bzw. „in jedem anderen Bezugssystem“. Die Antwort ist natürlich ‚nein‘. Sie ist so selbstverständlich, dass niemand auf die Idee käme, die Frage überhaupt zu stellen.

Dass auch die Aussage über die Gleichzeitigkeit eher unbedeutend ist, sieht man am besten wenn man sie aus Sicht der Allgemeinen Relativitätstheorie betrachtet. Denn dort zerrinnt einem die Frage gewissermaßen zwischen den Fingern; der Begriff der Gleichzei-

tigkeit verliert seinen Sinn, denn man kann zwei baugleiche Uhren im Allgemeinen nicht mehr „synchronisieren“.

Warum hat aber die Relativität der Gleichzeitigkeit keine wichtigen Konsequenzen? Weil die Beziehung zwischen Ereignissen, die in einem Bezugssystem gleichzeitig sind und in allen anderen nicht, raumartig ist. Das eine der Ereignisse ist mit dem anderen nicht kausal verbunden. Die Umkehr der zeitlichen Reihenfolge hat daher keine Konsequenzen.

9. Raum und Gravitationsfeld

Die Komponenten des Gravitationsfeldes

Solange man sich auf die „Gravitostatik“ beschränkt, ist die Beschreibung des Gravitationsfeldes einfach. Die Verteilung der Feldstärke in der Umgebung eines Massenpunktes ist, bis auf ein Vorzeichen, dieselbe wie die der elektrischen Feldstärke in der Umgebung einer Punktladung. Gravitostatik und Elektrostatik haben dieselbe Struktur. Aber so wie die Elektrodynamik noch ein zweites Feld braucht (oder besser: weitere Komponenten des elektromagnetischen Feldes), sobald sie bewegte und beschleunigte Ladungen einbezieht, so bekommt auch das Gravitationsfeld mehr Komponenten, sobald sich die Körper beschleunigt bewegen. Die entsprechenden Erscheinungen werden auch in Analogie zur Elektrodynamik gravitomagnetische Effekte genannt.

Zur vollständigen Beschreibung des elektromagnetischen Feldes braucht man die 6 Komponenten der beiden Feldstärken \vec{E} und \vec{H} . (Wenn man die Divergenzfreiheit der magnetischen Flussdichte in die Beschreibung schon mit hineinsteckt, kommt man mit 4 Komponenten aus: dem elektrischen Skalarpotenzial und den 3 Komponenten des magnetischen Vektorpotenzials.) Zur Beschreibung des Gravitationsfeldes braucht man dagegen einen vierdimensionalen symmetrischen Tensor zweiter Stufe, den metrischen Tensor, d.h. 10 voneinander unabhängige Komponenten.

Trägheit und Schwere in verschiedenen Bezugssystemen

Im Rahmen der klassischen Mechanik erscheinen Trägheit und Schwere als zwei verschiedene Eigenschaften von Körpern, die aber durch den Wert ein und derselben Größe, der Masse, charak-

terisiert werden. Einstein [4] sagt hierzu: „Die bisherige Mechanik hat diesen wichtigen Satz zwar registriert, aber nicht interpretiert. Eine befriedigende Interpretation kann nur so zustande kommen, dass man einsieht: Dieselbe Qualität des Körpers äußert sich je nach Umständen als 'Trägheit' oder als 'Schwere'“. Mit „je nach Umständen“ meint er: je nach Bezugssystem. Dieser Sachverhalt wird im Schülertext diskutiert.

Der absolute Raum Newtons

Man kann die Phänomene der Gravitation in zwei Klassen einteilen.

Die einen haben zu tun mit der Gravitationswechselwirkung von Körpern, die sich relativ zueinander in Ruhe befinden. Sie werden klassisch durch das Gravitationsgesetz beschrieben und sind den Erscheinungen der Elektrostatik sehr ähnlich. Die Körper spüren den Teil des Gravitationsfeldes, den man über das bekannte Vektorfeld der Gravitationsfeldstärke beschreibt.

Die anderen Erscheinungen treten auf, wenn Körper beschleunigt werden. Statt durch ein Feld beschreibt man diese Wirkungen heute (zusammen mit den statischen) mit der Allgemeinen Relativitätstheorie, d.h. mit Hilfe des metrischen Tensors.

Wie ging Newton mit diesen beiden Effekten um? Den ersten, den gravitostatischen beschrieb er bekanntlich mit seinem Gravitationsgesetz. Dass diese Gravitationswirkung nach seiner Theorie über eine Distanz vermittelt werden soll, empfand er als einen Mangel, und er sagte das auch deutlich. Sein Unbehagen ließ ihn aber nicht so weit gehen, ein Medium einzuführen, das die Bewegungsmenge (quantitas motus) übertragen könnte. Man kennt sein „Hypoteses non fingo“. Eigentlich wäre es konsequent gewesen, als Ursache des zweiten Effektes – der Trägheitskräfte – die Sterne anzunehmen, so wie es der etwas jüngere George Berkeley vorschlug. Hier hat Newton eine Interpretationsmöglichkeit vorgezogen, die eigentlich die gesündere ist. Die Beschleunigungskräfte kommen nicht durch entfernte Körper zustande, sondern durch den „absoluten Raum“, d.h. durch etwas, das sich am selben Ort wie der Körper befindet [6]. „Der absolute Raum bleibt vermöge seiner Natur und ohne Beziehung auf einen äußeren Gegenstand stets gleich und unbeweglich.“

Wegen dieser Aussage wird Newton oft ein Vorwurf gemacht, denn, so lautet das Argument, einen absoluten Raum gebe es nicht. Viel-

leicht wäre hier, wenn man Newton kritisiert, etwas Vorsicht geboten. Mit seinem absoluten Raum beschreibt er die Beschleunigungskräfte als eine lokale Wirkung. Man kann daher Newtons absoluten Raum durchaus als einen Vorläufer der modernen Raumzeit sehen [7]. Aus heutiger Sicht ist diese Beschreibung passender als die der statischen Kräfte mit Fernwirkungen.

Das Michelson-Morley-Experiment und der Äther

Die Experimente von Michelson und Morley haben gezeigt, dass die Lichtgeschwindigkeit unabhängig vom Bezugssystem ist. Dieser Versuchsausgang hatte für die Physik verschiedene Konsequenzen. Eine davon war von epochaler Wichtigkeit: Es entstand die Relativitätstheorie. Die andere hat damit nur mittelbar etwas zu tun: Man schloss, dass es keinen Äther gibt. Beide Konsequenzen werden oft im Zusammenhang formuliert – fast so, als wäre die Nichtexistenz eines Äthers einfach eine der zahlreichen neuen Aussagen der Relativitätstheorie. Manchmal wird sie auch nur nebenbei erwähnt, wie etwa in Einsteins Arbeit von 1905 [8].

Dass es sich dabei um verschiedene Aussagen handelt, und dass die eine nicht aus der anderen folgt, wollen wir mit einem Gedankenexperiment zeigen. Ein Auto fahre mit hoher Geschwindigkeit auf einem Transportband, das zunächst ruht. Die Geschwindigkeit des Autos relativ zu seiner Unterlage sei fast gleich der Grenzgeschwindigkeit c . Wir schalten nun das Transportband ein, und zwar zunächst so, dass es sich in dieselbe Richtung wie das Auto bewegt. Wir würden feststellen, dass sich das Auto praktisch immer noch mit c bewegt. Und auch wenn wir das Transportband in die andere Richtung laufen lassen, würde die Geschwindigkeit des Autos nahezu gleich c bleiben. Nehmen wir nun an, dieses Experiment sei an Stelle des Michelson-Morley-Experiments gemacht worden. Was hätte man daraus geschlossen? Man hätte geschlossen, dass es eine Grenzgeschwindigkeit gibt und dass Geschwindigkeiten bei Bezugssystemwechsel nicht einfach addiert werden dürfen. Diese Feststellung hätte dann vielleicht zur speziellen Relativitätstheorie geführt, so wie das echte Michelson-Morley-Experiment tatsächlich zur Relativitätstheorie geführt hat. Man hätte aber aus der Beobachtung des Autos sicher nicht abgeleitet, dass der Träger des Autos, nämlich das Transportband, nicht existiert. Ein solcher Schluss wurde aber beim echten Michelson-Morley-Experiment gezogen: Aus der Tatsache, dass sich die Geschwindigkeit des

Lichts bei Bezugssystemwechsel nicht ändert, wurde geschlossen, dass ein Träger der Lichtwelle nicht existiert.

Solange es die Relativitätstheorie noch nicht gab, schien der Schluss auf die Nichtexistenz des Äthers der einzig mögliche Ausweg aus dem Dilemma, das das Michelson-Morley-Ergebnis verursacht hatte. Durch die Einsteinsche Theorie wurde das Problem aber auf eine völlig andere Art gelöst. Dass Einstein selbst zunächst meinte, der Äther sei überflüssig, darf man wohl als Ausrutscher einstufen. Bald darauf schreibt er auch: „Gemäß der allgemeinen Relativitätstheorie ist ein Raum ohne Äther undenkbar;...“.

[9]

Was wir nicht machen konnten

Aus den vorangehenden Bemerkungen folgt auch, dass wir nicht die geometrische Fassung der Gravitationstheorie diskutiert haben, d.h. die authentische Einsteinsche Formulierung, in der es keine Gravitationskräfte (bzw. Impulsströme) und keine Energiedichte des Gravitationsfeldes gibt, ja, es gibt auch den Begriff Gravitationsfeld nicht mehr. Kaum etwas von dem, was die Schülerinnen und Schüler bis dahin im Mechanik-Unterricht gelernt haben, hätte überlebt. In der Unterrichtszeit, die man bereit wäre dafür zu opfern, wäre man nicht über ein paar unverbindliche Sätze hinausgekommen.

10. Kosmologie

Raum und Zeit oder Raumzeit?

Zu zeigen, dass Raum und Zeit eine Einheit bilden, ist ein wichtiges Lernziel. Wir haben das Thema trotzdem kurz gehalten. Die Einsicht in die Verknüpfung von Raum und Zeit wird nur dann deutlich, wenn man Bezugssystemwechsel diskutiert. Wir haben früher schon begründet, warum wir uns mit der Behandlung von Bezugssystemwechseln zurückhalten. Ein weiterer Grund ist, dass in den beiden einzigen Lösungen der Einsteingleichungen, die sich auf den Unterricht der Schule irgendwie auswirken – nämlich die Schwarzschild- und die Friedmann-Lösung –, Raum und Zeit so gekoppelt sind, dass man die Krümmung des Ortsraums allein diskutieren kann, d.h. ohne Bezug auf die viel unanschaulichere Krümmung der Raumzeit.

-
- [1] PLANCK, M.: Phys. Z. 9, 828 (1908).
- [2] TAYLOR, E. F. und WHEELER, J. A.: Physik der Raumzeit, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg (1994)
- [3] EINSTEIN, A.: Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?, Ann. d. Phys. 17 (1905).
- [4] EINSTEIN, A.: Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, Akademie-Verlag, Berlin (1973), S. 54.
- [5] SCIAMA, D. W.: The Physical Foundations of General Relativity, Doubleday, New York (1969).
- [6] NEWTON, I: zitiert aus MACH, E: Die Mechanik in ihrer Entwicklung. Leipzig: Brockhaus (1897), S. 221.
- [7] GIULINI, D.: Das Problem der Trägheit. Philos. nat. 39, S. 343-374 (2002).
- [8] EINSTEIN, A.: Zur Elektrodynamik bewegter Körper. Annalen der Physik und Chemie, Jg. 17 (1905), S. 891-921.
- [9] EINSTEIN, A.: Äther und Relativitätstheorie. Berlin: Verlag von Julius Springer (1920), S.12
- [10] EINSTEIN, A.: Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, Akademie-Verlag, Berlin (1973), S. 125.
- [11] MISNER, C. W., THORNE, K. S., WHEELER, J. A.: Gravitation, W. H. Freeman and Company, New York (1973), S. 4.
- [12] WHEELER, J. A.: Gravitation und Raumzeit, Spektrum der Wissenschaft Verlagsgesellschaft, Heidelberg (1991), S. 44.
-

C

Versuche

2. Impuls und Impulsströme

Falls der Impuls in der Sekundarstufe noch nicht eingeführt wurde, und falls der Zusammenhang $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ noch nicht bekannt ist, holt man die Gleichung nach und macht die entsprechenden Experimente.

Die wichtigsten Requisiten für eine große Zahl von Versuchen der Anfangsphase der Mechanik sind drei Arten von „Fahrzeugen“. Sie unterscheiden sich vor allem in ihrem Reibungsverhalten:

1. Mehrere kleine Fahrzeuge mit sehr wenig Reibung. Am besten geeignet sind Gleiter auf einer Luftkissenschiene. Wenn wir uns in den folgenden Versuchsbeschreibungen auf diese reibungsarmen „Fahrzeuge“ beziehen, sprechen wir immer von „Gleitern“.

2. Zwei Fahrzeuge, deren Reibung im Experiment nicht vernachlässigt zu werden braucht, die aber groß sein sollen, damit der Impuls als eine wirklich fühlbare Größe erscheint. Es wäre schön, wenn sich auf einen solchen Wagen ein Schüler setzen oder stellen könnte. Wenn wir uns auf diese Fahrzeuge beziehen, sprechen wir kurz von „Wagen“. Notfalls kann man natürlich auch für diese Experimente kleine Fahrzeuge verwenden. Eine andere Notlösung stellen die fahrbaren Lehrertische dar. Der Nachteil der Lehrertische besteht darin, dass sie nicht unbedingt geradeaus rollen, wenn man sie anstößt.

3. Die dritte Art von bewegtem Körper, die wir benutzen, kann man gar nicht als Fahrzeug bezeichnen: Ein Körper der absichtlich eine große Reibung mit der Unterlage hat. Man verwendet zum Beispiel einen großen mit Büchern gefüllten Pappkarton.

Mehrere der Versuche zu den Abschnitten 2.2 bis 2.4 lassen sich qualitativ gut und überzeugend ausführen durch Schülerinnen oder Schülern auf Inline-Skates.

2.2 Impulsströme

1. Elastischer Stoß eines Gleiters gegen einen zweiten ruhenden Gleiter. Die beiden Gleiter haben zunächst gleiche, dann unterschiedliche Massen. Der Impulserhaltungssatz wird geprüft. Dazu werden die Geschwindigkeiten der Gleiter vor und nach dem Stoß gemessen. (Die Massen der Gleiter sind bekannt oder werden gemessen.)

2. Inelastischer Stoß eines Gleiters gegen einen zweiten ruhenden Gleiter. Prüfen des Impulserhaltungssatzes.

Inelastischer Stoß eines Gleiters gegen zwei aneinander gekoppelte ruhende Gleiter. Prüfen des Impulserhaltungssatzes.

Inelastischer Stoß eines Gleiters gegen 3, 4, etc. ruhende Gleiter. Prüfen des Impulserhaltungssatzes.

3. Inelastischer Stoß eines Gleiters gegen das Schienen-Ende.

4. Ein Gleiter läuft auf der Schiene. Bevor er das Ende erreicht, schaltet man das Gebläse ab, sodass der Gleiter aufsetzt.

5. Man lässt einen Wagen ausrollen.

6. Inelastischer Stoß zwischen zwei Gleitern, die sich mit entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeit aufeinander zu bewegen.

7. Zwei Gleiter, zwischen denen eine komprimierte Feder eingespannt ist, werden durch einen Faden zusammengehalten. Sie befinden sich in Ruhe. Der Faden wird durchgebrannt.

8. Qualitative Experimente mit einem Luftkissentisch oder auch einfach mit Münzen auf einer glatten Oberfläche. Man zeigt, dass bestimmte Versuchsausgänge unmöglich sind.

2.3 Impulsfluss bei Reibungsvorgängen

Ein Brett liegt auf Rollen (Besenstielstücke oder Wasserrohrstücke). Ein nicht zu leichter Gegenstand (z.B. ein Buch) wird so geworfen, dass er über das Brett schlittert. Das Brett setzt sich in Bewegung. Wenn die Geschwindigkeit des Buches relativ zum Brett null geworden ist, ist der Impulstransport vom Buch zum Brett beendet.

2.4 Impulspumpen

1. Jemand zieht mit Hilfe eines Seils an einem Wagen, so dass sich der Wagen nach rechts in Bewegung setzt.

2. Jemand sitzt auf einem Wagen und zieht mit einem Seil an einem anderen Wagen, der etwa so schwer ist wie der erste Wagen einschließlich Person.

3. Jemand steht auf einem Skateboard und zieht mit Hilfe von zwei Seilen zwei Wagen zu sich heran.

4. Ein Spielzeugauto mit Fernsteuerung steht auf einem Stück Pappe, das auf Rollen (z.B. Trinkhalmen) gelagert ist. Der Automob-

tor wird eingeschaltet. Das Auto setzt sich in die eine Richtung, die Pappunterlage in die andere Richtung in Bewegung.

2.5 Impulsleiter und -nichtleiter

1. Ein Wagen wird über eine Stange nach rechts in Bewegung gesetzt, d.h. er wird mit (positivem) Impuls geladen. Einmal zieht man von vorn, einmal schiebt man von hinten.
2. Auf einen Gleiter wird ein Stab- oder Hufeisenmagnet montiert. Man setzt den Gleiter in Bewegung, indem man mit einem anderen Magneten von hinten schiebt (gleichnamige Pole benachbart).
3. Auf einen Wagen wird eine schwere Stange (oder ein Brett) gelegt. Die Stange steht nach links über. Man lädt den Wagen mit Impuls, indem man an dem überstehenden Ende der Stange nach rechts schiebt. Dabei soll die Stange über den Wagen hinweggleiten.

2.6 Fließgleichgewichte

In einen Behälter mit einem Loch lässt man Wasser hineinfließen. Der Wasserspiegel steigt zunächst. Schließlich ist der durch das Loch abfließende Wasserstrom genauso stark wie der zufließende.

2.7 Druck-, Zug- und Biegespannung

1. Ein Fahrzeug, dessen Räder fest in eine Richtung orientiert sind, wird über einen Stab mit Impuls geladen. Man macht die Experimente der Abbildung 2.26 im Schülertext. Man orientiert das Fahrzeug vor jedem Versuch so, dass es dieselbe Richtung wie der ankommende Impuls hat.
2. Dieselben Versuch noch einmal, diesmal aber mit elastischen Impulsleitern.

2.8 Impulsstromkreise

1. Ein schwerer Karton (mit Büchern gefüllt) wird mit einem Seil über den Erdboden gezogen.
 2. Karton und ziehende Person stehen auf einem auf Rollen gelagerten Brett (Besenstielstücke oder Wasserrohrstücke).
 3. Man zeigt an mehreren statischen Anordnungen, dass stets ein Teil der Anordnung unter Zug, ein anderer unter Druck steht.
-

Beispiele:

- Ein Schüler hält einen auseinandergezogenen Expander (Zug im Expander, Druck im Körper des Schülers).
- Zwei Schüler, die je auf einem fahrbaren Versuchstisch sitzen, ziehen sich mit den Händen aufeinander zu, während sie sich mit den Beinen voneinander wegdrücken (Zug in den Händen, Druck in den Beinen).
- Anordnung aus Stativmaterial und einer Feder, die einen geschlossenen, unverzweigten Impulsstromkreis darstellt.

2.9 Die Impulsstromstärke

1. Vorführen von Federkraftmessern. Man lässt die Schüler mit (nicht zu empfindlichen) Kraftmessern herumspielen.

2. Ein langes Seil läuft quer durch den Klassenraum, Abb. 2.1. Rolle und Gewicht auf der einen Seite dienen dazu, das Seil zu spannen, d.h. einen x -Impulsstrom aufrechtzuerhalten. Sie sind nicht Gegenstand der Betrachtung. Der Impulsstrom im Seil wird gemessen. Dabei wird betont, dass auf die folgende Art vorgegangen wird: Zuerst wird die Leitung, durch die der zu messende Strom fließt, durchgetrennt. Die beiden dabei neu entstehenden Enden werden mit den beiden Anschlüssen des Stromstärkemessgeräts verbunden. (Entsprechend verfährt man bei der Messung der Stromstärke jeder beliebigen anderen mengenartigen Größe).

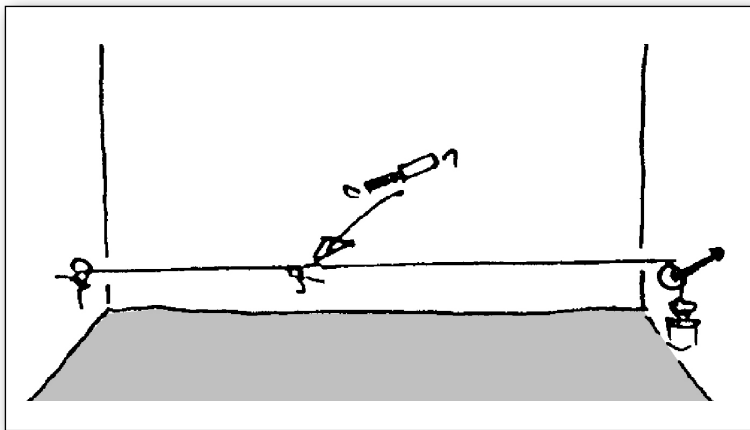


Abb. 2.1

Im Seil fließt ein Impulsstrom dessen Stromstärke konstant bleibt, auch wenn man die Länge des Seils verändert.

3. Man beschleunigt einen Wagen mit möglichst konstantem Impulsstrom. Die Stromstärke wird dabei gemessen.

4. In die Anordnung von Abb. 2.1 werden zwei Kraftmesser hintereinander eingebaut. Der angezeigte Impulsstromstärkewert ist derselbe wie vorher.

2.11 Konvektive Impulstransporte

1. Auf ein kleines Fahrzeug wird ein aufgeblasener Luftballon montiert. Der Ballon wird geöffnet. Der Wagen setzt sich durch den Rückstoß der ausströmenden Luft in Bewegung.
2. Auf dem Schulhof wird die Wasserrakete gestartet. Man diskutiert die Rolle, die Wasser und Luft spielen: Aus dem ausgestoßenen Wasser bezieht die Rakete ihren Impuls, von der komprimierten Luft bekommt sie die Energie.

2.12 Noch einmal Impulsleiter

1. Versuch der Abb. 2.41 im Schülertext.
2. Versuch der Abb. 2.42 im Schülertext.
3. Versuch der Abb. 2.43 im Schülertext.
4. Versuche der Abb. 2.44 und 2.45 im Schülertext.
5. Ein Wagen wird über ein Seil mit Impuls geladen. In das Seil ist ein Impulsstrommessgerät eingebaut. Man zieht unter verschiedenen Winkeln und beobachtet qualitativ die Impulsänderung.
6. Versuch der Abb. 2.48 im Schülertext.

2.13 Das Hookesche Gesetz

1. Mit einem Gummiring und einem Lineal wird eine Stromstärkeeinheit definiert. Mit weiteren Gummiringen werden Vielfache der Einheit realisiert.
2. Mit Hilfe von Stromstärkeeinheiten wird ein Expanderseil geeicht.
3. Mit dem Expanderseil wird ein Wagen beschleunigt. Aus der Verlängerung des Seils wird die Stärke des in den Wagen fließenden Impulsstroms ermittelt.
4. Mit Hilfe von Stromstärkeeinheiten wird der F - s -Zusammenhang für eine Stahlfeder aufgenommen.

2.14 Geschwindigkeit, Beschleunigung, Winkelgeschwindigkeit

1. Man bestimmt eine konstante Geschwindigkeit über eine Weg-Zeit-Messung, z.B. die Geschwindigkeit eines Radfahrers mithilfe von Stoppuhr und Bandmaß oder die Geschwindigkeit eines Gleiters auf der Luftkissenbahn mithilfe von Lichtschranken.
-

2. Um zu zeigen, wie man eine Geschwindigkeit direkt messen kann, nimmt man mithilfe des Bewegungsmesswandlers die Geschwindigkeit eines Gleiters, der eine unregelmäßige Bewegung macht, als Funktion der Zeit auf.

3. Mit dem Bewegungsmesswandler nimmt man Geschwindigkeit und Beschleunigung eines Gleiters auf und man diskutiert den Zusammenhang.

2.15 Impulsänderung bei Kreisbewegungen

1. Man verifiziert die Formel für die Impulsänderung bei Drehbewegungen mithilfe des Rotationsgeräts der Sammlung.

2. Man prüft die Formel qualitativ, indem man Gegenstände an einer Schnur befestigt und im Kreis herum schleudert. Achtung! So schleudern, dass den Schülerinnen und Schülern nichts passieren kann.

2.16 Umlenkrollen

Man zeigt den Zusammenhang zwischen den Impulsstrom-Beträgen in den verschiedenen Seilstücken bei einer Umlenkrolle, siehe Abb. 2.66 und 2.68 im Schülertext.

2.17 Der Zusammenhang zwischen Druck und Impulsstromstärke

In eine Schraubzwinde wird eine Art Sandwich hineingeklemmt, bestehend aus drei kleinen Holzplatten und zwei flachen Styroporstücken. Die Reihenfolge ist Holz - Styropor - Holz - Styropor - Holz. Das eine Styroporstück hat eine kleine Querschnittsfläche, das andere eine große. Zieht man die Schraubzwinde an, so wird zunächst nur das Styroporstück mit der kleineren Querschnittsfläche zerquetscht. Der Druck ist dort offenbar höher als in dem anderen Styroporstück.

2.18 Spannungen in drei Richtungen

1. Man klemmt einen kleinen kubischen Körper so ein, dass in drei aufeinander senkrechten Richtungen drei verschiedene Drücke herrschen, etwa mit Hilfe von Schraubzwingen.

2. Ein länglicher Schaumgummiklotz wird als Brücke benutzt, Abb. 2.76 im Schülertext. Bei Belastung in der Mitte sieht man, dass das Schaumgummi in Längsrichtung oben komprimiert und unten gedehnt wird. Zur Not tut es auch der Tafelschwamm.

3. Man zeigt, dass Holz in verschiedenen Richtungen verschieden stark belastbar ist.

3. Drehimpuls und Drehimpulsströme

3.1 Der Drehimpuls

1. Man zeigt zwei verschieden große, sich etwa gleich schnell drehende Schwungräder, z.B. das Schwungrad aus der Sammlung und ein kleines Märklinrad.
2. Für dieses Experiment braucht man zwei Schwungräder, die mit einer Rutschkupplung verbunden werden können. Geeignet sind Schwungräder wie die aus der Schulsammlung. Da man normalerweise nur ein solches Rad hat, muss man ein zweites ausleihen. Eine „Kupplung“ lässt sich recht leicht selbst bauen. Man macht die im Schülertext beschriebenen Experimente.
3. Man lässt Drehimpuls in die Erde abfließen, indem man ein rotierendes Rad mit der Hand abbremst.

3.2 Drehimpulspumpen

Man macht die im Schülertext beschriebenen Versuche mit Drehschemel und Schwungrad.

3.3 Wovon der Drehimpuls abhängt – Schwungräder

1. Aus einem dünnen Aluminiumrohr, auf dem man Stativfüße verschiebbar befestigt, baut man eine Hantel, Abb. 3.1.

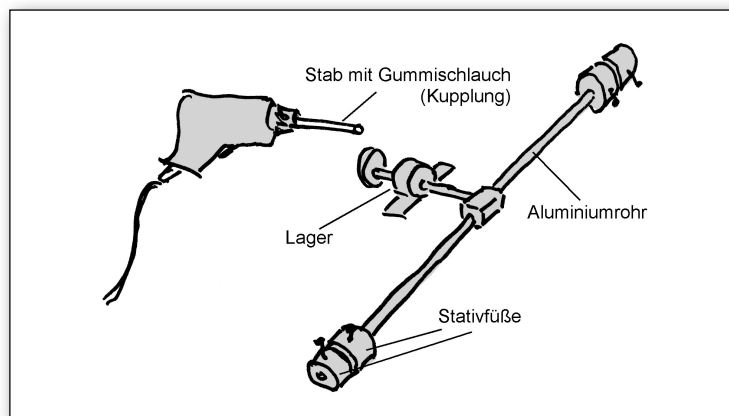


Abb. 3.1

Das Trägheitsmoment der „Hantel“ kann man verändern, indem man die Gewichte auf dem Rohr verschiebt.

Die Hantel wird mithilfe eines Kugellagers leicht drehbar gelagert. Sie kann mit einer elektrischen Bohrmaschine auf eine wohlbestimmte Winkelgeschwindigkeit gebracht werden. In die Bohrmaschine ist ein Metallstab eingespannt, auf den ein Stück Gummischlauch aufgezogen wurde. Man hält diese rotierende Welle an das Rädchen der Hantel. Man kann zwei oder vier Stativfüße am Rohr

befestigen, und man kann den Abstand der Stativfüße von der Achse verändern. An die Achse der Hantel wird eine Wäscheklamme geklemmt und diese wird so gehalten, dass sie sich nicht mitdreht, sodass sie die Hantel bremst, siehe hierzu Abb. 3.11 im Schülertext.

Es werden die im Schülertext beschriebenen Versuche gemacht.

2. Man lässt das Ausgussbecken mit Wasser volllaufen. Dann versetzt man das Wasser mit der Hand in eine sehr langsame Drehbewegung. Man öffnet den Abfluss. Es bildet sich ein heftiger Wirbel. Das Wasser behält, während es zur Mitte fließt, seinen Drehimpuls. Da der Radius abnimmt, nimmt die Winkelgeschwindigkeit zu. Damit man die Strömung besser sieht, streut man etwas Mehl auf die Wasseroberfläche.

Man wiederholt den Versuch mit der anderen Drehrichtung.

3. Ein Schüler oder eine Schülerin setzt sich auf einen Drehstuhl. Er oder sie hat die Aufgabe, sich um einen bestimmten Winkel zu drehen, ohne sich irgendwie von der Erde abzustößen. Jeder Mensch macht instinktiv die richtige Bewegung. Man braucht auch nicht einmal einen Drehstuhl. Man steht einfach mit geschlossenen Füßen auf dem Boden, und erzeugt die Drehung durch eine geeignete Bewegung des Körpers.

Der Versuch wird wiederholt, wobei aber die Arme ständig eng an den Körper gehalten werden. Dabei erreicht man keine Netto-drehung.

Bei einer dritten Variante darf man Gewichte in die Hände nehmen. Jetzt funktioniert es besonders gut.

Der Trick geht so: Man verdreht den Oberkörper gegen den Unterkörper um einen bestimmten Winkel, wobei man die Arme ausgestreckt hält. Man nimmt die Arme eng an den Körper und macht die Verdrehung rückgängig. Bei der Hin-Drehung hatte der Oberkörper ein großes Trägheitsmoment, bei der Rückdrehung ein kleines. Der Drehwinkel gegen die Erde ist deshalb bei der Hin-Drehung kleiner als bei der Rückdrehung. (Wir haben angenommen, dass das Trägheitsmoment des Unterkörpers nicht verändert wurde.)

Katzen benutzen dieselbe Methode, um bei einem Sturz auf die Beine zu fallen. (Siehe z.B. das Youtube-Video „Slow Motion Flipping Cat Physics“)

3.4 Drehimpulsleiter

1. Man zeigt noch einmal das Schwungrad und die schon in Abschnitt 3.1 verwendete Rutschkupplung. Man zeigt ein Kugellager.
2. Eine Rohrreinigungsspirale, wie man sie im Haushalt hat, oder im Baumarkt kaufen kann, ist ein Gerät, dessen Zweck es ist, Drehimpuls zu leiten. Man kann mit ihr im Unterricht das Schwungrad über eine größere Entfernung mit Drehimpuls laden. Dabei ist allerdings darauf zu achten, dass die Welle geradlinig verläuft. Das Gerät funktioniert natürlich auch, wenn die Welle nicht geradlinig läuft – und das ist ja gerade sein Vorteil – aber in diesem Fall findet in den Biegungen ein Drehimpulsaustausch über die Hülle des Leiters statt. Bei einer 90° -Biegung gibt die Welle etwa ihren ganzen x -Drehimpuls ab und nimmt dafür y -Drehimpuls auf.
3. Man befestigt am Schwungrad der Sammlung axial einen flachen elastischen Stab, etwa ein Plastiklineal. Man lädt das Rad mit Drehimpuls, indem man am Ende des Lineals dreht. Man beobachtet die Verdrillung.

3.7 Noch einmal Drehimpulsleiter

1. Man zeigt ein kardanisches aufgehängtes Rad, das man mit einem Metall- oder Technik-Baukasten selbst baut.
2. Man macht das Experiment mit Drehschemel und Schwungrad, Abb. 3.26 im Schülertext.

3.8 Drehimpulsstromkreise

Man zeigt, dass für den Drehimpuls, der zwischen einem Motor und einer vom Motor angetriebenen Maschine fließt, eine Rückleitung gebraucht wird. Es gibt mehrere Möglichkeiten, ein solches Experiment aufzubauen. Ein Beispiel: Man braucht eine elektrische Handbohrmaschine, am besten einen Akkubohrer, und einen kleinen Elektromotor, den man als Dynamo betreibt. Am Dynamo ist ein Lämpchen befestigt, das Lämpchen ist am Dynamo elektrisch angeschlossen. Die Antriebswelle des Dynamos wird in das Bohrfutter der Bohrmaschine eingeklemmt. Dynamo und Lämpchen müssen gut zentriert sein, damit die Erde kein Drehmoment auf das Gehäuse des Dynamos ausübt. Lässt man die Bohrmaschine laufen, so dreht sich der Dynamo samt Lämpchen als Ganzes. Das Lämpchen leuchtet nicht. Da der Drehimpulskreislauf nicht geschlossen ist, kann kein Energietransport stattfinden. Hält man das Dynamogehäuse dagegen fest, so hat der Drehimpuls eine Rückleitung und der Transport funktioniert.

4. Das Gravitationsfeld

4.1 Die Erdanziehung

1. Man lässt einen Gegenstand fallen. Man hängt den Gegenstand an einen Federkraftmesser, Abb. 4.1 im Schülertext.

2. Man zeigt noch einmal einen Versuch zur Impulsübertragung durch ein Magnetfeld.

3. Man befestigt eine kräftige Feder oder ein Expanderseil in Erdbodenhöhe. Ein Schüler, der evtl. noch auf einem Stuhl steht, spannt die Feder bzw. das Seil mit einer Hand in senkrechter Richtung. In die andere Hand nimmt er ein Gewichtsstück. Alles ist so aufeinander abgestimmt, dass die Impulsströme, die der Schüler rechts und links spürt, gleich sind. Man kann ihn noch bitten, die Augen zu schließen, und sich in Gedanken einzureden, Feder und Gewichtsstück seien gegeneinander vertauscht. Es ist überraschend, wie gut das gelingt. (Das merkt natürlich nur die Versuchsperson.)

Das Ziel der Operation ist es, dass sich die Schüler eine möglichst konkrete Vorstellung vom Schwerfeld bilden.

4.2 Wovon die Erdanziehung abhängt

An einen Federkraftmesser wird ein Gewichtsstück bekannter Masse gehängt, dann zwei, drei etc. Der Ausschlag des Kraftmessers wird abgelesen.

4.3 Der freie Fall

1. Zwei deutlich verschieden schwere, aber nicht zu leichte Gegenstände werden aus nicht zu großer Höhe gleichzeitig fallen gelassen. Man hört den gleichzeitigen Aufschlag.

2. Ein aufwändiger Versuch: Man lässt eine Kugel frei fallen und misst an einer beliebigen Stelle ihres Fallweges:

1. ihre Geschwindigkeit
2. die Fallzeit.

Man wiederholt den Versuch bei anderen Werten der Fallhöhe. Die Ergebnisse sollen die Gleichung $v = g \cdot t$ befriedigen.

3. Man macht die bekannten Versuche mit dem Fallrohr aus der Sammlung.

4.4 Fallen mit Reibung

1. Ein aufgeblasener Luftballon und ein schwerer Gegenstand werden gleichzeitig fallen gelassen.
2. Eine sehr leichte und eine schwere Kugel vom gleichen Durchmesser werden gleichzeitig aus derselben Höhe fallengelassen.

4.5 Schwerelosigkeit

1. Man macht das im Schülertext beschriebene Experiment mit den beiden Klötzen, zwischen denen ein Brettchen eingeklemmt ist.
2. Jemand (Lehrer, Schüler) springt vom Tisch und hat dabei zwei schwere Koffer in den Händen. Während des Fallens ist das Gewicht der Koffer nicht zu spüren.
3. Man macht ein Experiment mit dem in Abb. 4.1 dargestellten Gebilde, das man leicht selbst bauen kann: In einer Konservendose werden innen am Boden zwei Gummiringe befestigt. Am jeweiligen anderen Ende der Ringe werden zwei kleine Metallgegenstände befestigt. Die Länge der Gummiringe ist so eingerichtet, dass sie im entspannten Zustand nicht über den oberen Rand der Dose hinausreichen. Man kann aber die beiden an ihren Enden hängenden Gewichte über den Rand der Dose hängen, so dass die Gummiringe etwas gedehnt sind. Lässt man die so präparierte Dose frei fallen, so werden die Gewichtsstückchen deutlich hörbar ins Innere der Dose gezogen. Der Effekt tritt auch dann schon ein, wenn man die Dose nach oben wirft.

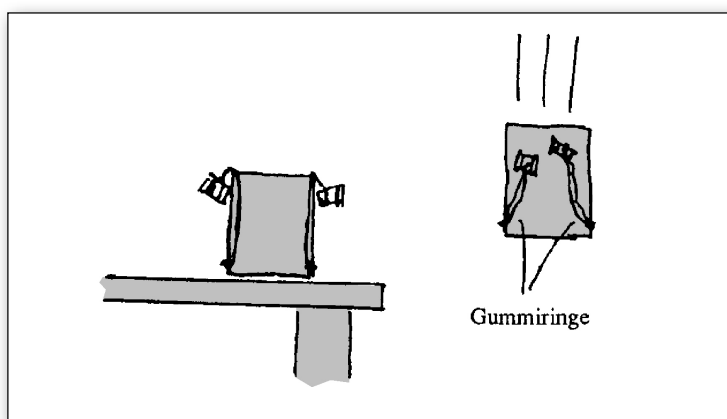


Abb. 4.1

Beim freien Fall werden die Gewichte von den Gummiringen ins Innere der Dose gezogen.

4. Ein Versuch, den man im Freien macht: Ein 1-Liter-Milchbehälter aus Pappe wird mit Wasser gefüllt. Man wirft ihn, mit der Öffnung nach unten, in die Luft. Beim Werfen hält man die Öffnung zu. Während der Milchkarton durch die Luft fliegt, fließt kein Wasser heraus.
-

4.9 Die Gezeiten

Zwei Fahrzeuge, Abb. 4.2, sind über ein Seil C, das mit einem Impulsstrommesser versehen ist, untereinander verbunden. Beide Fahrzeuge werden nun getrennt mit Impuls geladen, in dem man an den beiden Seilen A und B zieht. Dabei zieht man so, dass der Impulsstrom in Wagen A etwas größer ist als der in Wagen B. Man sieht, dass während dieses Vorgangs ein Impulsstrom von A nach B fließt. In dem Verbindungsseil zwischen den beiden Wagen herrscht eine Zugspannung.

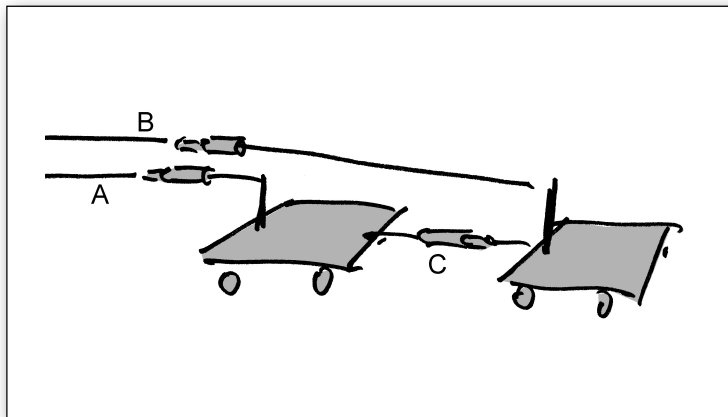


Abb. 4.2

In den vorderen Wagen fließt ein größerer Impulsstrom hinein als in den hinteren. Daher muss durch Seil C ein Impulsstrom vom vorderen zum hinteren fließen.

5. Impuls und Energie

5.2 Der Impuls als Energieträger

Man führt den in Abb. 5.5 im Schülertext dargestellten Versuch aus. Man schließt auf die Geschwindigkeiten, mit denen sich die drei Seilstücke bewegen.

5.4 Mechanische Energiespeicher

1. Eine Feder wird gespannt und mit beiden Enden festgehakt. Man löst sie dann von einer ihrer Befestigungen. Die Feder macht eine heftige ungeordnete Bewegung. Diese Bewegung wird als Zeichen dafür interpretiert, dass die Feder Energie enthalten hatte.

2. Eine lange Feder ist mit einem Ende an der Wand, mit dem anderen an einer Schnur befestigt. Die Feder wird gespannt, indem die Schnur mit Hilfe eines Elektromotors aufgewickelt wird. Dann lässt man die Feder sich entspannen, wobei der Motor als Dynamo arbeitet. An diesen Dynamo ist ein Lämpchen angeschlossen.

3. Ein Fahrzeug fährt gegen die Wand und zerstört dabei irgendetwas: einen Pappkarton oder einen Gegenstand aus Glas. Diese Zerstörung wird als Zeichen dafür interpretiert, dass das Fahrzeug Energie enthalten hatte.

4. Eine Person fährt Fahrrad. Sie lässt das Fahrrad ausrollen während der Dynamo eingekuppelt ist. Das Leuchten der Fahrradlampe ist ein Zeichen für Energieabgabe des Fahrrads.

5. Das eine Ende einer gespannten Feder wird an einem Fahrzeug festgehakt, das Fahrzeug wird losgelassen. Die Feder entspannt sich, und das Fahrzeug setzt sich in Bewegung.

6. Auf die Welle eines Schwungrades wird eine Schnur gewickelt und dabei wird eine Feder gespannt. Lässt man das Schwungrad los, so entspannt sich die Feder und das Schwungrad beginnt, sich zu drehen. Ist die Feder entspannt, so dreht sich das Schwungrad weiter und spannt die Feder wieder.

7. Ein Spielzeugauto mit Schwungradantrieb wird vorgeführt.

5.5 Das Gravitationsfeld als Energiespeicher – das Gravitationspotenzial

1. Mit Hilfe eines Elektromotors und einer Schnurrolle wird ein Gegenstand hochgehoben. Dann lässt man den Gegenstand sich

wieder hinunterbewegen, wobei der Motor als Dynamo arbeitet. An diesen Dynamo ist ein Lämpchen angeschlossen.

2. Ein Gewichtsstück wird an eine Feder gehängt. Das Gewichtsstück bewegt sich nach unten und spannt dabei die Feder.

5.6 Flaschenzug, Zahnradgetriebe, Ketten- und Riemenantrieb

1. Man baut Flaschenzüge mit den Mitteln der Sammlung auf und misst die Impulsstromstärke in Zug- und Lastseil.

2. Im Baumarkt bekommt man für nicht viel Geld einen richtigen Flaschenzug. Man hebt mit einem solchen Flaschenzug eine schwere Last. Wegen der großen Reibung solcher Flaschenzüge lassen sich die im Unterricht erarbeiteten Beziehungen hieran aber kaum nachweisen.

3. Es werden Getriebe, Ketten- und Seilantriebe vorgestellt, gebaut und untersucht. Man verwendet einen Technikbaukasten und auseinander genommene Spielzeugautos. Man untersucht die Ketten- und Nabenschaltung von Fahrrädern.

5.7 Reibung

1. Man nimmt die Δv - F -Kennlinie eines Stoßdämpfers auf. Einen Stoßdämpfer bekommt man im Autozubehörhandel. Man hängt ihn senkrecht auf, hängt dann ein schweres Gewicht ans andere Ende und bestimmt mithilfe von Stoppuhr und Lineal die Geschwindigkeit, mit der sich das Gewicht absenkt. Man wiederholt die Messung mit anderen Gewichten. Die Gewichte müssen sehr schwer sein: etwa 5 bis 20 kg. Es ergibt sich näherungsweise ein linearer Zusammenhang zwischen Impulsstrom und Geschwindigkeit.

Es ist zu beachten, dass Stoßdämpfer eine unsymmetrische Kennlinie haben: Der Δv - F -Zusammenhang ist beim Zusammen-drücken anders als beim Auseinanderziehen.

2. Die Reibung zwischen zwei festen Körpern untersucht man am besten mit dem Experiment von Abb. 5.31 im Schülertext.

D

Lösungen der Aufgaben

1. Werkzeuge

1.6 Stromlinien

2. Das Stromlinienbild darf sich mit der Zeit nicht ändern.
3. Pfeile gleicher Länge, aber je nach Betrag verschiedener Dicke.
Pfeile gleicher Länge, aber unterschiedlicher Grautönung.

2. Impuls und Impulsströme

2.2 Impulsströme

1.

$$m_W = 70 \text{ kg}$$

$$m_L = 52 \text{ kg}$$

$$v_{L,\text{vorher}} = 4,5 \text{ km/h}$$

$$m_L \cdot v_{L,\text{vorher}} = (m_L + m_W) \cdot v_{\text{nachher}}$$

$$v_{\text{nachher}} = \frac{m_L \cdot v_{L,\text{vorher}}}{(m_L + m_W)} = \frac{52 \text{ kg} \cdot 4,5 \text{ km/h}}{52 \text{ kg} + 70 \text{ kg}} = 1,9 \text{ km/h}$$

4.

Vorher:	$p_x = 3 \text{ Hy}$	$p_y = 0 \text{ Hy}$
	$\Delta p_x = -2 \text{ Hy}$	$\Delta p_y = 2 \text{ Hy}$
Nachher:	$p_x = 1 \text{ Hy}$	$p_y = 2 \text{ Hy}$

5. Das Auto rolle vorher in x-, dann in y-Richtung.

$$30 \text{ km/h} = 8,3 \text{ m/s}$$

Vorher:	$p_x = 10\,000 \text{ Hy}$	$p_y = 0 \text{ Hy}$
Nachher:	$p_x = 0 \text{ Hy}$	$p_y = 10\,000 \text{ Hy}$
	$\Delta p_x = 10\,000 \text{ Hy}$	$\Delta p_y = -10\,000 \text{ Hy}$

Der Impuls, der den Unterschied ausmacht, kommt aus der Erde.

2.3 Impulsfluss bei Reibungsvorgängen

1. Der Betrag der Geschwindigkeit des Klotzes ist zwar größer als der Betrag der Brettgeschwindigkeit. Berücksichtigt man aber das Vorzeichen, so ist die Geschwindigkeit des Brettes größer. Es fließt auch Impuls vom Brett in den Klotz, denn der Klotz verliert negativen Impuls. Er bekommt also positiven. Der Impuls fließt vom Brett, das die höhere Geschwindigkeit hat, in den Klotz.

2. Nein. Hier geht Impuls auch von einem Körper niedrigerer Geschwindigkeit zu einem mit höherer Geschwindigkeit. Unsere Regel ist nicht anwendbar, denn es handelt sich nicht um einen Reibungsvorgang.

2.6 Fließgleichgewichte

1. (a) Der Motor pumpt Impuls aus der Erde ins Auto. (b) Der Impuls fließt langsam in die Luft und in die Erde ab. (c) Der Impuls fließt schnell in die Erde ab. (d) Der ganze Impuls, den der Motor ins Auto pumpt, fließt wieder ab.
2. Es ist keine Reibung vorhanden. Impuls fließt weder zu noch ab.

2.7 Druck-, Zug- und Biegespannung

1. Die Anhängerkupplung steht unter Zugspannung, Abb. 2.1.

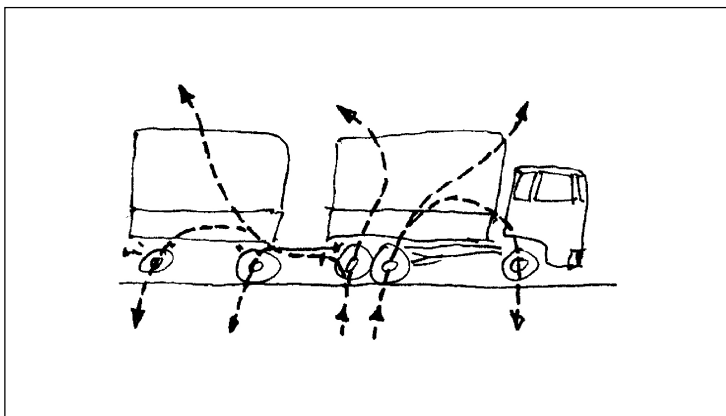


Abb. 2.1

Zu Abschnitt 2.7, Aufgabe 1

2. Der Impuls fließt nach rechts, also aus dem Wagen heraus, denn der negative Impuls des Wagens nimmt zu.

3. Siehe Abb. 2.2

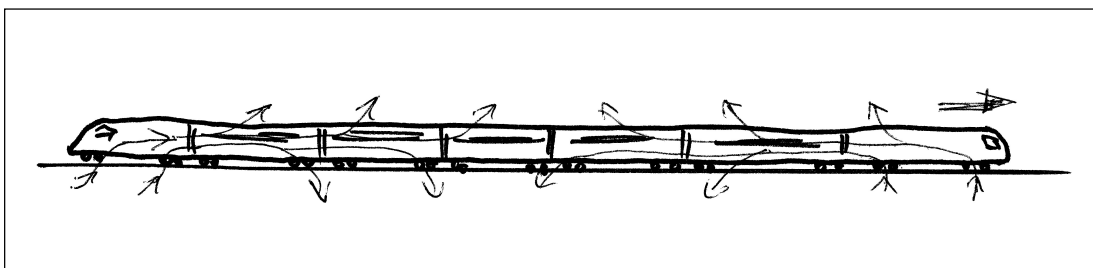


Abb. 2.2

Zu Abschnitt 2.7, Aufgabe 3

2.9 Die Impulsstromstärke

1.

$$t = 10 \text{ s}$$

$$p = 200 \text{ Hy}$$

$$F = \frac{p}{t} = \frac{200 \text{ Hy}}{10 \text{ s}} = 20 \text{ N}$$

2.

$$F = 6000 \text{ N}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$p = F \cdot t = 6000 \text{ N} \cdot 5 \text{ s} = 30\,000 \text{ Hy}$$

2.10 Das Newtonsche Gesetz

1.

$$t = 5 \text{ s}$$

$$m = 150 \text{ kg}$$

$$F = 15 \text{ N}$$

$$p = F \cdot t = 15 \text{ N} \cdot 5 \text{ s} = 75 \text{ Hy}$$

$$v = \frac{p}{m} = \frac{75 \text{ Hy}}{150 \text{ kg}} = 0,5 \text{ m/s}$$

2.

$$F = 200 \text{ kN}$$

$$t = 30 \text{ s}$$

$$v = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$$

$$p = F \cdot t = 200\,000 \text{ N} \cdot 30 \text{ s} = 6 \cdot 10^6 \text{ Hy}$$

$$m = \frac{p}{v} = \frac{6 \cdot 10^6 \text{ Hy}}{15 \text{ m/s}} = 4 \cdot 10^5 \text{ kg} = 400 \text{ t}$$

3.

$$m = 42 \text{ kg}$$

$$F = 20 \text{ N}$$

$$t = 3 \text{ s}$$

$$v = 1,2 \text{ m/s}$$

Hineingeflossener Impuls:

$$p = 20 \text{ N} \cdot 3 \text{ s} = 60 \text{ Hy}$$

Im Wagen enthaltender Impuls:

$$p = m \cdot v = 42 \text{ kg} \cdot 1,2 \text{ m/s} = 50,4 \text{ Hy}$$

Der fehlende Impuls ist wegen der Reibung in die Erde abgeflossen.

4.

$$l = 2 \text{ km}$$

$$d = 10 \text{ cm}$$

$$v = 0,5 \text{ m/s}$$

$$t = 2 \text{ s}$$

$$V = \pi (d/2)^2 l = 15,71 \text{ m}^3$$

$$m = \rho \cdot V = 15\,710 \text{ kg}$$

$$p = m \cdot v = 15\,710 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m/s} = 7855 \text{ Hy}$$

Der Impuls fließt über das Ventil in die Erde.

$$F = \frac{p}{t} = \frac{7855 \text{ Hy}}{2 \text{ s}} = 3928 \text{ N}$$

2.11 Konvektive Impulstransporte

1.

Wasserstrom: 0,5 l/s

$$v = 3 \text{ m/s}$$

$$l = 1 \text{ m}$$

In einer Sekunde fließt durch eine Querschnittsfläche des Strahls ein 3 m langer Ausschnitt des Strahls. Dem entspricht ein Volumen von 0,5 l. Ein 1m langes Stück des Strahls hat ein Volumen von $0,5/3 \text{ l} = 0,167 \text{ l}$. Die Masse des entsprechenden Wassers ist

$$m = 0,167 \text{ kg}.$$

$$p = m \cdot v = 0,167 \text{ kg} \cdot 3 \text{ m/s} = 0,5 \text{ Hy}$$

$$F = \frac{p}{t} = \frac{m}{t} \cdot v = 0,5 \text{ kg/s} \cdot 3 \text{ m/s} = 1,5 \text{ N}$$

2.

Volumenstrom:

$$\frac{V}{t} = 10 \text{ m}^2 \cdot 5 \text{ m/s} = 50 \text{ m}^3/\text{s}$$

Massenstrom:

$$\frac{m}{t} = \rho \cdot \frac{V}{t} = 1,293 \text{ kg/m}^3 \cdot 50 \text{ m}^3/\text{s} = 64,65 \text{ kg/s}$$

Impulsstrom:

$$F = \frac{m}{t} \cdot v = 64,65 \text{ kg/s} \cdot 5 \text{ m/s} = 323 \text{ Hy/s} = 323 \text{ N}$$

2.12 Noch einmal Impulsleiter

1. Die positive x -Richtung ist nach rechts. Die Verbindung ist undurchlässig für x -Impuls und durchlässig für y - und z -Impuls.
2. Die Verbindung ist undurchlässig für Impuls, der in der Ebene der Anordnung liegt und durchlässig für Impuls, der senkrecht auf dieser Ebene steht.
3. Die Konstruktion ergibt etwa 470 N.
4. Zwei zusammengesteckte Stäbe. Bei Zugbelastung lösen sie sich voneinander.
5. Ventile des Fahrrad- oder Autoreifens, Drehkreuz am Ausgang der Bahnsteige des U-Bahnhofs, Halbleiterdiode

2.13 Das Hookesche Gesetz

1.

$$(a) s = \frac{F}{D} = \frac{12 \text{ N}}{150 \text{ N/m}} = 0,08 \text{ m}$$

$$(b) s = \frac{24 \text{ N}}{150 \text{ N/m}} = 0,16 \text{ m}$$

2.

a) Für $F = 15 \text{ N}$ ist $s = 0,32 \text{ m}$;
für $F = 30 \text{ N}$ ist $s = 0,4 \text{ m}$.

b) Für $s = 0,2 \text{ m}$ ist $F = 4 \text{ N}$.

c) Mit zunehmender Verlängerung wird es immer schwerer, das Seil weiter zu verlängern.

3. An die Enden einer Feder werden die Enden eines Bindfadens geknotet, und zwar so, dass der Faden locker durchhängt, solange die Feder nicht gespannt ist. Zieht man die Feder auseinander, so fließt der Impulsstrom zunächst nur durch die Feder, es gilt das Hookesche Gesetz. Sobald aber der Faden gespannt ist, ist keine Verlängerung mehr möglich. Der Impulsstrom nimmt zu, ohne dass sich der Faden (und die Feder) verlängert.

4. Wir bezeichnen die Federn mit A und B. Es gilt also

$$F_A = D_A s_A \text{ und } F_B = D_B s_B .$$

Da derselbe Impulsstrom durch beide Federn fließt, ist

$$F_A = F_B , \text{ also } D_A s_A = D_B s_B . \text{ Da } s_A = 4s_B \text{ ist, muss } D_B = 4D_A \text{ sein.}$$

5. (a) Für die beiden Einzelfedern gilt:

$$F_1 = D \cdot s \text{ bzw. } F_2 = D \cdot s .$$

Damit wird der Gesamtimpulsstrom

$$F' = F_1 + F_2 = 2Ds .$$

Für die ganze Anordnung gilt dann

$$F' = D's \text{ mit } D' = 2D .$$

(b) Für die beiden Einzelfedern gilt:

$$F = D \cdot s_1 \text{ bzw. } F = D \cdot s_2 .$$

Damit wird die Gesamtverlängerung

$$s' = s_1 + s_2 = 2 \frac{F}{D} .$$

Für die ganze Anordnung gilt dann

$$F' = D's \text{ mit } D' = D/2 .$$

2.14 Geschwindigkeit, Beschleunigung, Winkelgeschwindigkeit

1.

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$\omega = 3500 \text{ Umdrehungen/Minute}$$

$$\omega = 3500 \cdot \frac{2\pi}{60 \text{ s}} = 366,5 \text{ s}^{-1}$$

$$v = \omega \cdot r = 366,5 \cdot 0,15 \text{ m/s} = 55 \text{ m/s} .$$

2.

$$\omega = \frac{2\pi}{1 \text{ Tag}} = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$r = 6370 \text{ km}$$

$$v = \omega \cdot r = 7,3 \cdot 10^{-5} \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m/s} = 478 \text{ m/s.}$$

3.

$$\omega = \frac{2\pi}{1 \text{ Jahr}} = \frac{2\pi}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

$$r = \frac{v}{\omega} = \frac{30 \text{ km/s}}{2 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}} = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$$

2.15 Impulsänderung bei Kreisbewegungen

1. Wir nehmen an, das Geradenstück vor dem Viertelkreisbogen laufe in die positive x-Richtung, das danach in die positive y-Richtung.

Am Beginn und am Ende des Bogens muss das Lenkrad ruckartig in eine neue Stellung gedreht werden.

Die Änderungsrate des x-Impulses geht am Beginn des Bogens un-
stetig von null auf einen negativen Wert und nimmt dann bis zum
Ende des Bogens auf null ab. Die Änderungsrate des y-Impulses
beginnt bei null, nimmt dann immer größere positive Werte an und
geht am Ende der Kurve un-
stetig auf null zurück. Bei einer gut an-
gelegten Straße hat die Krümmung keine Unstetigkeiten. Damit hat
auch die Impulsänderungsrate keine Unstetigkeiten und es
brauchen keine ruckartigen Lenkradbewegungen gemacht zu wer-
den.

2.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 7,85 \text{ s}^{-1}$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = m\omega^2 r = 0,5 \text{ kg} \cdot (7,85 \text{ s}^{-1})^2 \cdot 1 \text{ m} = 30,8 \text{ N}$$

2.16 Umlenkrollen

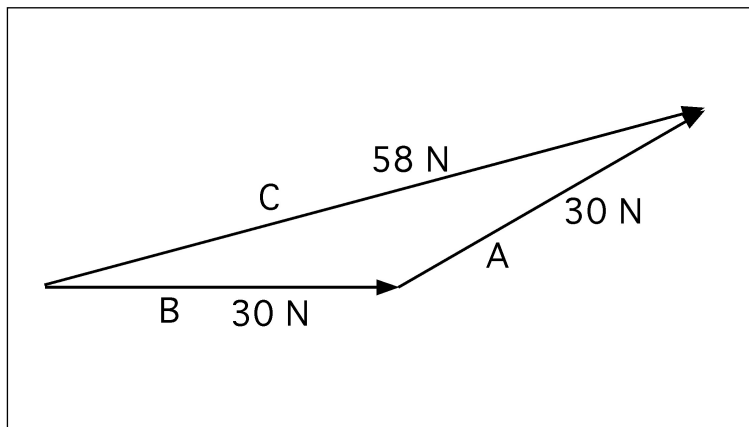


Abb. 2.3

Zu Abschnitt 2.16,
Aufgabe 1

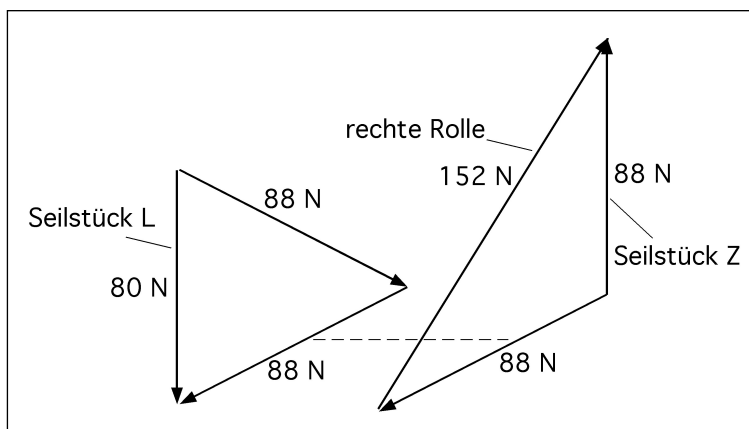


Abb. 2.4

Zu Abschnitt 2.16,
Aufgabe 2

2.17 Der Zusammenhang zwischen Druck und Impulsstromstärke

1. Gegeben: $F = 420 \text{ N}$

$$A_1 = 2 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 3 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = 3 \text{ cm}^2$$

Gesucht: p_1, p_2, p_3

$$p_1 = -\frac{420 \text{ N}}{0,0002 \text{ m}^2} = -2,1 \text{ MPa}$$

$$p_2 = p_3 = -\frac{420 \text{ N}}{0,0003 \text{ m}^2} = -1,4 \text{ MPa}$$

2. Gegeben: $m = 12 \text{ kg}$

$$A = 1.5 \text{ cm}^2$$

Gesucht: p_1, p_2, p_3

$$F_3 = m \cdot g = 12 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 120 \text{ N}$$

$$F_1 = F_2 = F_3/2 = 60 \text{ N}$$

$$p_1 = -\frac{120 \text{ N}}{0,00015 \text{ m}^2} = -800 \text{ kPa}$$

$$p_2 = p_3 = -\frac{60 \text{ N}}{0,00015 \text{ m}^2} = -400 \text{ kPa}$$

3. Der Impulsstrom wird geschätzt zu $F = 40 \text{ N}$.

Der Durchmesser des Nägelchens ist etwa

$$d = 1 \text{ mm}^2.$$

Die Querschnittsfläche ist

$$A = \rho \left(\frac{d}{2} \right)^2 \approx 0,8 \text{ mm}^2 = 0,000\,000\,8 \text{ m}^2$$

Damit wird

$$p = \frac{40 \text{ N}}{0,000\,000\,8 \text{ m}^2} = 50 \text{ MPa} = 500 \text{ bar}$$

Wenn die Querschnittsfläche an der Spitze noch 10mal kleiner ist, ergibt sich dort ein Druck von $500 \text{ MPa} = 5000 \text{ bar}$.

4. Aus der Masse des Hammers $m = 1 \text{ kg}$ und der geschätzten Geschwindigkeit $v = 2 \text{ m/s}$ folgt der Impuls $p = 1 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s} = 2 \text{ Hy}$. Wir schätzen, dass die Impulsübertragung $0,01 \text{ s}$ dauert. Mit $F = p/t$ wird

$$F = \frac{2 \text{ Hy}}{0,01 \text{ s}} = 200 \text{ N}$$

Wenn die Querschnittsfläche an der Nagelspitze $0,1 \text{ mm}^2 = 0,000\,000\,1 \text{ m}^2$ ist, so wird der Druck

$$p = \frac{200 \text{ N}}{0,000\,000\,1 \text{ m}^2} = 2000 \text{ MPa} = 20 \text{ kbar}$$

2.18 Spannungen in drei Richtungen

1. Textilien, Gewebe

2. Beton, Steine, aber auch Sand und Kies

3. Holz, manche Textilien, Glimmer, Graphit

3. Drehimpuls und Drehimpulsströme

3.1 Der Drehimpuls

Drehimpuls kann von einem auf einen anderen Körper übergehen.
Impuls kann von einem auf einen anderen Körper übergehen.
Elektrische Ladung kann von einem auf einen anderen Körper übergehen.

Ist ein Rad schlecht gelagert, so dass es von selbst zum Stillstand kommt, so fließt sein Drehimpuls in die Erde ab.

Ist ein Fahrzeug schlecht gelagert, so dass es von selbst zum Stillstand kommt, so fließt sein Impuls in die Erde ab.

Ist ein elektrisch geladener Körper schlecht isoliert, so fließt seine Ladung in die Erde ab.

Der Drehimpuls kann positive und negative Werte annehmen.

Der Impuls kann positive und negative Werte annehmen.

Die elektrische Ladung kann positive und negative Werte annehmen.

Drehimpuls kann man nicht erzeugen und nicht vernichten.

Impuls kann man nicht erzeugen und nicht vernichten.

Elektrische Ladung kann man nicht erzeugen und nicht vernichten.

3.2 Drehimpulspumpen

Im ersten Fall passiert nichts, d.h. Willy wird sich nicht drehen. Im zweiten beginnt er sich zu drehen.

3.3 Wovon der Drehimpuls abhängt – Schwungräder

1. Bei Fahrzeugen: um zu verhindern, dass der Impuls, der in Fahrtrichtung weist, in die Erde abfließt, und zum Antrieb; zur Energieübertragung mit Treibriemen, Ketten; bei Flaschenzügen und im Zahnradgetriebe.

2. Wenn sich ein Rad dreht, fließen innerhalb des Rades geschlossene Impulsströme. Diese werden um so stärker, je schneller sich das Rad dreht. Wird die Winkelgeschwindigkeit zu hoch, so zerreißt es das Schwungrad.

3.

$$m = 8,5 \text{ kg}$$

$$r = 20 \text{ cm}$$

$$\omega = 3000 \text{ Umdrehungen/Minute}$$

$$J = m \cdot r^2 = 8,5 \text{ kg} \cdot (0,2)^2 \text{ m}^2 = 0,34 \text{ kgm}^2 .$$

$$L = J \cdot \omega = 0,34 \text{ kgm}^2 \cdot \frac{3000 \cdot 2\pi}{60 \text{ s}} = 106,8 \text{ E} .$$

4. Der Drehimpuls bleibt konstant. Es ist also

$$L = J_1 \cdot \omega_1 = J_2 \cdot \omega_2$$

Wir schätzen die folgenden Werte:

Gesamtmasse = 50 kg

Mittlerer Radius bei nicht ausgestreckten Armen und Beinen
= 0,15 m

Wenn die Arme und ein Bein ausgestreckt sind, wird eine Masse von 10 kg auf einen Radius von 0,4 m verlagert.

Damit ergibt sich:

$$J_1 = 40 \text{ kg} \cdot (0,15 \text{ m})^2 + 10 \text{ kg} \cdot (0,4 \text{ m})^2 = 2,5 \text{ kgm}^2$$

$$J_2 = 50 \text{ kg} \cdot (0,15 \text{ m})^2 = 1,125 \text{ kgm}^2$$

$$\omega_2 = \frac{J_1}{J_2} \cdot \omega_1 = \frac{2,5}{1,125} \cdot \omega_1 = 2,22\omega_1 = 2,22 \text{ Umdr./Sek.}$$

5.

$$r_1 = 50 \text{ 000 km}$$

$$r_2 = 10 \text{ km}$$

Der Drehimpuls vorher ist gleich dem nachher:

$$L_1 = L_2$$

$$m \cdot r_1^2 \cdot \omega_1 = m \cdot r_2^2 \cdot \omega_2$$

$$r_1^2 \cdot \omega_1 = r_2^2 \cdot \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot \omega_1 = \frac{50 \text{ 000}^2}{10^2} \cdot \frac{1 \text{ Umdr.}}{120 \text{ Tage}} = 2,4 \frac{\text{Umdr.}}{\text{Sekunde}}$$

6. Man verdreht den Oberkörper gegen den Unterkörper um einen bestimmten Winkel, wobei man die Arme ausgestreckt hält. Man nimmt die Arme eng an den Körper und macht die Verdrehung rückgängig. Bei der Hin-Drehung hatte der Oberkörper ein großes Trägheitsmoment, bei der Rückdrehung ein kleines. Der Drehwinkel gegen die Erde ist deshalb bei der Hin-Drehung kleiner als bei der Rückdrehung. (Wir haben angenommen, dass das Trägheitsmoment des Unterkörpers nicht verändert wurde.)

3.4 Drehimpulsleiter

1. Siehe Abb. 3.1a. Man dreht an der Kurbel. Der drehbar aufgestellte, mit Wasser gefüllte Behälter beginnt sich zu drehen, falls das Wasser den Drehimpuls leitet.

2. Siehe Abb. 3.1b. Man dreht an der Kurbel. Die untere Achse dreht sich mit.

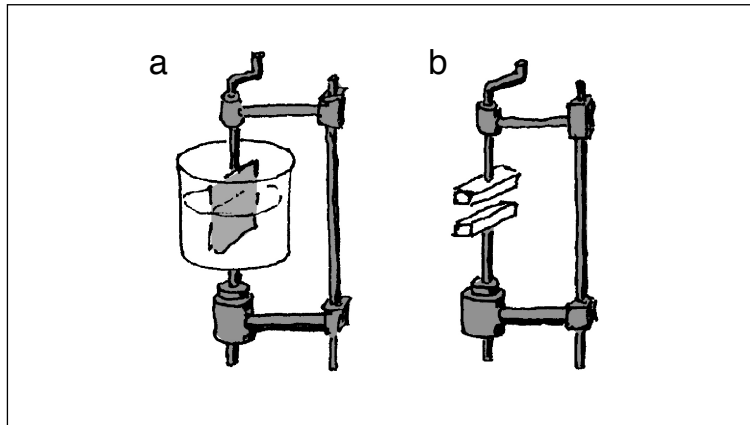


Abb. 3.1

Zu Abschnitt 3.4,
Aufgaben 1 und 2

3. Wirbelsturm

4. Kurbelwelle: Energie, die von den Kolben kommt, wird auf Welle umgeleitet; Nockenwelle: zum Öffnen und Schließen der Ventile; Antriebswelle: Energietransport vom Getriebe zu den Rädern.

3.5 Stromstärke und Änderungsrate des Drehimpulses

1.

$$m = 1200 \text{ kg}$$

$$r = 1 \text{ m}$$

$$\omega = 3 \text{ Umdrehungen/Sekunde}$$

$$M = 120 \text{ E/s}$$

$$(a) L = m \cdot r^2 \cdot \omega = 1200 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot 3 \cdot 2\pi \cdot \text{s}^{-1} = 22\,619 \text{ E}$$

$$(b) M = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L}{t} \Rightarrow t = \frac{L}{M} = \frac{22619 \text{ E}}{120 \text{ E/s}} = 188,5 \text{ s}$$

2.

$$\bar{M} = 40 \text{ E/s}$$

$$\omega = 8 \text{ Umdrehungen/Sekunde}$$

$$J = 2 \text{ kg m}^2$$

(a) 4 Arbeitstakte/Sekunde

(b) 10 E/Arbeitstakt

(c) $L = J \cdot \omega = 2 \text{ kgm}^2 \cdot 3 \cdot 2\pi \cdot \text{s}^{-1} = 100,5 \text{ E}$

(d) Annahme: Der Motor liefert den Drehimpuls an die Kurbelwelle nur während des Arbeitstaktes. Während der restlichen Takte nimmt er von dort keinen auf und gibt keinen ab. Von den 10 E werden daher drei Viertel im Schwungrad gespeichert, d.h. 7,5 E. Das sind 7,5 % des Gesamtdrehimpulses des Schwungrads.

3.7 Noch einmal Drehimpulsleiter

1. Es gibt verschiedene Lösungen. Es ist darauf zu achten, dass die einzelnen Bauteile die notwendigen Bewegungsfreiheitsgrade haben. So muss die Antriebswelle zwei Kreuzgelenke und ein längenvariables Rohr enthalten.

2. Haben die Schwungräder am Anfang den gleichen Drehimpuls, so dreht sich Lilly nach dem Hochkippen der Räder nicht. Haben sie entgegengesetzten Drehimpuls, so dreht sich Lilly.

4. Das Gravitationsfeld

4.2 Wovon die Erdanziehung abhängt

1. Es sei $m = 70 \text{ kg}$.

$$F = m \cdot g$$

$$F_{\text{Erde}} = 70 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} = 686 \text{ N}$$

$$F_{\text{Mond}} = 70 \text{ kg} \cdot 1,62 \text{ N/kg} = 113 \text{ N}$$

$$F_{\text{Erde}} = 70 \text{ kg} \cdot 1012 \text{ N/kg} = 7 \cdot 1013 \text{ N}$$

2.

$$F = 300 \text{ N}$$

$$g = 1,62 \text{ N/kg}$$

$$m = \frac{F}{g} = \frac{300 \text{ N}}{1,62 \text{ N/kg}} = 185 \text{ kg}$$

4.3 Der freie Fall

1. Es sei $m = 70 \text{ kg}$.

$$t = 0,77 \text{ s}$$

$$p = m \cdot g \cdot t = 70 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 0,77 \text{ s} = 540 \text{ Hy}$$

$$v = g \cdot t = 10 \text{ N/kg} \cdot 0,77 \text{ s} = 7,7 \text{ m/s}$$

2.

$$t = 0,5 \text{ s}$$

$$v = g \cdot t$$

$$v_{\text{Erde}} = 5 \text{ m/s}; v_{\text{Mond}} = 0,81 \text{ m/s}; v_{\text{Sonne}} = 137 \text{ m/s}$$

3.

$$v = 15 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{v}{g} = \frac{15 \text{ m/s}}{10 \text{ N/kg}} = 1,5 \text{ s} = \text{Zeit bis zur Umkehr}$$

$$\text{Gesamtzeit} = 2 \cdot 1,5 \text{ s} = 3 \text{ s}$$

4.

$$\text{Gesamtzeit} = 5 \text{ s}$$

$$\text{Fallzeit} = 2,5 \text{ s}$$

$$v = g \cdot t = 10 \text{ N/kg} \cdot 2,5 \text{ s} = 25 \text{ m/s}$$

4.4 Fallen mit Reibung

In die Kugel fließt aus der Erde ein Impulsstrom von

$$F = m \cdot g = 0,8 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 8 \text{ N}$$

In Abb. 4.6 im Schülertext liest man ab: $v = 20 \text{ m/s}$

4.6 Kreisbahnen im Gravitationsfeld

1. Er gibt beiden Körpern einen Stoß, d.h. er lädt sie mit Impuls. Der mit der kleineren Masse fliegt schneller weg.

2. Das Raumschiff in Rotation versetzen.

3. In $\omega = \frac{v}{r}$ setzen wir $v = \sqrt{r \cdot g}$ ein und erhalten:

$$\omega = \frac{\sqrt{r \cdot g}}{r} = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

4.

(a) $u = 2\pi r = 2\pi \cdot 384\,000 \text{ km} = 2\,412\,700 \text{ km}$

(b) $T = 27 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 2\,332\,800 \text{ s}$

(c) $v = \frac{u}{t} = \frac{2\,412\,700 \text{ km}}{2\,332\,800 \text{ s}} = 1,03 \text{ km/s}$

(d) $v = \sqrt{r \cdot g} \Rightarrow g = \frac{v^2}{r} = \frac{1,03^2 \cdot 10^6 \text{ m}^2/\text{s}^2}{3,84 \cdot 10^8 \text{ m}} = 0,0028 \text{ N/kg}$

5. Siehe Abb. 4.1. Eine Hyperbelbahn erhält man, wenn die Geschwindigkeit sehr stark vergrößert wird.

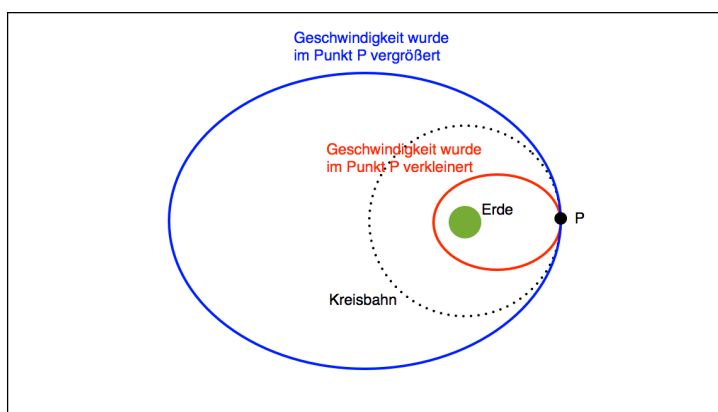


Abb. 4.1

Zu Abschnitt 4.6,
Aufgabe 5.

Gestrichelt: ursprüngliche
Kreisbahn

rot: Geschwindigkeit wurde
im Punkt P vermindert

blau: Geschwindigkeit wurde
im Punkt P vergrößert

4.7 Die Feldstärke für kugelsymmetrische Körper

1. Aus

$$g(r) = G \cdot \frac{m}{r^2}$$

erhalten wir

$$m = \frac{g}{G} r^2$$

Wir setzen die Feldstärke g des Feldes der Erde am Ort des Mondes ein. Außerdem den Radius r der Mondbahn:

$$m = \frac{2,8 \cdot 10^{-3} \text{ N/kg}}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)} \cdot 3,84^2 \cdot 10^{16} \text{ m}^2 = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Man hätte die Masse der Erde auch mithilfe eines Körpers an der Erdoberfläche berechnen können. Dazu hätte man den Erdradius gebraucht.

2.

$$r = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$(a) \omega = \frac{2\pi}{\text{Jahr}} = \frac{2\pi}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

$$v = \omega \cdot r = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1} \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m} = 3 \cdot 10^4 \text{ m/s} = 30 \text{ km/s}$$

$$(b) g = \frac{v^2}{r} = \frac{9 \cdot 10^8 \text{ N}}{1,5 \cdot 10^{11} \text{ kg}} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ N/kg}$$

$$(c) m = \frac{g}{G} r^2$$

$$m = \frac{6 \cdot 10^{-3} \text{ N/kg}}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)} \cdot 2,25 \cdot 10^{22} \text{ m}^2 = 2,02 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

3. In

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m}{r}}$$

ist m die Masse des Zentralgestirns, r und v sind Radius und Geschwindigkeit des Satelliten. Es folgt

$$m = \frac{r \cdot v^2}{G}$$

Man braucht also den Bahnradius und die Geschwindigkeit eines der Monde des Planeten.

4.

$$\omega = \frac{2\pi}{\text{Tag}} = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600 \text{ s}} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$m =$ Masse der Erde $= 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Mit

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

und

$$g = G \cdot \frac{m}{r^2}$$

wird

$$\omega = \sqrt{G \frac{m}{r^3}}$$

Wir lösen nach r auf:

$$r = \sqrt[3]{\frac{Gm}{\omega^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{7,3^2 \cdot 10^{-10}}} \text{ m} = 4,22 \cdot 10^7 \text{ m} = 42 \text{ 000 km}$$

r ist der Bahnradius. Um die Höhe über der Erdoberfläche zu bekommen, muss man noch den Erdradius abziehen, und es ergibt sich eine Flughöhe von etwa 36 000 km.

Die Bahngeschwindigkeit ergibt sich zu

$$v = \omega \cdot r = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} \cdot 4,22 \cdot 10^7 \text{ m} = 3080 \text{ m/s} .$$

4.8 Galilei, Kepler, Newton

1. Aus

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m}{r}}$$

folgt

$$v^2 = \frac{G \cdot m}{r} .$$

Mit

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

wird daraus

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{G \cdot m}{r}$$

oder

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m} .$$

Der Quotient auf der rechten Seite der Gleichung hat für alle Planeten oder Satelliten ein und desselben Zentralgestirns denselben Wert.

2.

$$m_A = m_B = 1 \text{ kg}$$

$$r = 10 \text{ cm}$$

Für den Impulsstrom zwischen den Körpern A und B ergibt sich:

$$F = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{0,01} \text{ N} = 6,67 \cdot 10^{-9} \text{ N}$$

Es ist schwer, einen Impulsstrom von etwa 10^{-8} N zu messen. Mehrere andere Ströme von derselben Größenordnung stören das Experiment.

4.9 Die Gezeiten

1.

$$g = G \cdot m_{\text{Mond}} \cdot \frac{1}{r^2}$$

Mit $m_{\text{Mond}} = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ und $r = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$ wird

$$g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{(3,84)^2 \cdot 10^{16}} \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 3,32 \cdot 10^{-5} \text{ N/kg}$$

Bei der Berechnung des Unterschiedes von g auf beiden Seiten der Erde kommt es nicht auf den genauen Absolutwert von g an.

$$\begin{aligned} \Delta g &= G \cdot m_{\text{Mond}} \cdot \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{(r + \Delta r)^2} \right) \\ &\approx G \cdot m_{\text{Mond}} \cdot \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r^2 + 2r\Delta r} \right) \\ &= G \cdot m_{\text{Mond}} \cdot \left(\frac{r^2 + 2r\Delta r - r^2}{r^2(r^2 + 2r\Delta r)} \right) \\ &= G \cdot m_{\text{Mond}} \cdot \left(\frac{2r\Delta r}{r^2(r^2 + 2r\Delta r)} \right) \\ &\approx G \cdot m_{\text{Mond}} \cdot \frac{2\Delta r}{r^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta g &= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 2 \cdot 1,274 \cdot 10^7}{(3,84)^3 \cdot 10^{24}} \frac{\text{N}}{\text{kg}} \\ &= 2,21 \cdot 10^{-6} \text{ N/kg} \end{aligned}$$

2. Siehe Abb. 4.2. Der Impulsstrom, der in die beiden Hantelteile A und B über das Gravitationsfeld hineinfließt, hat nicht dieselbe Richtung wie der sich in der Hantel ansammelnde Impuls. Die x -Komponente des in Körper B ankommenden Impulses fließt durch den Hantelstab nach A und kompensiert die x -Komponente des dort ankommenden Impulses.

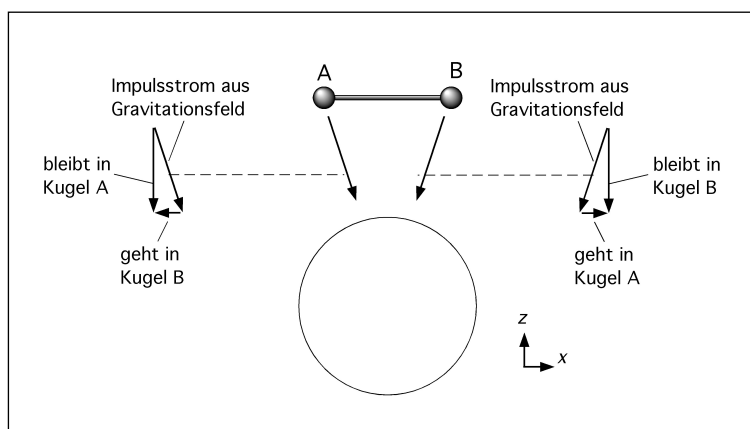


Abb. 4.2

Zu Abschnitt 4.9, Aufgabe 2. In der Hantel häuft sich negativer z -Impuls an. Positiver x -Impuls fließt von A nach B.

5. Impuls und Energie

5.2 Der Impuls als Energieträger

1.

$$v = 20 \text{ km/h} = 5,6 \text{ m/s}$$

$$F = 900 \text{ N}$$

$$P = v \cdot F = 5,6 \text{ m/s} \cdot 900 \text{ N} = 5040 \text{ W}$$

Der Impuls fließt ab in die Erde und in die Luft. Die Energie wird bei der Entropieerzeugung verbraucht.

2.

$$v = 10 \text{ m/s}$$

$$P = 800 \text{ W}$$

$$F = \frac{P}{v} = \frac{800 \text{ W}}{10 \text{ m/s}} = 80 \text{ N}$$

3.

$$m = 50 \text{ kg}$$

$$v = 0,8 \text{ m/s}$$

$$h = 5 \text{ m}$$

$$F = m \cdot g = 50 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 500 \text{ N}$$

$$P = v \cdot F = 0,8 \text{ m/s} \cdot 500 \text{ N} = 400 \text{ W}$$

$$t = \frac{h}{v} = \frac{5 \text{ m}}{0,8 \text{ m/s}} = 6,25 \text{ s}$$

$$E = P \cdot t = 400 \text{ W} \cdot 6,25 \text{ s} = 2500 \text{ J}$$

4.

$$s = 35 \text{ km}$$

$$F = 900 \text{ N}$$

$$E = F \cdot s = 900 \text{ N} \cdot 35 \text{ km} = 31\,500 \text{ kJ}$$

5.3 Der Drehimpuls als Energieträger

1.

$$P = 27 \text{ MW}$$

$$\omega = 100 \text{ Umdrehungen/Minute}$$

$$\omega = \frac{100 \cdot 2\pi}{60} \text{ s}^{-1} = 10,49 \text{ s}^{-1}$$

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{27 \cdot 10^6 \text{ W}}{10,49 \text{ s}^{-1}} = 2,57 \cdot 10^6 \text{ E/s}$$

2. Motor: Bipower SX

$$M = 130 \text{ Nm} = 130 \text{ E/s}$$

$\omega = 4000$ Umdrehungen/Minute

$$\omega = \frac{4000 \cdot 2\pi}{60} \text{ s}^{-1} = 419 \text{ s}^{-1}$$

$$P = \omega \cdot M = 419 \text{ s}^{-1} \cdot 130 \text{ E/s} = 54,5 \text{ kW}$$

Den Energiestrom (die Leistung) von 68 kW im Datenblatt erreicht der Motor bei einer höheren Winkelgeschwindigkeit.

5.4 Mechanische Energiespeicher

1.

$$m = 30 \text{ kg}$$

$$t = 6 \text{ s}$$

$$F = 20 \text{ N}$$

$$p = F \cdot t = 20 \text{ N} \cdot 6 \text{ s} = 120 \text{ Hy}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{120^2 \text{ Hy}^2}{2 \cdot 30 \text{ kg}} = 240 \text{ J}$$

2.

$$m = 200 \text{ g}$$

$$v = 0,8 \text{ m/s}$$

$$s = 5 \text{ cm}$$

$$E = \frac{m}{2} v^2 = 0,1 \text{ kg} \cdot 0,8^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 0,064 \text{ J}$$

$$E = \frac{D}{2} s^2 \Rightarrow D = \frac{2E}{s^2} = \frac{2 \cdot 0,064 \text{ J}}{0,05^2 \text{ m}^2} = 51,2 \text{ N/m}$$

3.

Masse des leichteren Gleiters = m

Masse der drei Gleiter = $3m$

Der Impuls p vor und nach dem Stoß ist gleich.

$$E_{\text{vorher}} = \frac{p^2}{2m}$$

$$E_{\text{nachher}} = \frac{p^2}{3 \cdot 2m} = \frac{E_{\text{vorher}}}{3}$$

Die gesamte kinetische Energie hat beim Stoß auf $1/3$ ihres ursprünglichen Wertes abgenommen. Die fehlenden $2/3$ wurden zur Entropieerzeugung gebraucht.

4.

$$m = 20 \text{ kg}$$

$$v_{\text{vorher}} = 0,5 \text{ m/s}$$

$$D = 60 \text{ N/m}$$

$$(a) p_{\text{vorher}} = m \cdot v_{\text{vorher}} = 20 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m/s} = 10 \text{ Hy}$$

$$p_{\text{nachher}} = m \cdot v_{\text{nachher}} = 20 \text{ kg} \cdot -0,5 \text{ m/s} = -10 \text{ Hy}$$

(b)

$$E_{\text{kin}} = \frac{m}{2} v_{\text{vorher}}^2 = \frac{m}{2} v_{\text{nachher}}^2 = 10 \text{ kg} \cdot 0,25 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 2,5 \text{ J}$$

(c)

$$E_{\text{Feder}} = \frac{D}{2} s^2 = E_{\text{kin}}$$

$$s = \sqrt{\frac{2E_{\text{kin}}}{D}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5 \text{ J}}{60 \text{ N/m}}} = 0,289 \text{ m}$$

(d) Wenn die Feder halb ausgelenkt ist, ist ihre Energie:

$$E'_{\text{Feder}} = \frac{D}{2} \left(\frac{s}{2} \right)^2 = \frac{E_{\text{Feder}}}{4},$$

also gleich einem Viertel der Gesamtenergie. Die kinetische Energie ist daher gleich drei Viertel der Gesamtenergie:

$$E'_{\text{kin}} = \frac{m}{2} v'^2 = \frac{3E_{\text{kin}}}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{m}{2} v^2,$$

Damit wird

$$v'^2 = \frac{3}{4} v_{\text{vorher}}^2$$

$$v' = \sqrt{\frac{3}{4}} v_{\text{vorher}} = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot 0,5 \text{ m/s} = 0,43 \text{ m/s}$$

5. Die Energie fließt zwischen Feder und Körper hin und her. Der Impuls fließt zwischen Körper und Erde (über die Feder) hin und her.

$$m = 300 \text{ g}$$

$$D = 7,5 \text{ N/m}$$

$$v = 0,5 \text{ m/s}$$

Die kinetische Energie beim Durchgang durch die Ruhelage ist gleich der Federenergie bei maximaler Auslenkung.

$$\frac{D}{2} s^2 = \frac{m}{2} v^2$$

$$D \cdot s^2 = m \cdot v^2$$

$$s = \sqrt{\frac{m}{D}} \cdot v = \sqrt{\frac{0,3 \text{ kg}}{7,5 \text{ N/m}}} \cdot 0,5 \text{ m/s} = 0,1 \text{ m}$$

6. Die Bewegung verlaufe am Anfang in x- und am Ende in y-Richtung.

Die Energie hat in jedem Augenblick denselben Wert. Der gesamte x-Impuls wird an die Erde abgegeben, und der y-Impuls, den das Fahrzeug am Ende hat, kommt aus der Erde.

7.

$$d = 2,2 \text{ m}$$

$$m = 1,8 \text{ t}$$

$$\omega = 2 \text{ Umdrehungen/Sekunde}$$

$$L = m \cdot r^2 \cdot \omega = 1800 \text{ kg} \cdot 1,12 \text{ m}^2 \cdot 2 \cdot 2\pi \text{ s}^{-1} = 27\,370 \text{ E}$$

$$E = \frac{J}{2} \omega^2 = \frac{L \cdot \omega}{2} = \frac{27\,370 \text{ E} \cdot 2 \cdot 2\pi \text{ s}^{-1}}{2} = 172 \text{ kJ}$$

8. Index v: vorher, Index n: nachher

$$J_A = J_B = 2 \text{ kgm}^2$$

$$\omega_{A,v} = 2 \text{ Umdrehungen/Sekunde}_A$$

$$(a) L_{A,v} = J_A \cdot \omega_{A,v} = 2 \cdot 2 \cdot 2\pi \text{ E} = 25,13 \text{ E}$$

$$(b) E = \frac{L \cdot \omega}{2} = \frac{25,13 \text{ E} \cdot 2 \cdot 2\pi \text{ s}^{-1}}{2} = 158 \text{ kJ}$$

$$(c) L_{A,n} = L_{B,n} = \frac{L_{A,v}}{2} = 12,56 \text{ E}$$

$$(d) E_{A,n} = \frac{L_{A,n}^2}{2J} = \frac{(L_{A,v}/2)^2}{2J} = \frac{L_{A,v}^2}{8J} = \frac{E_{A,v}}{4}$$

$$E_{A,n} + E_{B,n} = \frac{E}{2}$$

(e) Beim Einkuppeln geht die Hälfte der Energie der Drehung verloren. Sie wird zur Entropieerzeugung gebraucht. Der Vorgang ist analog zu einem inelastischen Stoß eines Fahrzeugs gegen ein gleich schweres ruhendes.

9.

$$t = 10 \text{ s}$$

$$P = 150 \text{ MW}$$

$$\omega = 1600 \text{ Umdr./Minute} = \frac{1600 \cdot 2\pi}{60} \text{ s}^{-1} = 167,55 \text{ s}^{-1}$$

$$E = P \cdot t = 150 \text{ MW} \cdot 10 \text{ s} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$E = \frac{J}{2} \omega^2 \Rightarrow J = \frac{2E}{\omega^2} = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 10^9 \text{ J}}{167,55^2 \text{ s}^{-2}} = 1,07 \cdot 10^5 \text{ kgm}^2$$

5.5 Das Gravitationsfeld als Energiespeicher – das Gravitationspotenzial

1. Siehe Abb. 5.1

$$h_2 = 880 \text{ m}$$

$$h_1 = 550 \text{ m}$$

$$V = 12 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

$$\psi_2 = g \cdot h_2 = 9,8 \text{ N/kg} \cdot 880 \text{ m} = 8624 \text{ J/kg}$$

$$\psi_1 = g \cdot h_1 = 9,8 \text{ N/kg} \cdot 550 \text{ m} = 5390 \text{ J/kg}$$

$$\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1 = 3234 \text{ J/kg}$$

$$m = \rho \cdot V = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 12 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 12 \cdot 10^9 \text{ kg}$$

$$E = m \cdot \Delta\psi = 12 \cdot 10^9 \text{ kg} \cdot 3234 \text{ J/kg} = 38,8 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

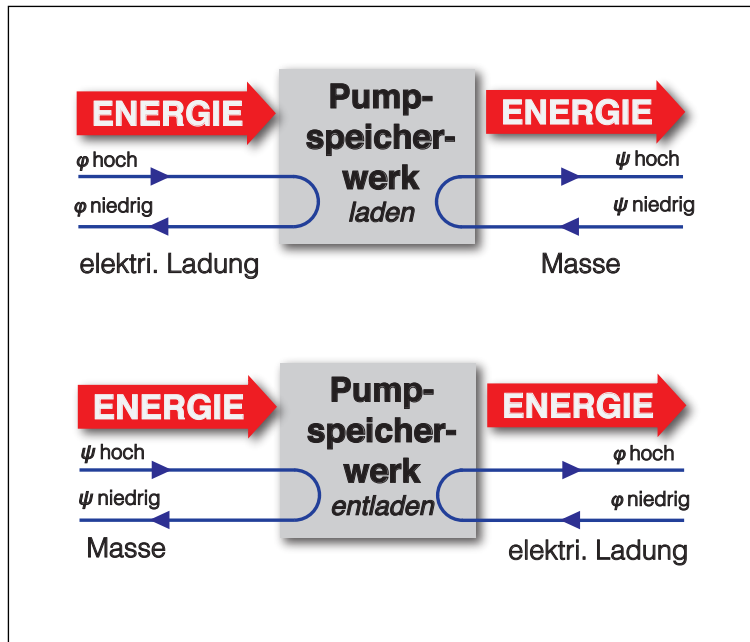


Abb. 5.1
Zu Abschnitt 5.5,
Aufgabe 1

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow t = \frac{E}{P} = \frac{38,8 \cdot 10^{12} \text{ J}}{1,06 \cdot 10^9 \text{ W}} = 36,6 \cdot 10^3 \text{ s} \approx 10 \text{ h}$$

2.

$$\Delta h = 120 \text{ m}$$

$$I_V = 12\,000 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$I_m = 12 \cdot 10^6 \text{ kg/s}$$

$$\Delta\psi = g \cdot \Delta h = 9,8 \text{ N/kg} \cdot 120 \text{ m} = 1176 \text{ J/kg}$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{m \cdot \Delta\psi}{t} = \Delta\psi \cdot I_m$$

$$= 1176 \text{ J/kg} \cdot 12 \cdot 10^6 \text{ kg/s} = 14 \cdot 10^9 \text{ W} = 14 \text{ GW}$$

3.

$$v = 5 \text{ m/s}$$

$$\frac{m}{2} v^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{v^2}{2} = g \cdot h$$

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{5^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 9,8 \text{ N/kg}} = 1,28 \text{ m}$$

4.

(a) Beim Werfen wird der Stein mit Energie und mit negativem Impuls (Zählrichtung nach unten positiv) geladen.

(b) Beim Hinauffliegen gibt er die Energie ans Gravitationsfeld ab. Im Umkehrpunkt ist die Energie null. In den Stein fließt ständig positiver Impuls hinein, sodass sein negativer Impuls abnimmt und im Umkehrpunkt null wird.

(c) Beim Herunterfliegen nimmt er Energie aus dem Gravitationsfeld auf, sein (positiver) Impuls nimmt zu.

5.

$$r = 10 \text{ cm}$$

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$v = 0,8 \text{ m/s}$$

Gesamtenergie am Anfang (Index a):

$$J = m \cdot r^2 = 2 \text{ kg} \cdot 0,12 \text{ m}^2 = 0,02 \text{ kgm}^2$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{0,8 \text{ m/s}}{0,1 \text{ m}} = 8 \text{ s}^{-1}$$

$$E_a = \frac{m}{2} v^2 + \frac{J}{2} \omega^2$$

$$= \frac{2 \text{ kg}}{2} \cdot 0,8^2 \text{ m}^2 + \frac{0,02 \text{ kgm}^2}{2} \cdot 8^2 \text{ s}^{-2} = 1,28 \text{ J}$$

Die Gesamtenergie am Anfang ist gleich der Energie am Ende (Index e):

$$E_a = E_e = m \cdot g \cdot h$$

$$h = \frac{E_a}{m \cdot g} = \frac{1,28 \text{ J}}{2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg}} = 0,065 \text{ m}$$

5.6 Flaschenzug, Zahnradgetriebe, Ketten- und Riemenantrieb

1. Bei B dreimal so groß wie bei A, Abb. 5.2a

2. Bei B viermal so groß wie bei A, Abb. 5.2b

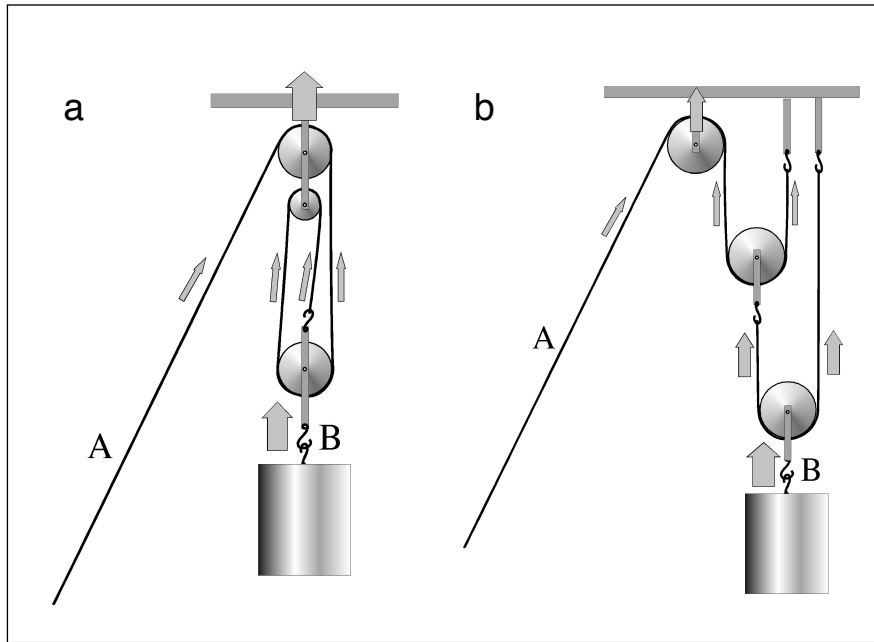


Abb. 5.2
Zu Abschnitt 5.6,
Aufgaben 1 und 2

5.7 Reibung

1. Siehe Abb. 5.3

2. Je langsamer das Fahrzeug ist, desto unwirksamer wird die Bremse. Das Fahrzeug kann also gut von einer hohen auf eine weniger hohe Geschwindigkeit gebremst, aber es kann nicht zum Stillstand gebracht werden. Dazu ist eine zweite, anders funktionierende Bremse nötig.

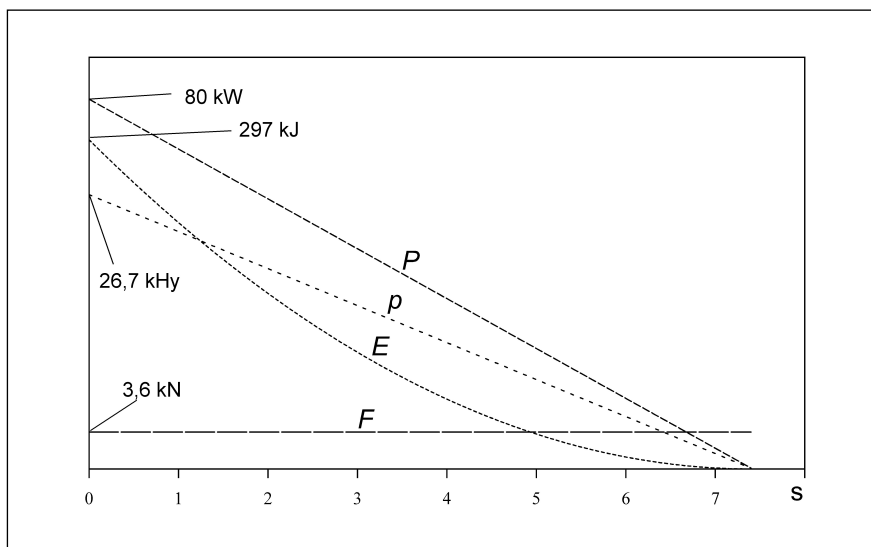


Abb. 5.3
Zu Abschnitt 5.7,
Aufgabe 2

6. Bezugssysteme

6.2 Erscheinungen in unterschiedlichen Bezugssystemen

1.

Bezugssystem Erde:

	A	B	zusammen
<i>vorher</i>			
v	3 m/s	-3 m/s	
p	6 Hy	-6 Hy	0 Hy
E_{kin}	9 J	9 J	18 J
<i>nachher</i>			
v	-3 m/s	3 m/s	
p	0 Hy	0 Hy	0 Hy
E_{kin}	0 J	0 J	0 J

Bezugssystem von Körper A vor dem Stoß:

	A	B	zusammen
<i>vorher</i>			
v'	0 m/s	-6 m/s	
p'	0 Hy	-12 Hy	-12 Hy
E_{kin}	0 J	36 J	36 J
<i>nachher</i>			
v'	-3 m/s	-3 m/s	
p'	-6 Hy	-6 Hy	-12 Hy
E_{kin}	9 J	9 J	18 J

2. Siehe Abb.6.1

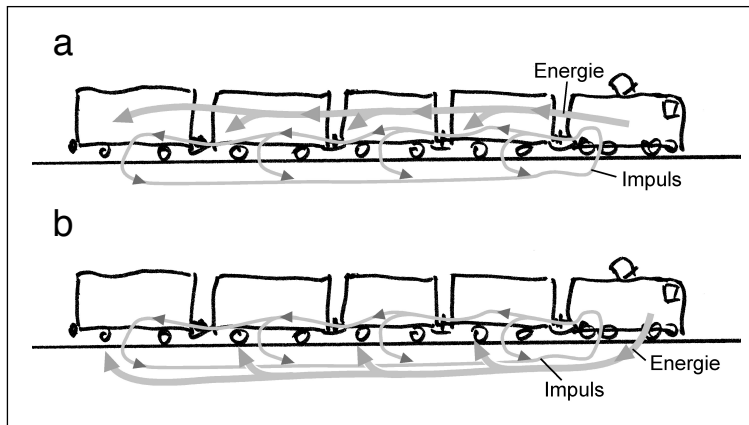


Abb. 6.1
Zu Abschnitt 6.2,
Aufgabe 2

3. Den Raketenmotor starten, so dass das Raumschiff beschleunigt wird. In Willys Bezugssystem ist jetzt die Gravitationsfeldstärke nicht mehr null. (Die Frage war schon in Aufgabe 2, Abschnitt 4,6 gestellt worden. Dort war aber eine andere Antwort naheliegend.)

6.3 Schwebende Bezugssysteme

1. $v = g \cdot t \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Willy fühlt sich schwerelos. Für ihn ist die Gravitationsfeldstärke null.

Im Boden des Fallturm befindet sich ein Katapult. Mit Hilfe dieses Katapults lässt sich Willy mit der Geschwindigkeit $v = 50 \text{ m/s}$ nach oben schleudern. Den ganzen Vorgang, also vom Zeitpunkt wo er das Katapult verlässt bis zum Landen, beschreibt Willy als schweben. Der ganze Vorgang dauert jetzt $2 \cdot t = 10 \text{ s}$.

2. Beide spüren kein Gravitationsfeld, schweben also während der Dauer des Experiments. Schwebende Bezugssysteme bewegen sich zueinander mit konstanter Geschwindigkeit. Willy sagt, dass Lilly mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 50 \text{ m/s}$ auf ihn zu schwebt. Das gleiche sagt Lilly von Willy. Nachdem sich beide auf halber Strecke begegnet sind, bewegen sie sich bis zum Ende des Experiments mit der gleichen Geschwindigkeit wieder voneinander weg.

3. Der Fallschirmspringer spürt das Gravitationsfeld, die Feldstärke ist für ihn nicht null. Es fließt also Impuls aus dem Gravitationsfeld in den Fallschirmspringer. Da ihn wegen der Luftreibung ein gleich grosser Impulsstrom verlässt, bleibt seine Geschwindigkeit konstant. Es hat sich ein Fließgleichgewicht eingestellt.

7. Die Grenzgeschwindigkeit

7.2 Energie hat die Eigenschaften von Masse

1.

$$E = 5 \cdot 10^{16} \text{ J}$$

$$m = \frac{E}{k} = \frac{5 \cdot 10^{16} \text{ J}}{9 \cdot 10^{16} \text{ J/kg}} = 0,56 \text{ kg}$$

2. Wir berechnen die Oberfläche einer Kugel mit einem Radius von 150 Millionen Kilometer:

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 1,5^2 \cdot 10^{22} \text{ m}^2 = 287 \cdot 10^{21} \text{ m}^2$$

Der gesamte Energiestrom durch diese Fläche ist:

$$P = A \cdot 1400 \text{ W} = 396 \cdot 10^{24} \text{ W}$$

Damit ist der Energieverlust der Sonne in einer Sekunde:

$$E = 396 \cdot 10^{24} \text{ J}$$

$$m = \frac{E}{k} = \frac{396 \cdot 10^{24} \text{ J}}{9 \cdot 10^{16} \text{ J/kg}} = 4,4 \cdot 10^9 \text{ kg}$$

3. Auf einen Quadratmeter fallen 1400 J.

$$m = \frac{E}{k} = \frac{1400 \text{ J}}{9 \cdot 10^{16} \text{ J/kg}} = 1,56 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$$

$$\frac{m}{t} = 1,56 \cdot 10^{-14} \text{ kg/s}$$

$$t = \frac{m}{1,56 \cdot 10^{-14} \text{ kg/s}} = \frac{0,001 \text{ kg}}{1,56 \cdot 10^{-14} \text{ kg/s}} = 6,4 \cdot 10^{10} \text{ s}$$

≈ 2000 Jahre

4.

$$E = 500 \text{ kJ}$$

$$m = \frac{E}{k} = \frac{500 \text{ kJ}}{9 \cdot 10^{16} \text{ J/kg}} = 5,6 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$$

Ein Auto braucht etwa 10 Liter pro 100 km, d.h. etwa 10 kg/100 km. Mit $v = 100 \text{ km/h}$ folgt, dass es etwa 10 kg/h braucht, oder $3 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$. Der Beschleunigungsvorgang dauert etwa 10 s. Das Auto wird dabei also um $30 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 30 \text{ g}$ leichter. Diese Abnahme ist $5 \cdot 10^9$ mal größer als die zuvor berechnete Zunahme.

7.6 Die Geschwindigkeit bei Bezugssystemwechsel

1.

Geschwindigkeiten relativ zur Erde:

$$\text{Uranus } v_{UE} = 0,9 c$$

$$\text{Wostok } v_{WE} = -0,5 c$$

$$\text{Shenzhou } v_{SE} = 0,5 c$$

Es folgt:

$$v_{EW} = 0,5 c$$

$$v_{ES} = -0,5 c$$

$$v_{UW} = \frac{v_{UE} + v_{EW}}{1 + \frac{v_{UE} \cdot v_{EW}}{c^2}} = 0,966 c$$

$$v_{US} = \frac{v_{UE} + v_{ES}}{1 + \frac{v_{UE} \cdot v_{ES}}{c^2}} = 0,727 c$$

2.

$$v' = 140 \text{ km/h}$$

$$v_0 = 30 \text{ km/s}$$

$$v - v_0 = \frac{v' + v_0}{1 + \frac{v' \cdot v_0}{c^2}} - v_0 = v' \cdot \frac{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}{1 + \frac{v' \cdot v_0}{c^2}}$$

Der zweite Summand im Nenner ist klein gegen eins und viel kleiner als der zweite Summand im Zähler. Er kann gegen die eins vernachlässigt werden.

$$\begin{aligned} v - v_0 &\approx v' \cdot \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right) \\ &= 140 \text{ km/h} \left(1 - \frac{3^2 \cdot 10^8}{3^2 \cdot 10^{16}}\right) = (1 - 10^{-8}) \cdot 140 \text{ km/h} \end{aligned}$$

Die Abweichung von 140 km/h ist sicher kleiner als die Genauigkeit, mit der diese Geschwindigkeit gemessen wurde.

7.7 Wie die Energie vom Impuls abhängt

1. Siehe Abb. 7.1

$$E(v) = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Für kleine Geschwindigkeiten ist die Energie/Masse nahezu unabhängig von der Geschwindigkeit. Für $v \rightarrow c$ geht sie asymptotisch gegen unendlich.

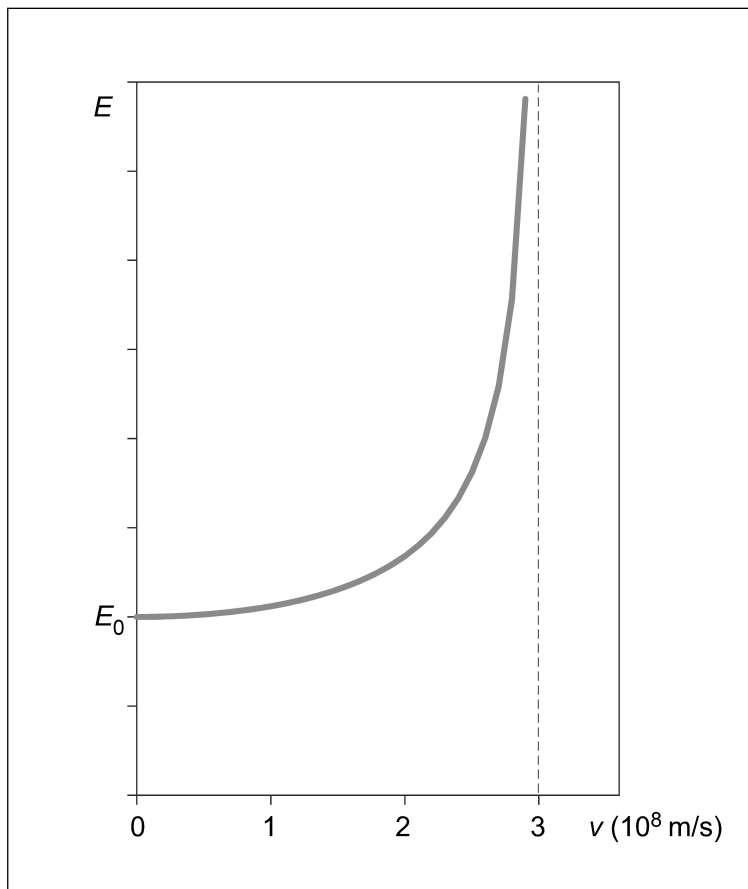


Abb. 7.1

Zu Abschnitt 7.6,
Aufgabe 1

Die Bedingung für $E(v) = 2E_0$ lautet

$$2E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Daraus folgt

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} c = 0,866 c = 2,6 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

2. Siehe Abb. 7.2

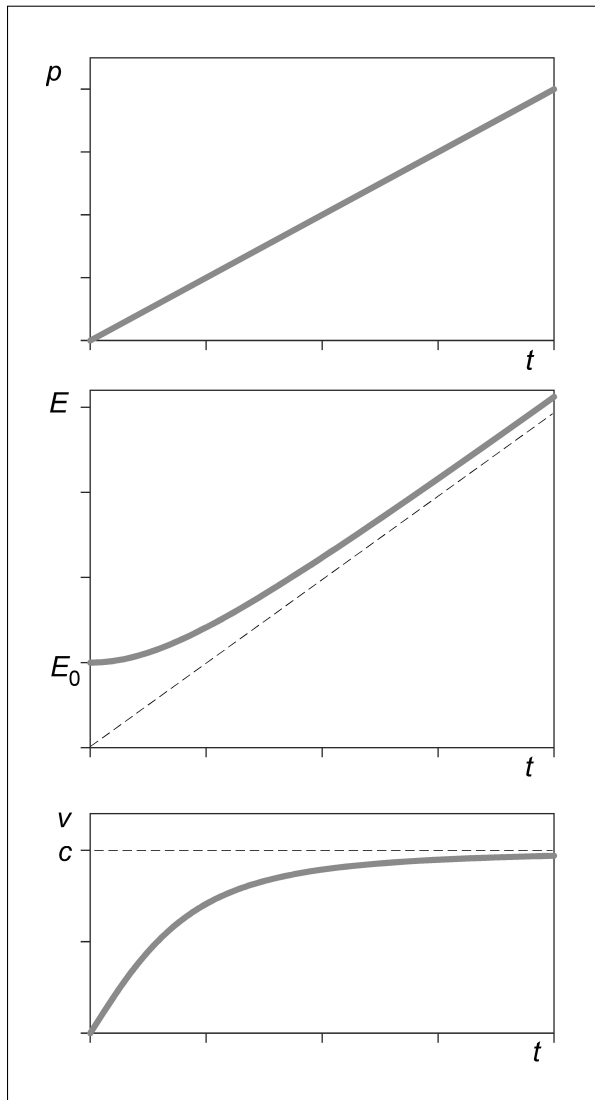


Abb. 7.2

Zu Abschnitt 7.6,
Aufgabe 2

7.8 Teilchenbeschleuniger

Aus

$$E(v) = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

folgt

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2}$$

Proton-Synchrotron-Booster:

$$E = 1,5 E_0$$

$$v = 0,75 c$$

Proton-Synchrotron:

$$E = 20 E_0$$

$$v = 0,9987 c$$

Super-Proton-Synchrotron:

$$E = 400 E_0$$

$$v = 0,999996875 c$$

LHC:

$$E = 7000 E_0$$

$$v = 0,9999999898 c$$

7.10 Uhren im Gravitationsfeld

1.

$$t = 2 \text{ Jahre} = 6,3 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$\Delta h = 400 \text{ m}$$

$$\Delta t = \frac{t \cdot g \cdot \Delta h}{k} = \frac{6,3 \cdot 10^7 \text{ s} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 400 \text{ m}}{9 \cdot 10^{16} \text{ J/kg}} = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

2.

Auf das alltägliche Leben wirkt es sich gar nicht aus. Dass er schneller altert, merkt Willy nur über die Nachrichten, die er von Lilly bekommt und er sieht es, wenn Lilly ihn besucht: Sie ist jünger, als sie wäre, wenn sie auf derselben Höhe wie Willy gelebt hätte.

8. Die Raumzeit

8.1 Darstellungsfragen, Bezeichnungen

1. Siehe Abb. 8.1

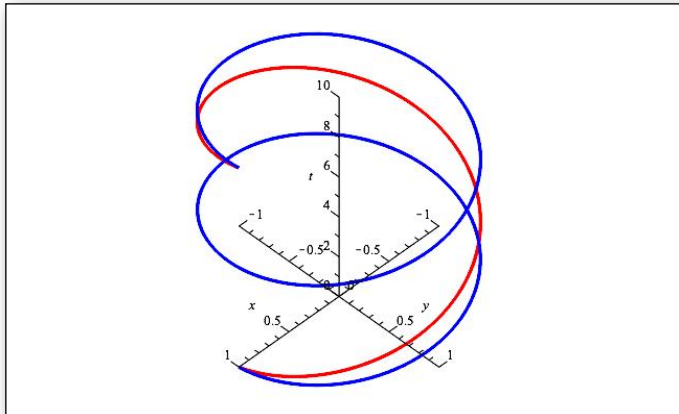


Abb. 8.1

Zu Abschnitt 8.1,
Aufgabe 1

2. Siehe Abb. 8.2

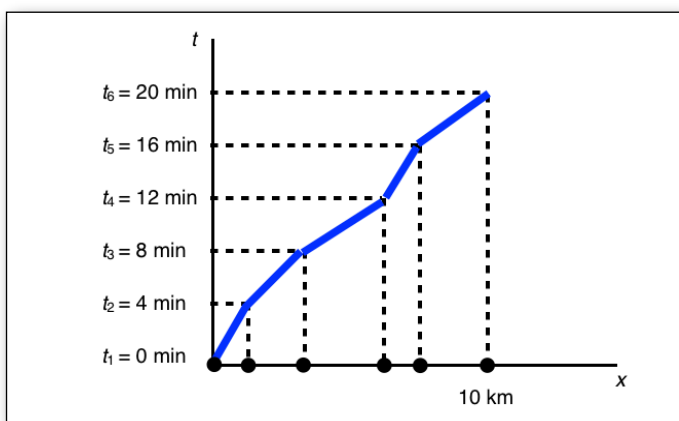


Abb. 8.2

Zu Abschnitt 8.1,
Aufgabe 2

3. (1) und (3) bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit, (1) ist der schnellere. (2) wird langsamer, (4) wird schneller.

4. Siehe Abb. 8.3

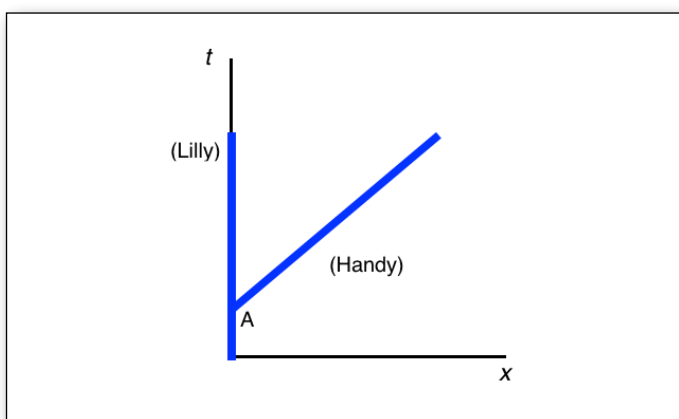


Abb. 8.3

Zu Abschnitt 8.1,
Aufgabe 4

5. Siehe Abb. 8.4

Lilly kehrt um: $x = 7,5 \text{ km}$; $t = 8:30 \text{ h}$

Lilly trifft Willy: $x = 0 \text{ km}$; $t = 9:00 \text{ h}$

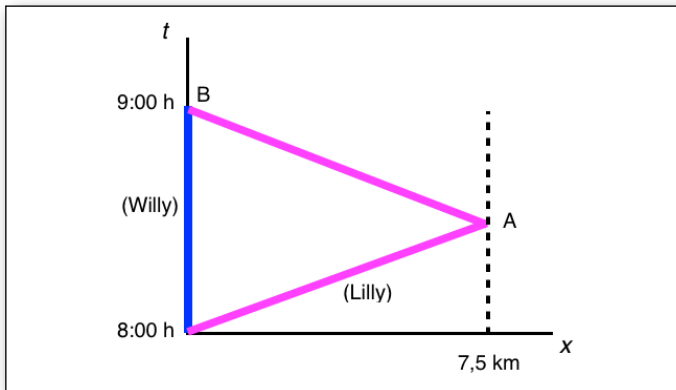


Abb. 8.4

Zu Abschnitt 8.1,
Aufgabe 5

8.2 Der zeitliche Abstand zwischen zwei Raumzeit-Punkten

1. (a) Alle Reisen bis auf (3) sind erlaubt. Die Reisenden (3) würden sich mit einer Geschwindigkeit bewegen, die größer als die Grenzgeschwindigkeit ist.

(b) Zeit (5) < Zeit (2) < Zeit (4) < Zeit (1) (Reisender (4) kehrt vor der ausgemachten Zeit zurück und wartet zusammen mit (1) bis die anderen zurückkehren.)

2. (a) Ereignis A: Aussenden des Lichtpulses auf der Erde;
Ereignis B: Ankommen des Lichtpulses auf der Erde.

(b) Siehe Abb. 8.5

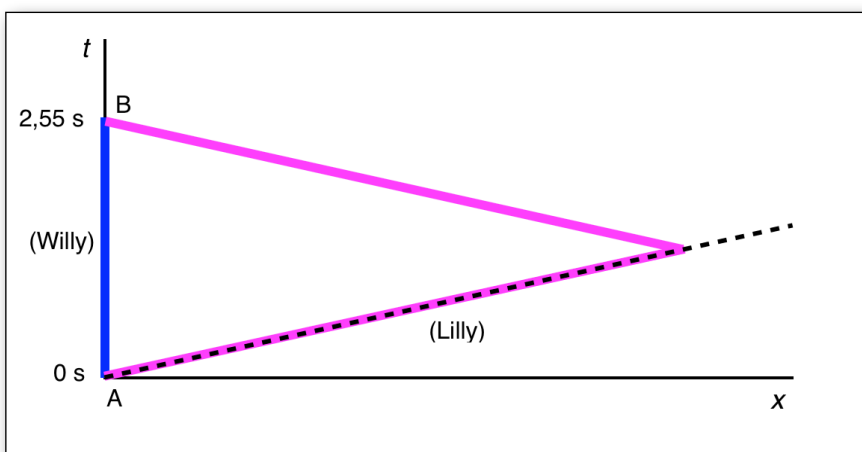


Abb. 8.5

Zu Abschnitt 8.2,
Aufgabe 2

(c) Lillys Uhr zeigt eine Reisedauer von 0 s an.

(d) Da $s = vt$ ist, schließt Lilly, dass für die der Abstand Mond-Erde 0 km ist.

3.

(a) Willy hat errechnet, dass Lilly

$s = ct = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ a} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ s} = 9,5 \cdot 10^{12} \text{ km}$
zurückgelegt haben muss.

(b) Während Willy seinen 16. Geburtstag feiert, ist Lilly immer noch genau 16 Jahre alt.

8.3 Zeitreisen – das Zwillingsparadoxon

1.

$T_k = 0,5 \cdot T_g$ in $T_k = T_g \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$ eingesetzt liefert

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2}c = 2,6 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 87 \% c .$$

2.

(a) Willy rechnet die Zeit aus, die für ihn vergeht bis Lilly ihr Ziel erreicht hat: $T_W = 0,99 \text{ Lj}/98 c = 3,2 \cdot 10^9 \text{ s} = 101 \text{ Jahre}$. Er müsste also 202 Jahre warten bis Lilly zurückkehrt.

(b) $T_L = T_W \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 20 \text{ Jahre}$

(c) $v = 99 \text{ Lj}/20 \text{ Jahre} = 5c$. Sie ist überrascht, da sie weiß, dass niemand mit einer Geschwindigkeit größer als c reisen kann.

(d) Sie schließt, dass sie in ihrer Rechnung die Entfernung 99 Lichtjahre nicht verwenden durfte. Die Entfernung vom Start bis zum Ziel muss für sie deutlich kleiner gewesen sein.

8.4 Bewegung auf einer Kreisbahn – GPS

1.

$r_N = 4500 \text{ Millionen km} = 4,5 \cdot 10^{12} \text{ m}$; $T_N = 165 \text{ a} = 5,2 \cdot 10^9 \text{ s}$

$r_M = 58 \text{ Millionen km} = 5,8 \cdot 10^{10} \text{ m}$; $T_M = 88 \text{ d} = 7,6 \cdot 10^6 \text{ s}$

Mit $T_k = T \cdot \sqrt{1 - (4\pi^2 r^2)/(c^2 T^2)}$ ergibt sich

Neptun: $3,1535999994 \cdot 10^{15} \text{ s}$

Merkur: $3,1535999597 \cdot 10^{15} \text{ s}$

und damit der Unterschied: $3,97 \cdot 10^7 \text{ s} = 1,26 \text{ a}$

2. Da $T_k = T \cdot \sqrt{1 - (4\pi^2 r_M^2) / (c^2 T_M^2)}$, ist $T_k < T$.

Uhren auf dem Mond laufen langsamer als Uhren auf der Erde. Da die Halbwertszeit eines radioaktiven Materials eine Materialeigenschaft ist, wird auf der Erde und auf dem Mond für das gleiche Material die gleiche Halbwertszeit gemessen. Die Uhren, mit denen man die Halbwertszeit misst, laufen auf dem Mond langsamer als auf der Erde. Daher zerfällt das Material auf dem Mond auch langsamer. Ist auf der Erde also die Hälfte davon zerfallen, so existiert auf dem Mond noch etwas mehr als die Hälfte.

9. Der gekrümmte Raum

9.2 Masse krümmt den Raum – Geodäten

1. (a) Die Linien kreuzen sich, obwohl sie gerade sind. Ursache: der zweidimensionale Raum, in dem sie verlaufen, ist gekrümmt.

(b) Die Linien kreuzen sich nicht, obwohl sie nicht gerade sind. Die Wirkung der Krümmung der Linien hebt sich mit der des gekrümmten Raumes auf.

2. Nein, die eindimensionalen Wesen haben kein Mittel, eine Krümmung ihrer Welt festzustellen. Es gibt auch keine krummen Linien in dieser Welt. Die Wesen der 2D-Welt, in die die 1D-Welt eingebettet ist, behaupten allerdings, dass die 1D-Welt sehr wohl gekrümmt sein kann.

4. (a) Für die 2D-Menschen ist der Bogen MA der Radius. Der eigentliche Radius, den man in die Formel einsetzen müsste, um zum richtigen Ergebnis zu kommen, ist die Länge der Strecke M'A, Abb. 9.1.

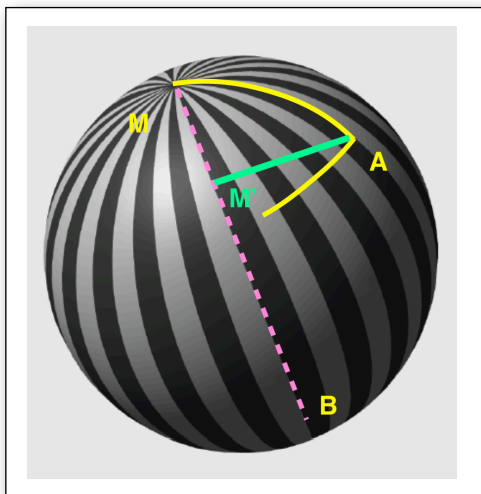


Abb. 9.1

Zu Abschnitt 9.2,
Aufgabe 4

Diese ist kürzer als der Bogen. In ihrer Welt ist den 2D-Menschen diese Strecke nicht zugänglich. Sie können sie aber berechnen, indem sie den Umfang messen und durch 2π teilen.

(b) Mit wachsender Entfernung des Punktes A von M wächst auch der Umfang, aber nicht in dem Maße, wie es die 2D-Menschen unter der Verwendung der Formel erwarten. Der Fehler wird immer größer. Schließlich ist A so weit von M entfernt, dass ein weiteres Entfernen kleiner werdende Umfangswerte liefert. Wenn A schließlich mit B zusammenfällt, schrumpft der Kreisumfang auf 0. A liegt dann auf dem einen Ende eines Durchmessers MB.

9.3 Die Raumkrümmung in der Umgebung von Himmelskörpern

1. A = Oberfläche, V = Volumen

$$V = \frac{\pi}{6} \cdot \left(\frac{A}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}}$$

2.

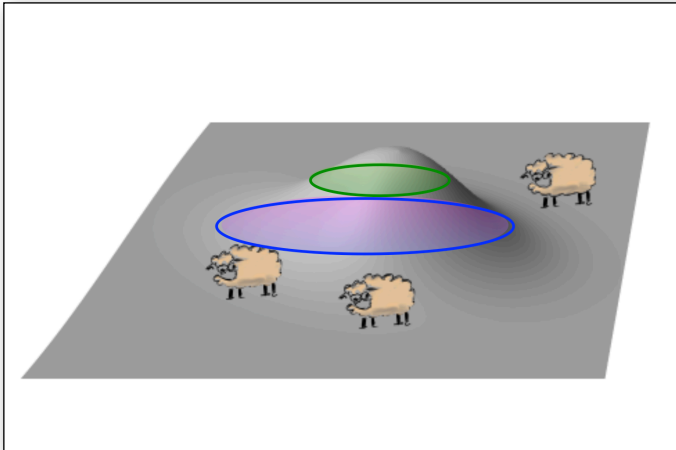


Abb. 9.2

Zu Abschnitt 9.3,
Aufgabe 2

Gegenüber der flachen Wiese passt in einen Kreis mehr Fläche, wenn sich in der Mitte ein Hügel befindet.

9.4 Flugbahnen im Gravitationsfeld

1. (a) Ablenkwinkel 50,9 grad

(b) Masse der Erde $6 \cdot 10^{24}$ kg, Radius 6350 km.

Ablenkwinkel $1,61 \cdot 10^{-7}$ grad.

2. Licht, das von der hell dargestellten Oberfläche der Sonne kommt, Abb. 9.3 links, trifft den Beobachter nicht. Das Gravitationsfeld des Neutronensterns ist stark genug, das Licht so abzulenken, dass der Beobachter mehr als die Hälfte der Oberfläche sieht (rechts).

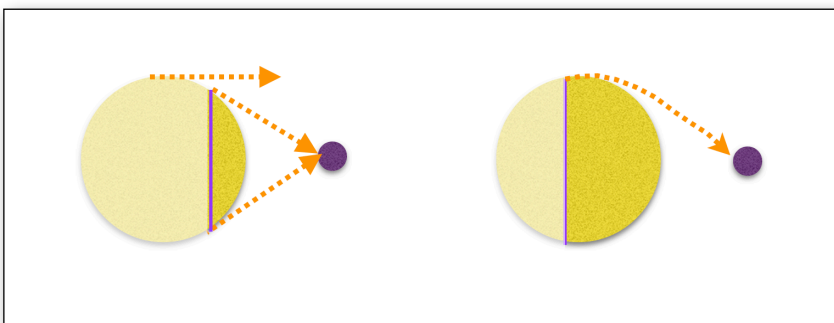


Abb. 9.3

Zu Abschnitt 9.4,
Aufgabe 2

9.8 Gravitationswellen

1. Die Wellenlänge der gemessenen Gravitationswelle beträgt $\lambda_{\text{gr}} = 10^6 \text{ m}$ und ist damit $1,4 \cdot 10^{12}$ mal so groß wie die Wellenlänge von rotem Licht ($\lambda_{\text{rot}} = 700 \cdot 10^{-9} \text{ m}$).
2. In dem betrachteten Moment wird der Raum horizontal größer und vertikal kleiner. Wählt man B als Bezugspunkt, dann bewegen sich Lilly und Wille von B weg.

10. Kosmologie

10.4 Die Expansion des Universums

Gesuchte Vergrößerung = x

$$H = \frac{2,1 \text{ m/s}}{100 \text{ Lj}} = \frac{x/\text{Jahr}}{1 \text{ km}}$$

$$x = \frac{2,1 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ km}}{100 \text{ Lj}} \cdot \text{Jahr} = \frac{2,1 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ km}}{100 \cdot c \cdot \text{Jahr}} \cdot \text{Jahr} = 7 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

10.6 Was wir vom Universum sehen

Wir würden alles sehen, was sich zum Zeitpunkt der Entstehung innerhalb einer Entfernung von 14 Milliarden Lj befunden hat.