5. Момент вращения и центр тяжести

7.1. Блоки и полиспасты

В технике очень важны колеса, которые приводятся в движение тросами, цепями или передаточными ремнями. Колеса с тросами мы встречаем в подъемном кране в виде блоков и полиспастах. Цепные передачи тебе известны в велосипедах и мотоциклах. Колеса, которые вращаются с помощью клинчатого ремня, применяются во многих механизмах, например, в огромных современных станках. Широкие передаточные ремни использовались раньше для приведения в движение всех механизмов целой фабрики.

Далее займемся потоками импульса и энергии в таких колесах. Рассмотрим прежде всего колеса, которые свободно вращаются и называются *блоками.* Они не закреплены на оси, которая каким - то образом приводится в движение, но расположены таким образом, что могут легко вращаться.

На рис. 7.1 показан один блок, по которому проходит трос. К тросам A,B и C присоединены динамометры. Они измеряют потоки импульсов в соответствующих местах. Динамометр, присоединенный через трос A к оси блока, показывает 12 *Н*. Что показывают динамометры в тросах B и C ?

Результат можно предсказать. Во - первых, поток импульса из троса A проходит дальше по тросам B и C. Поэтому должно выполняться равенство

$$F_A = F_B + F_C$$

Во - вторых, так как устройство симметрично, то получаем еще одно условие

$$F_B = F_C$$

Рис. 7.1. Динамометр A показывает в два раза большее значение, чем динамометры B и C
((блок))

Из этих двух уравнений получаем, что

$$F_B = F_A / 2$$

и

$$F_C = F_A / 2$$

Если $F_A = 12\,H$, то $F_B = 6\,H$, $F_C = 6\,H$.

Штрихованная линия на рис. 7.2 показывает путь импульса. Стрелки рядом с линией показывают направление потока импульса в тросах. Эти стрелки направлены параллельно тросам.

Ось блока можно тянуть сильнее или слабее. Показания динамометра, соединенного с тросом A, будут соответственно больше или меньше. Но, вместе с тем, величина потоков импульса в тросах B и C будут удовлетворять условию

$$F_B = F_C = F_A / 2$$

Разумеется, ничего не изменится, если вместо троса A тянуть за трос B или C, как это показано на рис. 7.4.

Рис. 7.2. Поступающий справа поток импульса разделяется в блоке на две равные части

Мы тянем за трос A и при этом замечаем: с какой бы силой не тянули - динамометр A показывает то же самое, что и динамометр B. Тем не менее, силы тока импульса в тросах A и B не одинаковы. Точнее, величины у них одинаковы, а направления различны: импульс, протекающий по тросу, всегда имеет то же направление, что и трос. Поэтому в тросе A течет 30° - импульс по отношению к блоку. Одновременно в тросе B течет 0° - импульс тоже по отношению к блоку.

Через держатель блока в землю стекает сумма обоих видов токов импульса. Под “суммой” здесь подразумевается векторная сумма (рис. 7.5).

Рис. 7.3. Не имеет значения какой из тросов тянуть

Так как векторы $\vec{F}_A$ и $\vec{F}_B$ имеют одинаковые величины, то вектор $\vec{F}_C$ направлен по биссектрисе угла, образованного обоими тросами.

Вариант опыта, приведенного на рис. 7.4, представлен на рис. 7.6. Т.к. положение блока относительно стен определяется местами присоединения перекинутого через него троса (а не какой - либо жесткой связью), то проводник С должен иметь такое направление как и протекающий в этом месте импульс. В этом можно убедиться, если тянуть за трос А. Трос С при этом будет располагаться так, что он будет направлен по биссектрисе угла между тросами А и В.

Три динамометра при этом показывают, что

$$\vec{F}_C = \vec{F}_A + \vec{F}_B ,$$

а также

$\vec{F}_A$ и $\vec{F}_B$

Рис. 7.4. Оба динамометра показывают одну и ту же величину. Тем не менее, силы тока импульса не одинаковы

Рис. 7.5. Векторная сумма сил тока импульсов для тросов на рис. 7.4

Сделаем вывод:

если трос движется по свободно вращающемуся колесу (блоку), то величины потоков импульса в обоих частях троса будут одинаковы

В этом утверждении подчеркнуто, что колесо должно свободно вращаться. Зачем это надо? Представь себе, что блок на рис. 7.4 неподвижно и трос не может по нему скользить. Тогда можно тянуть за трос А без какого - либо действия на трос В: силы тока $\vec{F}_A$ и $\vec{F}_B$ имеют теперь различные величины.

Что можно делать с блоками?

С помощью мотора можно поднимать груз вверх (рис. 7.7). Трос, на котором висит груз и который соединен с мотором, два раза поворачивается блоками. Величина силы тока импульса одинакова во всех трех участках троса, а направления различны.

Этот пример использования блока настолько прост, что не требует сложных физических рассуждений для своего понимания. Но существуют и более сложные способы использования блоков.

Пусть опять мотор поднимает груз (рис. 7.8). Здесь трос пропущен через блок иначе, чем в уже рассмотренном случае.

Рис. 7.6. Трос С сам по себе располагается в направлении биссектрисы угла, образованного тросами А и В

Рис. 7.7. Мотор расположен внизу. Поэтому он может поднимать груз с помощью троса, который огибает два блока ((мотор))

По тросу С течет поток импульса величиной

$$F_C = m{\cdot}g = 50\text{ кг} \cdot 10\text{ Н / кг} = 500\text{ Н}$$

Каковы потоки импульса в А и В?

Согласно нашему правилу силы тока импульса в А и В равны по величине. Так как тросы расположены параллельно, то не только величины, но и направления потоков импульса одинаковы, т.е.

$$\vec{F}_A = \vec{F}_B$$

Поскольку

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{F}_C ,$$

то отсюда следует, что

$$\vec{F}_A = \vec{F}_B = \vec{F}_C / 2.$$

В каждом из тросов А и В течет только 250 Н. Интересно, что для подъема груза с блоком мотор должен прикладывать наполовину меньше усилие, чем в случае без блока.

Этот трюк для уменьшения силы тока импульса в тросе особенно наглядно реализуется в *полиспасте.*

Несколько необычная, но зато наглядная версия полиспаста приводится на рис. 7.9.

Рис. 7.8. Поток импульса в тросах А и В в два раза меньше, чем в тросе А, на котором подвешен груз ((мотор, 50 кг))

Рис. 7.9. Практически не используемый, зато весьма наглядный полиспаст ((400 кг))

Подшипники четырех верхних блоков прикреплены к потолку, а четырех нижних блоков прикреплены к стержню. На этом же стержне висит поднимаемый груз. Первые восемь участков троса пронумерованы от 1 до 8. Трос, за который тянут, обозначен через Z, а на тросе L висит груз.

Чтобы поднять груз тянут за трос $_Z$. Чему равна величина потока импульса в Z?

Проработаем шаг за шагом решение задачи. Так как участки троса 1 и 2 представляют собой единый трос, который проходит по первому слева нижнему блоку, то потоки импульса на этих участках должны быть одинаковы:

$$F_1 = F_2.$$

Это можно продолжить и на следующие участки, т.е. в результате имеем:

$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6 = F_7 = F_8 = F_Z .$$

Следующий шаг: мы можем весь стержень, на котором вращаются нижние блоки, рассматривать в качестве единого узла. Поток импульса F_L, поступающий от груза, втекает в стержень,, а потоки от F_1 до F_8 вытекают из стержня. С помощью правила узла имеем:

$$F_L = F_1 + F_2 + \dots + F_8.$$

Поскольку силы токов от F_1 до F_8 одинаковы между собой, получаем, что

$$F_1 = F_2 = F_3 = ... = F_8 = F_L / 8.$$

Но и F_Z имеет такую же величину как и все потоки от F_1 до F_8, откуда

$$F_Z = F_L / 8.$$

Чтобы поднять груз требуется поток импульса, равный 1 / 8 части того потока импульса, который вытекает из груза. Поэтому тянуть с помощью полиспаста легче, чем без него.

Настоящий полиспаст (рис. 7.10) лишь незначительно отличается от только что рассмотренного. Верхние блоки находятся здесь все на одной оси, причем каждый из них свободно вращается. То же относится и к нижним блокам.

Рис. 7.10. Полиспаст

Такие полиспасты можно увидеть у подъемных кранов, которые должны поднимать очень тяжелые грузы, например, в портах.

Полиспаст очень полезная вещь. С его помощью имеем выигрыш: маленький поток импульса преобразуется в большой поток импульса.

Однако в другом отношении мы ничего не выигрываем, а именно: это касается энергии.

В следующем разделе мы рассмотрим баланс энергий для полиспаста.

Рис. 7.11. К задаче 2 ((100 кг))

Рис. 7.12. К задаче 3

Задачи

1. Нарисуйте полиспаст, у которого поток импульса через крюк с подвешенным на нем грузом в четыре раза больше, чем через трос, за который тянут.
2. Чему равен поток импульса в тросе, за который тянут, для полиспаста на рис. 7.11?
3. Какой недостаток имеет полиспаст на рис. 7.12?

7.2. Баланс энергии для полиспаста

Полиспаст тянут за трос Z (рис. 7.9), конец которого смещается на расстояние s_Z. Энергия, которая передается по тросу, вычисляется по известной формуле

$$E_Z = s_Z \cdot F_Z \qquad (1)$$

В трос, на котором висит груз, энергия поступает из полиспаста и ее величина равна

$$E_L = s_L \cdot F_L \qquad (2)$$

Сравним E_Z и E_L. Для этого используем соотношение

$$F_Z = F_L / 8. \qquad (3)$$

Кроме того, необходимо найти связь между s_L и s_Z. Вопрос в том на какое расстояние s_L груз поднимается вверх, если конец троса Z смещается вверх на расстояние s_Z.

Когда тянем за трос Z, то все тросы от 1 до 8 становятся короче на одну и ту же величину. При этом каждый из упомянутых тросов укорачивается на величину $s_Z/8$. Укорочение тросов от 1 до 8 совпадает с высотой s_L, на которую поднимается груз. Таким образом,

$$s_Z = 8 s_L \qquad (4)$$

Подставим (3) и (4) в (1) и в результате получим

$$E_Z = 8 s_L \cdot F_L / 8 = s_L \cdot F_L$$

Энергия E_Z, которая через трос Z поступает в полиспаст, равна $s_L \cdot F_L$, т.е. по уравнению (2) равна энергии E_L.

Энергия, которую сообщаем тросу Z, отдается в тросе L. Этот результат, надеюсь, не является для тебя неожиданным.

Можно сказать по - другому: мы платим меньшим потоком импульса, но при этом удлиняем его путь. чтобы поднять груз на 1 м, надо вытянуть из полиспаста трос длиной 8 м.

Рис. 7.13. К задаче 2 ((20 кг))

Рис. 7.14. К задаче 3 ((мотор , мотор))

Задачи

1. С помощью полиспаста, приведенного на рис. 7.11, поднимается груз 100 кг на высоту 1 м.
   Сколько метров троса надо для этого вытянуть из полиспаста? Сколько энергии при этом затратится?

2. Конец троса Z смещается вверх на расстояние 1 м. Сколько энергии протекает при этом через полиспаст?

3. На рис. 7.14 показано как груз поднимается двумя моторами. Масса груза равна 200 кг. Левый мотор тянет левый трос $Z_л$, который перемещается со скоростью 0,2 м / с. Правый мотор тянет так, что правый трос $Z_п$ перемещается со скоростью 0,4 м / с. Чему равны потоки импульса в $Z_л$ и в $Z_п$? Чему равны потоки энергии в обоих тросах?

Рис. 7.15. Поступающий по А поток импульса разветвляется в блоке на два равных по величине потока

Рис. 7.16. Блок можно заменить стержнем, не меняя при этом потоков импульса

7.3. Закон рычага

С блоками мы разобрались. Теперь знаем, что проходящий по А поток импульса в блоке на рис. 7.15 разделяется на две одинаковые части. Если в таком состоянии ничего не перемещается, то блок можно заменить стержнем, не изменяя картины потоков импульса (рис. 7.16).

Также и в этом случае справедливы соотношения

$$\vec{F}_B = \vec{F}_A / 2$$

и

$$\vec{F}_C = \vec{F}_A / 2$$

Если тебе это не совсем ясно, то проверь это экспериментально.

Сделаем некоторые изменения: прикрепим трос А не за середину стержня, а асимметрично как это показано на рис 7.17. Назовем r_B и r_C длинами *плеч рычага*.

Как и прежде поток, поступающий через трос А, должен разделяться на потоки через В и С. Разумеется, теперь он не делится на две равные части.

В результате измерений получается, что

$$r_B \cdot F_B = r_C \cdot F_C$$

Рис. 7.17. Поток импульса, поступающий по тросу А, разделяется на две неравные части

((0,3 м , 120 Н, 0,6 м))

Это соотношение можно переписать в другом виде

$$\frac{F_B}{F_C} = \frac{r_C}{r_B}$$

и сформулировать следующим образом:

силы токов импульса относятся между собой обратно пропорционально длинам плеч рычагов

Это утверждение называется *правилом рычага*.

Для случая, приведенного на рис. 7.17, имеем

$r_B = 0{,}3$ м

и

$r_C = 0{,}6$ м

откуда получаем

$$\frac{F_B}{F_C} = \frac{0{,}6}{0{,}3} = 2,$$

т.е. $F_B = 2\ F_C$.

Кроме того,

$F_B + F_C = 120$ Н

и поэтому

$F_B = 80$ Н

и

$F_C = 40$ Н.

Закон рычага можно представить в более удобном виде. Для этого рассмотрим рис. 7.17 еще раз и опишем его другими словами и используем новые обозначения (см. рис. 7.18).

Мы имеем твердый стержень, который находится в покое. Через три точки в стержень поступают потоки импульса. Одну из этих точек назовем *точкой вращения*. Обозначим ее буквой P. Расстояния от двух других точек до P назовем плечами рычага.

Обозначим эти плечи через r_R и r_L. Силы токов импульса, втекающих в стержень через наружные точки притока импульса, обозначим символами F_R и F_L. Однако до сих пор ничего нового не было.

Теперь введем новое важное понятие: произведения $r_R \cdot F_R$ и $r_L \cdot F_L$ называются *вращающими моментами* (*моментами силы*), причем $r_R \cdot F_R$ является правым вращающим моментом, а $r_L \cdot F_L$ - соответственно левым вращающим моментом.

Для чего нужны понятия точки вращения и вращающего момента? Какое отношение имеет рассматриваемая задача ко вращению? Стержень может поворачиваться вокруг точки P. Представим себе, что отсутствует нижний трос. Тогда верхняя часть стержня начнет поворачиваться и притом в левую сторону. Отсюда берется название левый вращающий момент. Пусть теперь нет верхнего троса. Тогда нижний трос будет поворачивать стержень вокруг точки P в правую сторону.

В новых обозначениях правило рычага имеет следующий:

$$r_R \cdot F_R = r_L \cdot F_L$$

или

правый вращающий момент равен левому вращающему моменту

При такой формулировке правила рычага для стержня на рис. 7.17 ясно, что его можно использовать иным образом, чем это делалось до сих пор. При этом ты еще должен знать, что можешь совершенно свободно выбирать точку вращения P.

Рис. 7.18. То же, что и на рис. 7.17, но с измененными обозначениями ((Н, Н, м, м))

На рис. 7.19 приведен тот же стержень, что и на рис. 7.17. Но здесь точка вращения помещена в нижнюю точку поступления потока импульса. Трос A стремится повернуть стержень вокруг новой точки вращения вправо, а трос B соответственно в левую сторону. В этом случае плечи рычагов равны

$r_R = 0{,}6$ м и $r_L = 0{,}9$ м.

Силы токов импульса нам уже известны и они равны

$F_R = 120$ Н и $F_L = 80$ Н.

Рис. 7.19. Трос A пытается повернуть стержень вокруг точки вращения P вправо, а трос A - налево
((Н, м, Н, м))

Рис. 7.20. Трос C стремится повернуть стержень вокруг точки поворота P направо, а трос A - налево

Правый вращающий момент

$r_R \cdot F_R = 0.6$ м $\cdot$ 120 Н = 72 Нм

как и следовало ожидать, равен левому вращающему моменту:

$r_L \cdot F_L = 0{,}9$ м $\cdot$ 80 Н = 72 Нм.

Как видишь, размерность вращающего момента равна Нм, или говорят "ньютонометр".

Наконец поместим точку вращения в точку верхнего поступления потока импульса (рис. 7.20). Теперь трос C старается поворачивать направо, а трос A - налево. Соответственно, плечи рычагов равны

$r_R = 0{,}9$ м и $r_L = 0{,}3$ м.

Относящиеся к ним силы потоков импульса равны

$F_R = 40$ Н и $F_L = 120$ Н.

Поэтому для правого вращающего момента получаем

$r_R \cdot F_R = 0.9$ м $\cdot$ 40 Н = 36 Нм

а для левого вращающего момента:

$r_L \cdot F_L = 0{,}3$ м $\cdot$ 120 Н = 36 Нм.

Опять оба вращающих момента равны друг другу и выполняется правило рычага.

Пример: нагруженный стержень

Тяжелое тело ($m = 80$ кг) висит на горизонтальном стержне (рис. 7.21).

Рис. 7.21. Поток импульса, который вытекает из P в направлении C, в три раза больше потока, текущего в направлении B

Вес стержня по сравнению с телом настолько мал, что его учитывать не будем. Насколько сильно воздействие стержня на точки опоры?

В качестве точки вращения возьмем точку подвеса груза.

Поток импульса, который поступает из груза в точку подвеса P, имеет величину

$F_P = m \cdot g = 80$ кг $\cdot$ 10 Н / кг = 800 Н

Опора C старается повернуть стержень налево, а опора B - направо. Плечи рычагов при этом равны

$r_R = 4{,}5$ м и $r_L = 1{,}5$ м.

Из закона рычага имеем

$$\frac{F_L}{F_R} = \frac{r_R}{r_L} = \frac{4{,}5}{1{,}5} = 3,$$

т.е. $F_L = 3\,F_R$.

Поток импульса величиной 800 Н, поступающий в стержень через точку P, распределяется следующим образом: через точку C протекает импульс в три раза больший, чем через опору B.

Поскольку $F_P = F_R + F_L$, то имеем

$F_R = 200$ Н

и

$F_L = 600$ Н.

Пример: клещи

Клещи представляют собой два рычага, соединённых друг с другом с помощью шарнира (рис.7.22). Рассмотрим один из них, например, рычаг 1. Чтобы перекусить гвоздь, надо рукоятки клещей сжать на расстоянии 20 см от шарнира. Поток импульса, который втекает в рукоятки, равен 30Н. Перекусывающая часть клещей находится на расстоянии 3 см от шарнира.

Рис. 7.22. Клещи состоят из двух рычагов. Каждый рычаг имеет одно короткое плечо и одно длинное плечо «см, см»

Будем считать, что точка вращения P совпадает с шарниром и тогда $r_R = 0{,}2$ м, $r_L = 0{,}03$ м и $F_R = 30$ Н. Отсюда сила тока импульса, приходящаяся на гвоздь, составляет

$$F_L = \frac{r_R}{r_L} \cdot F_R = \frac{0{,}2}{0{,}03} \cdot 30 = 200 \text{ Н}$$

Рис. 7.23. Точки, через которые протекает поток импульса, не обязательно должны лежать на прямой и соответственные силы тока импульсов не обязательно должны быть параллельны

С помощью рычага маленький поток импульса можно преобразовать в большой поток импульса

Правило рычага можно использовать в совершенно других обстоятельствах : во-первых, точки втекания импульса не обязательно должны лежать на одной прямой и, во-вторых, три вектора силы тока не обязательно должны быть параллельными.

На рис. 7.23 показано тело, в которое втекает три потока импульса. В качестве точки вращения выберем место, за которое оно прикреплено к системе. Верхний трос стремится повернуть налево, а нижний трос вызывает поворот направо.

Что здесь является плечами рычага? Через обе точки, к которым прикреплены тросы, проводят две прямые, направление которых совпадает с направлением векторов силы тока (рис. 7.24).

Тогда плечами рычага будут расстояния от этих прямых до точки вращения P.

Рис. 7.24. То же, что и на рис. 7.23, но с вспомогательными прямыми и указанием плеч рычага

Рис. 7.25. Поворотный рычаг «24кг»

Пример: поворотный рычаг.

Чему равен поток импульса в вертикальном тросе на рис. 7.25?

Примем за точку вращения произвольную точку, а именно: точку, в которой поворотный рычаг прикреплен к системе (рис. 7.25). Горизонтальный трос стремится повернуть направо, а вертикальный трос пытается повернуть вокруг точки P налево. На рис. 7.26 показаны вспомогательные прямые и плечи рычага. Согласно рисунка

$r_R = 0{,}2$ м и $r_L = 0{,}4$ м.

Поток импульса в вертикальном тросе имеет следующую силу:

$$F_L = m \cdot g = 24 \text{ кг} \cdot 10 \text{ Н / кг} = 240 \text{ Н}.$$

С помощью правила рычага получаем, что

$$F_R = \frac{r_L}{r_R} F_L = \frac{0{,}4}{0{,}2} \cdot 240 = 480 \text{ Н}.$$

Может возникнуть вопрос какова нагрузка на точку закрепления рычага, т.е. какова сила потока импульса в точке P. Поскольку векторы силы тока в обоих тросах не параллельны , то величины F_R и F_L нельзя складывать скалярно, т.е. как числа. Здесь требуется векторное сложение:

$$\vec{F}_P = \vec{F}_R + \vec{F}_L$$

Рис. 7.26. Увеличенный фрагмент рис. 7.25 с указанием вспомогательных прямых и плечей рычага «0,4м ,0,2м»

Рис. 7.27. К задаче 1 « Рычаг, 25см, 5см, тормозной тросик (к колесам) »

Рис. 7.28. К задаче 2

Рис. 7.29. К задаче 3 « 5 см, 15 см »

Рис. 7.30. К задаче 4 « 80 см, 120 кг »

Рис. 7.33. К задаче 5 ((0,4м, трос, стержень »

Задачи

1. На рис. 7.27 показан фрагмент тормозного устройства транспортного средства. С помощью стержня приводят в движение рычаг. Рычаг тянет трос, соединённый с тормозами, которые расположены около колёс. Как велик должен быть поток импульса в тормозном кране, чтобы по тормозному тросу протекал поток 50Н?

2. Мостовой кран на рис. 7.28 перекрывает цех шириной 12м. На кране висит груз 9 тонн (1 т = 1000 кг). Какую нагрузку испытывают рельсы с обеих сторон дополнительно к весу самого крана, если груз висит в середине? Какая нагрузка падает на рельсы , если груз висит на расстоянии 4 м от левого рельса?

3. Рукоятки щипцов для раскалывания орехов (рис.7.29) сжимаются на расстоянии 15 см от ореха, Чтобы расколоть орех, требуется поток импульса 80 Н через рукоятки. С какой силой надо давить?

4. На горизонтальной балке висит груз. Балка закреплена в двух местах (рис.7.30). В точке А балка давит вниз , а в точке В – наверх. Это значит, что векторы силы токов импульса в этих точках направлены вертикально - как и в тросе , на котором весит груз. Какую нагрузку испытывают точки А и В ? (Чему раны потоки импульсов, которые вытекают из балки в точках А и В ?).Принять, что точка вращения находится в А и рассчитать силу потока в В. Затем, наоборот, считая точкой вращения В, вычислить силу потока в А.

5. На балке, которая закреплена тросом, висит лампа весом 8 кг (рис. 7.31).Чему равен поток импульса протекающий по тросу? За точку поворота принять место, где балка закреплена в стене.

6. Для чего служит гаечный ключ? Почему гайку не закручивают просто руками?

7.4. Равновесие

На рис. 7.32 всё согласованно. Справа и слева втекают в стержень потоки импульса величиной 50 Н, а в точке P вытекает поток импульса 100 Н. Правило рычага

$$r_R \cdot F_R \ = \ r_L \cdot F_L$$

таким образом, выполняется.

Попробуем теперь нарушить закон рычага : никто нам не помешает повесить на стержень два тела различного веса (рис. 7.33 a). Однако природа защищена от такого нарушения правила рычага. Как ты уже должно быть сообразил , произойдет то, что изображено на рис. 7.33 b: тела вместе со стержнем придут в движение. Другими словами, система не будет в *равновесии* в отличии от случая, представленного на рис. 7.32.

Рис. 7.32. Правило рычага соблюдено и стержень находится в равновесии « кг, м »

На рис. 7.34 правило рычага тоже выполняется и система тел тоже находится в равновесии, но на этот раз плечи рычага имеют различную длину.

Поэтому теперь можно точно сформулировать правило рычага:

подвешенное тело, способное вращаться, находится в равновесии, если правый и левый вращающие моменты равны

Задачи

1. Вычисли левый и правый вращающие моменты для стержня, изображённого на рис.7.35.
Находится ли он в равновесии?

2. С помощью рычага , изображённого на рис. 7.36 собираются поднять камень весом 500 кг. Примем, что половина массы камня давит на рычаг. Сможет ли девочка весом 50 кг осуществить этот подъем?

Рис. 7.33. (a) Попытка нарушить правило рычага. (b) Тела и стержень приходят в движение
« кг, кг »

Рис. 7.34. Равновесие для случая плечей рычага разной длины « кг, кг, см, см »

Рис. 7.35. К задаче 1 « см, кг »

Рис. 7.36. К задаче 2 « м »

7.5. Центр тяжести

Стержень на рис. 7.37a находится в равновесии. Сравни со случаем на рис. 7.37b. Единственное отличие состоит в том, что шары больше не висят на двух шнурах, но прикреплены к стержню. Они образуют со штангой единое тело, своего рода гантель.
Разумеется эта гантель тоже находится в равновесии. Через концы гантели в неё вытекают два потока импульса. (Они поступают из земли через поле тяготения). Потоки импульса встречаются в точке вращения и через нее уходят из гантели.

Наконец, то же самое скажем другими словами: единое тело повесили за некоторую точку так, что оно может вращаться, и оно находится в равновесии: оно само по себе не приходит во вращение.

Рис. 7.37. (a) Стержень находится в равновесии. (b) Гантелеобразное тело находится в равновесии « кг, кг...»

Повернём немного гантель (рис. 7.38). Что произойдет если ее отпустить? Совсем ничего. Она будет стоять в новом положении. Она опять будет в равновесии.

На основе рис. 7.38b можно увидеть следующее. Точки, через которые оба потока импульса втекают из земли, находятся там, где на стержень насажены оба шара. Векторы силы токов направлены вертикально. Поэтому нарисованы вертикальные вспомогательные линии. Оба плеча рычага r_R и r_L меньше, чем на рис. 7.38a. Они в одном и том же отношении стали короче: r_R при повороте стал в два раза короче и r_L тоже стал вдвое короче.

F_R и F_L при повороте также остались равными по величине. Вращающие моменты $r_R \cdot F_R$ и $r_L \cdot F_L$ также уменьшили свои значения вполовину, но как и прежде справедливо равенство

$$r_R \cdot F_R = r_L \cdot F_L$$

Гантель по-прежнему осталась в равновесии. Мы можем поворачивать гантель как хотим, но она всегда будет в равновесии.

Если закрепление в точке поворота позволяет, то можно повернуть гантель в третье измерение, т.е. вывести её из плоскости рис.7.38. Но и это нечего не изменит, равновесие сохранится и тогда.

Рис. 7.38. При повороте плечи рычага уменьшились вдвое

Рис. 7.39. Тело взято как и на рис. 7.37b, но взята другая точка вращения

Возьмём опять ту же гантель, но с другой точкой вращения (рис. 7.39a). Понятно, что она не будет в равновесии, как на рис. 7.39b. Существует одна единственная точка, в которой вне зависимости от ориентации тела оно будет оставаться в равновесии. Эту точку называют *центром тяжести тела*. Центр тяжести имеют не только гантелеобразные тела. Любое тело имеет центр тяжести и тоже единственный. Если тело может вращаться вокруг своего центра тяжести, то при любом повороте оно будет оставаться в равновесии.

Часто центр тяжести тела находится внутри тела. Но как в таком случае закрепить тело за центр тяжести так , чтобы оно могло вращаться?

Можно просверлить отверстие (канал), которое проходит через центр тяжести и пропустить сквозь него ось. Ось можно закрепить так, чтобы она могла вращаться. Тело при этом будет в равновесии при любом повороте оси (рис. 7.40).

Существует много возможностей для просверливания таких отверстий. Безразлично как это сверление будет произведено. Главное в том, чтобы отверстие проходило через центр тяжести (рис. 7.41).

Рис. 7.40. Ось проходит через центр тяжести тела. Тело в любом положении остается в равновесии

Рис. 7.41. Разные оси проходят через центр тяжести: тело при этом всегда находится в равновесии

Сделаем вывод:

каждое тело имеет в точности единственный центр тяжести. Если его подвесить за центр тяжести так, что оно сможет вращаться, то при повороте в любом направлении оно будет оставаться в равновесии.

Если тело достаточно симметрично, то положение центра тяжести легко предсказать.
Для шара, кубика, цилиндра, призмы центр тяжести совпадает с геометрическим центром фигур (рис. 7.42).

Такое предсказание возможно если масса распределена в теле равномерно. Если одна половина кубика сделана из свинца, а другая из алюминия (рис. 7.43), то центр тяжести, естественно, находится не в геометрическом центре, а смещён в свинец.

У многих тел центр тяжести находится вне вещества, из которого оно изготовлено, как, например, у кольца или подковообразного тела (рис. 7.44).

Рис. 7.42. Центр тяжести указанных тел совпадает с их геометрическим центром точкой S

Рис. 7.43. Центр тяжести комбинированного кубика точка S не находится в его геометрическом центре

«алюминий, свинец»

Задачи

1. Где находится центр тяжести колеса велосипеда?
2. Где находится центр тяжести Земли?
3. Попытайся для различных предметов найти положение центра тяжести, держа их большим и средним кольцами так, чтобы они могли поворачиваться.
4. Землю и Луну можно представить себе в виде гантели, скрепляющим стержнем которой является поле тяготения. Где находится центр тяжести такой системы? (Масса Земли приблизительно в 100 раз больше массы Луны, а расстояние между ними равно 380 000 км).

7.6. Устойчивое равновесие

Подвесим тело так, чтобы оно вращалось вокруг точки подвеса, которая не совпадает с центром тяжести. Для простоты опять возьмём одну гантель. Поскольку точка вращения не совпадает с центром тяжести, то гантель должна быть согнутой (рис.7.45). Что произойдет, если гантель повернуть в положение, приведённое на рис. 7.46 а? Твоё чувство наверняка подскажет тебе, что гантель не будет висеть в таком положении, но начнёт качаться и поворачиваться около положения изображённого на рис. 7.45.

Не обязательно полагаться на это чувство, чтобы прийти к тому же выводу.

Рис. 7.44. Здесь центры тяжести тел, т.е. точки S, находятся вне самих тел

Рис. 7.45. Точка вращения не совпадает с центром тяжести (точка S). Тело находится в устойчивом равновесии

На рис. 7.46.b , что плечо рычага r_L длиннее, чем плечо r_R. Поскольку шары имеют одинаковый вес, то это значит, что левый вращающий момент больше, чем правый вращающий момент. Гантель при этом поворачивается вокруг точки подвеса слева направо. При вращении меняются длины плеч рычага. Когда гантель займёт положение, приведённое на рис. 7.45, длины плеч рычага станут опять одинаковыми. Это состояние *равновесия*. При движении гантель пройдёт через положение равновесия и отклонится в сторону, а потом вновь и вновь будет возвращаться в это положение.

Что происходит с центром тяжести в этом случае? Он двигается вниз.

Если тело смещают при повороте из положения равновесия, то центр тяжести поднимается. При это безразлично в какую сторону поворачивается тело: направо или налево. Таким образом, в положении равновесия центр тяжести занимает самое нижнее положение, какое только может. Кроме того, центр тяжести находится точно под точкой вращения тела.

Для гантели существует ещё одно положение равновесия, когда центр тяжести находится над точкой вращения на одной вертикали (рис. 7.47). Если из этого положения гантель чуть-чуть сдвинуть, то она сама по себе не вернётся в это положение, но будет от него удаляться до тех пор, пока не достигнет нижнего положения равновесия и будет около него качаться. Верхнее положение равновесия называется *неустойчивым* , а нижнее - *устойчивым*.

Рис. 7.46. (a) Тело не останется в этом положении. (b) Одно плечо рычага длиннее чем другое

Рис. 7.47. Неустойчивое равновесие

Пусть тело подвешено так, что может вращаться . Если точка вращения расположена над центром тяжести и они лежат на одной вертикали, то тело находится в состоянии устойчивого равновесия. Если тело немного сдвинуть (повернуть) из положения равновесия, то оно будет само по себе возвращаться в это положение, совершая колебания.

Теперь мы имеем в распоряжении очень удобный метод для определения положения центра тяжести некоторого тела . Тело подвешивают за любую точку, вокруг которой оно может вращаться (рис. 7.48). Оно будет качаться, пока, наконец, центр тяжести не окажется на одной вертикали с точкой подвеса (вращения). Таким образом мы находим прямую, на которой должен находиться центр тяжести. Затем тело подвешивают за другую точку вращения и ждут остановки колебаний. Тогда находят другую прямую на которой лежит центр тяжести. Очевидно центр тяжести находится в точке пересечения этих двух прямых.

Задачи

1. Попытайся найти центр тяжести разных тел, подвешивая их за две точки вращения .

2. Две вилки воткнули в пробку, которую поставили на острие гвоздя (рис.7.49). Почему пробка с вилками не падает вниз?

Рис. 7.48. Когда качание тела прекратится, центр тяжести тела будет лежать ниже точки подвеса на одной из вертикали

Рис. 7.49. К задаче 2

Рис. 7.50. Чтобы центр тяжести некоторого тела сдвинуть вверх, требуется энергия

7.7. Центр тяжести и энергия

Чтобы некоторое тело вывести из устойчивого положения равновесия, требуется затратить энергию. Это связанно с тем, что центр тяжести при этом надо сдвинуть вверх.

Это похоже на поднимание любого предмета (рис. 7.50).И в этом случае надо сместить центр тяжести вверх и соответственно затратить энергию.

Чтобы сместить вверх центр тяжести некоторого тела, нужно затратить энергию.

Эта энергия накапливается в поле тяготения. Если тело потом движется вниз, то поле тяготения возвращает эту энергию.

Рис. 7.51. Поворот слева происходит сам по себе, а справа нет

Рис. 7.52. Событие слева происходит само по себе, а справа нет

Потому, что энергию всегда легче отдавать, чем получать. (В этом отношении энергия похожа на деньги). Энергия, которая выделяется при переходе в устойчивое равновесие, используется для получения теплоты. Этот процесс не может протекать в обратном направлении, т.к. теплоту невозможно уничтожить. При этом переход из равновесия в неравновесное состояние не может происходить сам по себе. Для этого необходимо добыть энергию где-то другим способом.

Рассмотрим переход в равновесие на нескольких примерах.

На рис. 7.53 а шарик катится в самое глубокое место. Здесь опять центр тяжести занимает самое низшее положение. Тележка на рис. 5.53 в будет смещаться пока не займет вертикальное положение. Для этого левые колеса должны заехать немного вверх. Но центр тяжести при этом опустится вниз. Ящик на рис. 7.54 а не останется в нарисованном положении. Он опрокинется налево. Одновременно его центр тяжести сдвинется вниз. Также тело на рис. 7.55 а не останется в том же положении, т.к. у его центра тяжести есть возможность опуститься еще ниже (рис. 7.55 в).

Рис. 7.53. (а) Шарик скатывается в самое низкое место углубления. (в) Тележка будет ездить взад - вперед пока не займет горизонтальное положение

Рис. 7.54. Ящик опрокинется налево. При этом его центр тяжести опустится вниз

Рис. 7.55. Тело опрокинется направо, т.к. тогда его центр тяжести опустится

Иногда нужно совсем немного приподнять центр тяжести некоторого тела, чтобы привести его в такое положение, из которого оно само по себе (самопроизвольно) может спускаться вниз намного дальше. Другими словами: телу надо сообщить совсем немного энергии, чтобы потом получить энергии намного больше.

На рис. 7.56 рассматривается именно такой случай. Надо немного энергии, чтобы поднять шарик на край ямки. Зато потом он будет сам катиться по склону горки. Другой, хорошо известный пример: опрокидывающийся предмет (рис. 7.57). Здесь тоже нужно чуть - чуть приподнять центр тяжести, чтобы ваза заняла положение, при котором центр тяжести сам по себе стал бы опускаться вниз (падать).

Рис. 7.56. Нужно очень мало энергии, чтобы перекатить шарик через край ямки

Рис. 7.57. Требуется немного энергии, чтобы опрокинуть вазу

Рис. 7.58. Весы с коромыслом. Средняя точка вращения коромысла находится выше, чем точка опоры (вращения) коромысла

В результате имеем метод для нахождения массы некоторого тела. На рис. 7.58 показаны рычажные весы. Средняя точка коромысла весов расположена выше точек вращения, к которым подвешены чашечки весов.

Если чашечки весов нагружены одинаково, то весы будут колебаться до тех пор, пока коромысло весов не установится горизонтально. При этом центр тяжести займет наинизшее положение.

У весов всегда есть набор разновесов: гирек известной массы, с помощью которых можно составить значения масс различной величины. Так с помощью монет и бумажных денег можно собрать какую угодно сумму денег.

Чтобы взвесить некоторое тело, его кладут на одну из чашечек весов. На другую кладутся разновесы до тех пор, пока коромысло весов не установится горизонтально. Тогда масса тела будет равна сумме масс разновесов.

Рис. 7.59. К задаче 3

Задачи

1. Если при движении тела сохраняется высота его центра тяжести, то говорят, что тело находится в безразличном равновесии. Такое тело в каком бы положении оно не оказалось останется в покое. Приведи примеры таких состояний.

2. Если отпустить покоящийся велосипед, то он опрокинется. Почему это не происходит с автомобилем?

3. Находится ли тело изображенное на рис. 7.59 в устойчивом состоянии равновесия? Если нет, то в каком направлении оно начнет двигаться?

4. Опрокинется ли тело, изображенное на рис. 7.60?

5. Некоторые весы имеют плечи коромысла различной длины (рис. 7.61). Разновесы накладываются в чашечку, которая весит на более длинном плече коромысла. Как определяется масса взвешиваемого тела?
   Какое преимущество имеют такие весы по сравнению с весами, у которых плечи коромысла имеют одинаковую длину?

Рис. 7.60. К задаче 4

Рис. 7.61. К задаче 5