



Il corso di fisica di Karlsruhe

Meccanica

INDICE

1 Strumenti

1.1	Grandezze fisiche	5	1.5	Scalari e vettori	7
1.2	A cosa si riferisce il valore di una grandezza	5	1.6	Linee di corrente	9
1.3	Distribuzioni	5	1.7	L'addizione dei vettori	9
1.4	Grandezze estensive	7			

2 Quantità di moto e correnti di quantità di moto

2.1	La quantità di moto	11	2.11	Trasporto convettivo della quantità di moto	24
2.2	Correnti di quantità di moto	11	2.12	Ancora sui conduttori di quantità di moto	25
2.3	Corrente di quantità di moto nei processi di attrito	15	2.13	La legge di Hooke	28
2.4	Pompe di quantità di moto	16	2.14	Velocità, accelerazione e velocità angolare	30
2.5	Conduttori e non conduttori di quantità di moto		2.15	Variazione di quantità di moto nel moto circolare	32
2.6	Regime stazionario	18	2.16	Carrucole	34
2.7	Tensioni di compressione, trazione e flessione	19	2.17	La relazione tra pressione e intensità della corrente di quantità di moto	35
2.8	Circuiti di quantità di moto	20	2.18	Tensioni in tre direzioni	37
2.9	L'intensità della corrente di quantità di moto	21	2.19	La pressione nei liquidi e nei gas	39
2.10	La legge di Newton	22	2.20	La forza	39

3 Quantità di moto angolare e correnti di quantità di moto angolare

3.1	La quantità di moto angolare	39	3.5	Intensità e velocità di variazione della quantità di moto angolare	46
3.2	Pompe di quantità di moto angolare	41	3.6	Quantità di moto angolare e velocità angolare come vettori	47
3.3	Corrente di quantità di moto nei processi di attrito	42	3.7	Ancora sui conduttori di quantità di moto angolare	47
3.4	Conduttori di quantità di moto angolare	44	3.8	Circuiti di quantità di moto angolare	49

– 4 Il campo gravitazionale

4.1	L'attrazione terrestre	51	4.6	Orbite circolari nel campo gravitazionale	59
4.2	Da cosa dipende l'attrazione terrestre	51	4.7	L'intensità del campo per i corpi sferici	60
4.3	La caduta libera	53	4.8	Galilei, Keplero e Newton	62
4.4	Caduta con attrito	55	4.9	Le maree	63
4.5	Assenza di peso	58			

– 5 Quantità di moto, quantità di moto angolare ed energia

5.1	Che cos'è l'energia?	65	5.5	Campo gravitazionale come accumulatore di energia – il potenziale gravitazionale	72
5.2	La quantità di moto come portatore di energia	65	5.6	Paranco, trasmissione a ingranaggi, trasmissione a catena e a cinghia	74
5.3	La quantità di moto angolare come portatore di energia	68	5.7	Attrito	77
5.4	Accumulatori di energia meccanica	69			

– 6 Sistemi di riferimento

6.1	Sistemi di riferimento e lo zero di una grandezza	83	6.3	Sistemi di riferimento in volo libero	88
6.2	Fenomeni in diversi sistemi di riferimento	84			

1 STRUMENTI

1.1 Grandezze fisiche

Per descrivere una proprietà in modo quantitativo, ovvero con un valore numerico, è necessaria una grandezza fisica. Consideriamo il dato

$$m = 5 \text{ kg}$$

in cui

m indica la grandezza fisica
5 il valore numerico
kg l'unità di misura

Dal punto di vista matematico, “5 kg” deve essere considerato come il prodotto di “5” e “kg”. Quando scrivi un testo scientifico, tieni presente che il simbolo di una grandezza fisica va scritto in corsivo, mentre l'unità di misura va scritta in caratteri normali: quindi “ m ” significa massa e “m” significa metro.

1.2 A cosa si riferisce il valore di una grandezza

Cerchiamo di classificare le grandezze fisiche in base al tipo di ente geometrico a cui si riferiscono: un punto, una superficie o una regione di spazio.

Il valore si riferisce a un punto per le grandezze velocità, temperatura, pressione, potenziale elettrico, densità, ...

Il valore si riferisce a una superficie per tutte le correnti

forza (corrente di quantità di moto), corrente elettrica, corrente di entropia, corrente di energia, ...

Il valore si riferisce a una regione dello spazio per massa, quantità di moto, carica elettrica, entropia, energia ...

Se una grandezza si riferisce a un punto, il suo valore può variare da un punto all'altro. Ciò è evidente nel caso della temperatura e della pressione. Forse non è immediatamente evidente che anche la velocità appartiene a questa categoria. Dopotutto, tutti i punti di un corpo in movimento hanno la stessa velocità, o no? Basta osservare un corpo rotante per convincersi del contrario. In questo caso, ogni punto ha una velocità diversa. Anche la velocità dell'acqua in un fiume cambia da un punto all'altro.

Le grandezze fisiche che si riferiscono a una regione dello spazio sono grandezze simili a sostanze e sono chiamate grandezze estensive.

Non tutte le grandezze rientrano in questo schema, ad esempio il tempo, ma anche la costante elastica, la resistenza elettrica e la capacità.

Il valore di un'intensità di corrente si riferisce a una superficie.

Il valore di una grandezza estensiva si riferisce a una regione dello spazio

1.3 Distribuzioni

Ti interessa conoscere la temperatura nel luogo in cui ti trovi. Misuri la temperatura e rilevi 25 °C. Quindi

$$\vartheta = 25 \text{ °C.}$$

A volte ti interessa conoscere i valori della temperatura lungo una linea: come varia la temperatura al di sopra del punto in cui ti trovi con l'aumentare dell'altezza z ?

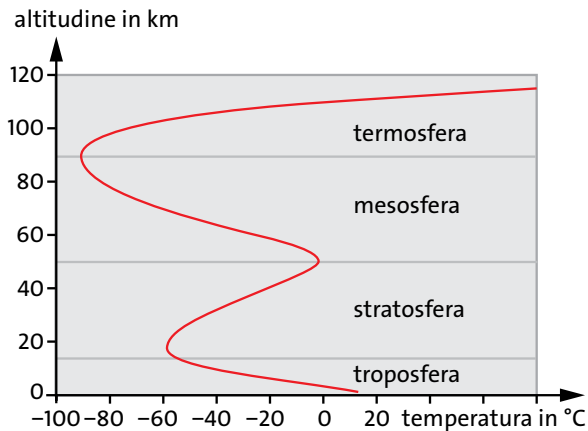


Fig. 1.1 Temperatura in funzione dell'altitudine.

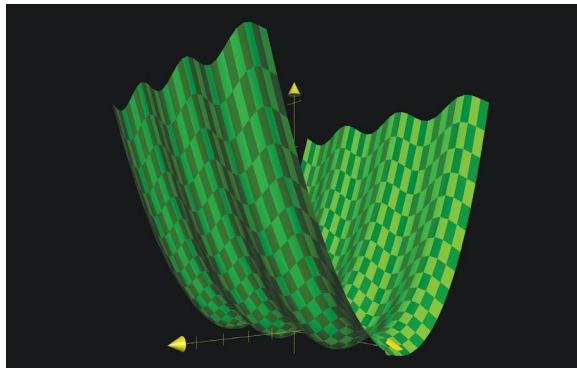


Fig. 1.2 Grafico 3D della funzione $z(x, y) = x^2 + \sin y$.

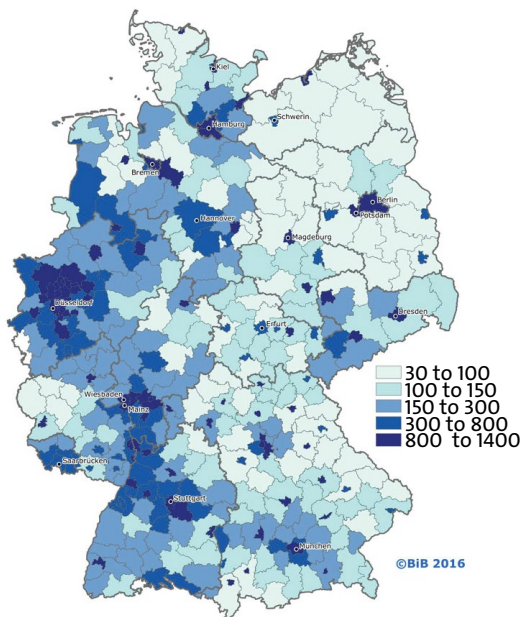


Fig. 1.3 Distribuzione della densità demografica in Germania.

In questo caso ti interessa una distribuzione unidimensionale della temperatura, ovvero la funzione $\vartheta(z)$.

A volte capita di essere interessati ai valori di una grandezza puntuale in un intero piano, ad esempio la temperatura o la pressione atmosferica sulla superficie terrestre. La distribuzione corrispondente è quindi una funzione di due coordinate spaziali: $\vartheta(x, y)$ e $p(x, y)$, ovvero una distribuzione in due dimensioni.

Per informare qualcuno sulle temperature in una regione dello spazio reale, è necessario comunicargli una funzione $\vartheta(x, y, z)$ delle tre coordinate spaziali x , y e z , ovvero una distribuzione tridimensionale della temperatura.

Più dimensioni si prendono in considerazione, più difficile diventa la rappresentazione grafica della distribuzione. La Fig. 1.1 mostra la temperatura come funzione dell'altitudine.

Una distribuzione bidimensionale può essere rappresentata graficamente con l'aiuto di un grafico 3D. La Fig. 1.2 mostra la funzione $z(x, y) = x^2 + \sin y$. Cerca di capire perché il grafico ha questo aspetto.

Le distribuzioni bidimensionali possono essere rappresentate anche con l'aiuto di sfumature di grigio o colori. La Fig. 1.3 mostra la densità di popolazione in Germania.

Per rappresentare in modo chiaro una distribuzione tridimensionale, è necessario ricorrere a trucchi ancora più sofisticati. La Fig. 1.4 mostra la distribuzione della densità in un atomo di idrogeno.

Spesso si è interessati a come il valore di una grandezza cambia nel tempo t . In questo caso si aggiunge t come variabile indipendente. Si ha quindi a che fare con funzioni come

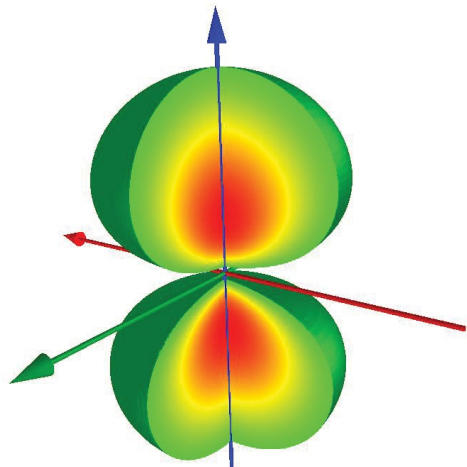


Fig. 1.4 Distribuzione della densità di massa in un orbitale di un atomo di idrogeno eccitato.

$\vartheta(x, t)$ o
 $\vartheta(x, y, t)$ o
 $\vartheta(x, y, z, t)$.

La funzione $\vartheta(x, t)$ può essere rappresentata graficamente come nella Fig. 1.2. Si sostituisce quindi il tempo alla coordinata spaziale y . Tali funzioni diventano molto chiare quando si realizzano dei video, in modo che la variabile temporale sia percepita come il tempo che scorre.

A volte una grandezza puntuale ha lo stesso valore in ogni punto. Ad esempio, la temperatura di un corpo può essere completamente uniforme: ogni punto del corpo ha la stessa temperatura. Si dice allora che la distribuzione della temperatura è *omogenea*.

1.4 Grandezze estensive

Le grandezze i cui valori si riferiscono a una regione dello spazio sono chiamate grandezze estensive.

Tra queste figurano:

- l'energia,
- la quantità di moto,
- l'entropia,
- la carica elettrica,
- la quantità di sostanza.

Se si raddoppia mentalmente un oggetto, ovvero se ne crea una copia e la si affianca a quello originale, la struttura risultante dai due oggetti avrà il doppio dell'energia, il doppio della quantità di moto ecc. (ma non il doppio della temperatura o della velocità).

Ogni grandezza estensiva può essere immaginata come una misura di qualcosa che è contenuto nell'oggetto corrispondente, come l'acqua in un contenitore. Due contenitori contengono il doppio dell'acqua di uno solo e tre ne contengono il triplo.

La quantità di moto è una misura dello "slancio" o dell'"impeto" che ha un corpo.

L'entropia è una misura del calore contenuto in un corpo. Due corpi simili alla stessa temperatura hanno insieme il doppio dell'entropia (calore) di uno solo.

La carica elettrica è una misura di qualcosa per cui non abbiamo un'espressione colloquiale. Ma possiamo comunque percepirla. Su due corpi simili, portati allo stesso potenziale elettrico, c'è il doppio della carica rispetto a uno solo.

Per quanto riguarda la quantità di materia, l'affermazione corrispondente è ovvia: per due corpi simili, la quantità di materia – e quindi il numero di molecole

che la compongono – è doppia rispetto a quella di un singolo corpo.

Un'altra particolarità delle grandezze estensive: per ciascuna di esse è possibile stabilire se è conservata o no, ovvero se è possibile produrla, distruggerla o se non è possibile né l'una né l'altra cosa. Quindi vale quanto segue:

L'energia non può essere prodotta né distrutta; la quantità di moto non può essere prodotta né distrutta; la carica elettrica non può essere prodotta, né distrutta.

Però:

l'entropia può essere prodotta, ma non distrutta.

E infine:

La quantità di sostanza può essere prodotta e distrutta.

Non ha senso parlare di conservazione o non conservazione di grandezze puntuali.

Di ogni grandezza estensiva si può dire se è conservata o no.

1.5 Scalari e vettori

Spero che tu non pensi che classificare le grandezze sia complicato, perché ora le cose lo diventeranno ancora di più. Esaminiamo ancora una volta le diverse grandezze, ma questa volta da un altro punto di vista.

Per prima cosa confrontiamo due dati: un dato relativo alla temperatura e uno relativo alla velocità. Puoi immaginare che si tratti della temperatura dell'aria e della velocità del vento in un determinato punto in un determinato istante. I dati sono:

$$\vartheta = 19^\circ\text{C}$$

$$v = 5 \text{ m/s.}$$

Hai notato che uno dei due dati è incompleto? Sappiamo quanto è veloce l'aria, cioè 5 m/s, ma non sappiamo in quale direzione si muova. Per quanto riguarda la temperatura, la questione è chiara: la temperatura non ha direzione. Le grandezze come la temperatura, che sono definite da un unico valore numerico, sono chiamate *scalari*. Le grandezze per le quali è necessario specificare anche una direzione sono chiamate *vettori*. Ecco alcuni esempi:

Scalari

energia, massa, carica elettrica, intensità di corrente elettrica, temperatura, entropia.

Vettori

velocità, quantità di moto, corrente di quantità di moto.

Più avanti imparerai altre grandezze vettoriali.

Come si fa a comunicare a qualcuno un valore di velocità? Ci sono diverse possibilità.

Il modo più semplice è grafico, cioè con uno schizzo. Si rappresenta la velocità con una freccia. La lunghezza indica il valore della velocità, nel nostro caso 5 m/s, e la direzione della freccia corrisponde alla direzione del movimento, Fig. 1.5.

In questo modo si potrebbe tracciare la velocità del vento in diversi punti di una mappa. Naturalmente, questo metodo presuppone che si stabilisca quale lunghezza dello schizzo corrisponde all'unità di velocità. Nella Fig. 1.5 abbiamo inserito l'unità di velocità 1 m/s come lunghezza.

Per indicare che una grandezza è un vettore, si disegna una piccola freccia sopra il simbolo della grandezza. Si scrive quindi

Velocità: $\vec{v}$

Quantità di moto: $\vec{p}$

Intensità della corrente della quantità di moto: $\vec{F}$

Spesso si desidera descrivere una grandezza vettoriale, ad esempio la velocità del vento, non con uno schizzo, ma con semplici dati numerici. La Fig. 1.6 mostra come farlo.

Scegliamo un sistema di coordinate i cui assi denotiamo con v_x e v_y . Ora disegniamo la freccia vettoriale della velocità in un punto qualsiasi del sistema di coordinate. Dal punto iniziale e dalla punta della freccia tracciamo delle rette ortogonali verso ciascun asse delle coordinate. Si "proietta" quindi la freccia vettoriale sui due assi delle coordinate. Si ottengono così la componente x , v_{0x} , della velocità e la componente y , v_{0y} . Nel caso tridimensionale si aggiunge anche una componente z .

Queste tre componenti caratterizzano in modo univoco il vettore velocità. Nella parte sinistra dell'immagine:

$$v_{0x} = 3 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = 2 \text{ m/s},$$

e nella parte destra:

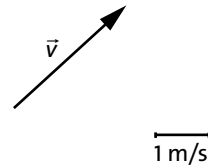


Fig. 1.5 Un vettore è rappresentato graficamente da una freccia. La lunghezza della freccia corrisponde al valore assoluto del vettore.

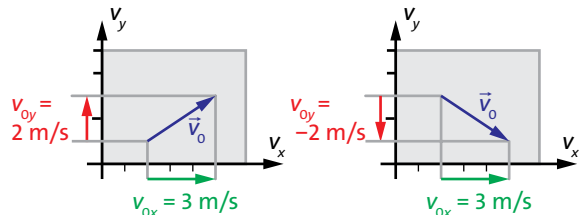


Fig. 1.6 Scomposizione di un vettore nelle sue componenti.

$$v_{0x} = 3 \text{ m/s}, v_{0y} = -2 \text{ m/s},$$

Le componenti hanno un significato semplice: si può dire che l'aria si muove contemporaneamente a 3 m/s nella direzione x e a 2 m/s (o -2 m/s) nella direzione y .

Per caratterizzare il vettore velocità abbiamo utilizzato due valori numerici. A dire il vero erano tre, perché c'è anche la componente z , che nel nostro caso però è zero:

$$v_{0z} = 0 \text{ m/s}.$$

Ciò che è stato spiegato qui per la velocità vale anche per altre grandezze vettoriali. Anche la quantità di moto e la corrente di quantità di moto sono determinati da una componente x , una componente y e una componente z . In precedenza, non ne avevamo parlato perché ci eravamo limitati ai movimenti in una sola direzione. Avevamo quindi a che fare solo con una delle tre componenti.

Il valore di una grandezza scalare è determinato da un dato numerico. Il valore di una grandezza vettoriale è determinato da tre dati numerici, i valori delle componenti x , y e z .

1.6 Linee di corrente

La velocità è in primo luogo una grandezza puntuale e in secondo luogo un vettore. Ciò significa che:

- Può avere un valore diverso da un luogo all'altro, formando una distribuzione. Esempio: la distribuzione della velocità del movimento dell'aria (del vento).
- Ha una direzione specifica in ogni luogo (in ogni punto).

Vogliamo rappresentare graficamente la distribuzione della velocità dell'acqua in un fiume (più precisamente: sulla superficie del fiume). È ovvio farlo come mostra la Fig. 1.7. Si disegnano piccole frecce vettoriali nel maggior numero possibile di punti. Il vettore si riferisce al punto in cui si trova il suo punto di partenza (non la punta).

Per alcuni scopi, una rappresentazione di questo tipo è troppo confusa. Si disegna quindi un'immagine delle *linee di corrente*, Fig. 1.8. Una linea di corrente è una linea che ha in ogni punto la stessa direzione del vettore velocità in quel punto. L'immagine delle linee di corrente mostra quindi la direzione della corrente in ogni punto. Tuttavia, fornisce anche informazioni sulla velocità della corrente: dove le linee sono ravvicinate, la velocità è elevata, mentre dove le linee sono distanti tra loro, la velocità è bassa.

Compiti

1. Consulta il sito Internet del Servizio Meteorologico Nazionale per vedere come vengono rappresentate graficamente le diverse distribuzioni dimensionali che descrivono una situazione meteorologica. Spiega.
2. A volte è possibile immaginare una linea di corrente come la traiettoria di una piccola quantità d'acqua, ma non sempre. Quale condizione deve essere soddisfatta?
3. Descrivi i metodi per rappresentare le correnti d'aria (distribuzioni di velocità) che non sono stati menzionati nel testo.

1.7 L'addizione dei vettori

Spesso è necessario sommare i valori delle grandezze fisiche.

Una batteria contiene una quantità di energia pari a 10 kJ, un'altra contiene 12 kJ. Entrambe insieme hanno

$$10 \text{ kJ} + 12 \text{ kJ} = 22 \text{ kJ}.$$

La temperatura a Stoccarda è di 22 °C, a Karlsruhe di 26 °C. Il valore medio delle temperature è

$$\frac{22^\circ\text{C} + 26^\circ\text{C}}{2} = 24^\circ\text{C}$$

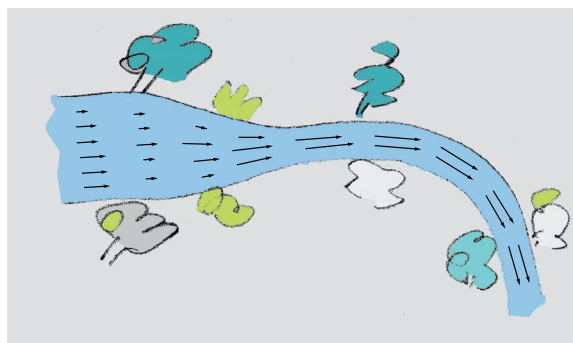


Fig. 1.7 Distribuzione della velocità dell'acqua in un fiume, rappresentata con frecce vettoriali.

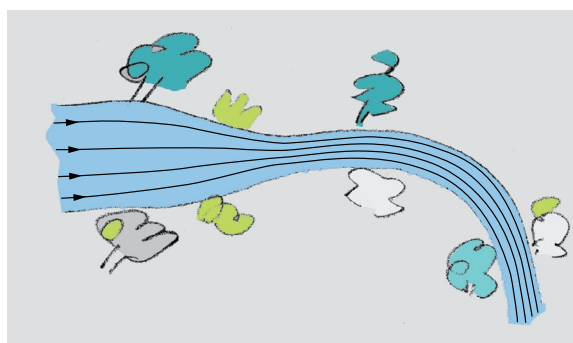


Fig. 1.8 Distribuzione della velocità dell'acqua in un fiume, rappresentata con linee di corrente.

Una batteria da 4,5 volt e una da 9 volt vengono collegate in serie. La nuova fonte di energia ha una tensione di

$$4,5 \text{ V} + 9 \text{ V} = 13,5 \text{ V}.$$

Gli esempi mostrano che ci sono diversi motivi per sommare i valori: il calcolo di una quantità totale, il calcolo di una media, il collegamento in serie di due dispositivi.

Tutte le grandezze di questi esempi erano scalari. Tuttavia, può anche accadere che si desideri eseguire tali operazioni con grandezze vettoriali, il che significa che è necessario sommare i vettori. Come si fa?

Consideriamo un esempio in cui è necessario sommare delle velocità.

Stai camminando in avanti su un treno. La velocità del treno è di 75 km/h, la tua velocità "relativa al treno" è di 4 km/h. Rispetto alla Terra ("nel sistema di riferimento della Terra") hai una velocità di 75 km/h + 4 km/h = 79 km/h.

In questo caso le velocità da sommare avevano la stessa direzione – la direzione longitudinale del treno

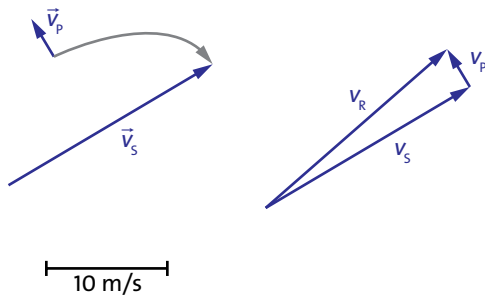


Fig. 1.9 (a) Vettori di velocità della nave (S) e della persona (P), (b) addizione grafica dei vettori.

– e non si riscontrava alcuna difficoltà. Ma cosa succede se le velocità da sommare hanno direzioni diverse? Supponiamo che tu stia camminando a 4 km/h su una nave (dove c'è più spazio che sul treno) trasversalmente alla direzione della nave. La nave dovrebbe avere una velocità di 20 km/h. La Fig. 1.9 (a) mostra le frecce vettoriali corrispondenti $\vec{v}_P$ e $\vec{v}_S$ (P per persona e S per la nave).

Visto dalla terra, il movimento “risultante” non avviene più nella direzione longitudinale della nave, né trasversalmente ad essa, ma in diagonale. La direzione del vettore di velocità risultante $\vec{v}_R$ si trova tra la direzione di $\vec{v}_P$ e di $\vec{v}_S$. La Fig. 1.10 mostra come si ottiene il vettore di velocità risultante. È sufficiente unire le due frecce vettoriali: l'inizio di una e la fine dell'altra. Si disegna quindi una freccia dalla coda della prima alla punta della seconda. Non importa in quale ordine si uniscono le frecce, ovvero anche l'addizione dei vettori è commutativa.

l'inizio di una e la fine dell'altra. Si disegna quindi una freccia dalla coda della prima alla punta della se-

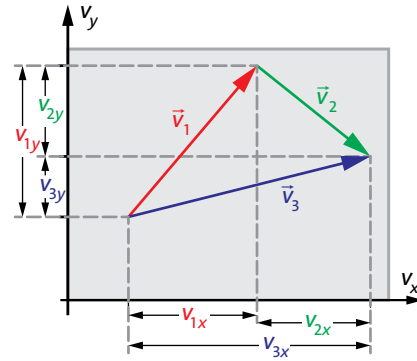


Fig. 1.10 Addizione di vettori. Le componenti vengono sommate singolarmente.

conda. Non importa in quale ordine si uniscono le frecce, ovvero anche l'addizione dei vettori è commutativa.

■ Addizione di vettori: le frecce dei vettori da sommare vengono unite.

Nella Fig. 1.10 è rappresentata l'addizione di due vettori

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_3$$

Sui due assi del sistema di coordinate sono tracciate anche le componenti dei tre vettori coinvolti.

Si vede che per le componenti vale:

$$v_{1x} + v_{2x} = v_{3x}$$

$$v_{1y} + v_{2y} = v_{3y}$$

■ Addizione di vettori: le componenti vengono sommate singolarmente.

2 QUANTITÀ DI MOTO E CORRENTI DI QUANTITÀ DI MOTO

2.1 La quantità di moto

La quantità di moto è ciò che è contenuto in un corpo veloce e pesante. In linguaggio colloquiale può essere descritta dai termini "slancio" o "impeto".

La relazione tra la quantità di moto p (slancio), la velocità v (quanto velocemente si muove il corpo?) e la massa m (quanto è pesante il corpo?) è la seguente:

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

Questa "equazione vettoriale" è l'abbreviazione delle tre equazioni delle componenti:

$$p_x = m \cdot v_x$$

$$p_y = m \cdot v_y$$

$$p_z = m \cdot v_z$$

Come unità di misura utilizziamo l'huygens (Hy), che corrisponde nel Sistema Internazionale a:

$$\text{Hy} = \text{kg} \cdot \text{m/s}.$$

La quantità di moto è stata introdotta come grandezza fisica dal filosofo, matematico e scienziato René Descartes (1596–1650), Fig. 2.1, che la chiamò con il nome latino di *quantitas motus*. (All'epoca gli studiosi comunicavano in latino, così come oggi lo fanno in inglese).

Tuttavia, la grandezza introdotta da Cartesio poteva assumere solo valori positivi e non era un vettore, quindi era ciò che oggi chiamiamo intensità del vettore quantità di moto. Per questo motivo non era ancora molto utile.

Fu solo Christiaan Huygens (1629–1695) a introdurre un segno per la quantità di moto. Tuttavia, nemmeno lui aveva ancora capito che la quantità di moto è una grandezza che è sempre conservata.



Fig. 2.1 René Descartes (a) e Christiaan Huygens (b)

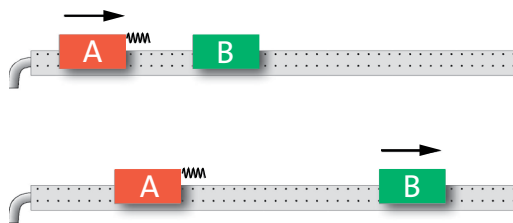


Fig. 2.2 Durante la collisione, A trasferisce tutta la sua quantità di moto a B. Se A è più pesante di B, Fig. 2.3, viene trasferita solo una parte della quantità di moto.

2.2 Correnti di quantità di moto

Moti unidimensionali

La quantità di moto può passare o fluire da un corpo all'altro.

Consideriamo innanzitutto i processi in cui la quantità di moto è diretta in una sola direzione. In questo caso, possiamo trattare la quantità di moto come se fosse una grandezza scalare. Per evitare che la quantità di moto si disperda nel terreno, effettuiamo gli esperimenti con slitte a basso attrito su una rotaia a cuscino d'aria.

Un corpo A si muove verso destra e urta contro B, Fig. 2.2. Attraverso il paraurti a molla, la quantità di moto fluisce da A a B. Se A e B hanno la stessa massa, la quantità di moto di A passa completamente a B. Se all'inizio A aveva 2 Hy (e B 0 Hy), dopo l'urto B ha 2 Hy (e A 0 Hy).

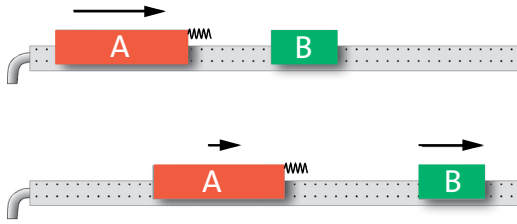


Fig. 2.3 Se il corpo A è più pesante di B, al momento dell'urto solo una parte della sua quantità di moto viene trasferita a B.

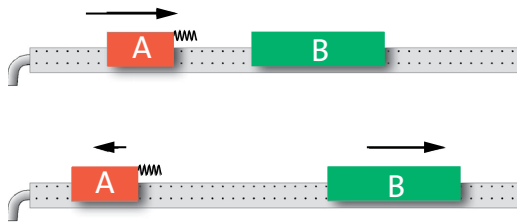


Fig. 2.4 Il corpo A è più leggero di B e cede più quantità di moto di quella che possiede: la sua quantità di moto diventa negativa.

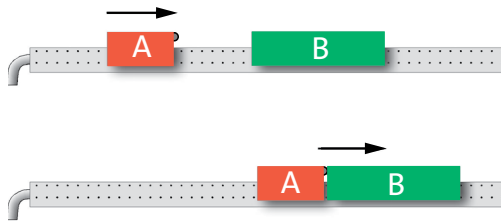


Fig. 2.5 Se l'ammortizzatore è anelastico, dopo l'urto le due slitte si muoveranno alla stessa velocità.

Se A è più pesante di B, Fig. 2.3, viene trasferita solo una parte della quantità di moto.

Se invece A è più leggero di B, Fig. 2.4, il corpo A cede a B più quantità di moto di quanta ne possieda. Per questo A "va in debito": dopo la collisione la sua quantità di moto è negativa.

In tutti e tre i casi viene rispettata la legge di conservazione della quantità di moto. Ciò può essere verificato misurando le velocità prima e dopo l'urto e calcolando i valori della quantità di moto.

Possiamo anche modificare lo scambio di quantità di moto cambiando il processo di trasmissione: invece

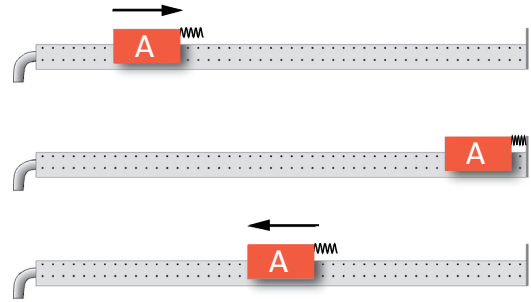


Fig. 2.6 Il corpo A "urta la Terra". Nel farlo, cede il doppio della quantità di moto che possiede. Dopo l'urto ha quindi una quantità di moto negativa.

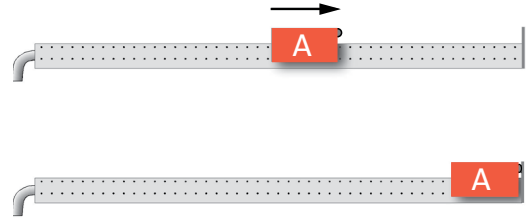


Fig. 2.7 Urto con la Terra con ammortizzatore anelastico. Dopo l'urto, entrambi i corpi (il corpo A e la Terra) hanno la stessa velocità, ovvero 0 m/s.

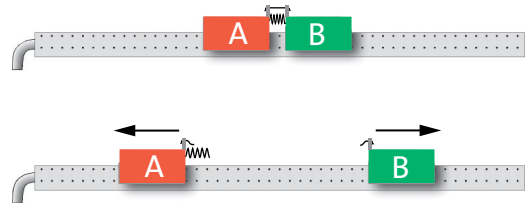


Fig. 2.8 Prima e dopo il taglio del filo, la quantità di moto totale è pari a 0 Hy.

di una molla elastica, utilizziamo un "ammortizzatore" realizzato con un materiale non elastico, ad esempio della plastilina. In questo modo, dopo la collisione, le due slitte rimangono attaccati l'uno all'altro e hanno la stessa velocità, indipendentemente dalle masse di A e B, Fig. 2.5.

Infine, sostituiamo il corpo B con la Terra, Fig. 2.6 e Fig. 2.7. Se la quantità di moto viene trasmessa con una molla, dopo la collisione il corpo A si muove verso sinistra alla stessa velocità con cui prima si muoveva verso destra. La Terra riceve quindi una quantità di moto doppia rispetto a quella iniziale di A.

Se si utilizza nuovamente un ammortizzatore anelastico, il corpo A cede semplicemente la sua quantità di moto alla rotaia (da cui fluirà alla Terra) e rimane fermo.

Un'altra variante dell'esperimento è mostrata nella Fig. 2.8. La molla tra A e B è compressa. Un filo tra i due corpi impedisce che si distenda. Poi, il filo viene tagliato. (Affinché nessuna quantità di moto entri dall'esterno nel sistema, lo si brucia con la fiamma di un fiammifero). Non appena il filo si rompe, i due corpi si muovono in direzioni opposte: uno ha una quantità di moto positiva, l'altro ha la stessa quantità di moto negativa. Insieme, quindi, entrambi hanno 0 Hy sia prima che dopo.

Moti bidimensionali e tridimensionali

Nei moti *bidimensionali* e *tridimensionali* diventa evidente il carattere vettoriale della quantità di moto. Di seguito esamineremo i moti in due dimensioni. I risultati che otterremo valgono però anche per quelli tridimensionali.

Per gli esperimenti è adatto, ad esempio, un tavolo da air hockey. Se non sai cosa sia: è un gioco simile al calcio balilla. Una superficie piana orizzontale presenta molti piccoli fori da cui fuoriesce aria. L'aria forma un cuscino su cui i "dischi" rotondi possono scivolare praticamente senza attrito. In caso di necessità, è possibile effettuare gli esperimenti anche con delle monete, che vengono lanciate l'una contro l'altra su una superficie il più liscia possibile. Le monete si fermano rapidamente ogni volta, perdendo la loro quantità di moto sul piano, ma è comunque possibile osservare abbastanza bene il movimento immediatamente dopo l'urto.

Lanciamo quindi un corpo (disco o moneta) contro un altro in modi diversi e osserviamo. Il corpo A che urta deve sempre muoversi inizialmente nella direzione y, Fig. 2.9 – Fig. 2.11. La retta su cui si muove il centro di A è chiamata g.

Giocando un po' con i dischi o le monete, si acquisisce una certa sensibilità su come essi si comportano durante l'urto.

Se il centro di B si trova su g, l'urto si svolge in una sola dimensione, Fig. 2.9. Dopo l'urto, sia A che B hanno quantità di moto solo lungo y (o nessuna). Abbiamo già esaminato tali processi.

Se invece il centro di B è leggermente distante da g, dopo l'urto i vettori della quantità di moto hanno anche una componente x.

Noterai che dopo la collisione i due corpi possono muoversi in direzioni diverse e, a prima vista, sembra impossibile individuare una regola semplice che li guidi.

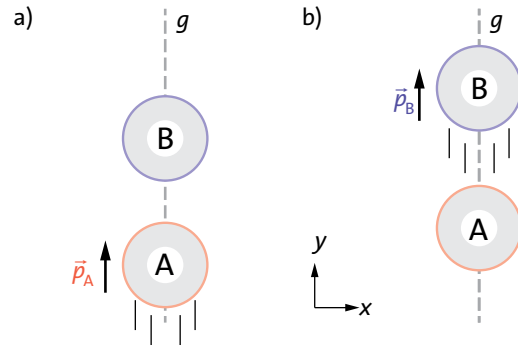


Fig. 2.9 Niente di nuovo, viene rispettato il principio di conservazione della quantità di moto. (a) Prima dell'urto, (b) dopo l'urto

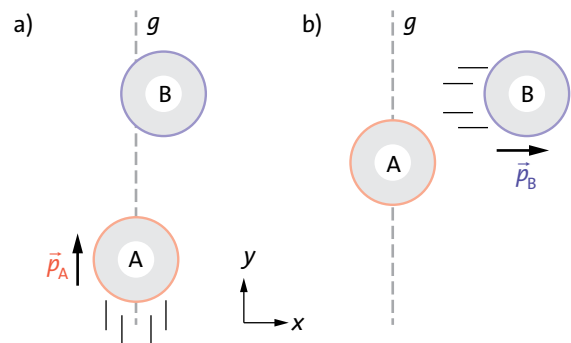


Fig. 2.10 Prima dell'urto (a) A ha una quantità di moto solo lungo y, B non ha alcuna quantità di moto; dopo l'urto (b) B avrebbe una quantità di moto solo lungo x e A non ne avrebbe alcuna. Un processo del genere non esiste!

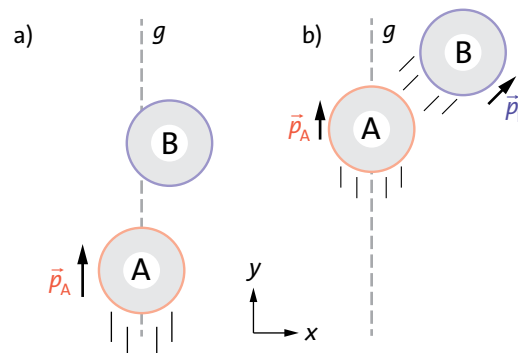


Fig. 2.11 Prima dell'urto, A ha una quantità di moto solo lungo y di 0,1 Hy; questa dovrebbe dividersi equamente tra A e B durante l'urto. Inoltre, dopo l'urto, B dovrebbe avere anche una quantità di moto x di 0,05 Hy. Ma un urto del genere non esiste!

Ma se presti attenzione al modo in cui i corpi non si muovono, scoprirai la legge che sta alla base degli urti.

Prova a realizzare il comportamento mostrato nella Fig. 2.10. Per essere più precisi, supponiamo che il corpo A abbia inizialmente 0,1 Hy. Poiché si muove nella direzione y, si tratta di quantità di moto diretta solo lungo y. Dopo l'urto, dovrebbe rimanere fermo e B dovrebbe avere una quantità di moto lungo x di 0,1 Hy. Tuttavia, un processo del genere non esiste.

Oppure il processo di urto della Fig. 2.11: anche in questo caso A ha all'inizio una quantità di moto y pari a 0,1 Hy. Dopo l'urto, A e B hanno entrambi una quantità di moto y pari a 0,05 Hy (quindi insieme 0,1 Hy). Inoltre, B ha anche una quantità di moto x pari a 0,05 Hy. Anche questo processo non esiste.

Ci possono essere diversi motivi per cui la natura non fa ciò che noi immaginiamo. Nei casi in questione c'è un motivo particolarmente semplice: sarebbe stata violata la legge di conservazione della quantità di moto.

Perché? Esso non viene rispettato nell'esempio della Fig. 2.10? Prima 0,1 Hy e dopo 0,1 Hy, sembra essere corretto. Ma no! Il principio di conservazione della quantità di moto per le grandezze vettoriali è stato applicato in modo errato. Non è sufficiente che il valore della quantità di moto prima e dopo l'urto sia lo stesso; il principio di conservazione della quantità di moto deve essere rispettato per ogni singola componente. In

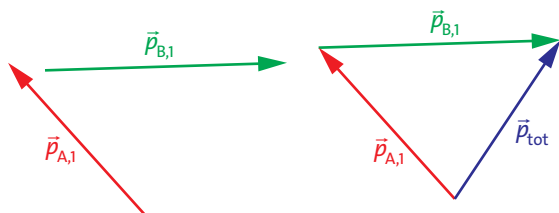


Fig. 2.12 I due vettori di quantità di moto prima dell'urto (indice 1) vengono sommati vettorialmente per ottenere la quantità di moto totale (indice tot).

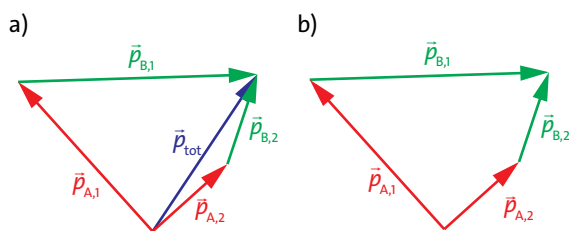


Fig. 2.13 (a) La somma vettoriale delle quantità di moto dopo l'urto (indice 2) è uguale alla quantità di moto totale. (b) La somma vettoriale delle quantità di moto prima dell'urto è uguale a quella dopo l'urto.

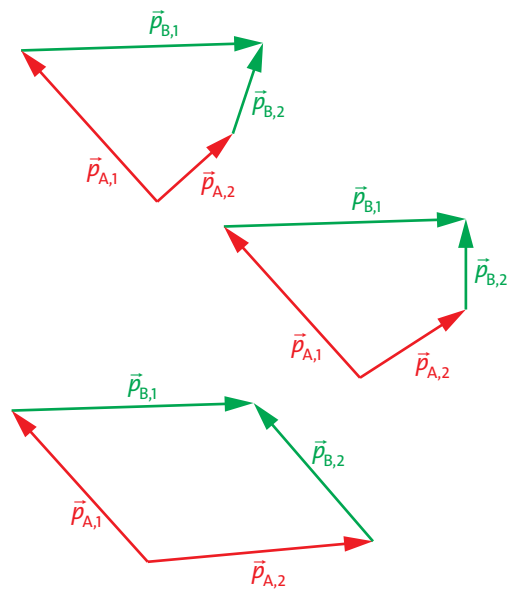


Fig. 2.14 Bilancio della quantità di moto per diversi processi di urto.

altre parole: anche la direzione della quantità di moto totale non deve cambiare durante l'urto.

Il principio di conservazione della quantità di moto si applica a ciascuna componente della quantità di moto singolarmente.

Dopo aver esaminato i processi impossibili, passiamo ora a considerare quelli possibili. Per complicare un po' le cose, nessuno dei due corpi A e B coinvolti nell'urto è inizialmente a riposo. Prima della collisione, hanno le quantità di moto $\vec{p}_{A,1}$ e $\vec{p}_{B,1}$.

La somma dei vettori quantità di moto prima della collisione è il vettore di quantità di moto totale $\vec{p}_{tot}$, Fig. 2.12:

$$\vec{p}_{A,1} + \vec{p}_{B,1} = \vec{p}_{tot}$$

Anche la somma dei vettori quantità di moto dopo l'urto $\vec{p}_{A,2}$ e $\vec{p}_{B,2}$ deve essere uguale a $\vec{p}_{tot}$, Fig. 2.13a. Oppure: la somma delle quantità di moto prima dell'urto è uguale a quella dopo l'urto, Fig. 2.13b:

$$\vec{p}_{A,1} + \vec{p}_{B,1} = \vec{p}_{A,2} + \vec{p}_{B,2}$$

Da ciò segue anche che: la somma delle componenti x rimane invariata durante l'urto, così come quella delle componenti y. La Fig. 2.14 mostra i vettori della quantità di moto per gli urti consentiti (per quanto riguarda la conservazione della quantità di moto).

Esercizi

1. Willy (70 kg) e Lilly (52 kg) stanno pattinando con i loro pattini in linea. Willy è fermo, Lilly arriva da dietro a una velocità di 4,5 km/h e si aggrappa a Willy. A quale velocità continuano a pattinare entrambi? (Rispondere in km/h)
2. Fai degli esperimenti con diverse monete dello stesso peso. Cerca di trovare una regola che descriva il comportamento delle monete.
3. Fai un esperimento con una moneta leggera e una pesante. Cerca di trovare una regola che descriva il comportamento delle monete.
4. La quantità di moto di un disco da hockey su ghiaccio è: $p_x = 3 \text{ Hy}$, $p_y = 0 \text{ Hy}$. A seguito di un colpo, il disco acquisisce: $\Delta p_x = -2 \text{ Hy}$, $\Delta p_y = 2 \text{ Hy}$. Qual è la sua quantità di moto finale? Calcola le componenti e determina il risultato graficamente.
5. Un'auto che pesa 1200 kg percorre una curva di 90° a una velocità di 30 km/h. L'attrito è trascurabile. Scegli un sistema di coordinate. Qual è la quantità di moto dell'auto prima della curva e qual è quella dopo? Di quanto differiscono la quantità di moto iniziale e quella finale? Da dove proviene questa quantità di moto?

2.3 Corrente di quantità di moto nei processi di attrito

Un blocco A scivola su una tavola B, Fig. 2.15. A rallenta e B si mette in movimento.

La quantità di moto passa da A a B. Il processo però termina rapidamente: non appena le velocità di A e B diventano uguali, non passa più quantità di moto da un corpo all'altro.

Si applica la regola

In un processo di attrito, la quantità di moto fluisce dal corpo con velocità maggiore a quello con velocità minore.

Probabilmente questa regola ti è familiare. È dello stesso tipo delle seguenti affermazioni:

- La carica elettrica fluisce spontaneamente dai punti con potenziale più alto a quelli con potenziale più basso.
- L'entropia fluisce spontaneamente dai punti a temperatura più alta a quelli a temperatura più bassa.
- Una reazione chimica si sposta spontaneamente dalle sostanze con potenziale chimico più elevato a quelle con potenziale chimico più basso.

Mettiamo in moto un veicolo verso destra (nella direzione positiva dell'asse x) e poi lo lasciamo andare. A causa dell'inevitabile attrito, il veicolo si ferma rapida-

Corrente di quantità di moto nei processi di attrito

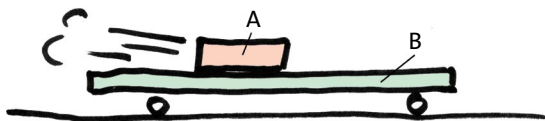


Fig. 2.15 La quantità di moto fluisce da A (velocità maggiore) a B (velocità minore).

mente. Diciamo che "si ferma". Questo comportamento corrisponde alla nostra regola: la quantità di moto fluisce dal veicolo (velocità maggiore di zero) alla Terra (velocità zero).

Esercizi

1. Si potrebbe pensare che la nostra regola sia violata quando il blocco nella Fig. 2.15 scivola verso sinistra sulla tavola. Dimostra che anche in questo caso la regola è valida.
2. La regola è applicabile ai processi delle Fig. 2.2 e Fig. 2.3?

2.4 Pompe di quantità di moto

Abbiamo esaminato la questione di dove va a finire la quantità di moto di un corpo la cui velocità diminuisce. Abbiamo scoperto che la quantità di moto fluisce nella Terra. Ora poniamo la domanda inversa: da dove proviene la quantità di moto di un veicolo quando viene accelerato?

Willy tira un carrello con l'aiuto di una fune, Fig. 2.16. Mentre tira, il carrello accelera: la quantità di moto del carrello aumenta. Da dove proviene questa quantità di moto? Da Willy? Sì e no. Proviene da Willy, ma la sua quantità di moto non diminuisce. La sua quantità di moto era e rimane 0 Hy. Willy deve quindi ottenerla da qualche altra parte.

Modifichiamo leggermente l'esperimento, Fig. 2.17. Lilly tira la corda, la quantità di moto del carrello a sinistra aumenta. Anche lo skateboard, compresa Lilly,

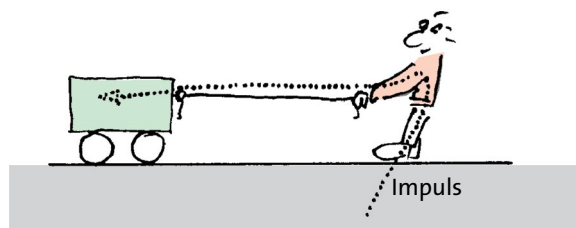


Fig. 2.16 Willy trasferisce la quantità di moto dalla Terra al carrello.

si mette in movimento, ma verso sinistra. Lo skateboard (+ Lilly) riceve quindi una quantità di moto negativa o, in altre parole, cede una quantità di moto positiva. Durante la trazione, la quantità di moto passa dallo skateboard (+ Lilly) al carrello a sinistra attraverso la corda. Lilly ha fatto in modo che la quantità di moto fluisse da destra a sinistra con i suoi muscoli. Ha agito come una "pompa di quantità di moto".

Ora vediamo anche cosa deve essere successo nel caso della Fig. 2.16: qui Willy ha pompato quantità di moto dalla Terra attraverso la fune nel carrello. Il fatto che la quantità di moto della Terra diventi negativa non è visibile, così come non è visibile l'aumento della quantità di moto della Terra quando un veicolo rallenta (cedendo quantità di moto alla Terra).

Consideriamo alcuni altri esempi di quantità di moto pompata da un corpo a un altro.

Nella Fig. 2.18 Willy tira verso di sé i due carrelli A e B, in modo che acquistino velocità. La quantità di moto di A aumenta, mentre quella di B assume valori negativi sempre maggiori. La quantità di moto di Willy è e rimane 0 Hy. Egli trasferisce quindi quantità di moto dal carrello a destra a quello a sinistra. Si trova su uno skateboard, in modo da garantire che nessuna quantità di moto provenga dalla Terra o vada alla Terra.

Un'auto viaggia a velocità crescente, ovvero la sua quantità di moto aumenta. In questo caso il motore funge da pompa di quantità di moto. Trasferisce la quantità di moto dalla Terra alle ruote motrici (nelle autovetture solitamente quelle anteriori) e quindi all'auto, Fig. 2.19.

Un'automobilina telecomandata è posizionata su un pezzo di cartone sotto il quale si trovano dei rulli, ad esempio cannuce o matite, Fig. 2.20. Si avvia l'automobilina in modo che proceda verso destra. La sua quantità di moto aumenta durante la fase di avvio. Contemporaneamente, però, il supporto di cartone rotola verso sinistra, ovvero la sua quantità di moto diventa negativa. Il motore dell'auto ha quindi trasferito la quantità di moto dal supporto all'auto.

Torna indietro e guarda ancora una volta la Fig. 2.8. Dopo aver tagliato il filo, le due slitte si mettono in movimento, quello di destra verso destra e quello di sinistra verso sinistra. La slitta di destra ha ricevuto quantità di moto (positiva), mentre quella di sinistra ha perso quantità di moto (positiva). In questo caso la molla funge da pompa di quantità di moto. Mentre si distende, trasferisce quantità di moto dalla slitta di sinistra a quella di destra.

Come ogni altra pompa, anche le nostre pompe di quantità di moto hanno bisogno di energia. La pompa

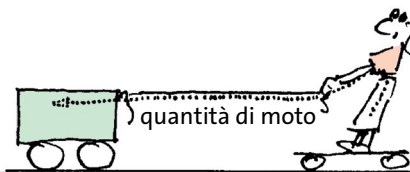


Fig. 2.17 Lilly pompa quantità di moto da sé stessa al carrello.



Fig. 2.18 Willy pompa quantità di moto dal carrello di destra a quello di sinistra.

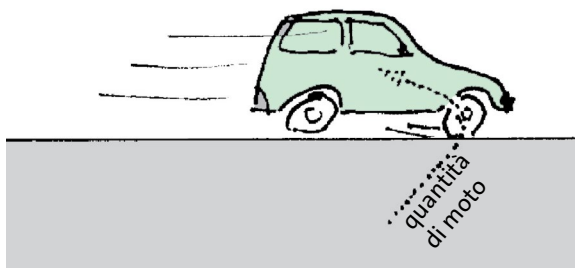


Fig. 2.19 Il motore dell'auto pompa quantità di moto dalla Terra all'auto.

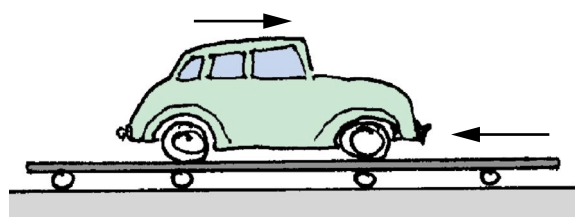


Fig. 2.20 Il motore dell'automobilina "trasferisce" quantità di moto dal supporto di cartone all'automobile.

di quantità di moto del motore dell'auto la ottiene dalla benzina, i muscoli dal cibo. Dove va a finire questa energia, lo vedremo più avanti. Per ora basti ricordare che

una "pompa di quantità di moto" (ad es. un motore) trasporta la quantità di moto da un corpo a velocità inferiore a un corpo a velocità superiore. La pompa di quantità di moto ha bisogno di energia.

2.5 Conduttori e non conduttori di quantità di moto

Un presupposto necessario affinché la quantità di moto possa fluire da A a B è che esista un collegamento tra A e B. Non è sufficiente un collegamento qualsiasi. Il collegamento deve essere tale da essere permeabile alla quantità di moto. Deve essere un collegamento "conduttore di quantità di moto". Come sono questi collegamenti conduttori di quantità di moto? Quali oggetti conducono la quantità di moto? Quali oggetti non lo conducono?

Nella Fig. 2.21a Willy spinge un carrello tramite un'asta. Il carrello accelera, la sua quantità di moto aumenta. Willy trasferisce quindi quantità di moto dalla Terra al carrello. Nell'asta la quantità di moto scorre da sinistra a destra. Anche nella Fig. 2.21b ad un carrello viene fornita quantità di moto, questa volta grazie a Lilly che tira il carrello, sempre con l'aiuto dell'asta. Qui la quantità di moto scorre nell'asta da destra a sinistra.

Da questi due processi si deduce che l'asta è un conduttore di quantità di moto. È chiaro che la forma esatta dell'asta non ha importanza. Allo stesso modo, non ha importanza il materiale di cui è composta l'asta, purché si tratti di un materiale solido. Concludiamo:

i materiali solidi conducono la quantità di moto.

La Fig. 2.22 mostra Lilly che cerca di mettere in moto la macchina spingendo contro l'aria, per scoprire se l'aria trasmette la quantità di moto alla macchina, cosa che però non crede seriamente. Lei conclude:

l'aria non trasmette la quantità di moto.

Questo principio viene sfruttato nella rotaia a cuscino d'aria: l'aria tra il binario e il carrello impedisce che la quantità di moto del carrello disperda nel binario.

Tuttavia, questa affermazione vale con alcune limitazioni. Vedremo più avanti come è possibile aggirarla.

Nella Fig. 2.23 Willy carica un carrello con quantità di moto spingendo un'asta sopra il carrello. L'asta scivola sulla parte superiore del carrello, quindi non è fissata al carrello. In questo modo Willy trasferisce ef-

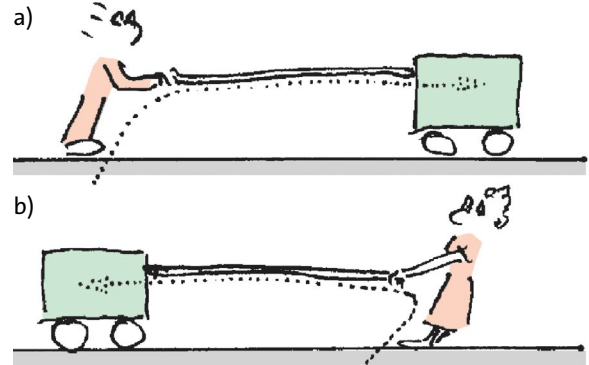


Fig. 2.21 La quantità di moto viene pompata dalla Terra al carrello. (a) La quantità di moto scorre nell'asta verso destra. (b) La quantità di moto scorre nell'asta verso sinistra.



Fig. 2.22 L'aria non trasmette la quantità di moto.

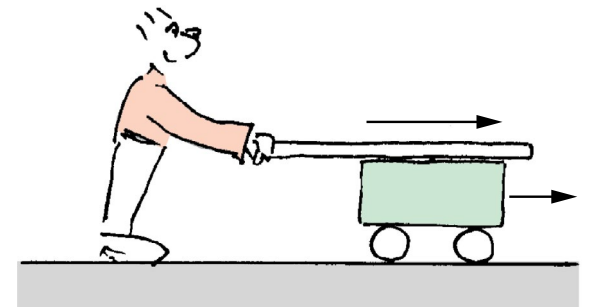


Fig. 2.23 Trasmissione di quantità di moto in un processo di attrito.

fettivamente quantità di moto al carrello, ma in modo non molto efficace.

Si può vedere che maggiore è l'attrito tra l'asta e il carrello, migliore è il trasferimento di quantità di moto. Se l'asta scivola facilmente sul carrello, la corrente di quantità di moto dall'asta al carrello è bassa. Se l'attrito è elevato, ad esempio se l'asta e il carrello hanno una superficie ruvida, il trasferimento di quantità di moto è buono. Concludiamo:

se due oggetti sfregano l'uno contro l'altro, la quantità di moto fluisce da uno all'altro: maggiore è l'attrito, maggiore è la quantità di moto che fluisce.

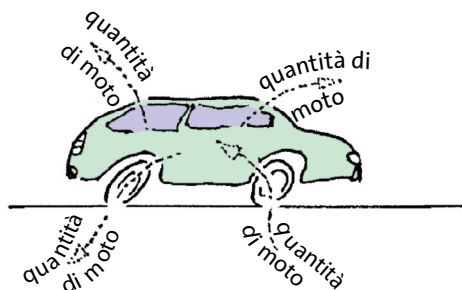


Fig. 2.24 Auto che viaggia a velocità costante. Tutta la quantità di moto che il motore pompa all'auto viene dispersa nell'ambiente a causa dell'attrito.



Fig. 2.25 Attraverso il foro esce la stessa quantità d'acqua che entra dal rubinetto. La quantità d'acqua nel secchio rimane costante. La quantità d'acqua nel secchio rimane costante.

In fondo abbiamo sempre dato per scontata la validità di questa regola: affinché la quantità di moto di un oggetto non defluisca nella Terra, è necessario assicurarsi che non vi sia alcun collegamento che conduca la quantità di moto tra l'oggetto e la Terra; è necessario assicurarsi che l'attrito sia minimo.

Il dispositivo più importante utilizzato per ridurre l'attrito tra un corpo e la Terra è la ruota.

Le ruote servono all'isolamento della quantità di moto.

moto pompata nell'auto è esattamente pari a quella che defluisce a causa dell'attrito. Il bilancio netto è quindi nullo: la quantità di moto dell'auto non aumenta ulteriormente, Fig. 2.24.

Questa situazione si verifica sempre quando un'auto viaggia a velocità costante su un tratto pianeggiante. L'afflusso di quantità di moto nell'auto è uguale al deflusso.

La situazione può essere paragonata a un'altra in cui l'acqua assume il ruolo della quantità di moto, Fig. 2.25: il secchio con il foro corrisponde all'auto. Il secchio ha una perdita d'acqua, proprio come l'auto ha una perdita di quantità di moto. Nel secchio affluisce continuamente nuova acqua, ma la stessa quantità d'acqua esce dal foro, quindi la quantità d'acqua nel secchio rimane invariata.

Un processo di questo tipo, in cui la corrente in uscita è esattamente uguale a quella in entrata, è chiamato *regime stazionario*.

Regime stazionario: la corrente in uscita è uguale alla corrente in entrata.

Il regime stazionario si verifica spesso quando qualcosa si muove a velocità costante.

Ad esempio, un ciclista pompa quantità di moto nella bicicletta (+ ciclista) pedalando. A causa dell'attrito dell'aria e delle ruote, scorre una corrente di uguale entità verso la Terra e l'aria. Lo stesso vale per gli aerei e le navi.

Esercizi

- Descrivi le seguenti condizioni di marcia di un'auto, indicando cosa succede alla quantità di moto.
 - L'auto si avvia.
 - L'auto procede lentamente in folle.
 - L'auto viene frenata.
 - L'auto viaggia a velocità elevata e costante.
- A volte un corpo si muove a velocità costante anche se non è in regime stazionario. Perché allora la quantità di moto rimane costante?

2.6 Regime stazionario

Un'auto accelera: il motore pompa quantità di moto dalla Terra nell'auto. Tuttavia, più veloce è l'auto, maggiore è l'attrito dell'aria e maggiore è la quantità di moto che perde. A una certa velocità, la quantità di

2.7 Tensioni di compressione, trazione e flessione

Nella Fig. 2.26a Willy mette in moto un carrello. Attraverso l'asta scorre la quantità di moto p_x (le frecce corte) da sinistra a destra, cioè nella direzione x positiva. Nella Fig. 2.26b tira l'asta e la quantità di moto p_x scor-

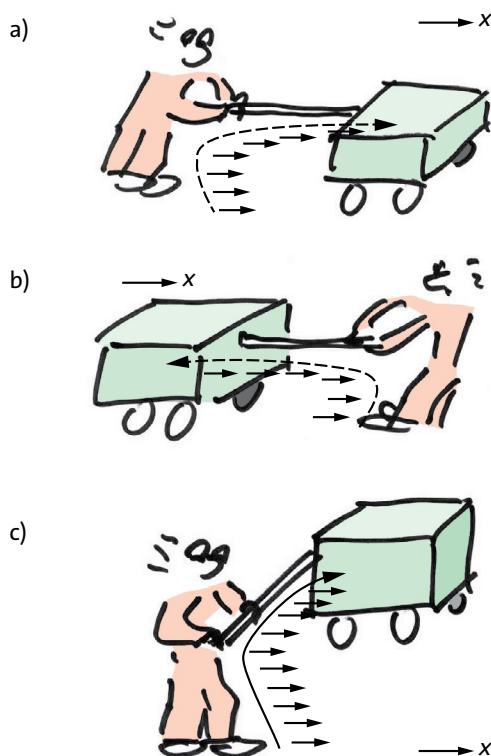


Fig. 2.26 (a) Nell'asta la quantità di moto p_x scorre verso destra (nella direzione positiva x). (b) Nell'asta la quantità di moto p_x scorre verso sinistra (nella direzione x negativa). (c) Nell'asta la quantità di moto p_x scorre all'indietro (trasversalmente alla direzione x).

re da destra a sinistra, nella direzione x negativa. Infine, nella Fig. 2.26c spinge il carrello dal lato in avanti. La quantità di moto p_x ora scorre trasversalmente alla direzione x .

Mettiti ora nella posizione dell'asta. Noteresti una differenza nei tre casi? Certamente. Nel primo caso sentiresti una compressione, nel secondo una trazione e nel terzo una flessione.

Abbiamo quindi la seguente regola:

La quantità di moto p_x fluisce nella direzione x positiva: *compressione*

La quantità di moto p_x fluisce nella direzione x negativa: *trazione*

La quantità di moto p_x fluisce trasversalmente alla direzione x : *flessione*

Le regole corrispondenti valgono anche per la quantità di moto lungo y e z .

La Fig. 2.27a mostra un camion che sta partendo. Il motore pompa la quantità di moto dal terreno al camion e, attraverso il gancio di traino, a sinistra nel ri-

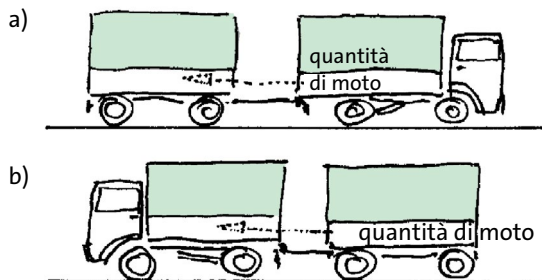


Fig. 2.27 Un autotreno parte una volta verso destra (a) e una volta verso sinistra (b). In entrambi i casi il gancio di traino è sottoposto a trazione e in entrambi i casi la quantità di moto p_x fluisce nella direzione x negativa.

morchio. Sappiamo che il gancio è in trazione, in conformità con la nostra regola.

Consideriamo ora un autotreno che parte verso sinistra, Fig. 2.27b. Qui il motore pompa quantità di moto negativa nell'autotreno, ovvero quantità di moto positiva fuori da esso. Pertanto, la quantità di moto (positiva) fluisce attraverso il gancio di traino verso sinistra. Naturalmente, il gancio di traino è in tensione. Come vedi, anche in questo caso vale la nostra regola.

Da un'asta non si può capire a quale tensione sia sottoposta, ovvero non si può capire se e in quale direzione fluisca al suo interno una corrente di quantità di moto. Esistono però oggetti dai quali è possibile capire il loro stato di tensione: tutti gli oggetti elasticamente deformabili. Si allungano in trazione, si accorciano in compressione e si piegano in flessione. È quindi possibile vedere se e in quale direzione una corrente di quantità di moto fluisca attraverso di essi; se l'oggetto

si accorcia: *compressione*

si allunga: *trazione*

si piega: *flessione*

Esercizi

1. Un camion con rimorchio viaggia a velocità costante verso destra. A quale tipo di sollecitazione (compressione o trazione) è sottoposto il gancio di traino? Traccia il percorso della quantità di moto.
2. Lilly accelera un'auto verso sinistra spingendola. In questo modo, le sue braccia sono sottoposte a una compressione. In quale direzione fluisce la corrente di quantità di moto nelle braccia?
3. L'ICE 1 (treno ad alta velocità tedesco) ha una "motrice" (= locomotiva) sia nella parte anteriore che in quella posteriore. Una tira, l'altra spinge. Disegna le correnti di quantità di moto in uno schizzo del treno.



Fig. 2.28 Sebbene fluisca una corrente di quantità di moto, quest'ultima non si accumula in nessun punto.



Fig. 2.29 Circuito chiuso di corrente di quantità di moto

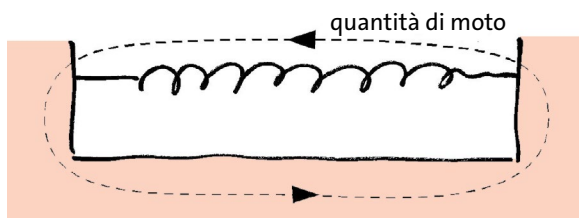


Fig. 2.30 Corrente di quantità di moto senza movimento



Fig. 2.31 Circuito chiuso di quantità di moto.

2.8 Circuiti di quantità di moto

È possibile che una corrente di quantità di moto scorra da qualche parte senza che la quantità di moto cambi in nessun punto. La Fig. 2.28 mostra un esempio: Lilly trascina una cassa sul pavimento a velocità costante.

Riproponiamo la nostra vecchia domanda: quale percorso segue la quantità di moto? Speriamo che la risposta non sia difficile. Lilly pompa la quantità di moto dalla Terra alla scatola attraverso la corda. A cau-

sa dell'attrito tra il fondo della scatola e il terreno, la quantità di moto rifluisce nella Terra. Possiamo quindi dire che la quantità di moto scorre "in un cerchio", anche se non conosciamo il percorso esatto attraverso il terreno.

La Fig. 2.29 mostra una versione modificata dell'esperimento della Fig. 2.28: in questo caso la scatola non viene trascinata sul terreno, ma su una tavola montata su rotelle.

In questo caso il percorso della quantità di moto è ancora più semplice. Poiché la tavola poggia su rotelle, la quantità di moto non può defluire nel terreno e Willy non può pompare alcuna quantità di moto fuori dal terreno. Quindi pompa la quantità di moto fuori dalla tavola, la quantità di moto continua a fluire attraverso la corda nella scatola e dalla scatola rifluisce nella tavola. La quantità di moto, quindi, si muove di nuovo in un "circuito" chiuso. E questa volta il percorso è chiaramente riconoscibile. Possiamo dire che la corrente di quantità di moto forma un *circuito*.

Che la quantità di moto nella corda fluisca davvero verso sinistra e nella tavola verso destra si può riconoscere anche dalle tensioni: la corda è sottoposta a una trazione, quindi la quantità di moto fluisce verso sinistra, mentre la tavola è sottoposta a una compressione, quindi la quantità di moto fluisce verso destra.

La quantità di moto può fluire in un circuito chiuso. La quantità di moto non aumenta né diminuisce in nessun punto. Se una parte di un circuito di quantità di moto è sottoposta a compressione, un altro sarà sottoposto a trazione.

Ancora più semplice è la situazione della Fig. 2.30. Anche qui la corrente di quantità di moto scorre in circuito, anche se nulla si muove, anzi, non abbiamo più alcuna "pompa di quantità di moto".

Il fatto che qualcosa possa scorrere senza spinta potrebbe sorprenderti. Dopo tutto, in precedenza avevamo stabilito che è necessaria una spinta se si desidera far fluire una corrente. Ora vediamo che questa regola non vale sempre. Esistono correnti senza spinta. Il fatto che non sia necessaria alcuna spinta significa semplicemente che la corrente non incontra nessuna resistenza.

Esistono conduttori elettrici che non hanno resistenza, sono i superconduttori. In un circuito elettrico realizzato con materiale superconduttore, la corrente elettrica può fluire senza spinta.

I circuiti elettrici senza resistenza sono rari, mentre i circuiti di quantità di moto senza resistenza sono frequenti. La Fig. 2.31 mostra un altro esempio.

2.9 L'intensità della corrente di quantità di moto

Una corrente di quantità di moto può essere maggiore o minore. Una misura di questo "maggiore" o "minore" è l'*intensità della corrente di quantità di moto*. Essa indica la quantità di moto che attraversa una superficie in un'unità di tempo (quanti huygens attraversano la superficie al secondo). Il simbolo dell'intensità della corrente di quantità di moto è F , mentre l'unità di misura è Hy/s.

Se attraverso una fune passano 12 huygens al secondo, allora

$$F = 12 \text{ Hy/s.}$$

L'unità di misura Hy/s si abbrevia in *newton* (N):

$$1 \text{ N} = \frac{1 \text{ Hy}}{1 \text{ s}}.$$

Nel nostro caso è quindi:

$$F = 12 \text{ N.}$$

L'unità di misura prende il nome da Isaac Newton (1643 – 1727).

L'intensità della corrente di quantità di moto può essere misurata facilmente con il cosiddetto dinamometro. Un modello particolarmente semplice è illustrato nella Fig. 2.32.

Tuttavia, con esso è possibile misurare solo "correnti di quantità di moto di trazione".

La Fig. 2.33 mostra come utilizzare un dinamometro. Si deve misurare l'intensità della corrente di quantità di moto che scorre attraverso la fune nella Fig. 2.33a. Si taglia la fune in un punto qualsiasi e si collegano le due estremità così ottenute ai due ganci del dinamometro, Fig. 2.33b.

Esercizi

1. In un'auto ben ammortizzata fluisce una corrente di quantità di moto di intensità costante. In 10 secondi si è accumulata una quantità di quantità di moto pari a 200 Huygens. Qual era l'intensità della corrente?
2. Durante la partenza di un autoarticolato, attraverso il gancio di traino scorre una corrente di quantità di moto di 6000 N. Qual è la quantità di moto del rimorchio dopo 5 s? (Le perdite per attrito del rimorchio sono trascurabili).
3. In un veicolo il cui attrito è trascurabile scorre una corrente di quantità di moto costante di 40 N. Rappresenta graficamente la quantità di moto in funzione del tempo.

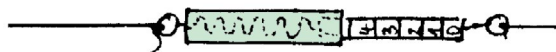


Fig. 2.32 Dinamometro

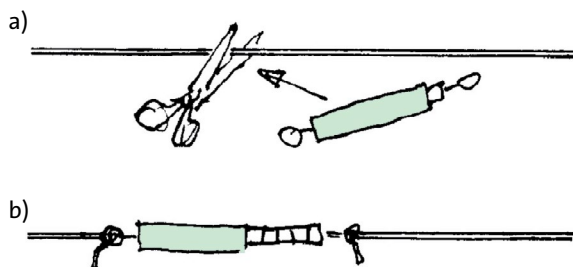


Fig. 2.33 (a) Si deve misurare l'intensità della corrente di quantità di moto in una fune. (b) Si taglia la fune e si aggancia il dinamometro alle due estremità appena create.)

2.10 La legge di Newton

Guarda ancora Lilly, che trasferisce quantità di moto ad un carrello, Fig. 2.34.

In un determinato intervallo di tempo, una certa quantità di moto fluisce attraverso la sezione trasversale S della fune. Poiché la quantità di moto fluisce nel carrello, la sua quantità di moto aumenta con il tempo. Il rapporto tra l'aumento Δp della quantità di moto del carrello e l'intervallo di tempo corrispondente Δt , è chiamato *tasso di variazione della quantità di moto*.

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \text{tasso di variazione della quantità di moto}$$

Se attraverso la fune scorre una corrente di quantità di moto $F = 5 \text{ Hy/s} = 5 \text{ N}$ anche il tasso di variazione della quantità di moto del vagone è 5 Hy/s :

$$\text{Tasso di variazione} = \text{intensità della corrente di quantità di moto}$$

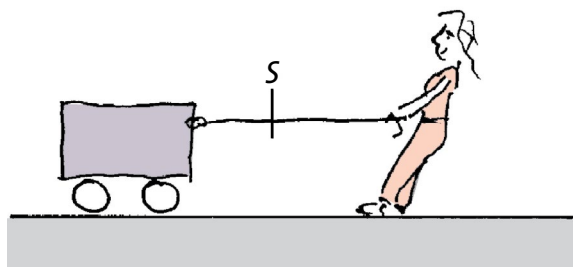


Fig. 2.34 Attraverso la superficie S scorre una corrente di quantità di moto. Per questo motivo la quantità di moto del carrello aumenta.

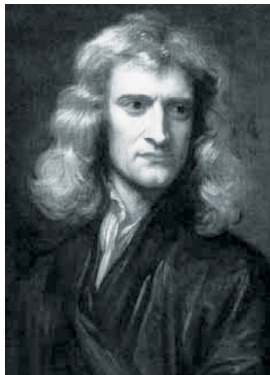


Fig. 2.35 Isaac Newton

Si ha quindi:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = F \quad (2.1)$$

Il simbolo Δ (delta) indica che si tratta della variazione di quantità di moto e non della quantità di moto totale del corpo, così come che si tratta di un intervallo di tempo e non di un istante. L'equazione (2.1) è la famosa legge di Newton. (In realtà esistono tre "leggi di

Newton", ma le altre due sono solo casi particolari dell'equazione (2.1)).

Oggi è difficile capire perché sia stato così difficile scoprire questa legge. Newton, Fig. 2.35, aveva bisogno della legge soprattutto per descrivere il moto dei corpi celesti: i pianeti e la Luna. La quantità di moto della Luna cambia continuamente, a scapito della quantità di moto della Terra. Oggi sappiamo che tra la Terra e la Luna c'è uno scambio di quantità di moto, attraverso il campo gravitazionale che circonda ogni corpo. Ai tempi di Newton, però, non si sapeva ancora nulla dei campi. Si immaginava che la quantità di moto fosse trasmessa tra la Terra e la Luna attraverso una cosiddetta azione a distanza. Non esisteva quindi ancora il concetto di corrente di quantità di moto. Per Newton, la grandezza F aveva quindi un significato piuttosto astratto, e la chiamò "forza" (nell'originale latino "vis").

L'equazione (2.1) non è ancora completa. Non tiene conto della natura vettoriale della quantità di moto. Possiamo utilizzarla solo se ci interessa un unico tipo di quantità di moto, ad esempio se abbiamo a che fare solo con la quantità di moto x .

Il carrello nella Fig. 2.36 viene caricato con quantità di moto x , quello nella Fig. 2.37 con quantità di moto y . In entrambi i casi, attraverso una sezione trasversale

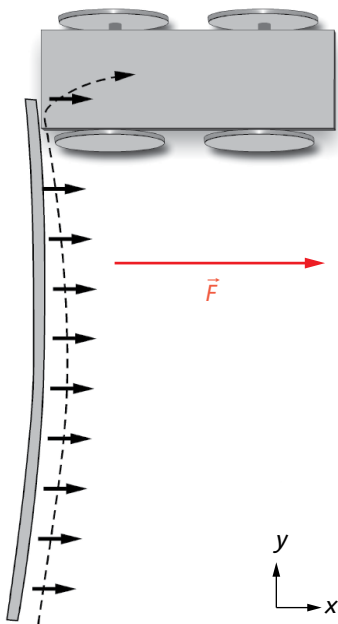


Fig. 2.36 La quantità di moto p_x fluisce attraverso l'asta nel carrello.

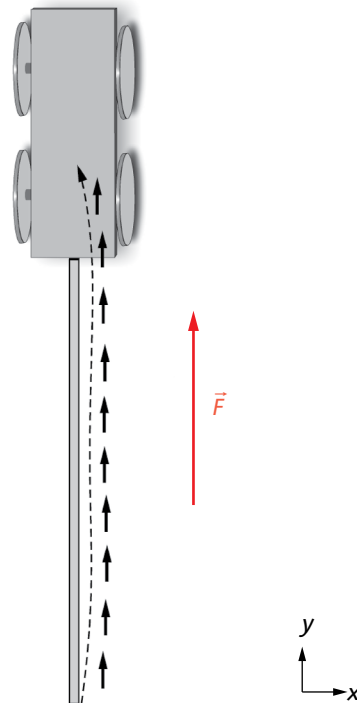


Fig. 2.37 Attraverso l'asta scorre la quantità di moto p_y nel carrello.

dell'asta verso il carrello fluiscono 10 Hy/s ($= 10 \text{ N}$), ma una volta con quantità di moto x e una volta con quantità di moto y .

Vediamo che la corrente di quantità di moto non è ancora definita in modo univoco quando si dice che scorrono 10 Hy/s . È necessario specificare anche che tipo di corrente di quantità di moto scorre, ovvero indicare la direzione della corrente di quantità di moto. L'intensità della corrente di quantità di moto è quindi, proprio come la quantità di moto stessa, una grandezza vettoriale. Sopra il simbolo c'è quindi una freccia: $\vec{F}$. Nelle due figure è disegnata la freccia vettoriale della corrente di quantità di moto. La lunghezza della freccia indica l'intensità della corrente di quantità di moto – qui 10 N – e la direzione della freccia indica la direzione della quantità di moto trasmessa. Attenzione: la direzione del vettore della corrente di quantità di moto non ha nulla a che vedere con il flusso della corrente. Questo è infatti lo stesso in entrambi i casi, ovvero dal basso verso l'alto attraverso l'asta.

Se consideriamo la natura vettoriale della quantità di moto, dall'equazione (2.1) si ottiene:

Legge di Newton:
$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$$

Esercizi

1. Qualcuno accelera un carrello. (L'attrito può essere trascurato). Un dinamometro indica la corrente di quantità di moto che scorre nell'auto. L'accelerazione dura 5 secondi. Qual è la velocità finale? (L'auto pesa 150 kg , il dinamometro indica 15 N).
2. Una locomotiva accelera un treno. Attraverso il gancio tra la locomotiva e il vagone scorre una corrente di quantità di moto di 200 kN . Qual è la quantità di moto del treno (senza locomotiva) dopo 30 secondi? Il treno ha ora una velocità di 54 km/h . Quanto vale la massa del treno?
3. Un trolley di massa 42 kg , inizialmente fermo, viene accelerato, con una corrente di quantità di moto di 20 N che scorre attraverso la maniglia. Quanta quantità di moto è fluita nel trolley in 3 secondi? Dopo 3 secondi, la sua velocità è di $1,2 \text{ m/s}$. Quanto vale la quantità di moto? Dove è finita la quantità di moto mancante?
4. In un tubo rettilineo lungo 2 km e con un diametro di 10 cm scorre acqua a una velocità di $0,5 \text{ m/s}$. L'acqua viene bloccata da una valvola situata all'estremità del tubo. Calcola la quantità di moto che l'acqua cede in questo modo. Dove finisce questa quantità di moto? Il blocco dura 2 s . Quanto è grande la forza dell'acqua sulla valvola di chiusura (l'intensità della corrente di quantità di moto)? Nota: calcola prima il volume d'acqua in litri. 1 l d'acqua ha una massa di 1 kg .

2.11 Trasporto convettivo della quantità di moto

Nei trasporti di quantità di moto che abbiamo considerato finora, la quantità di moto fluiva sempre attraverso un materiale. Il materiale non si muoveva o si muoveva solo leggermente. Tuttavia, la quantità di moto viene trasmessa anche in un altro modo: quando un corpo o una sostanza si muove e porta con sé la propria quantità di moto. Consideriamo una piccola porzione d'acqua in un getto d'acqua, Fig. 2.38. Questa porzione d'acqua ha una quantità di moto. All'inizio si trova con la sua quantità di moto più a sinistra, poi più a destra. Abbiamo quindi un trasporto di quantità di moto da sinistra a destra. Questo tipo di trasporto di quantità di moto è chiamato *corrente convettiva di quantità di moto* (convectio = trasportare).

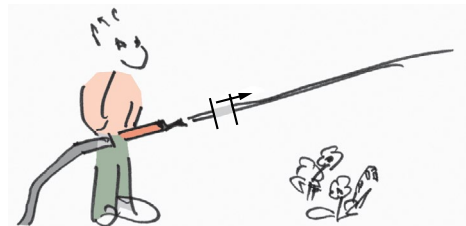


Fig. 2.38 La quantità di moto di una porzione d'acqua si muove con la porzione d'acqua: è una corrente convettiva di quantità di moto.

(Ricordiamo che negli impianti di riscaldamento l'entropia viene trasportata in modo simile. L'acqua si muove attraverso i tubi insieme all'entropia in essa contenuta. In questo caso si parla di corrente convettiva di entropia).

Quando soffia il vento, l'aria trasporta quantità di moto. Anche in questo caso abbiamo una corrente convettiva di quantità di moto. Si percepisce la quantità di moto che arriva con il vento. La si sfrutta per spingere le navi a vela e si temono i danni che una tempesta può causare. I razzi funzionano con una corrente convettiva di quantità di moto, Fig. 2.39. Il razzo espelle verso il basso (o all'indietro) gas con elevate velocità e quantità di moto negative. Il razzo stesso riceve la stessa quantità di moto positiva.

Il funzionamento della propulsione degli aerei è simile. Supponiamo che un aereo voli nella direzione x positiva. Con l'elica o il motore a reazione, l'aria che l'aereo aspira nella parte anteriore viene "caricata" di quantità di moto negativa ed espulsa nella parte posteriore. L'aereo riceve la corrispondente quantità di moto positiva, Fig. 2.40.

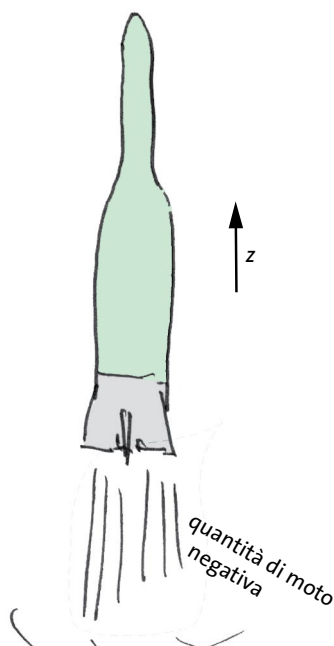


Fig. 2.39 Il razzo espelle verso il basso (in direzione z negativa) i gas di combustione. Questi hanno una quantità di moto negativa. Il razzo riceve la quantità di moto positiva corrispondente.

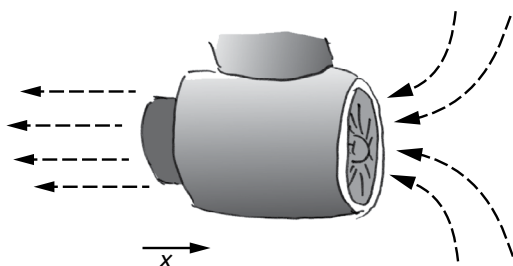


Fig. 2.40 Il motore "carica" l'aria che aspira dalla parte anteriore con quantità di moto x negativa. L'aereo riceve la corrispondente quantità di moto positiva.

Corrente convettiva di quantità di moto: la quantità di moto viene trasportata insieme alla materia in movimento.

Esercizi

1. Da una pompa ad acqua fuoriescono 0,5 litri di acqua al secondo, con una velocità di 3 m/s. Qual è la quantità di moto di un tratto di 1 m del getto? Qual è la corrente di quantità di moto del getto?
2. Soffia un forte vento con una velocità di 5 m/s. Quanta quantità di moto trasporta l'aria al secondo attraverso una superficie di 10 m²?

2.12 Ancora sui conduttori di quantità di moto

Finora abbiamo semplificato la decisione se qualcosa conduca o meno la quantità di moto. Per noi esistevano semplicemente conduttori buoni e cattivi. Poiché la quantità di moto è una grandezza vettoriale, la questione è però solitamente più complessa. Ecco alcuni esempi:

Aria

Sì, ancora una volta l'aria. Avevamo stabilito che normalmente non conduce la quantità di moto, ma che è possibile trasportarla con l'aria per convezione. In realtà, però, ci sono anche altre possibilità. Se Lilly, Fig. 2.22, vuole trasferire la quantità di moto al carrello, dovrebbe fare in modo che la pressione dell'aria su un lato del carrello aumenti. Tuttavia, semplicemente spingendo contro l'aria direttamente davanti a sé, non ottiene alcun aumento di pressione davanti al carrello. L'aria si sposta lateralmente. Se però le si impedisce di spostarsi, è possibile trasportare la quantità di moto, Fig. 2.41. Davanti al blocco, ovvero all'interno del cilindro A, è possibile aumentare la pressione premendo contro il pistone del cilindro B. Questo principio viene sfruttato nelle macchine edili pneumatiche, ad esempio nei martelli pneumatici.

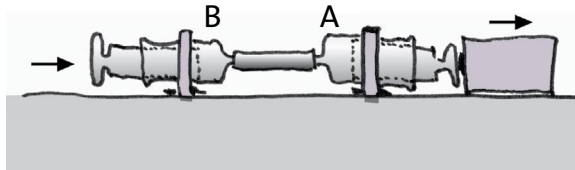


Fig. 2.41 Attraverso l'aria nel cilindro A, la quantità di moto fluisce nel pistone e poi nel blocco.

Un altro modo per trasmettere la quantità di moto con l'aria consiste nell'aumentare la pressione molto rapidamente. La quantità di moto prosegue quindi sotto forma di onda sonora. Lilly colpisce il tamburello, Fig. 2.42, e subito dopo la pallina rimbalza via dal tamburello di Willy.

Lo stesso principio vale per la trasmissione della quantità di moto in un'esplosione che distrugge i vetri delle finestre.

Ruote

Il dispositivo tecnico più importante che serve a impedire che la corrente di quantità di moto vada da un



Fig. 2.42 Lilly colpisce il tamburello. La pallina sul tamburello di Willy rimbalza via. La quantità di moto si è propagata attraverso l'aria.

corpo alla Terra è la ruota. Le ruote servono all'isolamento della quantità di moto. Ciò vale tuttavia solo per la quantità di moto che ha la stessa direzione del veicolo. Per non doverci fissare su un asse di coordinate, la chiamiamo quantità di moto longitudinale. La quantità di moto il cui vettore è trasversale al veicolo la chiamiamo quantità di moto trasversale.

Nella Fig. 2.43a Willy cerca di caricare la tavola con quantità di moto utilizzando un carrello giocattolo. Tuttavia, non funziona, almeno non nel modo in cui lo fa Willy. Nella Fig. 2.43b mostra come è possibile farlo.

Le ruote non conducono la quantità di moto longitudinale, ma conducono la quantità di moto trasversale.

È importante che conducano la quantità di moto trasversale. Se non lo facessero, le auto non potrebbero svoltare. A volte è proprio così.

In caso di ghiaccio, le ruote non trasmettono la quantità di moto trasversale al terreno.

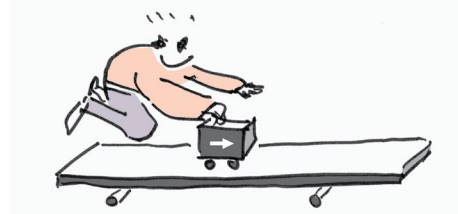
I veicoli su rotaia sono più sicuri. In questo caso, la quantità di moto trasversale viene sempre trasmessa molto bene dalle ruote alle rotaie.

Funi

Nella Fig. 2.44a Lilly spinge il carrello verso destra con l'aiuto della fune, cioè nella direzione positiva dell'asse x . Lei "pompa" la quantità di moto x nel carrello. Nella fune la quantità di moto scorre da destra a sinistra, cioè nella direzione negativa dell'asse x . Nella figura sottostante lei prova da sinistra, ma ovviamente non funziona. Vediamo che la quantità di moto x può fluire attraverso la fune solo nella direzione x negativa.

Nella Fig. 2.45 Willy prova in un altro modo: cerca di trasmettere attraverso la corda una quantità di moto,

a)



b)

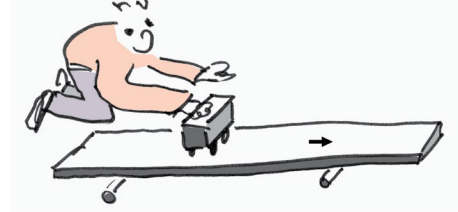
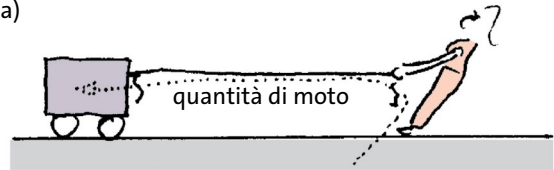


Fig. 2.43 (a) Le ruote non lasciano passare la quantità di moto longitudinale. Nessuna quantità di moto viene trasmessa alla tavola. (b) Le ruote lasciano passare la quantità di moto trasversale. La quantità di moto entra nella tavola.

a)



b)



Fig. 2.44 (a) La quantità di moto x scorre attraverso la fune verso sinistra, nella direzione x negativa. (b) In una corda non può fluire nella direzione positiva x .

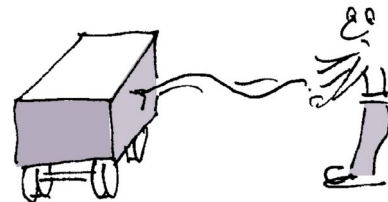


Fig. 2.45 Attraverso una corda non può fluire quantità di moto il cui vettore sia trasversale rispetto alla corda.

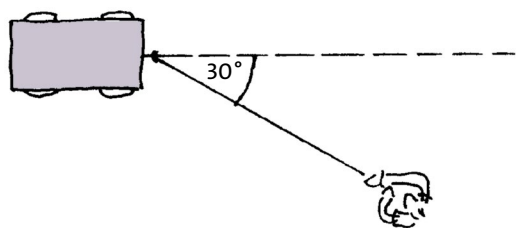


Fig. 2.46 Si tira la fune. La quantità di moto x del carrello aumenta.

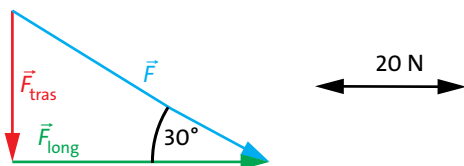


Fig. 2.47 Scomposizione della corrente di quantità di moto nella fune in una componente longitudinale e una trasversale.

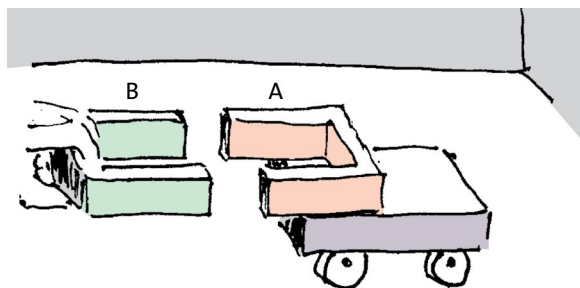


Fig. 2.48 La quantità di moto passa attraverso il campo magnetico nel carrello. I campi magnetici sono conduttori di quantità di moto.

la cui direzione è trasversale rispetto alla corda stessa, ma anche in questo caso senza successo.

Concludiamo:

in una corda scorre solo la quantità di moto il cui vettore è parallelo alla corda; la quantità di moto scorre nel verso opposto al vettore.

Applichiamo la regola. La Fig. 2.46 mostra, vista dall'alto, una carrozza trainata con l'aiuto di una fune. Tuttavia, non viene trainata in avanti, ma leggermente di lato. Nella fune scorre una corrente di quantità di moto di 40 N. Di quanto cambia la quantità di moto

della carrozza al secondo? Quanta quantità di moto scorre nel terreno?

La quantità di moto che scorre nella fune deve avere la stessa direzione della fune. Il vettore di intensità di corrente corrispondente è chiamato $\vec{F}$. Scomponiamo questa corrente in due parti, Fig. 2.47:

- una parte $\vec{F}_{\text{tras}}$, che è trasversale alla direzione del carrello, e quella che defluisce attraverso le ruote;
- una parte $\vec{F}_{\text{long}}$, che è parallela alla direzione del vagone e che provoca l'aumento di quantità di moto del vagone.

Si ha

$$F_{\text{trasversale}} = F \cdot \sin 30^\circ = 20 \text{ N},$$

$$F_{\text{longitudinale}} = F \cdot \cos 30^\circ = 35 \text{ N}.$$

Quindi: ogni secondo fluiscono 20 Hy di quantità di moto trasversale nella Terra e la quantità di moto del carrello aumenta di 35 Hy.

Campi

Su un carrello viene fissato un magnete A, Fig. 2.48. Si avvicina a questo un secondo magnete B, in modo tale che i poli "omonimi" si trovino uno di fronte all'altro: polo nord contro polo nord e polo sud contro polo sud. Se il magnete B si avvicina sufficientemente al magnete A, il carrello si mette in movimento e la sua quantità di moto aumenta.

Il conduttore di quantità di moto tra A e B è il campo magnetico che dipende dai poli dei magneti.

I campi magnetici conducono la quantità di moto.

Più avanti imparerai a conoscere altri campi: i campi elettrici e i campi gravitazionali. Come il campo magnetico, anche questi campi sono invisibili e, come il campo magnetico, conducono la quantità di

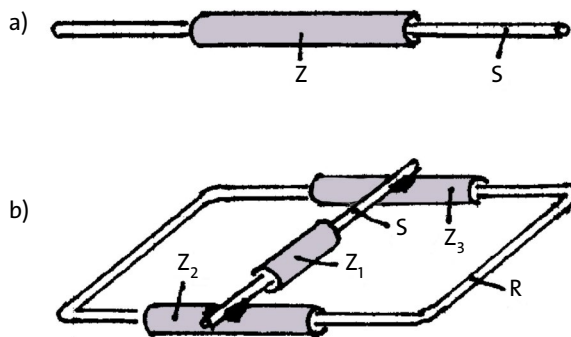


Fig. 2.49 Vedi gli esercizi 1 e 2.

moto. Un *campo elettrico* è associato a ogni corpo che trasporta carica elettrica e un *campo gravitazionale* (o campo di gravità) è associato a ogni corpo che ha una massa. Poiché i corpi hanno sempre una massa, attorno ad ogni corpo c'è un campo gravitazionale.

Esercizi

1. Una maniglia cilindrica Z può scorrere senza attrito su un'asta S, Fig. 2.49a. Per quale quantità di moto il collegamento tra la maniglia e l'asta è permeabile e per quale è impermeabile?
2. Il cilindro Z_1 può scorrere avanti e indietro sull'asta S, mentre i cilindri Z_2 e Z_3 possono scorrere avanti e indietro sul telaio R, Fig. 2.49b. Per quale quantità di moto il collegamento tra Z_1 e il telaio è permeabile e per quale no?
3. Un'auto ne traina un'altra. Le auto viaggiano nella stessa direzione, ma sono sfalsate lateralmente di 1 m l'una rispetto all'altra, Fig. 2.50. Il cavo di traino è lungo 3 m. Attraverso il cavo scorre una corrente di quantità di moto di 500 N. Quale corrente di quantità di moto contribuisce al movimento dell'auto trainata?
4. Le funi conducono la quantità di moto x solo nella direzione x negativa. Inventi un dispositivo che conduca la quantità di moto x solo nella direzione x positiva.
5. Le funi lasciano passare la quantità di moto solo in una direzione. Esistono dispositivi che lasciano passare l'aria solo in una direzione, dispositivi che lasciano passare le persone solo in una direzione, dispositivi che lasciano passare l'elettricità solo in una direzione. Di cosa stiamo parlando?

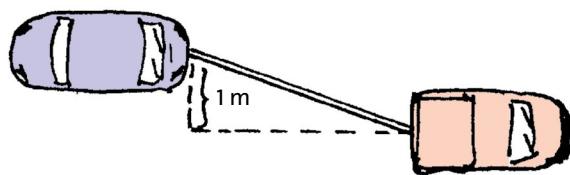


Fig. 2.50 Riguardo all'esercizio 3

2.13 La legge di Hooke

Vogliamo costruire noi stessi un misuratore di corrente di quantità di moto. Facciamo finta che l'apparecchio non sia ancora stato inventato e che l'unità di misura dell'intensità della corrente quantità di moto non sia stata ancora stabilita.

Abbiamo bisogno di un numero elevato di anelli di gomma dello stesso tipo. Iniziamo definendo la nostra unità di misura. Teniamo un anello di gomma davanti a un righello in modo che sia ben teso, ma non ancora allungato oltre la sua lunghezza normale, Fig. 2.51, e ne

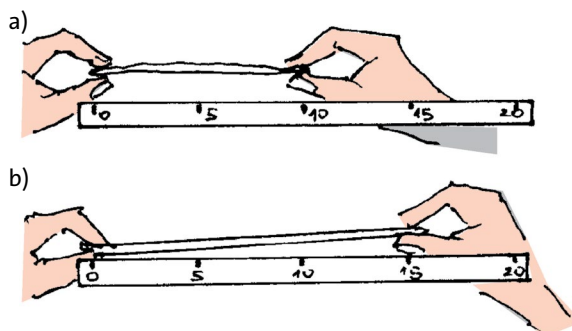


Fig. 2.51 Definizione di un'unità di intensità di corrente di quantità di moto. (a) L'anello di gomma è allungato, ma rilassato. (b) L'anello di gomma è stato allungato di 5 cm.

misuriamo la lunghezza. Supponiamo di trovare 10 cm = 0,1 m. Poiché l'anello di gomma è rilassato, non scorre ancora alcuna corrente di quantità di moto attraverso di esso. Ora lo allunghiamo fino a raggiungere una lunghezza di 0,15 m. Ora scorre una corrente di quantità di moto. Dichiareremo l'intensità di questa corrente di quantità di moto come nostra unità di misura della corrente. (Poiché l'anello è costituito da due fili di gomma affiancati, in ciascuno di questi fili scorre mezza unità di corrente).

Ora possiamo creare tutte le unità di intensità di corrente che vogliamo con altri anelli di gomma. Possiamo quindi produrre multipli della nostra unità di intensità di corrente. Se, ad esempio, colleghiamo tre anelli di gomma tesi a 15 cm uno accanto all'altro, attraverso tutti e tre scorrono tre unità di intensità di corrente.

Con l'aiuto della nostra scorta di elastici possiamo ora *calibrare* anche un altro oggetto elasticamente estensibile, ad esempio una corda elastica, Fig. 2.52. A tal fine facciamo scorrere attraverso la corda elastica una, due, tre ecc. unità di intensità di corrente e misuriamo la variazione della sua lunghezza rispetto alla lunghezza allo stato rilassato.

Nella Fig. 2.53 è riportata l'intensità di corrente di quantità di moto F in funzione dell'allungamento s .

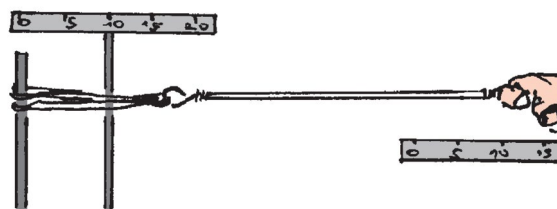


Fig. 2.52 Una corda elastica viene calibrata con unità di anelli di gomma.

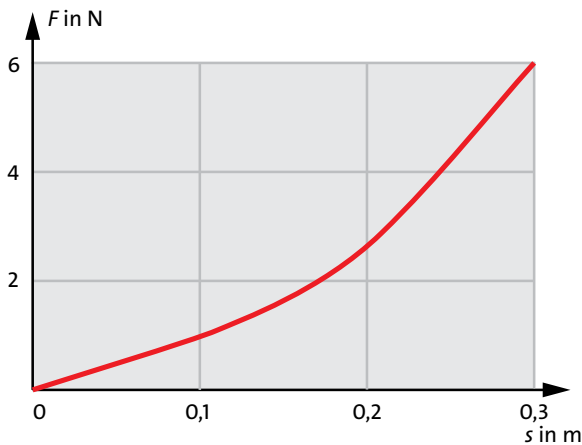


Fig. 2.53 Curva di calibrazione della corda elastica: l'intensità della corrente di quantità di moto F è in funzione dell'allungamento s della corda.

Questa curva rappresenta la *curva di calibrazione* della corda elastica. Se ora vogliamo misurare un'intensità di corrente di quantità di moto, non è più necessario ricorrere al nostro procedimento un po' macchinoso con gli anelli di gomma standard. Possiamo utilizzare la corda elastica.

Si desidera misurare, ad esempio, l'intensità della corrente che fluisce in un carrello che stiamo tirando. A tal fine, tiriamo semplicemente il carrello tramite la corda elastica e misuriamo di quanto questa si allunga. Se l'allungamento è, ad esempio, di 0,25 m, dalla curva di calibrazione deduciamo che la corrente di quantità di moto ha un'intensità di 4 unità.

Ora vogliamo registrare la relazione tra allungamento e intensità della corrente di quantità di moto per un altro oggetto: una molla d'acciaio. Il risultato è mostrato nella Fig. 2.54.

La relazione è più semplice nella molla: è lineare. L'allungamento s e l'intensità della corrente di quantità di moto F sono proporzionali tra loro. Si dice anche che la molla segue la *legge di Hooke*. La legge può essere formulata come segue:

Legge di Hooke: $\vec{F} = -k \cdot \vec{s}$

k è una costante per una data molla, la *costante elastica*. La sua unità di misura è N/m. Per molle diverse, la costante elastica ha generalmente valori diversi. La Fig. 2.55 mostra la relazione tra F e s per due molle diverse. Per la molla A, k ha un valore maggiore rispetto alla molla B. Se si allungano la molla A e la molla B della stessa misura, la corrente di quantità di moto nella molla A è maggiore rispetto alla molla B. Tuttavia, una corrente di quantità di moto più forte significa una

maggiore trazione. La molla con la costante maggiore è quindi la molla più rigida.

Molte molle possono essere sollecitate non solo in trazione, ma anche in compressione. Per tali molle vale la legge di Hooke, ovvero la relazione lineare tra varia-

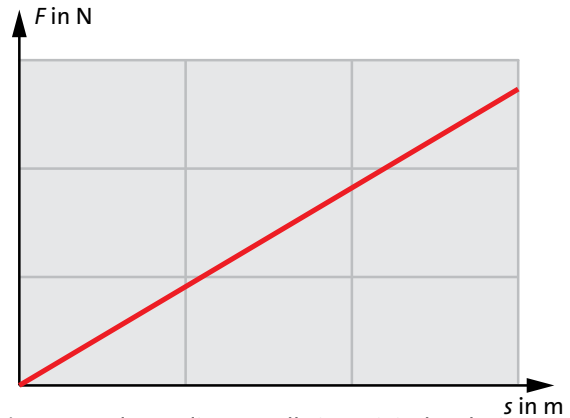


Fig. 2.54 Nel caso di una molla in acciaio, la relazione tra intensità della corrente di quantità di moto e allungamento è lineare.

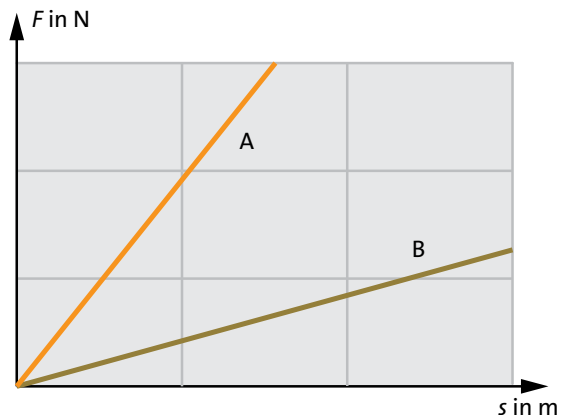


Fig. 2.55 La costante elastica della molla A è maggiore di quella della molla B. La molla A è più rigida.

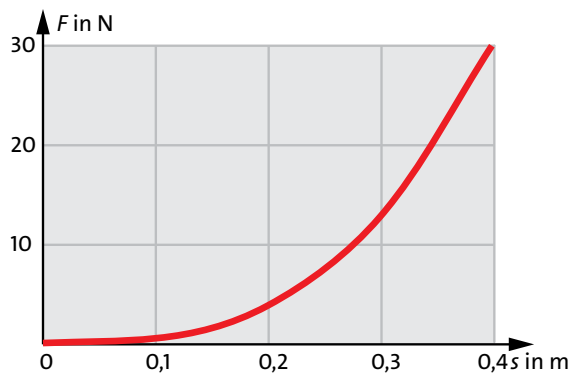


Fig. 2.56 Per l'esercizio 2.

zione di lunghezza e intensità di corrente, sia per l'allungamento (valori positivi di s) che per l'accorciamento (valori negativi di s).

Esercizi

- Una molla ha una costante elastica di $k = 150 \text{ N/m}$. Calcola di quanto si allunga quando attraverso di essa passa una corrente di quantità di moto di (a) 12 N, (b) 24 N.
- Per una determinata fune è stata misurata la relazione F - s rappresentata nella Fig. 2.56.
 - Di quanto si allunga la fune quando la attraversa una corrente di quantità di moto di 15 N? Di quanto si allunga con una corrente di 30 N?
 - Quanto è forte la corrente di quantità di moto quando la corda si è allungata di 20 cm?
 - Cosa si avverte quando si allunga la fune con le mani? E quando si allunga una molla d'acciaio?
- Come si potrebbe costruire un dispositivo la cui relazione F - s sia simile a quella illustrata nella Fig. 2.57?
- Due molle sono collegate tra loro e inserite in una corda attraverso la quale scorre una corrente di quantità di moto. Una molla si allunga quattro volte di più dell'altra. Come sono le costanti delle molle l'una rispetto all'altra?
- (a) Due molle dello stesso tipo vengono collegate "in parallelo", Fig. 2.58a. Ciascuna ha la costante elastica k . Qual è la costante elastica del sistema delle due molle (in grigio)? (b) Quale è la costante elastica del sistema delle due molle "in serie"? Fig. 2.58b.

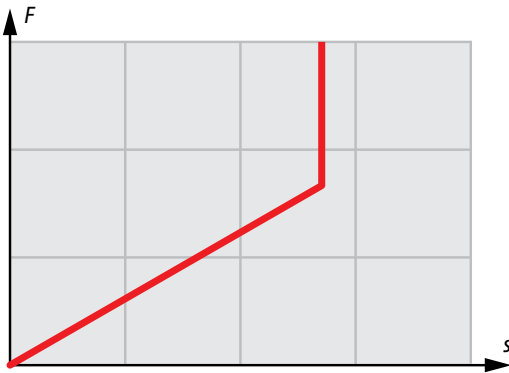


Fig. 2.57 Per l'esercizio 3

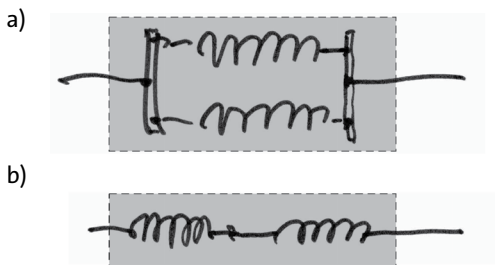


Fig. 2.58 Per l'esercizio 5

2.14 Velocità, accelerazione e velocità angolare

Velocità

Un'auto (o un altro corpo) si muove a velocità costante v . È possibile calcolare v dalla distanza percorsa Δs e dal tempo impiegato a percorrerla Δt :

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Abbiamo utilizzato nuovamente il simbolo Δ . Mentre con s indichiamo la posizione (in un sistema di coordinate prestabilito), Δs indica la differenza tra due posizioni, ovvero una distanza o lo spostamento del corpo. Di conseguenza, Δt non indica l'istante, ma un intervallo di tempo: l'intervallo di tempo in cui il corpo percorre la distanza Δs . Se un'auto percorre 200 m in 10 secondi, la sua velocità è

$$v = \frac{200 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 20 \text{ m/s.}$$

Accelerazione

Un treno parte (in direzione x positiva). Supponiamo che la sua velocità aumenti in modo uniforme: di 5 km/h ogni 10 secondi. Oppure di 30 km/h in un minuto. Oppure di 150 km/h in 5 minuti. Si dice anche che il treno viene *accelerato in modo uniforme*. Il rapporto tra la variazione di velocità Δv e l'intervallo di tempo Δt è chiamato *accelerazione*:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Nel caso del nostro treno otteniamo:

$$a = \frac{5 \text{ km/h}}{10 \text{ s}} = \frac{5000 \text{ m}}{3600 \text{ s} \cdot 10 \text{ s}} = 0,139 \text{ m/s}^2.$$

L'unità di misura SI dell'accelerazione è quindi m/s^2 .

In generale, l'accelerazione di un veicolo non è spesso costante, come abbiamo ipotizzato in questo caso. Se la velocità è costante, $\Delta v = 0$ e quindi anche $a = 0$.

Se un veicolo (che si muove nella direzione positiva dell'asse x) rallenta, Δv e quindi anche l'accelerazione diventano negativi.

Velocità angolare

Una ruota (o un altro corpo) gira in modo uniforme.

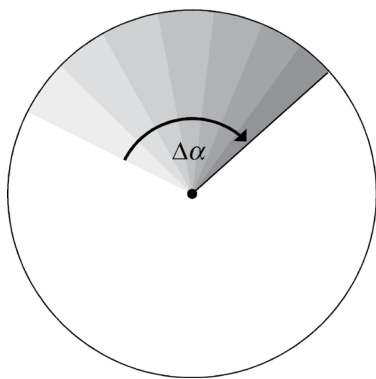


Fig. 2.59 Il raggio percorre lo spostamento angolare $\Delta\alpha$ nell'intervallo di tempo Δt .

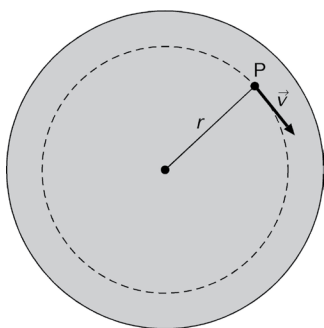


Fig. 2.60 Il punto P del corpo rotante si muove su una traiettoria circolare.

Si dice anche che ruota con velocità angolare costante ω . Tracciamo un raggio sulla ruota e osserviamo il suo movimento, Fig. 2.59. La linea ruota uniformemente attorno al centro, descrivendo ogni secondo lo stesso angolo. Nell'intervallo di tempo Δt descrive lo spostamento angolare $\Delta\alpha$. La velocità angolare si calcola dall'angolo descritto $\Delta\alpha$ e dal tempo impiegato Δt :

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

La velocità angolare compare in diverse altre equazioni fisiche. Affinché i risultati siano espressi nelle unità di misura corrette, ovvero nelle unità SI, è necessario esprimere l'angolo α in radianti. Poiché per i radianti non si utilizza alcun simbolo, l'unità di misura della velocità angolare è il reciproco del secondo, ovvero $1/s$ o s^{-1} .

La velocità angolare è anche conosciuta con il nome di velocità di rotazione. Quando si utilizza questa denominazione, tuttavia, si utilizza un'altra unità di misura: giri al minuto.

L'albero di un motore elettrico ruota a 2000 giri al minuto. La velocità angolare è quindi pari a

$$\omega = \frac{2000 \cdot 2\pi}{60 \text{ s}} = \frac{212566}{60 \text{ s}} = 209 \text{ s}^{-1}.$$

Consideriamo il punto P di una ruota in rotazione, Fig. 2.60. P si muove su una traiettoria circolare. Esiste una relazione tra il valore assoluto v della velocità del punto P e la velocità angolare ω della ruota.

Il calcolo di questa relazione è più semplice se ci riferiamo a un giro completo. Indichiamo il tempo di rotazione con T .

L'angolo completo di 360° è uguale a 2π in radianti. La velocità angolare è quindi:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

La distanza percorsa nel tempo T è $2\pi r$. Quindi la velocità diventa:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Riscriviamo l'ultima equazione in modo leggermente diverso:

$$v = \frac{2\pi}{T} \cdot r$$

Il quoziente sul lato destro dell'equazione è pari alla velocità angolare. Sostituiamo e otteniamo:

$$v = \omega r.$$

In un corpo in rotazione:

$$v = \omega \cdot r$$

v = velocità di un punto P

ω = velocità angolare del corpo

r = distanza tra P e l'asse di rotazione

Esercizi

1. Il volano di un motore automobilistico ha un diametro di 30 cm. Il motore gira a 3500 giri al minuto. Qual è la sua velocità angolare (in $1/s$)? Qual è il valore della velocità del suo bordo esterno?
2. Qual è la velocità angolare della rotazione della Terra attorno al suo asse? Qual è il valore della velocità di un punto sull'equatore?
3. Qual è la velocità angolare del moto di rivoluzione della Terra intorno al Sole? In questo movimento la Terra ha una velocità di 30 km/s. Calcola la distanza Terra-Sole.

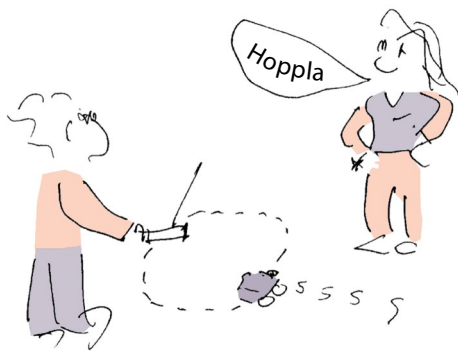


Fig. 2.61 L'auto gira in tondo, mantenendo costante il valore della sua velocità.

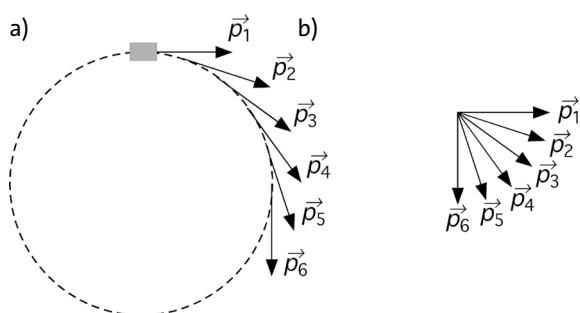


Fig. 2.62 (a) Il vettore di quantità di moto in diversi istanti. (b) Mentre l'auto gira in tondo, il vettore della quantità di moto ruota.

2.15 Variazione di quantità di moto nel moto circolare

Willy guida una macchinina elettrica telecomandata, Fig. 2.61. Willy: "Ora la faccio girare in tondo a velocità costante". Lilly: "Ops, non puoi farlo, o circonferenza o velocità costante!" Willy: "Ah, è vero. Intendevo dire ..."

Cosa intendeva Willy? Che il valore della velocità è costante. Poiché l'auto compie un movimento circolare, la direzione della velocità (il vettore velocità) cambia continuamente. Di conseguenza cambia anche la quantità di moto dell'auto. L'auto riceve continuamente quantità di moto dalla Terra.

La Fig. 2.62 mostra schematicamente la situazione. A sinistra sono riportati i vettori della quantità di moto in diversi istanti lungo la traiettoria circolare. Man mano che la direzione dell'auto cambia, cambia anche la freccia del vettore della quantità di moto. A destra sono riportate le stesse frecce del vettore della quantità di moto in modo tale che i loro punti di partenza coin-

Variazione di quantità di moto nel moto circolare

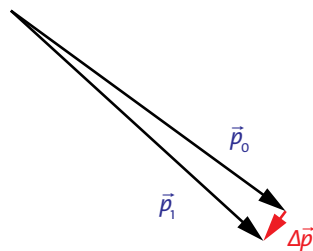


Fig. 2.63 Il vettore "variazione della quantità di moto" è perpendicolare al vettore quantità di moto.

cidano. Qui si vede chiaramente che il vettore di quantità di moto ruota.

La Fig. 2.63 mostra due vettori della quantità di moto $\vec{p}_0$ e $\vec{p}_1$ in due istanti molto vicini t_0 e t_1 . Nell'intervallo di tempo

$$\Delta t = t_1 - t_0$$

la quantità di moto cambia di

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0.$$

La quantità di moto aggiunta $\Delta \vec{p}$ è perpendicolare alla direzione del movimento ("quantità di moto trasversale").

Il valore del tasso di variazione si calcola con la formula:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = m \frac{v^2}{r}$$

Qui m è la massa del corpo, v la sua velocità e r il raggio della traiettoria circolare.

La dimostrazione di questa formula è piuttosto complessa. Tralasciamola e limitiamoci a verificare che la formula sia plausibile, ovvero che fornisca risultati conformi alle nostre aspettative.

Dipendenza da m

L'auto viaggia in direzione x ; quindi, ha una quantità di moto solo lungo x . Dopo aver compiuto un quarto di giro, deve aver ceduto tutta la sua quantità di moto x . Maggiore è la sua massa, maggiore è la quantità di moto x che ha all'inizio e maggiore è quella che deve cedere o assorbire per unità di tempo.

Dipendenza da r

L'auto percorre una volta una circonferenza stretta e una volta una circonferenza ampia, ma la velocità è la stessa in entrambi i casi. È chiaro che la variazione del-

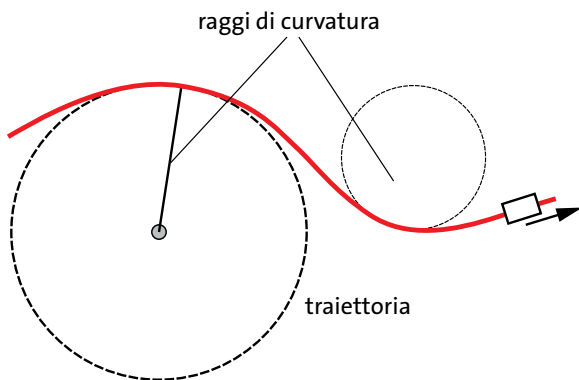


Fig. 2.64 Traiettoria di un'auto. Il raggio di curvatura della traiettoria cambia ogni volta che si modifica la posizione del volante.

la quantità di moto al secondo è minore nel cerchio ampio. Da qui la r al denominatore.

Dipendenza da v

Maggiore è la velocità, più lunga è la freccia del vettore della quantità di moto e maggiore è il tasso di variazione. Inoltre, il vettore della quantità di moto ruota anche più velocemente e anche per questo motivo il tasso di variazione è maggiore. La velocità influisce quindi due volte sul tasso di variazione. Da qui la proporzionalità con v^2 .

Tasso di variazione della quantità di moto in un movimento circolare (a velocità costante):

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = m \frac{v^2}{r}$$

Il vettore $\Delta \vec{p}$ della variazione di quantità di moto è perpendicolare alla quantità di moto $\vec{p}$.

Con l'aiuto di $v = \omega \cdot r$ possiamo trasformare l'equazione in

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = m \omega^2 r.$$

A prima vista sembra che il corpo considerato, ad esempio un'auto, debba muoversi su una traiettoria circolare, ovvero compiere un intero cerchio. Ma non è necessario. La formula vale piuttosto in ogni istante. Vale anche se l'auto percorre solo un breve arco (a velocità costante). Allora r non è più il raggio della circonferenza percorsa, ma il raggio della circonferenza a cui appartiene l'arco. r è definito come il *raggio di curvatura* della traiettoria nell'istante considerato, Fig. 2.64. Ogni volta che si modifica la posizione del

volante di un'auto, si modifica il raggio di curvatura della traiettoria dell'auto. Finché il volante viene tenuto fermo, l'auto percorre una traiettoria con un raggio di curvatura costante.

Una posizione specifica del volante corrisponde a un raggio di curvatura specifico del percorso percorso dall'auto.

Esercizi

1. La strada da Niederoberrbach a Oberrniederbach fa una curva di 90° . Dal punto di vista geometrico, la strada è costituita da due tratti rettilinei collegati da un arco di quarto di cerchio. Quale movimento devono compiere gli automobilisti con il volante quando percorrono la curva? Qual è il tasso di variazione della quantità di moto dell'auto in funzione del tempo? La strada è evidentemente mal costruita. Di solito le curve delle strade e delle autostrade non sono archi di cerchio. Come si presenta una curva ben progettata? Qual è il tasso di variazione della quantità di moto in funzione del tempo?
2. Willy ha legato una sfera di massa pari a 500 g a una corda e la fa ruotare sopra la sua testa. Un giro dura 0,8 s. La corda è lunga 1 m. Qual è il valore della quantità di moto che attraversa la corda?

2.16 Carrucole

Una ruota con una scanalatura utilizzata per modificare la direzione delle funi è chiamata *carrucola*. Un'applicazione è mostrata nella Fig. 2.65. Le carrucole sono presenti anche nelle gru e nei paranchi.

Vogliamo esaminare il comportamento delle carrucole. Nei tre tratti di fune A, B e C nella Fig. 2.66 è installato un misuratore di corrente di quantità di moto. Si tira l'occhiello all'estremità destra della fune A in

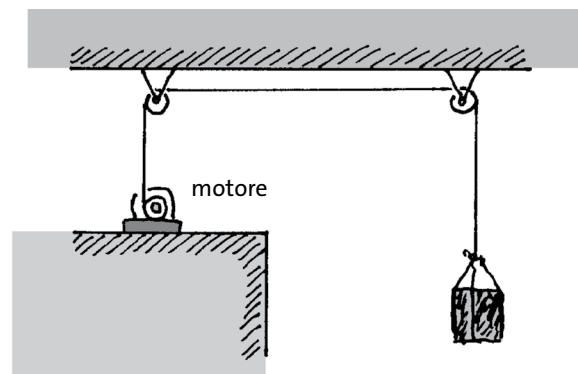


Fig. 2.65 Il motore solleva un carico. La fune scorre su due carrucole.

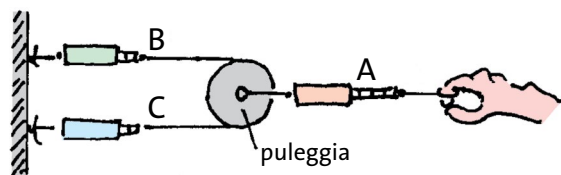


Fig. 2.66 La corrente di quantità di moto che scorre attraverso la fune A si divide nella puleggia in due correnti parziali di uguale intensità.

modo che il misuratore corrispondente indichi 12 N. Cosa indicano i misuratori nei tratti di fune B e C?

Possiamo prevedere il risultato. Da un lato sappiamo che la corrente di quantità di moto che attraversa la fune A continua a fluire nelle funi B e C. Pertanto, deve valere

$$F_A = F_B + F_C$$

Poiché l'intero sistema è simmetrico, deve valere anche:

$$F_B = F_C.$$

Con queste due equazioni si ottiene

$$F_B = F_A/2 \text{ e } F_C = F_A/2.$$

O più concretamente: se $F_A = 12 \text{ N}$, allora $F_B = 6 \text{ N}$ e $F_C = 6 \text{ N}$.

Le linee tratteggiate nella Fig. 2.67 mostrano il percorso della quantità di moto. Si tratta di una quantità di moto diretta solo lungo x (se assumiamo la direzione x positiva verso destra).

Passiamo ora a un caso più complesso, Fig. 2.68.

Tiriamo la fune A e notiamo che, indipendentemente dalla forza con cui tiriamo, lo strumento di misura in A indica sempre lo stesso valore di quello in B. Ciò non significa però che le intensità delle correnti di quantità di moto in A e in B siano uguali. Pur avendo lo stesso valore, esse differiscono nella direzione. Ricordiamo che la quantità di moto che scorre in una fune ha sempre la stessa direzione della fune. Nel tratto

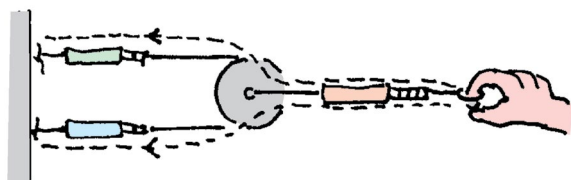


Fig. 2.67 Percorso della quantità di moto x

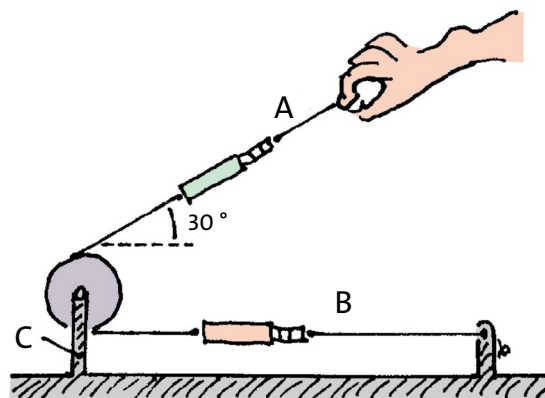


Fig. 2.68 Le correnti di quantità di moto nelle corde A e B hanno lo stesso valore ma direzioni diverse.

di fune B scorre una quantità di moto diretta lungo x verso la carrucola, mentre nel tratto di fune A scorrono quantità di moto x e y verso la carrucola.

Attraverso il supporto della carrucola, la somma dei due tipi di quantità di moto fluisce nel terreno. Con "somma" si intende naturalmente la somma vettoriale.

Riassumiamo:

quando una fune passa su una ruota libera di ruotare (carrucola), le correnti di quantità di moto nelle due estremità della fune hanno lo stesso valore.

Esercizi

1. L'intensità della corrente di quantità di moto nella fune A in Fig. 2.68 è 30 N. Disegna i vettori per le correnti di quantità di moto nelle funi A e B. Costruisci il vettore della corrente di quantità di moto in C mediante la somma vettoriale.
2. Nella fune L in Fig. 2.69, a cui è appeso il carico, scorre una corrente di quantità di moto di 80 N. Costruisci i vettori della corrente di quantità di moto per i due tratti di fune inclinati. Costruisci i vettori per la corrente nel tratto di fune Z e quella nel supporto della carrucola di destra.

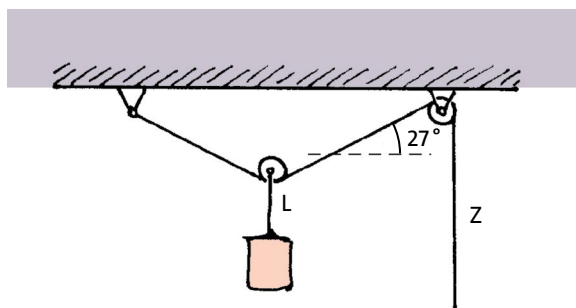


Fig. 2.69 Esercizio 2

2.17 La relazione tra pressione e intensità della corrente di quantità di moto

Un blocco K è fissato tra due pareti con una molla F, Fig. 2.70. Attraverso il sistema scorre una corrente di quantità di moto. La corrente di quantità di moto è sempre associata al fatto che il conduttore della corrente è sottoposto a *tensione meccanica*: o compressione o trazione. Ricorda la nostra regola: corrente di quantità di moto verso destra significa compressione, corrente di quantità di moto verso sinistra significa trazione.

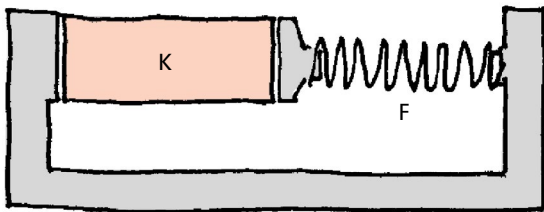


Fig. 2.70 Il blocco K è sottoposto a compressione.

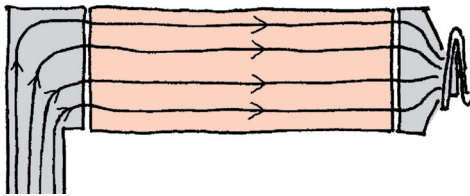


Fig. 2.71 La corrente di quantità di moto si distribuisce su tutta la sezione trasversale del blocco.

Consideriamo la tensione del blocco. Poiché le correnti di quantità di moto si distribuiscono su tutto il blocco, ogni parte del blocco è sottoposta a tensione di compressione; ogni parte "sente" la pressione, Fig. 2.71.

Confrontiamo i due blocchi K_1 e K_2 in Fig. 2.72

Poiché le due molle sono completamente identiche, in entrambi i casi scorrono correnti di quantità di moto di uguale intensità – supponiamo $200 \text{ Hy/s} = 200 \text{ N}$. Il blocco K_2 ha una superficie trasversale maggiore rispetto al blocco K_1 . Pertanto, il flusso di quantità di moto si distribuisce su una superficie maggiore. *L'intensità della corrente di quantità di moto per superficie* è quindi minore. Attraverso ogni centimetro quadrato della sezione trasversale del blocco K_1 scorre

$$\frac{200}{25} \text{ Hy/s} = 8 \text{ N.}$$

Attraverso ogni centimetro quadrato della sezione trasversale del blocco K_2 scorre

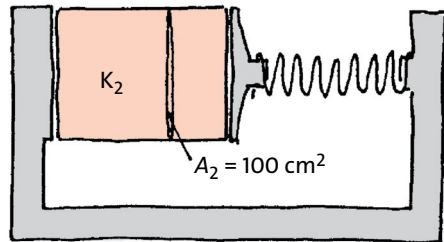
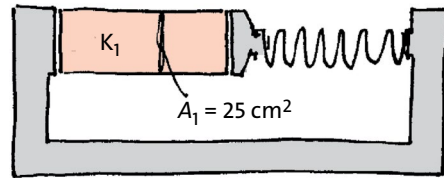


Fig. 2.72 Le correnti di quantità di moto in K_1 e K_2 hanno la stessa intensità. L'intensità della corrente di quantità di moto per superficie, ovvero la pressione, è maggiore in K_1 che in K_2 .

$$\frac{200}{100} \text{ Hy/s} = 2 \text{ N.}$$

Un pezzo di materia di K_1 "percepisce" quindi una pressione maggiore rispetto a un pezzo di materia di K_2 della stessa dimensione.

Vediamo quindi che per caratterizzare la tensione meccanica in un determinato punto all'interno di un corpo è possibile utilizzare l'intensità del flusso di quantità di moto per unità di superficie. Questa grandezza, ovvero il rapporto tra l'intensità della corrente di quantità di moto e la superficie attraverso cui essa scorre, è chiamata *pressione*. Si tratta della stessa grandezza fisica che abbiamo imparato a conoscere in precedenza in modo diverso.

Poiché la pressione è indicata con la lettera p ,

$$p = \frac{F}{A}.$$

se si utilizza l'intensità della corrente di quantità di moto in Newton (N) e la superficie in m^2 , si ottiene come unità di misura della pressione N/m^2 . Questa unità di misura è chiamata *pascal*, simbolo Pa. Quindi:

$$\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

1 Pa è una pressione molto piccola. Si utilizzano quindi spesso unità di misura maggiori

$$1 \text{ kPa} = 1000 \text{ Pa} \text{ e } 1 \text{ MPa} = 1\,000\,000 \text{ Pa,}$$

o anche il bar:

$$1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ Pa}.$$

Torniamo ai nostri blocchi. Nel blocco K_1 prevale una pressione, o una *tensione di compressione*, come si dice anche, di

$$p_1 = \frac{F}{A_1} = \frac{200 \text{ N}}{0,0025 \text{ m}^2} = 80\,000 \text{ Pa} = 80 \text{ kPa}.$$

Per il blocco K_2 si ottiene

$$p_2 = \frac{F}{A} = \frac{200 \text{ N}}{0,01 \text{ m}^2} = 20\,000 \text{ Pa} = 20 \text{ kPa}.$$

(Le aree A_1 e A_2 devono essere espresse in m^2 affinché l'unità di misura della pressione sia Pa.)

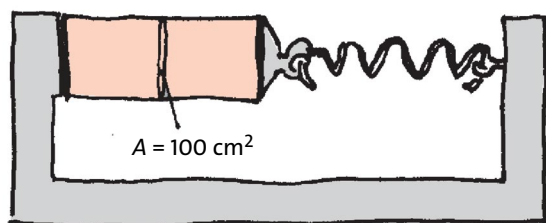


Fig. 2.73 Il blocco è sottoposto a trazione, la pressione è negativa.

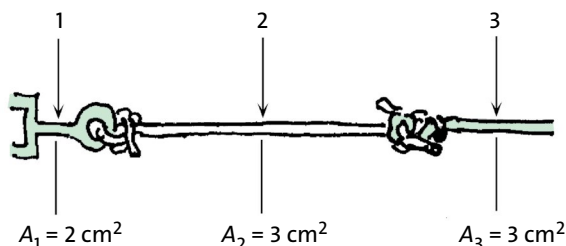


Fig. 2.74 Esercizio 1

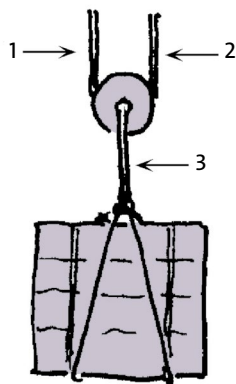


Fig. 2.75 Per l'esercizio 2

Attraverso il corpo K nella Fig. 2.73 scorre una corrente di quantità di moto di 200 N in direzione negativa.

Nel calcolo della grandezza p se ne tiene conto inserendo un segno meno davanti al valore dell'intensità di corrente. È:

$$p = \frac{-200 \text{ N}}{0,01 \text{ m}^2} = -20\,000 \text{ Pa} = -20 \text{ kPa}.$$

Un valore negativo della pressione significa quindi tensione di trazione.

Riepilogo:

la pressione è uguale al rapporto tra l'intensità della corrente di quantità di moto e la superficie.

Esercizi

1. Un'auto viene trainata. La Fig. 2.74 mostra un dettaglio: il gancio sull'auto che viene trainata, un pezzo di fune metallica e, annodata ad essa, una fune di plastica. Nell'auto scorre una corrente di quantità di moto di 420 N . Calcola la tensione nei punti 1, 2 e 3. Presta attenzione al segno: tensione di compressione o di trazione?
2. Le funi nella Fig. 2.75 hanno una sezione trasversale di $1,5 \text{ cm}^2$. La cassa ha una massa di 12 kg . Calcola la tensione di trazione nei tre punti 1, 2 e 3.
3. Premi una puntina da disegno su una tavola di legno. Calcola la pressione che si esercita al centro, a metà altezza del chiodino. Qual è la pressione esercitata sulla punta della puntina da disegno?
4. Calcola la pressione che si genera sulla punta di un chiodo quando lo si colpisce con un martello.

2.18 Tensioni in tre direzioni

Vogliamo sottoporre un corpo contemporaneamente a una sollecitazione di compressione e di trazione. "Ma non è possibile", si potrebbe obiettare, "o è sottoposto a compressione o a trazione, sono due sollecitazioni che si escludono a vicenda!" Non ci preoccupiamo dell'obiezione e proviamo semplicemente a farlo – e ci riusciamo.

Prendiamo l'oggetto, ad esempio una spugna da lavagna, lo afferriamo con entrambe le mani e stringiamo le dita. Contemporaneamente tiriamo con le mani, Fig. 2.76.

L'interno della spugna ora subisce effettivamente contemporaneamente una pressione e una trazione: pressione nelle direzioni orizzontali e trazione nella direzione verticale. La Fig. 2.77 mostra una situazione simile: il blocco K è sottoposto a trazione nella direzione orizzontale e a pressione nella direzione verticale.

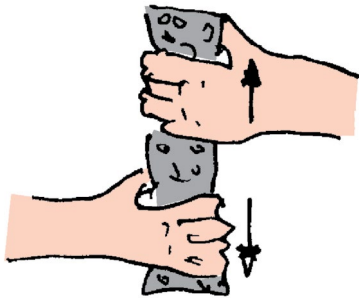


Fig. 2.76 L'interno della spugna è sottoposto a trazione in direzione verticale e a compressione in direzione orizzontale.

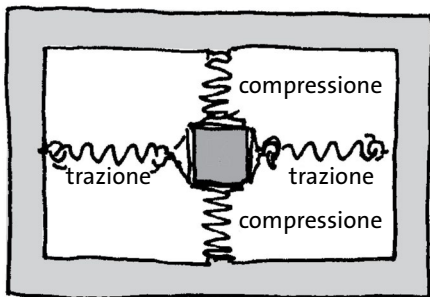


Fig. 2.77 Il blocco è sottoposto a compressione in direzione verticale e a trazione in direzione orizzontale.

Naturalmente è possibile sottoporlo a trazione in entrambe le direzioni o a compressione in entrambe le direzioni. Inoltre, le sollecitazioni di compressione o trazione nelle direzioni orizzontale e verticale possono avere valori diversi.

Nel caso della Fig. 2.78, la pressione orizzontale ha il valore

$$p_1 = \frac{50 \text{ N}}{0,01 \text{ m}^2} = 5000 \text{ Pa} = 5 \text{ kPa}$$

e quella verticale

$$p_2 = \frac{300 \text{ N}}{0,015 \text{ m}^2} = 20000 \text{ Pa} = 20 \text{ kPa}.$$

Infine, è possibile sottoporre il blocco a una sollecitazione di compressione o di trazione arbitraria nella terza direzione spaziale, Fig. 2.79. Ad esempio, può essere

$$\begin{aligned} p_1 &= 5000 \text{ Pa} \\ p_2 &= -2000 \text{ Pa} \\ p_3 &= -40\,000 \text{ Pa} \end{aligned}$$

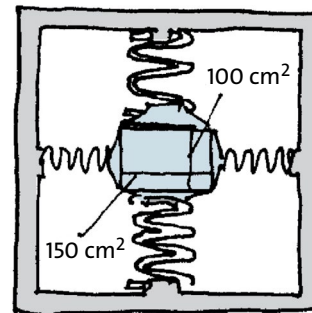


Fig. 2.78 Le pressioni in direzione orizzontale e verticale sono diverse.

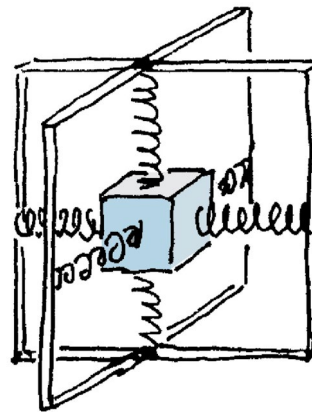


Fig. 2.79 Le pressioni possono essere scelte in tre direzioni perpendicolari tra loro.

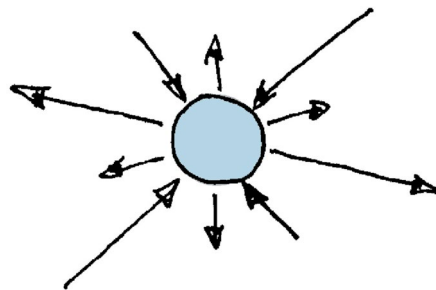


Fig. 2.80 Nella parte superiore della trave prevale una pressione in direzione orizzontale, nella parte inferiore una trazione.

Si potrebbe pensare che sia possibile continuare in questo modo, generando ulteriori valori di pressione in altre direzioni spaziali. Perché non cinque diverse pressioni (o trazioni) in cinque direzioni diverse, Fig. 2.80? Perché non è possibile. La dimostrazione è piuttosto complessa. Accettiamo quindi semplicemente il risultato:

è possibile specificare pressioni o trazioni in tre direzioni perpendicolari tra loro.

Non appena si cerca di modificare la pressione in una quarta direzione, cambiano automaticamente anche le pressioni nelle prime tre direzioni.

Questo risultato vale per ogni punto all'interno di un corpo. Tuttavia, la tensione meccanica può variare da un punto all'altro. Nella spugna compressa della Fig. 2.76, la pressione o la trazione al centro è sicuramente diversa da quella alle estremità superiore e inferiore.

Se la pressione in tre direzioni perpendicolari tra loro ha lo stesso valore, ad esempio 12 kPa, questa pressione, ovvero 12 kPa, è la pressione anche in tutte le altre direzioni spaziali.

Ogni materiale resiste solo a determinate sollecitazioni di compressione e trazione. Spesso un materiale è in grado di sopportare sollecitazioni di compressione molto più elevate rispetto a quelle di trazione.

Il calcestruzzo, ad esempio, sopporta sollecitazioni di compressione di circa 50 MPa, ma sollecitazioni di trazione pari solo a 1/20 di questo valore. A volte, tuttavia, una trave in calcestruzzo deve essere sottoposta a sollecitazioni di trazione in determinati punti. La Fig. 2.81 mostra una trave in calcestruzzo che poggia alle estremità e sostiene un carico al centro: una situazione tipica. Il calcestruzzo nella parte superiore della trave è sottoposto a compressione in direzione orizzontale. Nella parte inferiore è sottoposto a trazione in direzione orizzontale. Poiché il calcestruzzo non è in grado di sopportare la sollecitazione di trazione, nelle zone di trazione viene rinforzato con acciaio. L'acciaio, infatti, è in grado di sopportare elevate sollecitazioni di trazione.

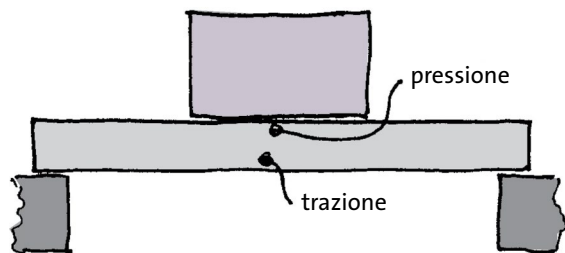


Fig. 2.81 Nella parte superiore della trave prevale una pressione in direzione orizzontale, nella parte inferiore una trazione.

Per lo stesso motivo, ovvero per aumentare la resistenza alla trazione del materiale, alcune materie plastiche vengono rinforzate con fibre di carbonio. Tali materiali vengono utilizzati, ad esempio, per la produzione di sci, trampolini per piscine e alianti.

Molti materiali non hanno la stessa resistenza in tutte le direzioni. Un esempio noto è il legno. Il legno di conifere sopporta una tensione di circa 10 MPa nella direzione delle venature, ma solo 1/20 di essa in direzione trasversale.

Compiti

1. Elenca i materiali che sopportano elevate sollecitazioni di trazione, ma solo lievi sollecitazioni di compressione.
2. Indica materiali che sopportano elevate sollecitazioni di compressione, ma solo lievi sollecitazioni di trazione.
3. Indica materiali che sopportano diverse sollecitazioni di compressione o trazione in diverse direzioni.

2.19 La pressione nei liquidi e nei gas

Finora abbiamo considerato la tensione meccanica negli oggetti solidi. (Anche una spugna è un oggetto "solido", poiché non è né liquido né gassoso.) Ora vogliamo mettere sotto pressione un liquido, ad esempio l'acqua. Inizialmente ci comportiamo in modo volutamente maldestro e proviamo a procedere in modo simile a quanto fatto con il blocco in Fig. 2.70: premiamo l'acqua al centro dall'alto, Fig. 2.82. Succede ciò che deve succedere: l'acqua scappa via lateralmente.

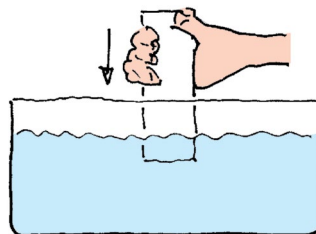


Fig. 2.82 In questo modo non è possibile mettere l'acqua sotto pressione. Essa scappa via lateralmente.

Quindi procediamo in modo diverso: blocchiamo l'acqua in modo che non possa fuoriuscire, Fig. 2.83. Se la sezione trasversale del pistone è $A = 5 \text{ cm}^2$ e l'intensità della corrente di quantità di moto è $F = 200 \text{ N}$, si crea una pressione in direzione orizzontale di

$$p = \frac{F}{A} = \frac{200 \text{ N}}{0,0005 \text{ m}^2} = 400000 \text{ Pa} = 0,4 \text{ MPa}.$$

Poiché l'acqua tende a sfuggire nelle direzioni trasversali rispetto alla direzione di pressione del pistone, anche in queste direzioni trasversali si crea una tensione di compressione che ha lo stesso valore di quella nella

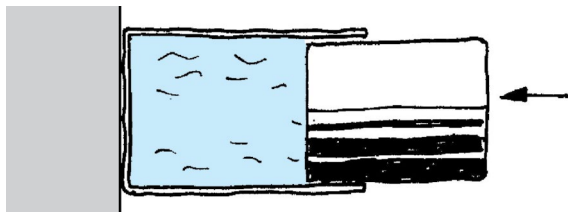


Fig. 2.83 Il pistone è sottoposto a pressione solo in direzione orizzontale, l'acqua in tutte le direzioni.

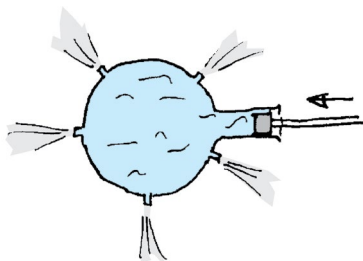


Fig. 2.84 Poiché la pressione è presente in tutte le direzioni, l'acqua schizza in tutte le direzioni.

direzione del pistone. In tutte le altre direzioni prevale una pressione dello stesso valore.

L'esperimento illustrato nella Fig. 2.84 lo mostra in modo particolarmente chiaro.

Ciò vale anche per i gas, poiché anch'essi si spostano lateralmente se non vengono trattenuti.

In qualsiasi punto di un liquido è presente la stessa pressione in tutte le direzioni.

2.20 La forza

Questa sezione tratta un altro termine per indicare un concetto ben noto.

Newton scrisse la sua grande opera, i "Principia Mathematica", in latino, come era consuetudine all'epoca. Quello che noi chiamiamo corrente di quantità di moto, lui lo chiamava "vis", in italiano "forza". Il simbolo F deriva dalla parola inglese "force".

Il nome "intensità di corrente di quantità di moto" per la grandezza F esiste solo dall'inizio del secolo scorso. Il nome "forza" per la grandezza F è ancora oggi molto diffuso, anzi è usato molto più spesso del nome "intensità di corrente di quantità di moto". Dobbiamo quindi abituarci al suo uso. Tuttavia, c'è un problema: sebbene "forza" indichi la stessa grandezza fisica di "intensità di corrente di quantità di moto", i due termini vengono utilizzati in modo molto diverso. Chiamiamo "modello di corrente di quantità di moto" una descri-

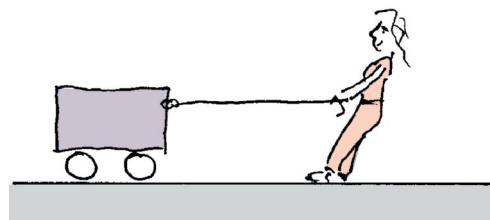


Fig. 2.85 Lilly esercita una forza sul carrello. In questo modo cambia la quantità di moto del carrello.

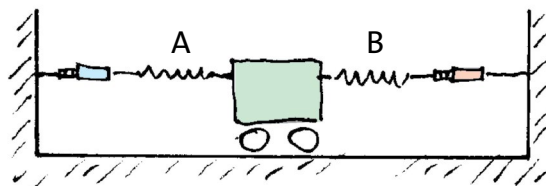


Fig. 2.86 La molla A esercita sul carrello una forza diretta verso sinistra, la molla B una forza diretta verso destra. Poiché queste forze hanno lo stesso valore, la quantità di moto del carrello non cambia.

zione che utilizza correnti di quantità di moto e "modello di forza" una descrizione che utilizza forze.

Spieghiamo l'uso del modello di forza con l'aiuto delle Fig. 2.85 e Fig. 2.86. Nella Fig. 2.85, Lilly tira un carrello, in modo che questo si muova verso destra. Innanzitutto, ricordiamo la descrizione nel modello della corrente di quantità di moto:

- Lilly pompa quantità di moto dalla Terra al carrello attraverso la fune. In questo modo la quantità di moto del carrello aumenta.

Con il modello di forza si descrive lo stesso processo in questo modo:

- Sul carrello agisce una forza. In questo modo aumenta la quantità di moto del carrello.

Ora consideriamo la situazione di Fig. 2.86 prima con il modello della corrente di quantità di moto:

- Abbiamo un circuito chiuso. La quantità di moto fluisce da destra attraverso la molla nel carrello e fuoriesce nuovamente a sinistra. Poiché tutta la quantità di moto che entra nel carrello defluisce da esso, allora la quantità di moto del carrello non cambia.

Nel modello di forza la descrizione è leggermente più complessa:

- la molla A esercita sul carrello una forza diretta verso sinistra, mentre la molla B esercita sul carrello una forza diretta verso destra di uguale intensità. Poiché le forze hanno lo stesso valore ma agiscono in direzioni opposte, la quantità di moto del carrello non cambia.

3 QUANTITÀ DI MOTO ANGOLARE E CORRENTI DI QUANTITÀ DI MOTO ANGOLARE

Questo capitolo tratta un tipo particolare di movimenti: i movimenti rotatori. Ti sarà chiaro che i movimenti rotatori si verificano in molti contesti e che sono particolarmente importanti.

Faremo una scoperta interessante: la descrizione dei movimenti rotatori presenta molte somiglianze con quella dei movimenti rettilinei. Si può anche dire che esiste un'analogia tra i corrispondenti ambiti della meccanica. Grazie a questa analogia, potremo risparmiarci molto lavoro.

3.1 La quantità di moto angolare

Consideriamo una ruota che si muova senza (o con molto poco) attrito; ad esempio, la ruota di una bicicletta capovolta, fig. 3.1. Essa ruota con una certa velocità angolare, compiendo un certo numero di giri al secondo. Possiamo determinare il valore della velocità angolare con l'aiuto di un cronometro. Abbiamo così descritto il movimento di rotazione della ruota.

La velocità angolare è per il moto rotatorio ciò che la velocità ordinaria è per il moto rettilineo. Per descrivere il moto rettilineo, tuttavia, avevamo introdotto una seconda grandezza: la quantità di moto. Essa è una misura dello "slancio" che un corpo possiede.

Allo stesso modo, si può dire che anche la ruota che gira abbia slancio: qualcosa che si immette in essa quando la si mette in rotazione e che ne esce quando la si frena. Questo tipo di slancio si chiama *quantità di moto angolare*.

Il simbolo della quantità di moto angolare è L . L'unità di misura è l'eulero, abbreviato E , dal nome del grande matematico e scienziato svizzero Leonhard Euler (1707 – 1783), fig. 3.2, che per primo formulò il principio di conservazione della quantità di moto angolare.

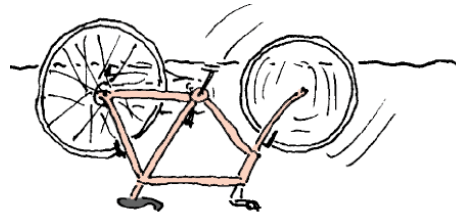


Fig. 3.1 La ruota che gira ha una certa quantità di moto angolare.



Fig. 3.2 Leonhard Euler

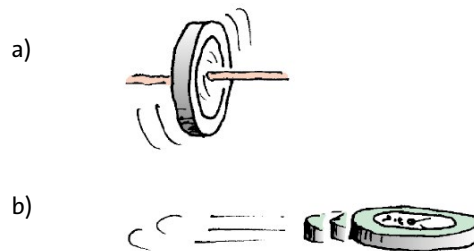


Fig. 3.3 (a) La ruota ha quantità di moto angolare. (b) La ruota ha quantità di moto.

La quantità di moto angolare e la quantità di moto non sono la stessa cosa. Se la ruota in fig. 3.3a avesse quantità di moto, dovrebbe muoversi come mostrato in fig. 3.3b.

Facciamo un esperimento con due ruote, fig. 3.4. L'asse di rotazione di una è fissato al tavolo, mentre l'altro può essere spostato. Le ruote possono essere collegate con una sorta di frizione a slittamento. Allora una ruota trascina l'altra.

Le ruote sono inizialmente separate. Una viene messa in rotazione, l'altra no. Poi si mettono a contatto i dischi di accoppiamento. Cosa succede?

La ruota che gira rallenta, mentre l'altra, che all'inizio non girava, inizia a ruotare. Dopo che i dischi di accoppiamento sono scivolati l'uno sull'altro per un po', le due ruote raggiungono la stessa velocità angolare.

Fin qui l'osservazione. Qual è la spiegazione? Cosa è successo in termini di quantità di moto angolare?

La quantità di moto angolare della ruota che all'inizio girava è diminuita. La quantità di moto angolare della ruota che non girava è aumentata. La quantità di moto angolare deve essere passata da una all'altra.

La quantità di moto angolare può passare da un corpo all'altro.

Consideriamo ancora una ruota, saldamente fissata al suo asse di rotazione. L'asse può ruotare (quasi) senza attrito. La ruota viene messa in rotazione, cioè viene caricata di quantità di moto angolare. Willy ora afferra l'asse rotante con la mano e lo "frena", fig. 3.5. Dopo un po' la ruota si ferma. Dove è finita la quantità di moto angolare?

La situazione è molto simile a un'altra che conosci bene: quando un veicolo che si muove in linea retta frena. Proprio come nel caso del veicolo, in cui la quantità di moto si disperde nella Terra, così nel caso della ruota in rotazione la quantità di moto angolare si disperde nella Terra. Lo stesso sarebbe accaduto se la ruota non fosse stata frenata intenzionalmente. In tal caso, la quantità di moto angolare sarebbe stata dispersa nel terreno attraverso i cuscinetti, solo più lentamente.

Ora capisci a cosa servono i cuscinetti: devono sostenere una ruota o un asse senza che la quantità di moto angolare si disperda nella Terra.

Se una ruota non è ben lubrificata, tanto da fermarsi da sola, la sua quantità di moto angolare si disperde nella Terra.

Torniamo all'esperimento della fig. 3.4. Mettiamo in rotazione la ruota fissata al tavolo. Poi mettiamo in rotazione l'altra ruota, ma nel senso opposto. Regoliamo la velocità angolare in modo che assuma lo stesso valore per entrambe le ruote.

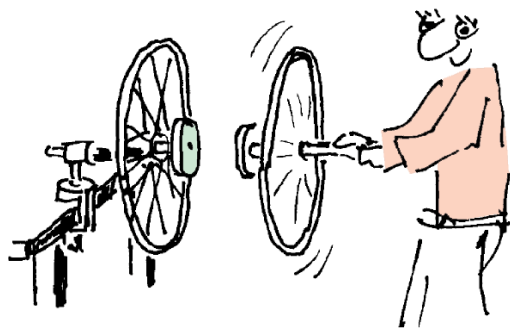


Fig. 3.4 Non appena i dischi di accoppiamento si toccano, la quantità di moto angolare inizia a fluire dalla ruota di destra a quella di sinistra.

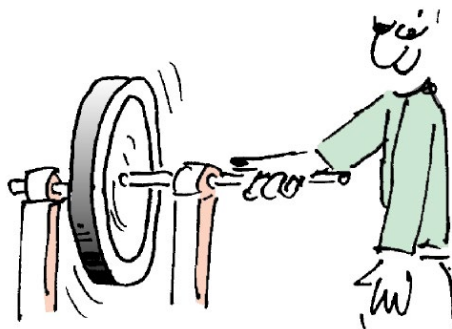


Fig. 3.5 La quantità di moto angolare si disperde nella Terra.

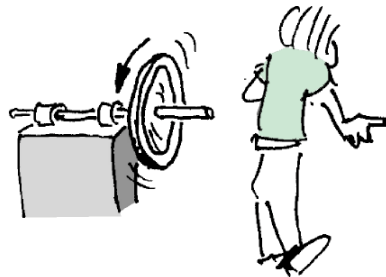


Fig. 3.6 La regola della mano destra.

Le ruote vengono nuovamente collegate tramite la frizione a slittamento. Quale sarà la situazione finale in questo caso? Entrambe le ruote sono ferme. Come lo possiamo spiegare? All'inizio era presente in entrambe una quantità di moto angolare. Dove è finita?

All'inizio ogni ruota aveva una quantità di moto angolare diversa da zero. Tuttavia, se si attribuisce alla quantità di moto angolare di una ruota segno opposto rispetto a quello dell'altra, il momento angolare totale era pari a zero già all'inizio. Dall'esperimento deduciamo che:

la quantità di moto angolare può assumere valori positivi e negativi.

Possiamo stabilire arbitrariamente quale dei due valori definire positivo e quale negativo. Ma come si può effettuare una tale definizione? Una possibilità pratica è rappresentata dalla *regola della mano destra*, fig. 3.6:

si chiude la mano destra attorno all'asse di rotazione in modo che le dita piegate seguano il moto rotatorio; se il pollice punta nel verso positivo dell'asse x , la quantità di moto angolare è positiva; se, invece, punta nel verso negativo dell'asse x , la quantità di moto angolare è negativa.

Finora abbiamo prestato molta attenzione a non modificare la direzione dell'asse di rotazione. Naturalmente l'asse di rotazione può avere le direzioni più disparate e puoi già immaginare cosa ciò significhi: la quantità di moto angolare è un vettore. Ci occuperemo di questo argomento più avanti. Per il momento lasciamo sempre fissa la direzione dell'asse di rotazione, ovvero parallela all'asse x .

Come puoi vedere, la quantità di moto angolare si tratta in modo molto simile alla quantità di moto ordinaria o alla carica elettrica. Infatti, anche la quantità di moto angolare è una grandezza estensiva e ha un'altra importante proprietà in comune con la quantità di moto e la carica:

la quantità di moto angolare non può essere creata né distrutta.

Esercizio

1. Formula teoremi di validità generale sulla quantità di moto angolare e i corrispondenti teoremi per la quantità di moto e la carica elettrica.

3.2 Pompe di quantità di moto angolare

Così come in un processo di attrito la quantità di moto fluisce dal corpo con la velocità maggiore a quello con la velocità minore, allo stesso modo la quantità di moto angolare passa dal corpo con la velocità angolare maggiore a quello con la velocità angolare minore. La quantità di moto angolare fuoriesce spontaneamente da una ruota che contiene quantità di moto angolare positiva: attraverso i cuscinetti, mai del tutto perfetti, verso la Terra.

Per imprimere una quantità di moto angolare alla ruota, è necessario compiere uno sforzo. Una ruota non inizia a girare da sola.

È possibile caricare una ruota con una quantità di moto angolare in modo manuale, ad esempio con l'ausilio di una manovella, oppure si può affidare il compito a un motore, fig. 3.7.

In entrambi i casi, è necessario qualcosa che svolga il compito di caricare la ruota di quantità di moto angolare: una "pompa di quantità di moto angolare". Nel primo caso Lilly funziona come pompa di quantità di moto angolare, nel secondo caso il motore. E da dove prende la quantità di moto angolare la pompa? È come per la quantità di moto: anche la quantità di moto angolare può essere prelevata dalla Terra. Un esperimento lo dimostra molto chiaramente. Definiamo l'asse x positivo verticale verso l'alto. Sono necessari una sedia girevole e una ruota piuttosto grande e ben lubrificata, che possa essere impugnata lungo l'asse di rotazione. Willy sta in piedi accanto alla sedia girevole, tiene la ruota in modo che l'asse sia verticale e la fa girare. Poi si siede sulla sedia girevole, fig. 3.8, e frena la ruota fino a fermarla. Si accorge che così facendo inizia a girare lui stesso. Come mai? Durante la frenata, la quantità di moto angolare è defluita dalla ruota, entrando in Willy e nella sedia girevole, ma non oltre. Non ha potuto fluire nella Terra perché la sedia girevole è isolata dal terreno grazie al cuscinetto.

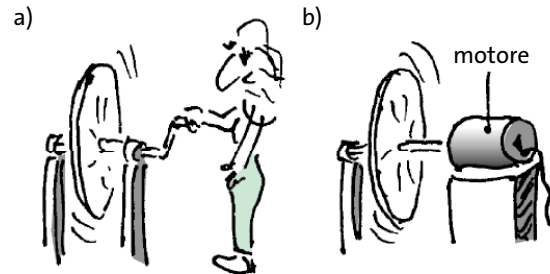


Fig. 3.7 (a) Lilly funziona come pompa di quantità di moto angolare. (b) Il motore funziona come pompa di quantità di moto angolare.

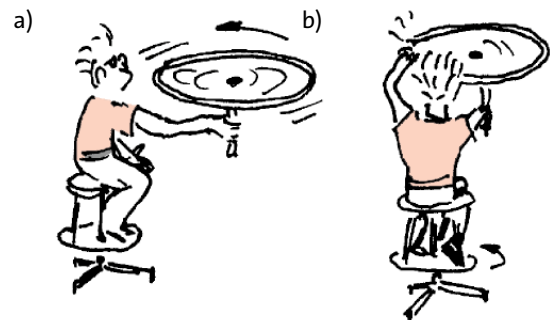


Fig. 3.8 (a) Solo la ruota ha quantità di moto angolare. (b) La quantità di moto angolare fluisce dalla ruota a Willy e alla sedia.

Se durante la frenata della ruota Willy si appoggia al pavimento, la quantità di moto angolare può fluire direttamente nella Terra.

Un'altra variante dell'esperimento. Willy è seduto sulla sedia girevole e sostiene la ruota, fig. 3.9. La sedia girevole e la ruota sono inizialmente a riposo. Willy mette ora in rotazione la ruota. Cosa succede? Quando la ruota inizia a girare, anche l'intera sedia girevole inizia a ruotare, insieme a Willy, ma in senso opposto a quello di rotazione della ruota. Willy ha evidentemente trasferito la quantità di moto angolare dalla sedia e da sé stesso alla ruota. Willy e la sedia hanno ora una quantità di moto angolare negativa.

Se Willy appoggia ancora i piedi a Terra mentre carica la ruota, la sedia non ruoterà. La quantità di moto angolare viene trasferita direttamente dalla Terra alla ruota.

Esercizio

1. Willy tiene in ciascuna mano una ruota in rotazione, con l'asse rivolto verso l'alto, fig. 3.10. Le ruote sono identiche e le loro velocità angolari hanno lo stesso valore assoluto, ma i sensi di rotazione sono opposti. Mentre Willy è seduto sulla sedia girevole, frena entrambe le ruote contemporaneamente. Cosa succede? Cosa succede durante la frenata se le due ruote all'inizio giravano nello stesso senso?

3.3 Da cosa dipende la quantità di moto angolare – Volani

Una ruota in rotazione possiede quantità di moto angolare, in altre parole è un accumulatore di quantità di moto angolare. Alcune ruote servono esclusivamente allo scopo di immagazzinare quantità di moto angolare. Si chiamano volani.

A cosa servono i volani? Le macchine a vapore e i motori a combustione interna (i motori delle automobili) non trasmettono la quantità di moto angolare in modo uniforme, ma a scatti. Un motore automobilistico produce circa 50 impulsi di quantità di moto angolare al secondo. Tra questi impulsi ci sono brevi intervalli di tempo in cui esso non "pompa". Per colmare questi tempi morti, il motore è dotato di un volano. Mentre funziona, una parte della quantità di moto angolare viene trasferita al volano; durante il tempo morto, una parte di essa viene restituita. In questo modo il motore fornisce un flusso di quantità di moto angolare abbastanza uniforme.

Come si fa a immagazzinare la maggiore quantità possibile di quantità di moto angolare in un volano?

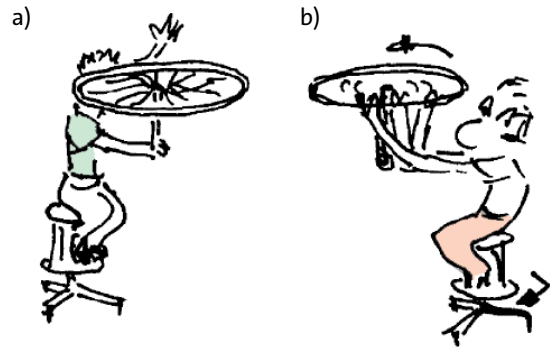


Fig. 3.9 (a) La ruota, Willy e la sedia hanno quantità di moto angolare nulla. (b) La quantità di moto angolare viene trasferita da Willy e dalla sedia alla ruota.



Fig. 3.10 Vedi l'esercizio 1.

Vogliamo esaminare da cosa dipende la quantità di moto angolare di un corpo rotante.

Utilizziamo un metodo molto semplice, anche se un po' approssimativo, per confrontare le quantità di moto angolare. Il corpo da esaminare è montato su un albero con buoni cuscinetti, fig. 3.11.

Fissiamo quindi una molletta da bucato all'albero, in modo tale che la molletta non ruoti con esso. Essa funge quindi da freno. In altre parole: la quantità di moto angolare defluisce attraverso la molletta da bucato. Misuriamo ora il tempo che impiega la ruota a fermarsi, cioè il tempo che impiega la quantità di moto angolare a defluire completamente da essa. La quantità di moto angolare che inizialmente era nella ruota è quindi proporzionale al tempo di frenata. (Affinché

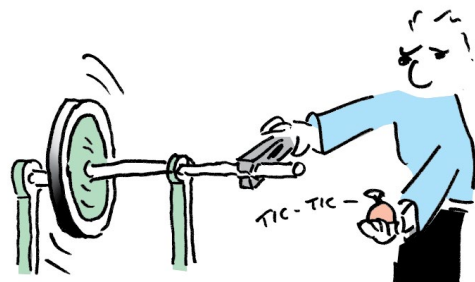


Fig. 3.11 Willy misura il tempo impiegato dalla quantità di moto angolare per fuoriuscire dal volano.

ciò sia corretto, la corrente di quantità di moto angolare deve essere costante durante la frenata. Questa condizione è soddisfatta abbastanza bene dal nostro freno a molletta.)

Confrontiamo ora due ruote rotanti o altri corpi.

1. Due ruote sono costruite in modo del tutto identico. Una gira velocemente, l'altra lentamente. La frenata della ruota veloce richiede più tempo rispetto a quella della ruota lenta. La ruota veloce contiene quindi più quantità di moto angolare rispetto a quella lenta, fig. 3.12. Se si misura la velocità angolare dopo l'avvio, si può constatare che la quantità di moto angolare è proporzionale alla velocità angolare:

$$L \sim \omega.$$

2. Due ruote hanno la stessa forma, ma sono realizzate con materiali diversi. Una, ad esempio, è di ferro, l'altra di alluminio. Hanno quindi masse diverse. Entrambe vengono portate alla stessa velocità angolare. La decelerazione della ruota più pesante richiede più tempo rispetto a quella della ruota più leggera. La ruota pesante aveva quindi una quantità di moto angolare maggiore rispetto a quella leggera, fig. 3.13. Si ottiene:

$$L \sim m.$$

3. Confrontiamo ora due corpi che non differiscono né per massa né per velocità angolare. L'unica differenza consiste nel fatto che in uno di essi la massa è posizionata più all'esterno rispetto all'altro, fig. 3.14. Si osserva che: la quantità di moto angolare varia notevolmente con la distanza delle masse dall'asse di rotazione. La relazione esatta è:

$$L \sim r^2.$$

Naturalmente questa relazione può valere solo se tutta la massa si trova a una distanza r dall'asse di rotazione. Questo è approssimativamente il caso della struttura a forma di manubrio della fig. 3.14. Anche in un tipico volano, fig. 3.15, la massa si trova essenzialmente a una certa distanza dall'asse di rotazione.

Quando ciò non è più vero, come nel caso delle ruote massicce della figura 3.13, la relazione si complica: al momento d'inerzia complessivo contribuiscono le masse che si trovano alle diverse distanze dall'asse. Ci limiteremo al caso in cui abbiamo a che fare con un'unica distanza. Riassumiamo le tre proporzionalità e otteniamo:

$$L \sim m \cdot r^2 \cdot \omega.$$



Fig. 3.12 La ruota che gira velocemente ha più quantità di moto angolare di quella che gira lentamente.

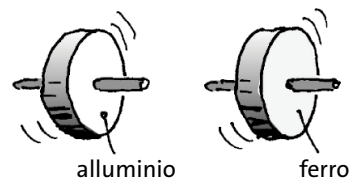


Fig. 3.13 La ruota pesante ha una quantità di moto angolare maggiore rispetto a quella leggera.

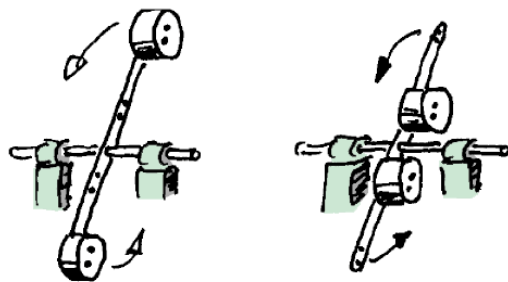


Fig. 3.14 Entrambi i manubri hanno la stessa massa, ma quello di sinistra ha un momento di inerzia maggiore di quello di destra.

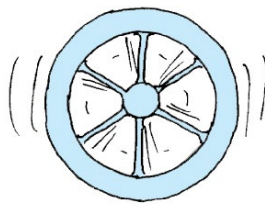


Fig. 3.15 Volano: la massa è situata in prevalenza all'esterno.

L'unità di misura euler è definita proprio in modo tale che il segno di proporzionalità possa essere sostituito dal segno di uguaglianza:

$$L = m \cdot r^2 \cdot \omega. \quad (3.1)$$

Confrontiamo questa equazione con la corrispondente equazione per la quantità di moto: $p = m \cdot v$. Qui la massa m caratterizza il corpo, mentre v ci dice a quale velocità si muove. Nell'equazione (3.1) il termine $m \cdot r^2$ caratterizza il corpo, mentre ω indica la velocità con cui ruota. È ovvio dare al termine $m \cdot r^2$ un nome pro-

prio: lo chiamiamo *momento d'inerzia* del corpo o della ruota, abbreviato in J . Il momento d'inerzia ci dice quanto sia difficile mettere in rotazione o frenare un corpo ossia misura la sua inerzia rotazionale.

Possiamo quindi scrivere, al posto dell'equazione (3.1):

$$L = J \cdot \omega.$$

Un corpo contiene tanta più quantità di moto angolare, quanto maggiore è la sua velocità angolare. Un corpo contiene tanta più quantità di moto angolare, quanto maggiore è il suo momento d'inerzia (quanto maggiore è la sua massa e quanto più essa è collocata esternamente).

Sappiamo quindi come deve essere un volano: un anello grande e pesante, fissato al mozzo della ruota con raggi sottili, fig. 3.15.

Esercizi

1. Le ruote hanno diverse funzioni. L'accumulo della quantità di moto angolare è solo una di queste. Per quali altri scopi si utilizzano le ruote? Indica diversi utilizzi.
2. Non è possibile immagazzinare una quantità di moto angolare illimitata in un volano semplicemente facendolo ruotare sempre più velocemente. Perché no?
3. Il volano di un'auto ha una massa di 8,5 kg. La massa è distribuita a diverse distanze, ma possiamo considerare come distanza tipica $r = 20$ cm. Calcola il momento d'inerzia del volano. Quale è la quantità di moto angolare a 3000 giri al minuto?
4. Una pattinatrice ruota alla velocità di 1 giro al secondo tenendo una gamba ed entrambe le braccia distese lateralmente. Per eseguire più velocemente la piroetta, accosta la gamba libera all'altra e stringe le braccia al corpo. Stima a quale valore aumenta la sua velocità angolare.
5. Una stella collassa in una "esplosione di supernova" e si forma una stella di neutroni. La stella di neutroni è molto più piccola della stella originaria, mentre la sua densità è molto elevata (circa 10^{12} kg/cm³) ed essa ruota in modo estremamente veloce. Ipotizza che la massa della stella sia distribuita a una distanza di 50 000 km dal centro, mentre quella della stella di neutroni si trovi a 10 km. (In realtà, naturalmente, la massa è distribuita su un ampio intervallo di distanze, ma per una stima approssimativa possiamo utilizzare nei calcoli un raggio medio.) La stella iniziale compie una rotazione completa attorno al proprio asse in 120 giorni. A che velocità ruota la stella di neutroni?
6. Siediti su una sedia girevole in modo che le tue gambe non tocchino né il pavimento, né le gambe della sedia. Ora prova a ruotare la parte superiore del tuo corpo di un certo angolo. Cosa noti? Funziona ancora meglio se prendi un oggetto pesante in ciascuna mano. (È lo stesso principio che permette al gatto di cadere sulle quattro zampe!)

3.4 Conduttori di quantità di moto angolare

Nella fig. 3.16 un volano viene caricato con quantità di moto angolare. A sinistra, si trova la pompa di quantità di moto angolare (un motore elettrico), a destra il volano e in mezzo un lungo collegamento attraverso il quale la quantità di moto angolare passa da sinistra a destra.

Tali conduttori di momento angolare sono chiamati alberi. Ad esempio, in un'auto ci sono l'albero motore, l'albero cardanico, l'albero di trasmissione e altri.

Quale proprietà degli alberi è responsabile della trasmissione della quantità di moto angolare? Di quale materiale devono essere fatti? L'unica condizione è che il materiale sia solido. Qualsiasi asta solida può essere utilizzata come conduttore di quantità di moto angolare.

Gli oggetti solidi sono conduttori di quantità di moto angolare.

Esaminiamo ora alcuni altri dispositivi che hanno a che fare con il trasporto della quantità di moto angolare.

Un cuscinetto serve a fissare un albero senza che la quantità di moto angolare si disperda nel terreno. La fig. 3.17 mostra un cuscinetto a sfere.

I cuscinetti impediscono la dispersione della quantità di moto angolare.

La fig. 3.18 mostra una frizione. Con una leva è possibile interrompere e ripristinare il collegamento tra motore e volano.

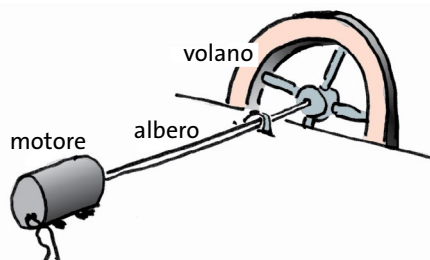


Fig. 3.16 Attraverso l'albero, la quantità di moto angolare fluisce dal motore al volano.

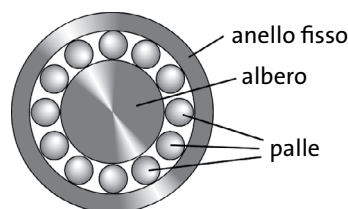


Fig. 3.17 Cuscinetto a sfere (rappresentazione semplificata).

La fig. 3.18 mostra una frizione. Con una leva è possibile interrompere e ripristinare il collegamento tra motore e volano.

Con una frizione è possibile collegare e separare due conduttori di momento angolare

Ogni auto ha una frizione. Si trova tra il motore e il cambio, fig. 3.19. Premendo il pedale della frizione (quello a sinistra nell'auto) la si "disinnesta" e il collegamento tra motore e cambio viene interrotto.

È necessario disinnestare la frizione prima di «cambiare marcia», ovvero prima di modificare il rapporto di trasmissione del cambio. Se durante il cambio di marcia non viene disinnestata la frizione, ma si lascia che le forti correnti di quantità di moto angolare fluiscono dal motore alle ruote, il cambio si danneggia.

Facciamo fluire ancora una volta la quantità di moto angolare attraverso un albero in un volano. Per l'albero fa differenza se scorre o meno una corrente di quantità di moto angolare? E fa differenza se scorre da sinistra a destra o da destra a sinistra?

Non si nota dall'albero, almeno finché si tratta di un albero spesso. Utilizziamo quindi come albero un oggetto flessibile ed elastico, ad esempio un righello di plastica, fig. 3.20a. Come reagisce il righello quando una corrente di quantità di moto angolare lo attraversa? Si attorciglia, perché è sottoposto a una certa tensione. Diciamo che è sottoposto a *tensione di torsione*. Un oggetto solido attraversato da una corrente di quantità di moto angolare è sottoposto a tensione di torsione, anche se non si nota alcuna deformazione.

La direzione della torsione dipende dalla direzione in cui scorre la quantità di moto angolare. Nella fig. 3.20a la ruota è caricata con una quantità di moto angolare positiva, cioè nel righello la quantità di moto angolare scorre da sinistra a destra.

Anche nella ruota in Fig. 3.20b fluisce una quantità di moto angolare positiva. Qui proviene da destra, quindi fluisce da destra a sinistra. In cosa differiscono i due righelli?

I bordi di entrambi i righelli formano una linea a spirale. Come forse saprai, esistono due tipi di spirali: quelle destrorse e quelle sinistrorse, fig. 3.21. Un'elica destrorsa è quella che assomiglia a un cavatappi o alla filettatura di una vite comune. Una elica sinistrorsa forma le cosiddette filettature sinistrorse o un cavatappi visto allo specchio.

Torniamo alle correnti di quantità di moto angolare. Nella fig. 3.20a la quantità di moto angolare scorre da sinistra a destra. Il righello è attorcigliato come una vite sinistrorsa. Nella fig. 3.20b la quanti-

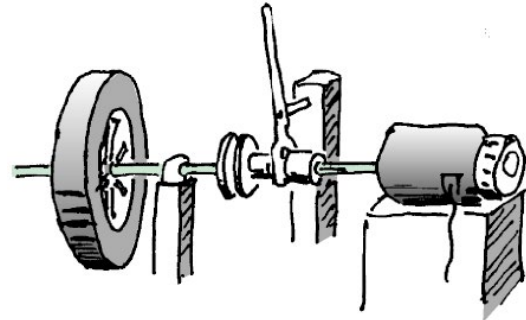


Fig. 3.18 Il collegamento tra motore e volano può essere interrotto con l'ausilio della frizione.

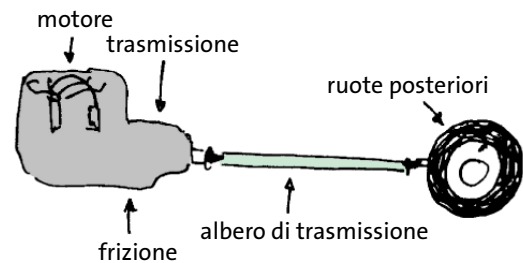


Fig. 3.19 Con la frizione dell'auto si interrompe il collegamento tra motore e cambio.

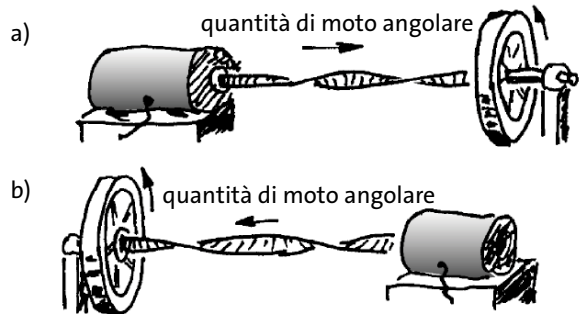


Fig. 3.20 (a) La quantità di moto angolare scorre da sinistra a destra. (b) La quantità di moto angolare fluisce da destra a sinistra.

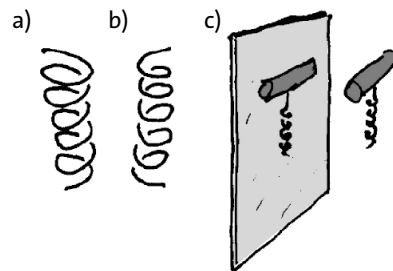


Fig. 3.21 (a) Elica destrorsa (b) Elica sinistrorsa (c) Cavatappi e immagine speculare

tà di moto angolare scorre da destra a sinistra. Il rigello è attorcigliato come una vite destrorsa.

- Corrente di quantità di moto angolare verso destra: la torsione forma un'elica sinistrorsa;
- Corrente di quantità di moto angolare verso sinistra: la torsione forma un'elica destrorsa.

Compiti

1. Progetta un esperimento con cui sia possibile verificare se l'acqua conduce la quantità di moto angolare.
2. Progetta un esperimento con cui si possa dimostrare che i campi magnetici conducono la quantità di moto angolare.
3. L'aria non conduce quasi per nulla la quantità di moto angolare. Così come esistono trasporti convettivi di quantità di moto nell'aria, esistono anche trasporti convettivi di quantità di moto angolare. Fai un esempio.
4. Gli alberi sono conduttori di quantità di moto angolare. Nell'auto si trova un gran numero di alberi diversi. A seconda della funzione hanno nomi diversi. A cosa servono?

3.5 Intensità e velocità di variazione della quantità di moto angolare

La corrente di quantità di moto angolare che attraversa un albero può essere più forte o più debole. Una misura di ciò è l'intensità della corrente di quantità di moto angolare. Essa indica quanta quantità di moto angolare fluisce attraverso una sezione trasversale dell'albero nell'unità di tempo (quanti euler attraversano la sezione al secondo). Il simbolo dell'intensità del corrente di quantità di moto angolare è M , l'unità di misura è euler al secondo, abbreviata in E/s.

Se attraverso un albero fluiscono 12 euler al secondo, allora $M = 12 \text{ E/s}$.

Con qualche calcolo si scopre che $1 \text{ E/s} = 1 \text{ N}\cdot\text{m}$. In ambito tecnico, le correnti di quantità di moto angolare vengono solitamente espresse in $\text{N}\cdot\text{m}$ e l'intensità delle correnti di quantità di moto angolare viene definita coppia. La situazione illustrata nella Fig. 3.16 viene quindi descritta come segue: «Il motore esercita una coppia sul volano».

La fig. 3.22 mostra un estratto dalla scheda tecnica di un'automobile. A una velocità angolare di 4000 giri/min il motore eroga la sua corrente di quantità di moto angolare massima, ovvero 145 E/s.

Quando si serra una vite, attraverso il cacciavite scorre una corrente di quantità di moto angolare. Esistono cacciaviti nei quali è possibile impostare la corrente di quantità di moto angolare massima che essi lasciano passare (la coppia massima). Proprio come $\Delta p/\Delta t$ è il tasso di variazione della quantità di moto, si ha che:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \text{tasso di variazione della quantità di moto angolare}$$

Se attraverso un albero scorre una corrente di quantità di moto angolare di

$$M = 5 \text{ E/s}$$

anche il tasso di variazione del momento angolare del volano è 5 E/s: tasso di variazione = intensità della corrente di quantità di moto angolare. Si ha quindi:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = M$$

Le motorizzazioni di un modello di automobile (nella versione più economica)

Tipo	1.6 16V SX	1.9 JTD SX	Bipower SX
Porte	5	5	5
Cilindri/Cilindrata [cm³]	4/1596	4/1910	4/1581
Potenza [kW(CV)]	76(103)	85(115)	68(92)
Coppia max. [Nm]/giri/min	145/4000	203/1500	130/4000
0-100 km/h [s]	12,6	12,2	16,0
Velocità massima [km/h]	170	176	157
Consumo per 100 km [l-kg]*	9,6 S	7,5 D	7,7 G
Costi totali mensili [Euro]	504	499	464
Prezzo base [Euro]	17550	19500	20300

*Note sui consumi:
S = Super (Benzina),
D = Diesel,
G = Gas (Metano).

Fig. 3.22 Dalla scheda tecnica di un'auto.

Esercizi

1. In un volano di grandi dimensioni, la massa di 1200 kg è collocata in un anello a una distanza di 1 m dall'asse di rotazione. Il volano ruota a una velocità di 3 giri al secondo. (a) Quanto vale la quantità di moto angolare del volano? Il volano viene frenato. In questo modo, la quantità di moto angolare viene dissipata nel terreno attraverso una corrente di intensità di 120 E/s. (b) Quanto tempo impiega il volano a fermarsi?
2. Un motore a quattro tempi compie un ciclo di funzionamento ogni mezzo giro dell'albero, da un punto di inversione del pistone al successivo. Un motore monocilindrico di questo tipo genera una corrente di quantità di moto angolare abbastanza costante di 40 E/s. Ma in realtà la quantità di moto angolare è fornita dal motore solo in uno dei quattro tempi del ciclo di funzionamento. La velocità angolare media è di 8 giri al secondo e il motore ha un volano con un momento d'inerzia di $2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. (a) Quanti cicli di lavoro compie il motore al secondo? (b) Quale quantità di moto angolare fornisce il motore per ogni ciclo di lavoro? (c) Qual è la quantità di moto angolare media del volano? (d) Stima la quantità di moto angolare che il volano immagazzina durante la fase di lavoro. Confrontala con la quantità di moto angolare totale che contiene.

3.6 Quantità di moto angolare e velocità angolare come vettori

Due volani ruotano alla stessa velocità, fig. 3.23. Gli assi di rotazione hanno però direzioni diverse. Affinché una velocità angolare sia definita in modo univoco, oltre al valore assoluto è necessario specificare anche la direzione dell'asse di rotazione. Se per definire una grandezza è necessario specificare, oltre al valore assoluto, anche una direzione, si tratta di una grandezza vettoriale.

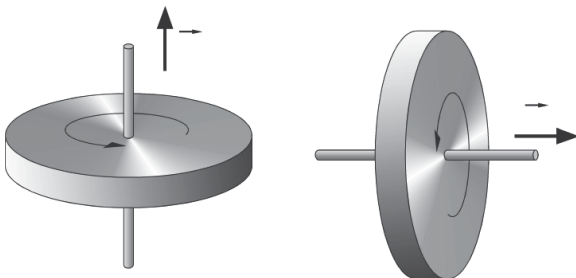


Fig. 3.23 Due volani identici ruotano alla stessa velocità, ma hanno comunque velocità angolari e quantità di moto angolare diversi.

La velocità angolare è una grandezza vettoriale.

Le stesse osservazioni valgono anche per la quantità di moto angolare.

La quantità di moto angolare è una grandezza vettoriale.

Possiamo quindi rappresentare graficamente sia la velocità angolare che la quantità di moto angolare mediante un vettore. La direzione del vettore, tuttavia, non coincide con la direzione del movimento, poiché le singole parti del corpo in rotazione si muovono in direzioni diverse. Si disegna quindi il vettore parallelo all'asse di rotazione. In che modo è orientata il vettore? Da quale parte si trova la punta del vettore?

Ora possiamo sintetizzare la regola un po' complicata sul segno della quantità di moto angolare (sezione 3.1):

si chiude la mano destra attorno all'asse di rotazione in modo che le dita piegate seguano il moto rotatorio, allora il pollice indica il verso del vettore velocità angolare e del vettore quantità di moto angolare.

Se vogliamo tenere conto della natura vettoriale della velocità angolare e della quantità di moto angolare, dobbiamo modificare leggermente alcune delle nostre formule. La relazione tra velocità angolare e quantità di moto angolare è ora:

$$\vec{L} = m \cdot r^2 \cdot \omega$$

mentre quella tra la corrente di quantità di moto angolare e il tasso di variazione della quantità di moto angolare diventa:

$$\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \vec{M}$$

3.7 Ancora sui conduttori di quantità di moto angolare

Avevamo constatato che i cuscinetti servono a impedire la dispersione della quantità di moto angolare nel terreno.

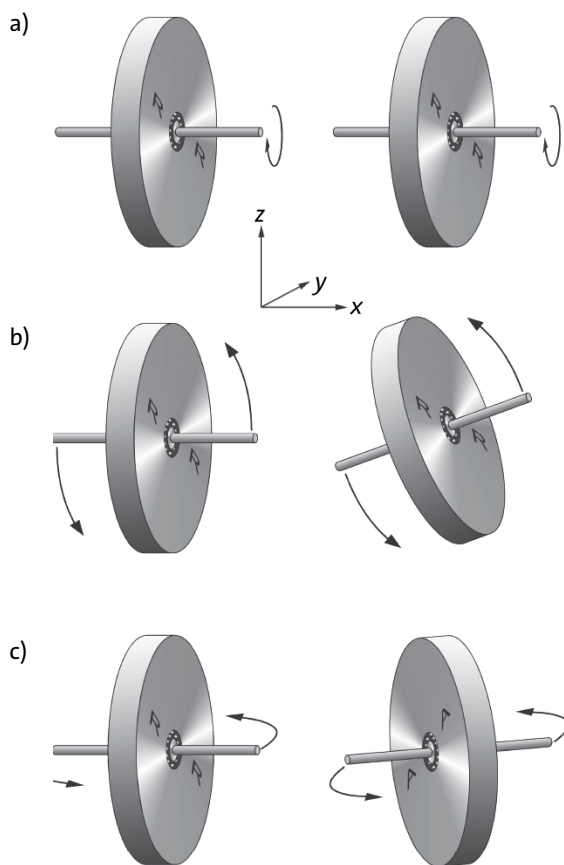


Fig. 3.24 Il cuscinetto impedisce solo il passaggio di una componente della quantità di moto angolare (in questo caso la componente x).

Ora possiamo formulare questa affermazione in modo un po' più preciso. La fig. 3.24 mostra una ruota. Il cuscinetto si trova tra la ruota e l'asse di rotazione. Quindi l'asse è libero di ruotare nella ruota.

Se si ruota l'asse come nella figura a, la ruota non ruota con esso. Non è possibile imprimere una quantità di moto angolare alla ruota, perché il cuscinetto non la lascia passare. È tuttavia possibile ruotare o inclinare la ruota con l'aiuto dell'asse nella direzione y o z , come mostrato nelle figure b e c. Il cuscinetto lascia quindi passare la quantità di moto angolare y e z . O, in termini più generali:

un cuscinetto serve a sostenere un asse di rotazione in modo tale che la quantità di moto angolare che ha la direzione dell'asse non si disperda.

È possibile anche sostenere un oggetto, ad esempio una ruota, in modo tale che non possa disperdersi al-

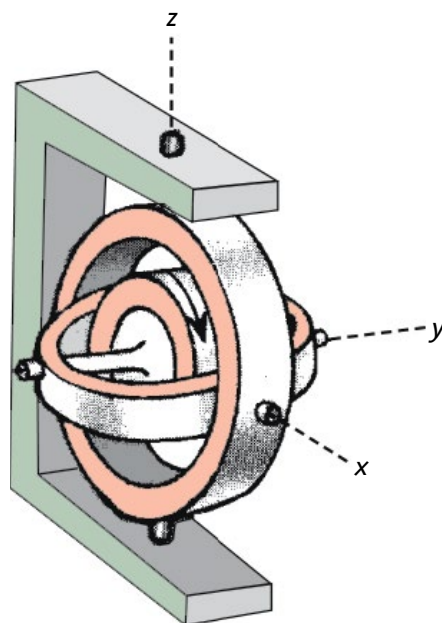


Fig. 3.25 Sospensione cardanica. La ruota è completamente isolata dal supporto: non può defluire né quantità di moto angolare x , né y , né z .

cuna quantità di moto angolare – né x , né y , né z , fig. 3.25. Un supporto di questo tipo si chiama sospensione cardanica. Si può ruotare e inclinare la staffa esterna a piacimento, ma la direzione dell'asse della ruota al centro rimane sempre la stessa. La quantità di moto angolare rimane sempre la stessa, poiché attraverso la sospensione la quantità di moto angolare non può essere né assorbita né ceduta.

Nel caso della quantità di moto, abbiamo visto che il bilancio deve essere corretto per ogni componente singolarmente. Lo stesso vale per la quantità di moto angolare:

il principio di conservazione del momento angolare vale per ogni componente singolarmente.

Willy cerca di convincerci di questo, fig. 3.26.

Egli sostiene un volano che gira velocemente. Il vettore della quantità di moto angolare punta inizialmente nella direzione x . Il volano contiene quindi una quantità di moto angolare x . Ora si siede sulla sedia girevole e inclina l'asse di rotazione verso l'alto, nella direzione z . In questo caso si notano due cose:

1. Willy, inizia a ruotare, insieme alla sedia girevole, ma in senso opposto rispetto alla ruota.
2. Willy avverte una reazione un po' inaspettata da parte della ruota.

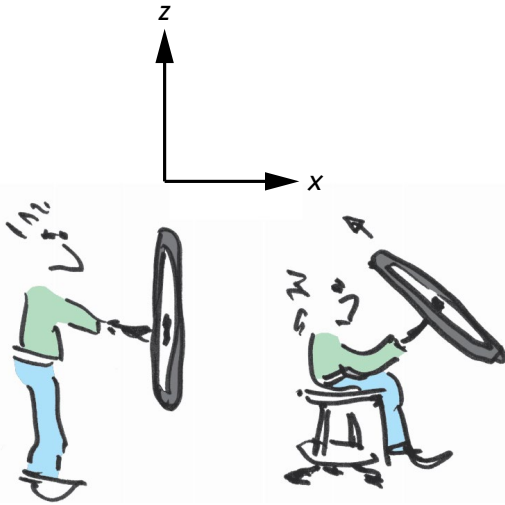


Fig. 3.26 Mentre Willy posiziona l'asse della ruota in verticale, la quantità di moto angolare x fluisce dalla ruota verso il suolo, mentre la quantità di moto angolare z fluisce da Willy e dalla sedia verso la ruota.

Come si spiega questo fenomeno? All'inizio la ruota non ha una quantità di moto angolare z . Dopo che Willy ha inclinato l'asse della ruota in verticale, la ruota ha una quantità di moto angolare z . Questa deve provenire da qualche parte. Non può provenire dalla Terra, poiché Willy è isolato dalla Terra per quanto riguarda la quantità di moto angolare z . (La sedia è montata in modo da poter ruotare attorno all'asse verticale.) Viene quindi sottratta dal sistema Willy + sedia. Alla fine, Willy e la sedia hanno una quantità di moto angolare z negativa, mentre la ruota l'ha di segno positivo e uguale valore assoluto.

Dove è finita la quantità di moto angolare x che la ruota aveva all'inizio? E' defluita nel terreno, poiché il cuscinetto della sedia è permeabile alla quantità di moto angolare x e y . La strana reazione dell'asse della ruota è causata dal flusso di quantità di moto angolare verso la ruota e dalla ruota.

Compiti

1. Disegna il telaio e le parti di trasmissione di un'auto con i suoi componenti essenziali: ruote, molle, ammortizzatori e alberi di trasmissione con i giunti necessari.
2. Lilly è seduta sulla sedia girevole e tiene due volani rotanti con l'asse in direzione orizzontale x , fig. 3.27. All'inizio la sedia girevole non ruota ancora. Lilly inclina gli assi delle due ruote nella direzione verticale z . Cosa succede? Discuti il caso in cui le quantità di moto angolari x delle due ruote siano inizialmente uguali in valore assoluto e segno e il caso in cui siano uguali in valore assoluto, ma di segno opposto.

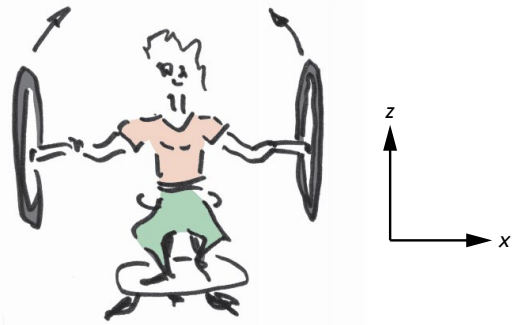


Fig. 3.27 Esercizio 2

3.8 Circuiti di quantità di moto angolare

La fig. 3.28 mostra un macinacaffè. Un vero macinacaffè è un po' più compatto, ma essenzialmente è costruito come mostra la figura. Di seguito non tratteremo il macinacaffè perché particolarmente importante, ma come esempio di molte altre macchine in cui qualcosa viene azionato tramite un albero rotante: elettrodomestici come la lavatrice, l'aspirapolvere e il frullatore elettrico, attrezzi da giardino come il tosaerba, il decespugliatore e il tagliaiepi a motore, tutti i veicoli, numerose macchine delle industrie e delle centrali elettriche.

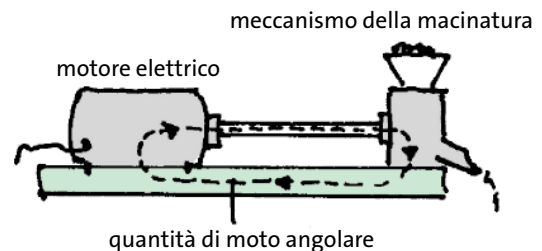


Fig. 3.28 Macinacaffè. La quantità di moto angolare fluisce in un circuito.

Nel macinacaffè, il meccanismo di macinatura è azionato da un motore elettrico. Il motore trasmette la quantità di moto angolare al meccanismo di macinatura tramite un albero. Questo fa aumentare la quantità di moto angolare del meccanismo di macinatura? No, perché in tal caso l'albero dovrebbe ruotare sempre più velocemente, cosa che non avviene.

Dove finisce quindi la quantità di moto angolare? Deve fuoriuscire dal gruppo macinante. Ciò non sorprende. Dopotutto, tra la parte interna rotante del

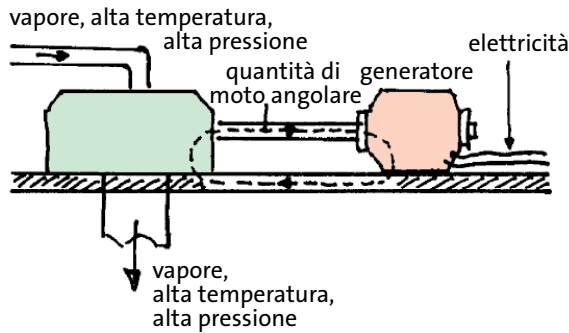


Fig. 3.29 Turbina e generatore in una centrale elettrica. La quantità di moto angolare scorre in un circuito.

gruppo macinante e la parte esterna fissa si verifica un attrito molto forte, e l'attrito agisce come un cuscinetto difettoso, ovvero un cuscinetto attraverso il quale la quantità di moto angolare si disperde.

Ci troviamo quindi di fronte a un circuito chiuso di quantità di moto angolare: il motore pompa la quantità di moto angolare dal supporto del macinacaffè attraverso l'albero verso il gruppo macinante. Da lì, torna al motore attraverso il supporto.

Ovunque qualcosa venga azionato tramite un albero rotante, la quantità di moto angolare fluisce in un circuito chiuso. La fig. 3.29 mostra una turbina e un generatore in una centrale elettrica.

Le trasmissioni mediante alberi rotanti sono spesso più complesse rispetto a quelle illustrate nelle figure 3.28 e 3.29.

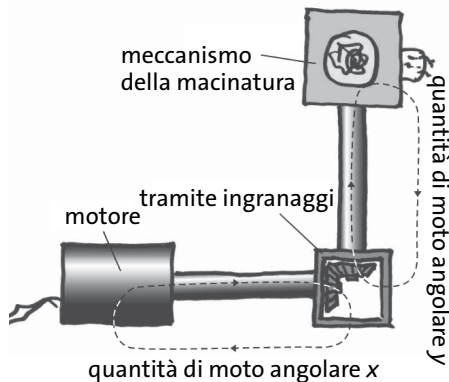


Fig. 3.30 Trasmissione tramite ingranaggi conici

La fig. 3.30 mostra un sistema di trasmissione in cui gli alberi del motore e del mulino formano un angolo di 90° .

I due alberi sono collegati tra loro tramite ingranaggi conici, fig. 3.31. In questo sistema di trasmissione sono coinvolti due tipi di quantità di moto angolare.



Fig. 3.31 Ingranaggio conico.

Tra il motore e l'ingranaggio conico fluisce la quantità di moto angolare x , mentre tra l'ingranaggio conico e il mulino fluisce la quantità di moto angolare y .

4 IL CAMPO GRAVITAZIONALE

4.1 L'attrazione terrestre

Tutti gli oggetti sono attratti dalla Terra. Ciò si nota in due modi:

- si prende un oggetto e lo si lascia andare: esso cadrà verso il basso;
- ogni oggetto ha un peso.

Entrambi i fenomeni dimostrano che l'oggetto riceve quantità di moto dalla Terra. Un corpo che cade acquista sempre più velocità durante la caduta: la sua quantità di moto aumenta.

Ma anche un corpo che non cade riceve quantità di moto: lo possiamo osservare appendendolo a un dinamometro, fig. 4.1. Il dinamometro indica che una corrente di quantità di moto fluisce costantemente dal corpo appeso verso l'alto. Questa perdita di quantità di moto deve essere costantemente compensata. Quindi la quantità di moto fluisce costan-

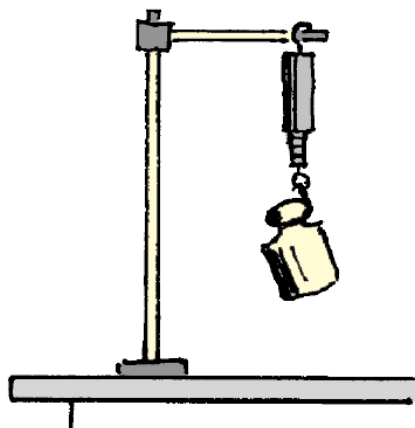


Fig. 4.1 Il dinamometro a molla mostra che una corrente di quantità di moto fluisce dal corpo appeso verso l'alto. Questa quantità di moto è fluita nell'oggetto attraverso il campo gravitazionale.

temente nel corpo, attraverso un collegamento invisibile tra il corpo e la Terra.

In precedenza, abbiamo già incontrato un simile conduttore di quantità di moto, cioè un conduttore invisibile: il campo magnetico. Nel caso che ci interessa, tuttavia, non può trattarsi di un campo magnetico, perché in tal caso solo i magneti o i corpi di ferro sarebbero attratti dalla Terra. Il collegamento consiste quindi in una struttura che non è un campo magnetico, ma che assomiglia ad esso. Si chiama campo gravitazionale (o anche campo di gravità). Proprio come un polo magnetico è circondato da un campo magnetico, così ogni oggetto che ha una massa, cioè ogni corpo, è circondato da un campo gravitazionale. Maggiore è la massa del corpo, maggiore è l'intensità del campo.

Ogni corpo è circondato da un campo gravitazionale. Maggiore è la massa del corpo, più intenso è il campo. Attraverso il campo fluisce quantità di moto da un corpo all'altro. L'attrazione terrestre implica che ci sia una corrente di quantità di moto che fluisce dalla Terra al corpo in questione.

4.2 Da cosa dipende l'attrazione terrestre

Proviamo a verificarlo. Appendiamo prima un corpo A di ferro di massa pari a 1 kg a un dinamometro e poi un corpo B di legno, anch'esso di massa pari a 1 kg. Quindi vale:

$$m_A = m_B.$$

Da cosa dipende l'attrazione terrestre

Il dinamometro indica lo stesso valore in entrambi i casi, quindi:

$$F_A = F_B.$$

I due corpi hanno lo stesso peso. Probabilmente questo non vi sorprenderà, ma non è comunque scontato.

Cerchiamo di chiarire questo punto. Cosa significa che il pezzo di legno e il pezzo di ferro hanno la stessa massa? Per rispondere a questa domanda dobbiamo ricordare l'equazione:

$$p = m \cdot v$$

La massa è la costante di proporzionalità tra quantità di moto e velocità.

Essa ci dice quanta quantità di moto è necessaria per portare un corpo a una determinata velocità. Ci dice quanto è inerte il corpo. Dal fatto che due corpi hanno la stessa inerzia, tuttavia, non si può ancora concludere che abbiano anche lo stesso peso. Da

$$m_A = m_B$$

non si può semplicemente concludere che

$$F_A = F_B.$$

Si può solo provare. L'esperimento dimostra che è effettivamente così:

corpi che hanno la stessa inerzia hanno anche lo stesso peso.

Ci siamo abituati a questo fatto e difficilmente riusciamo a immaginare che possa essere diversamente. Tuttavia, questo ha occupato a lungo la fisica. All'inizio sembrava che questa corrispondenza fosse solo una coincidenza. Si pensava che, se si fossero effettuate misurazioni sufficientemente precise, si sarebbe potuta rilevare una differenza tra inerzia e gravità. Solo la teoria della relatività ha dimostrato che l'inerzia e la gravità devono coincidere in linea di principio. Prendiamo ora due corpi con una massa di 1 kg ciascuno. Insieme, possiamo considerarli come un unico corpo con una massa di 2 kg, in cui scorre una corrente di quantità di moto la cui intensità è doppia rispetto a quella di un singolo corpo. Anche questo ti sembrerà ovvio.

Tuttavia, si potrebbe immaginare che l'aggiunta di un secondo corpo influenzi la corrente di quantità di moto che scorre nel primo. Ma non è così. Per la cor-

rente di quantità di moto che scorre dalla Terra in un altro corpo vale quindi:

$$F \sim m,$$

o, scritto come equazione:

$$F = m \cdot g. \quad (4.1)$$

Per la costante di proporzionalità si ottiene:

$$g = 9,8 \text{ N/kg},$$

o approssimativamente

$$g = 10 \text{ N/kg}.$$

Il nostro risultato non è ancora completo. Innanzitutto, osserviamo che g deve essere l'intensità di un vettore. Ciò deriva da ragioni matematiche. Poiché la grandezza a sinistra dell'equazione (1) è una grandezza vettoriale, anche a destra deve esserci un vettore. Scritta in forma vettoriale, dall'equazione (4.1) si ottiene:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}. \quad (4.2)$$

Ora conduciamo, mentalmente, il seguente esperimento. Pesiamo un oggetto in luoghi diversi: in Europa, in Giappone, a un'altitudine di 1000 km sopra la superficie terrestre, sulla Luna, su Marte o lontano da tutti i corpi celesti. Le correnti di quantità di moto sono diverse ogni volta. In ogni luogo vale ancora la proporzionalità

$$F \sim m,$$

ma la costante di proporzionalità è diversa in ogni caso. La quantità di moto che fluisce in un corpo in Giappone è ruotata di circa 90° rispetto a quella che

luoghi	g in N/kg
Superficie terrestre	9,8
1000 km sopra la superficie terrestre	7,3
Superficie lunare	1,62
Superficie marziana	3,8
Superficie solare	274
Superficie di una stella di neutroni	1000 000 000 000

Tab.4.1 Valore dell'intensità del campo gravitazionale in diversi luoghi.

fluisce in un corpo della stessa massa in Europa. La direzione di $\vec{F}$ dipende quindi dalla posizione del corpo sulla Terra e con essa anche quella di $\vec{g}$. Ma anche il valore di $\vec{g}$ dipende dalla posizione. Allontanandosi dalla Terra, diventa sempre più piccolo. A grande distanza da qualsiasi corpo celeste è praticamente nullo.

Nella tabella 4.1 sono riportati i valori di g per alcuni luoghi significativi.

La quantità vettoriale $\vec{g}$ ci fornisce informazioni sul campo gravitazionale in un determinato luogo. Il suo valore ci indica la densità del campo. Poiché si tratta di un vettore, ne deduciamo che il campo gravitazionale ha una direzione ben definita in ogni punto. In questo senso è simile al legno. Anche nel legno è possibile riconoscere una direzione ben definita in ogni punto: la direzione delle venature. $\vec{g}$ è chiamato intensità del campo gravitazionale (a volte anche fattore locale).

Con l'aiuto dell'equazione (4.2) possiamo misurare il campo gravitazionale. Prima di esaminare campi gravitazionali molto estesi, esaminiamo le conseguenze del campo in un punto vicino alla superficie terrestre.

Cosa si intende quando si dice che un oggetto è pesante? Si intende che è difficile sollevarlo da terra. Si intende quindi che ha una grande massa? A rigor di termini, non è proprio così. Sulla Luna, infatti, non sarebbe affatto difficile sollevare questo oggetto "pesante" dal suolo lunare. Con "pesante" si intende piuttosto che una grande corrente di quantità di moto scorre nel corpo. Lo stesso oggetto può quindi essere pesante o leggero a seconda di dove si trova.

Ecco la descrizione dell'attrazione terrestre nel modello di forza: quando si calcola una forza secondo l'equazione (4.2), la si chiama forza di gravità o forza peso e si dice che la forza di gravità o la forza peso agisce su un corpo.

Relazione tra l'intensità del campo gravitazionale $\vec{g}$ e la corrente di quantità di moto $\vec{F}$ in un corpo di massa m :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

Esercizi

1. Quale corrente di quantità di moto fluisce dalla Terra nel tuo corpo? (Quale forza peso agisce sul tuo corpo?) Quale sarebbe l'intensità di questa corrente di quantità di moto sulla Luna? Quale sarebbe su una stella di neutroni?
2. Durante una spedizione lunare, gli astronauti determinano la forza peso su un corpo con un dinamometro. Trovano $F = 300 \text{ N}$. Qual è la massa del corpo?

4.3 La caduta libera

Se abbiamo a che fare solo con movimenti in direzione verticale, è sufficiente considerare le componenti verticali della quantità di moto e della velocità. Indichiamole con le lettere p e v e scegliamo la direzione positiva verso il basso. Un corpo che si muove verso il basso ha quindi una quantità di moto positiva e una velocità positiva.

I fenomeni che stiamo esaminando si verificano tutti nelle vicinanze della superficie terrestre. Non ci spostiamo a 1000 km di altitudine, né a 1000 km a est, ovest, sud o nord. Sotto queste condizioni, possiamo considerare l'intensità del campo gravitazionale come costante, ovvero indipendente dalla posizione. Diciamo che il campo gravitazionale è *omogeneo*.

Prendiamo in mano un oggetto e lo lasciamo andare. Esso cade a terra. Ora possiamo spiegare questo fenomeno: nell'oggetto fluisce una corrente di quantità di moto di intensità $m \cdot g$; quindi, la sua quantità di moto aumenta costantemente. Più a lungo cade, più velocemente si muove.

Tuttavia, c'è qualcosa di strano. Se si lasciano cadere contemporaneamente due oggetti, uno più pesante e uno più leggero, dalla stessa altezza, si nota che arrivano a terra contemporaneamente. Il più pesante non dovrebbe cadere più velocemente? Esso riceve più quantità di moto dalla Terra.

Calcoliamo secondo quale legge aumenta la quantità di moto dei due corpi. Supponiamo che la massa del corpo pesante sia di 4 kg e quella del corpo leggero di 1 kg. Sostituiamo

$$F = m \cdot g$$

in

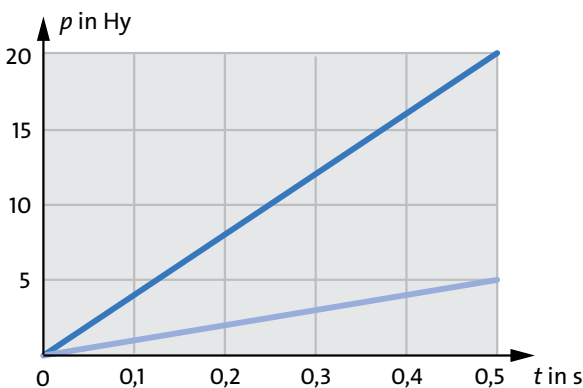


Fig. 4.2 Quantità di moto in funzione del tempo per due corpi in caduta di massa diversa.

$$p = F \cdot t$$

e otteniamo

$$p = m \cdot g \cdot t. \quad (4.3)$$

Qui sostituiamo la massa e l'intensità del campo gravitazionale e otteniamo per il corpo pesante

$$p = 4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot t = 39,2 \text{ N} \cdot t$$

e per quello leggero

$$p = 1 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot t = 9,8 \text{ N} \cdot t.$$

Queste due relazioni p - t sono illustrate nella fig. 4.2. Si può osservare che la quantità di moto aumenta in modo uniforme per entrambi gli oggetti. Tuttavia, la quantità di moto del corpo pesante cresce più rapidamente di quella del corpo leggero. In ogni istante, il corpo pesante ha una quantità di moto quattro volte superiore a quella del corpo leggero.

Ma allora perché entrambi i corpi cadono alla stessa velocità? Per trovare la risposta a questa domanda, abbiamo bisogno della formula

$$p = m \cdot v. \quad (4.4)$$

Da essa risulta infatti che per portare il corpo pesante a una determinata velocità è necessaria una quantità di moto quattro volte maggiore di quella necessaria per portare il corpo leggero alla stessa velocità. Il corpo con la massa maggiore ha una maggiore inerzia rispetto a quello con la massa minore.

Otteniamo questo risultato anche con un semplice calcolo. Uguagliamo i lati destri delle equazioni (4.3) e (4.4) e otteniamo

$$m \cdot g \cdot t = m \cdot v.$$

Dividendo entrambi i lati dell'equazione per m , otteniamo

$$v = g \cdot t. \quad (4.5)$$

Poiché in questo caso la massa non compare più, l'equazione ci dice che la velocità di un corpo in caduta non dipende dalla sua massa. Nella figura 4.3 è riportata la velocità di un corpo qualsiasi in caduta libera in funzione del tempo.

L'equazione (4.5) ci dice anche che la velocità di un corpo in caduta aumenta in modo uniforme. Ciò si-

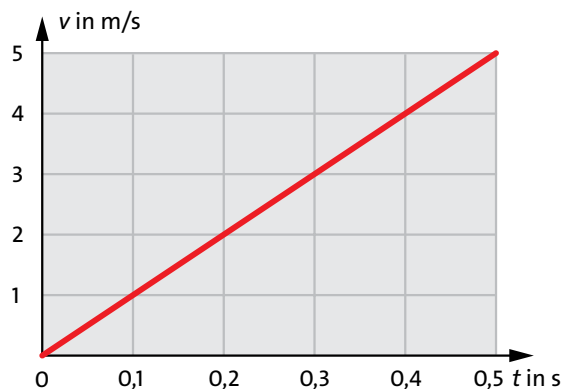


Fig. 4.3 La velocità di un corpo in caduta libera aumenta in modo lineare con il tempo.

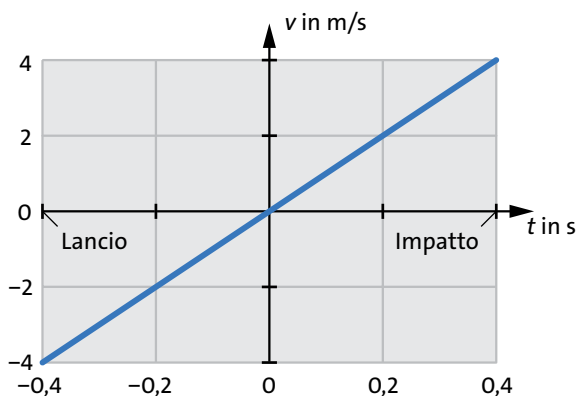


Fig. 4.4 La velocità di un corpo lanciato verso l'alto in funzione del tempo. Durante la fase ascendente la velocità è negativa, mentre nella fase discendente è positiva.

gnifica che la sua accelerazione è costante. L'accelerazione può essere facilmente calcolata. Consideriamo l'intervallo di tempo da $t = 0$ a $t = t_0$. In questo intervallo di tempo, la velocità aumenta da $v = 0$ a $v = v_0 = g \cdot t_0$. Otteniamo quindi:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0}{t_0} = g.$$

L'accelerazione di un corpo in caduta è quindi uguale all'intensità del campo gravitazionale.

Il fatto che nell'equazione (4.5) compaia l'intensità del campo gravitazionale significa che la velocità di caduta dipende dal luogo in cui si trova il corpo in caduta. Sulla Luna, ad esempio, tutti i corpi cadono a una velocità circa sei volte inferiore rispetto a quella con cui cadrebbero sulla Terra.

Nelle nostre considerazioni abbiamo ipotizzato che il corpo non perda quantità di moto durante la caduta.

In questo modo abbiamo semplificato la situazione reale: a causa dell'attrito con l'aria, infatti, il corpo perde la quantità di moto. Tuttavia, se un corpo non è troppo leggero e cade solo per una breve distanza, la nostra semplificazione è giustificata. Questo tipo di movimento è chiamato caduta *libera*.

Corpi in caduta libera:

- la velocità aumenta in modo uniforme;
- tutti i corpi cadono alla stessa velocità;
- l'accelerazione è uguale all'intensità del campo gravitazionale.

Consideriamo un'altra variante della caduta libera: non lasciamo semplicemente cadere l'oggetto dallo stato di quiete, ma lo lanciamo verticalmente verso l'alto. All'inizio ha quindi una quantità di moto negativa, ma riceve continuamente dalla Terra quantità di moto positiva, con la conseguenza che la sua quantità di moto negativa diminuisce sempre di più: l'oggetto vola (verso l'alto) sempre più lentamente, ad un certo istante ha velocità nulla e infine inizia a muoversi in direzione positiva (verso il basso). Il movimento verso l'alto è in questo caso l'immagine speculare del movimento verso il basso. Durante la caduta, la quantità di moto del corpo aumenta in modo uniforme, mentre durante il volo verso l'alto la sua quantità di moto negativa diminuisce in modo uniforme.

Lo stesso vale per la velocità: durante il volo verso l'alto, la velocità negativa diminuisce linearmente con il tempo, mentre durante la caduta la velocità (positiva) aumenta linearmente con il tempo.

La figura 4.4 mostra la velocità in funzione del tempo. Come punto zero dell'asse temporale abbiamo scelto l'istante dell'inversione. Il lancio, quindi, avviene nell'istante "meno 0,4 secondi". Dal grafico si può vedere che l'oggetto impiega lo stesso tempo per il movimento ascendente e per quello discendente.

Esercizi

1. Ti tuffi in acqua dal trampolino di 3 metri. La caduta libera durante il tuffo dura 0,77 s. Qual è la tua quantità di moto quando tocchi la superficie dell'acqua? Qual è la tua velocità?
2. Qual è la velocità di un corpo in caduta libera dopo un tempo di caduta di 0,5 s sulla Terra e sulla Luna? Quale sarebbe la sua velocità sul Sole se lì ci fosse un corpo?
3. Un sasso viene lanciato verso l'alto. La sua velocità iniziale è di 15 m/s. Dopo quanto tempo ricade sulla Terra?
4. Un sasso viene lanciato verso l'alto con una fionda. Dopo 5 s ricade sulla Terra. Qual era la sua velocità iniziale?

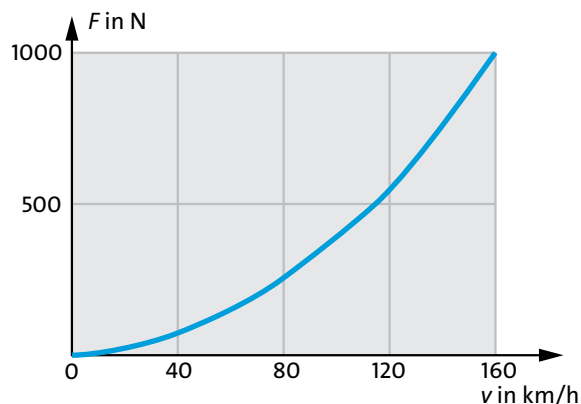


Fig. 4.5 Intensità della corrente di quantità di moto che defluisce nell'aria in funzione della velocità per un'autovettura tipica.

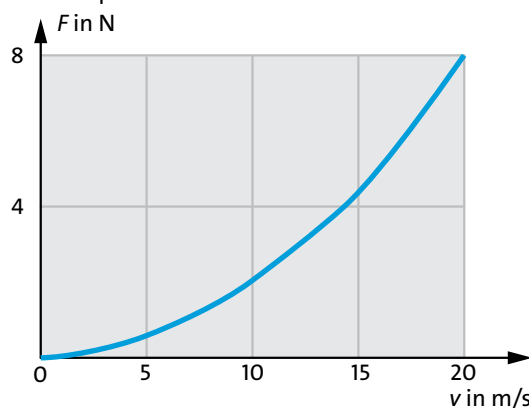


Fig. 4.6 Intensità della corrente di quantità di moto che defluisce nell'aria in funzione della velocità per una sfera di 30 cm di diametro.

4.4 Caduta con attrito

Spesso l'attrito dell'aria non è trascurabile. La sua entità dipende:

- dalla forma del corpo;
- dalla velocità del corpo.

Sicuramente lo sai già dalle automobili:

- la forma della carrozzeria dell'auto è progettata in modo tale da ridurre al minimo l'attrito dell'aria;
- se si guida velocemente, l'attrito e quindi il consumo di carburante (per chilometro) sono maggiori rispetto a quando si guida lentamente.

Le figure 4.5 e 4.6 mostrano che l'attrito, ovvero l'intensità delle correnti di quantità di moto che defluiscono nell'aria, aumenta notevolmente con l'aumentare della velocità.

In entrambe le immagini è riportata la perdita di quantità di moto per attrito in funzione della velocità, nella fig. 4.5 per un'autovettura tipica e nella fig. 4.6 per un oggetto molto più piccolo: una palla di 30 cm di diametro.

Abbiamo osservato che, se non ci fossero queste perdite per attrito, o fintanto che sono trascurabili, tutti i corpi cadono alla stessa velocità. Ma cosa succede alla velocità di caduta quando l'attrito non è più trascurabile?

Lasciamo cadere una palla grande e leggera, fig. 4.7, lato sinistro. La sua massa è

$$m = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg},$$

il suo diametro

$$30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}.$$

Dalla Terra fluisce costantemente nella palla una corrente di quantità di moto di

$$F = m \cdot g = 0,1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 1 \text{ N}.$$

All'inizio della caduta la sua velocità è ancora bassa, e quindi anche la perdita di quantità di moto nell'aria. A una velocità di 2 m/s, la corrente di quantità di moto che fluisce nell'aria ha ancora un'intensità inferiore a 0,1 N, vedi fig. 4.6. La perdita è ancora piccola rispetto alla corrente di quantità di moto di 1 N che proviene dalla Terra. Tuttavia, la perdita aumenta rapidamente e alla fine la palla perde nell'aria ogni secondo la stessa quantità di moto che riceve dalla Terra. Da questo momento in poi, la sua quantità di moto non aumenta più. Dalla fig. 4.6 si evince che la palla ha quindi una velocità di circa 7 m/s.

La fig. 4.8 mostra la velocità della nostra palla nel tempo: all'inizio la sua velocità aumenta in modo lineare con il tempo, comportandosi come una palla in caduta libera. Gradualmente, però, la corrente di quantità di moto in uscita aumenta. Infine, quando le correnti in entrata e in uscita sono uguali, la sua quantità di moto, e quindi anche la sua velocità, non aumentano più. Ha raggiunto la sua *velocità limite*. La palla si trova ora in regime stazionario.

Lasciamo cadere ora un'altra palla. Essa ha lo stesso diametro (30 cm), ma è quattro volte più pesante della prima, Fig. 4.7, lato destro:

$$m = 0,4 \text{ kg}.$$

Dalla Terra, attraverso il campo gravitazionale, fluisce nella palla una corrente di quantità di moto pari a

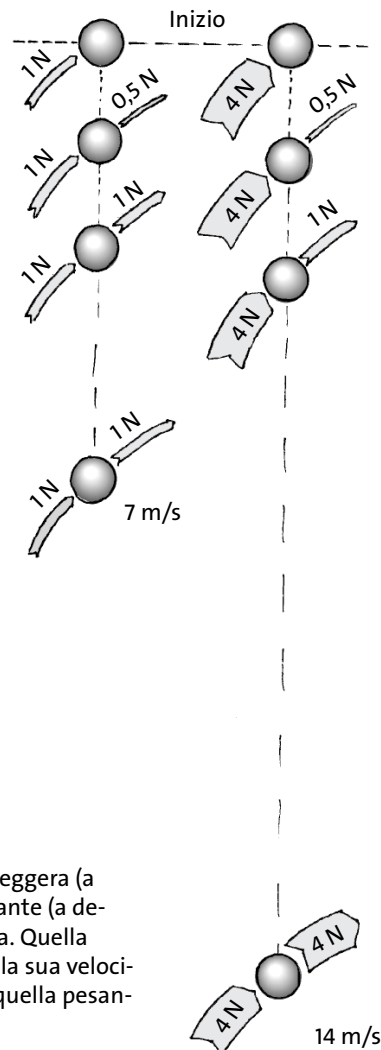


Fig. 4.7 Una palla leggera (a sinistra) e una pesante (a destra) cadono a terra. Quella leggera raggiunge la sua velocità limite prima di quella pesante.

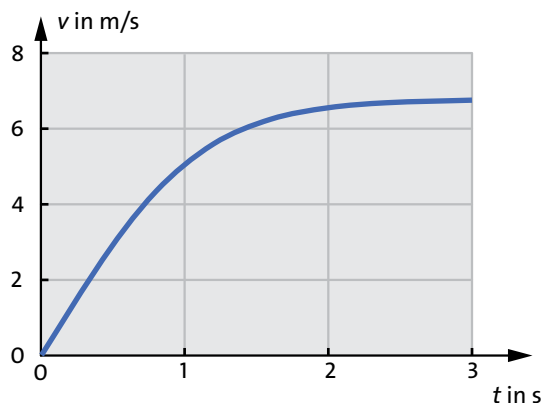


Fig. 4.8 In presenza di attrito dell'aria, la velocità di un corpo in caduta aumenta fino a raggiungere una velocità limite.

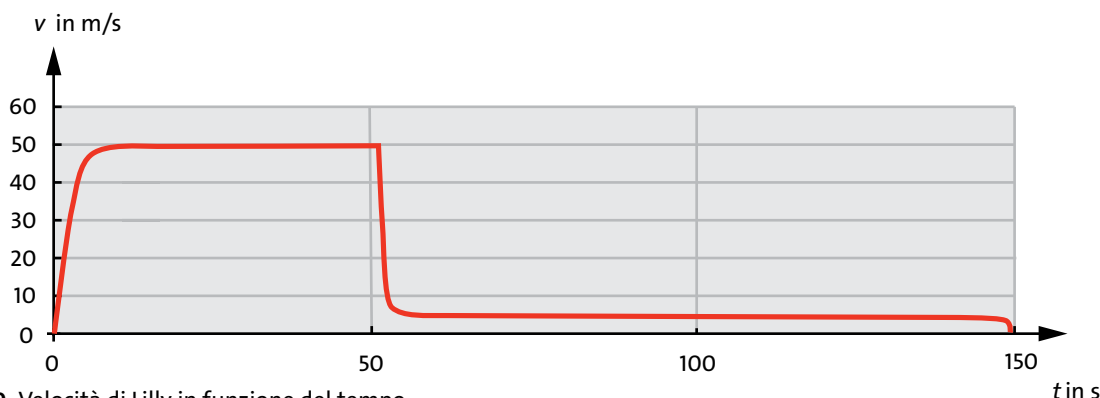


Fig. 4.9 Velocità di Lilly in funzione del tempo.

$$F = m \cdot g = 0,4 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 4 \text{ N}.$$

A quale velocità questa palla smette di accelerare? Consultiamo nuovamente il grafico della Fig. 4.6. La corrente di quantità di moto di perdita è uguale alla corrente di quantità di moto proveniente dalla Terra proprio quando la velocità è di 14 m/s. La palla pesante raggiunge quindi l'equilibrio dinamico a una velocità superiore rispetto a quella leggera.

A velocità elevate, l'attrito dell'aria non è più trascurabile.

La velocità di un corpo in caduta aumenta solo fino a una velocità limite. La velocità limite dipende dalla forma del corpo. È maggiore per i corpi pesanti rispetto a quelli leggeri.

Un'applicazione interessante delle nostre considerazioni è il paracadutismo. Lilly salta dall'aereo e raggiunge in pochi secondi la sua velocità limite di circa 50 m/s. A questa velocità, "cade" quindi per un periodo di tempo più lungo. La corrente di quantità di moto che affluisce a Lilly attraverso il campo gravitazionale ha la stessa intensità di quella che defluisce a causa dell'attrito dell'aria.

A circa 400 m dal suolo si apre il paracadute. L'apertura del paracadute comporta però un improvviso aumento dell'attrito dell'aria. Il flusso di quantità di moto in uscita diventa improvvisamente molto più grande di quello in entrata. Di conseguenza, la quantità di moto di Lilly diminuisce. Con la quantità di moto diminuisce anche la sua velocità e quindi anche la perdita di quantità di moto per attrito. Alla fine, la corrente di quantità di moto dovuta all'attrito eguaglia nuovamente la corrente di quantità di moto dovuta alla gravità, ma a una velocità relativamente bassa: circa 4 m/s. Il paracadute ora fluttua verso terra con Lilly appesa ad esso a una velocità costante e ri-

dotta. Nella figura 4.9 è riportata la velocità di Lilly nel tempo.

Se non è presente aria o altro mezzo di attrito, non si raggiunge alcuna velocità limite. La Luna non ha atmosfera. Pertanto, qui tutti i corpi cadono alla stessa velocità: un foglio di carta cade al suolo alla stessa velocità di un grosso sasso. Tuttavia, questo fenomeno può essere osservato anche sulla Terra. A tal fine, è necessario eseguire gli esperimenti di caduta in un recipiente dal quale è stata aspirata l'aria. Lasciamo cadere alcuni piccoli oggetti di massa diversa in un tubo di vetro in cui è stato fatto il vuoto. Come previsto, cadono tutti alla stessa velocità.

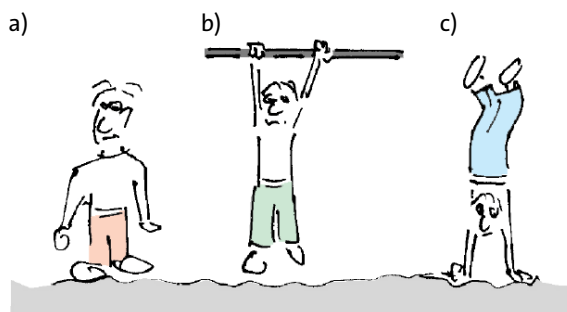


Fig. 4.10 Qualunque cosa faccia, Willy non riesce a liberarsi della sua sensazione di pesantezza.

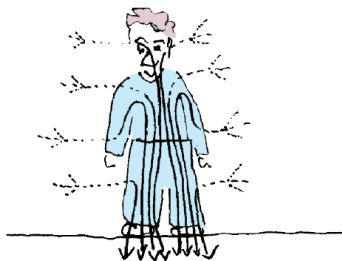


Fig. 4.11 Le correnti di quantità di moto che affluiscono nel corpo attraverso il campo gravitazionale devono defluire.

Esercizi

1. Qual è la velocità limite raggiunta da una sfera in caduta con un diametro di 30 cm e una massa di 0,8 kg?

4.5 Assenza di peso

Willy, fig. 4.10a, si sente pesante, il suo corpo deve sostenere il peso della testa e i piedi sono nella situazione peggiore: devono sostenere tutto il corpo. Willy ha un'idea, vedi fig. 4.10b. Le gambe sono alleggerite. Tuttavia, ora sono le braccia a dover sostenere tutto il peso. Nella fig. 4.10c si vede il terzo tentativo di liberarsi del suo peso, che ancora una volta non ha successo.

Ciò che disturba Willy è la “sensazione di pesantezza”. Proviamo a definire fisicamente questa sensazione. In ciascuno dei tre casi, Willy avverte correnti di quantità di moto che scorrono nel suo corpo. In ogni parte del suo corpo fluisce quantità di moto attraverso il campo gravitazionale e questa deve rifluire nella Terra. Nella fig. 4.11 queste correnti sono schematizzate per una persona in piedi: la quantità di moto fluisce nella testa, nelle braccia, nella parte superiore del corpo, ecc. Tutta questa quantità di moto deve defluire verso il basso attraverso le gambe e i piedi nella Terra. La corrente di quantità di moto è quindi più forte nei piedi.

Di seguito consideriamo una sorta di modello del corpo umano: è composta da due blocchi sovrapposti (la parte superiore del corpo e la parte inferiore, per così dire), fig. 4.12. Si può osservare che la corrente di quantità di moto che attraversa la superficie inferiore del blocco che sta sotto è doppia rispetto a quella attraverso la superficie inferiore del blocco di sopra.

Vorremmo ora porre questo “corpo” in uno stato di assenza di gravità: uno stato in cui nessuna corrente di quantità di moto la attraversa. In altre parole: uno stato in cui nessuna delle sue parti è sottoposta a compressione o trazione.

Probabilmente penserete che per farlo sarebbe necessario allontanare il corpo molto lontano dalla Terra, in un luogo in cui il campo gravitazionale terrestre non sia più percepibile. In quel luogo nessuna quantità di moto fluirebbe nel nostro corpo. Quindi nessuna quantità di moto potrebbe attraversarlo. Questa sarebbe effettivamente una possibilità. Esiste però un altro metodo molto più semplice: lasciamo che la quantità di moto fluisca nel corpo, ma non esca. Anche in questo caso, la quantità di moto non lo attraverserebbe più ed esso sarebbe privo di peso.

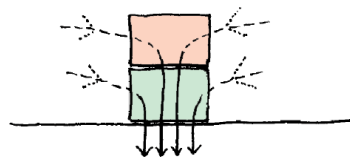


Fig. 4.12 Il modello del corpo umano è composto da una parte superiore e da una parte inferiore.

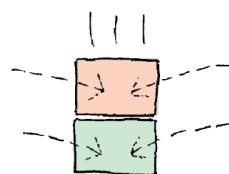


Fig. 4.13 Un corpo in caduta libera è senza peso. Attraverso di esso non fluiscono correnti di quantità di moto.

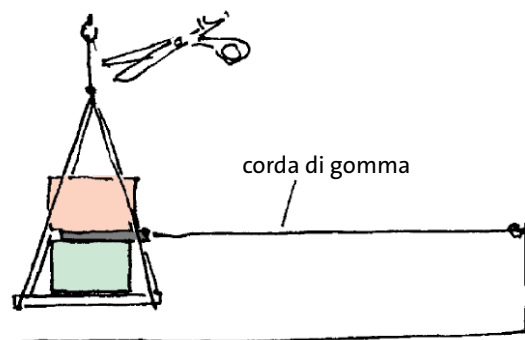


Fig. 4.14 Durante la caduta libera, i blocchi sono senza peso. La tavoletta bloccata viene rilasciata.

Ma come si può fare? È molto semplice. Affinché la quantità di moto non possa uscire dalla persona, cioè affinché essa non defluisca nella Terra, è sufficiente interrompere il collegamento con la Terra. Lo otteniamo lasciando cadere liberamente il nostro corpo, fig. 4.13. Ora la quantità di moto affluisce dal campo gravitazionale in ogni blocco (in ogni parte del corpo) e in ogni punto dei blocchi. “Ma non c'è più nessuna quantità di moto che fluisce da un blocco all'altro. La conseguenza è che non ci sono più compressioni o trazioni. Il blocco inferiore non percepisce più il peso di quello superiore.

Naturalmente, anche per te, cioè per una persona reale, vale lo stesso: se salti giù da qualche parte, durante la caduta non avverti la sensazione di peso. Sì, anche se salti verso l'alto non appena perdi il contatto

con il suolo, sei senza peso e lo rimani fino a quando non tocchi nuovamente terra.

Ora, il tempo che si trascorre in caduta nell'aria è così breve che è difficile percepire correttamente la sensazione di assenza di peso. Facciamo quindi un esperimento con il modello del corpo umano, fig. 4.14. I due blocchi sono posizionati su una piastra sospesa a delle corde, simile al piatto di una bilancia. Tra il blocco inferiore e quello superiore si trova una tavoletta sottile, collegata alla parete tramite un elastico teso. L'elastico tirerebbe fuori la tavoletta se questa non fosse bloccata dal peso del blocco superiore.

Ora l'esperimento: tagliamo le corde a cui è appeso l'intero dispositivo. Nello stesso istante, la tavoletta, tirata dall'elastico, schizza fuori. Perché? La torre di blocchi è caduta liberamente per un breve periodo. Durante questo breve periodo era senza peso. Il blocco superiore non ha più premuto su quello inferiore e ha lasciato andare la tavoletta. Riassumiamo:

i corpi in caduta libera sono senza peso.

4.6 Orbite circolari nel campo gravitazionale

I satelliti e le stazioni spaziali orbitano intorno alla Terra senza propulsione lungo un'orbita circolare (o quasi circolare). Ma perché non cadono verso la Terra? In realtà, fanno esattamente questo. Senza le correnti di quantità di moto costanti provenienti dalla Terra, un satellite volerebbe via in linea retta. Poiché però riceve quantità di moto dalla Terra, la sua orbita si incurva verso la Terra. Se la Terra fosse piatta, cadrebbe quindi sulla Terra. La Terra però è rotonda e il satellite cade sempre in modo tale da seguire la curvatura della superficie terrestre. Affinché il satellite possa compiere un'orbita circolare attorno alla Terra, deve avere una velocità ben precisa. La direzione del vettore velocità deve essere parallela alla superficie terrestre, ovvero perpendicolare alla linea che collega il satellite al centro della Terra, e la sua intensità deve avere un valore ben preciso.

Se queste condizioni non sono soddisfatte, il satellite percorre un'altra orbita: un'ellisse, una parabola, un'iperbole o una retta.

Vogliamo calcolare la velocità che un satellite deve avere affinché la sua orbita sia circolare.

Ricordiamo: la variazione di quantità di moto per intervallo di tempo per un corpo che si muove con velocità v su un'orbita circolare di raggio r è:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = m \frac{v^2}{r}.$$

La variazione di quantità di moto di un satellite è determinata dalle correnti di quantità di moto provenienti dalla Terra. Pertanto, deve valere:

$$m \frac{v^2}{r} = m \cdot g.$$

Dividendo entrambi i lati dell'equazione per m si ottiene:

$$\frac{v^2}{r} = g.$$

e ne consegue:

$$v = \sqrt{r \cdot g}. \quad (4.6)$$

L'equazione vale approssimativamente anche per la Luna, che orbita attorno alla Terra, e per i pianeti che si muovono attorno al Sole, poiché le rispettive orbite sono pressoché circolari.

Se un satellite o un corpo celeste si muove su un'orbita circolare attorno a un altro corpo la cui massa è molto maggiore, la sua velocità è

$$v = \sqrt{r \cdot g}.$$

(r = raggio dell'orbita, g = intensità del campo gravitazionale)

Possiamo anche «invertire» il teorema: se la velocità del satellite è data dall'equazione (4.6), l'orbita del satellite è circolare. Ora, però, è possibile imprimere a un satellite qualsiasi velocità al momento del lancio: qualsiasi intensità e qualsiasi direzione. Cosa fa il satellite se la velocità iniziale non corrisponde all'equazione (4.6), o se non ha la direzione corretta? Il satellite non si muove su un'orbita circolare. È possibile indurlo a orbitare lungo una curva qualsiasi? Assolutamente no. Le orbite possibili sono una classe ben definita di curve, le cosiddette *sezioni coniche*. Tra queste figurano:

- circonferenza
- ellisse
- iperbole
- parabola
- linea retta

Come puoi certamente notare, sia il cerchio che la linea retta non sono altro che casi particolari dell'ellisse.

Vorremmo porre altre due domande, ma rispondere solo a una di esse:

Domanda 1: Perché un satellite vola su un'orbita circolare?

Risposta: Era una domanda stupida. Volano su un'orbita circolare perché sono stati portati su un'orbita circolare.

Domanda 2: Perché la Luna e i pianeti seguono orbite circolari?

Risposta: Ottima domanda. Ma è troppo difficile per potervi rispondere qui. Peraltro, queste orbite non sono perfettamente circolari. Ma la deviazione dal circonfereza è relativamente grande solo nel caso di Mercurio.

Calcoliamo ora la velocità della Stazione Spaziale Internazionale ISS. Essa vola a un'altezza di 400 km, dove l'intensità del campo gravitazionale è pari a $g = 8,7 \text{ N/kg}$. r è uguale al raggio terrestre più 400 km, quindi $r = 6770 \text{ km}$. Con ciò si ottiene

$$v = \sqrt{6,770 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 8,7 \text{ N/kg}}$$

$$= 7,675 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 27630 \text{ km/h.}$$

Sai che gli astronauti si sentono in assenza di gravità nella loro navicella spaziale. Qual è la spiegazione di questo fenomeno? Il fatto che si trovino così lontani dalla Terra? Niente affatto. Abbiamo appena visto che la ISS vola a circa 400 km di altitudine. Si tratta di una distanza molto ridotta rispetto al raggio terrestre. In realtà, essa vola quindi molto vicino alla superficie terrestre, fig. 4.15.

Il valore dell'intensità del campo gravitazionale qui è inferiore solo di circa il 10% rispetto a quello sulla superficie terrestre. La spiegazione dell'assenza di gravità è esattamente quella che avevamo trovato per i corpi in caduta: un'astronave, con l'equipaggio e tutto il resto, è un corpo in caduta libera e i corpi in caduta

libera sono senza peso. Nota: l'assenza di gravità non significa che l'intensità del campo gravitazionale sia pari a zero.

Esercizi

1. Un astronauta ha davanti a sé, nella sua astronave, due oggetti dall'aspetto identico ma di massa diversa. Può capire quale dei due corpi ha la massa maggiore e, se sì, come?
2. Un'astronave si trova a una distanza dalla Terra tale che l'intensità del campo gravitazionale è praticamente pari a zero. Gli astronauti vorrebbero ora provare nuovamente la sensazione di gravità. Cosa possono fare senza volare verso la Terra o verso un altro corpo celeste?
3. Deriva una formula con cui sia possibile calcolare la velocità angolare del moto orbitale di un satellite a partire dal raggio dell'orbita e dall'intensità del campo gravitazionale.
4. Anche la Luna è un satellite della Terra. Essa orbita attorno alla Terra su un'orbita circolare con raggio $r = 384\,000 \text{ km}$. Calcola l'intensità del campo gravitazionale terrestre a tale distanza. Suggestimenti: (a) calcola la lunghezza della circonferenza su cui si muove la Luna; (b) calcola il tempo di rivoluzione della Luna in secondi; (c) calcola la velocità tangenziale della Luna; (d) calcola l'intensità del campo gravitazionale.
5. Un satellite si muove inizialmente lungo un'orbita circolare. Come cambia l'orbita se si riduce improvvisamente il valore della velocità, e come cambia se lo si aumenta? Come occorre procedere affinché si formi un'orbita iperbolica?

4.7 L'intensità del campo per i corpi sferici

L'intensità del campo gravitazionale diminuisce man mano che ci si allontana dalla Terra. Tale diminuzione è descritta dall'equazione

$$g(r) = G \frac{m_A}{r^2}. \quad (4.7)$$

L'equazione non vale solo per la Terra, ma per qualsiasi corpo sferico, quindi anche per altri corpi celesti: stelle, pianeti e lune, poiché sono quasi sferici.

Esaminiamo l'equazione più da vicino.

- Così come è riportata qui, essa vale per il modulo dell'intensità di campo. La direzione del vettore intensità del campo è quella verso il centro del corpo sferico, quindi, nel caso della Terra, la direzione verso il centro della Terra.
- G è la *costante gravitazionale*. Essa vale:

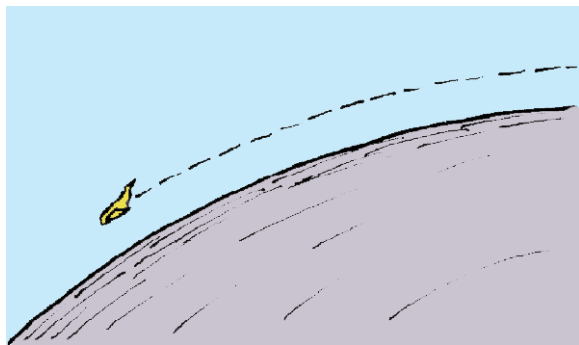


Fig. 4.15 La ISS vola a soli 400 km di altitudine, quindi molto vicino alla superficie terrestre. Il valore dell'intensità del campo gravitazionale è inferiore solo del 10% rispetto a quello sulla superficie terrestre.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}.$$

G ha lo stesso valore per la Terra, la Luna, il Sole, ogni altro corpo celeste e anche ogni piccolo corpo terrestre.

- Il fatto che g sia proporzionale alla massa del corpo non è sorprendente: un corpo di piccola massa ha un campo gravitazionale debole, mentre uno di grande massa ne ha uno forte.
- r è la distanza dal centro del corpo. L'intensità del campo diminuisce all'aumentare della distanza, e precisamente in modo quadratico, cioè piuttosto rapidamente.

La figura 4.16 mostra l'intensità del campo in prossimità di un corpo sferico, rappresentata da frecce vettoriali. Il punto a cui si riferisce ciascuna freccia è la coda del vettore.

Se la distanza r è grande rispetto alle dimensioni del corpo, non è più necessario ipotizzarne la sfericità: il campo a grande distanza è lo stesso, indipendentemente dal fatto che il corpo sia sferico o meno.

Torniamo ancora una volta a un risultato della sezione precedente:

$$v = \sqrt{r \cdot g}. \quad (4.8)$$

Per calcolare la velocità che un satellite o un altro corpo celeste deve avere affinché percorra un'orbita circolare di raggio r , è necessario conoscere l'intensità g del campo gravitazionale. Con l'equazione (4.7) abbiamo ora la possibilità di calcolarla. Possiamo anche inserire direttamente il valore di g dell'equazione (4.7) nell'equazione (4.8):

$$v = \sqrt{r \cdot g} = \sqrt{r \cdot G \cdot \frac{m}{r^2}} = \sqrt{\frac{G \cdot m}{r}},$$

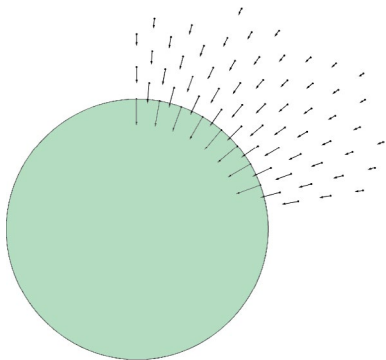


Fig. 4.16 Vettori intensità del campo gravitazionale nei pressi di un corpo sferico.

e quindi ottenere:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m}{r}}. \quad (4.9)$$

Si noti che m qui è la massa del corpo centrale e non la massa del corpo che orbita attorno ad esso. Quindi possiamo avere:

m = massa di	r = raggio orbitale di	v = velocità di
Terra	Satellite	Satellite
Terra	Luna	Luna
Sole	Terra	Terra

Supponiamo che il nostro corpo centrale sia la Terra. Nell'equazione (4.9) m è quindi la massa della Terra. Per calcolare la velocità di un satellite o della Luna, oltre alla massa terrestre, dobbiamo conoscere solo il raggio orbitale r . Le masse del Sole, dei pianeti e della Luna sono elencate nella tabella 4.2.

Le orbite lungo le quali i pianeti si muovono attorno al Sole giacciono tutte approssimativamente su un unico piano, il piano dell'eclittica. Anche l'orbita della Luna giace su questo piano.

Ricordiamo:

Quando un satellite, una luna o un pianeta orbita attorno a un corpo centrale:

la velocità è tanto maggiore:

- quanto maggiore è la massa del corpo centrale;
- quanto minore è il raggio dell'orbita.

Esempio

Un satellite deve descrivere un'orbita circolare attorno alla Terra a un'altezza di 10 000 km sopra la superficie terrestre. Quale velocità deve avere?

	m in massa terrestri	m in kg
Sole	$3,33 \cdot 10^5$	$2,0 \cdot 10^{30}$
Mercurio	0,053	$0,317 \cdot 10^{24}$
Venere	0,82	$4,9 \cdot 10^{24}$
Terra	1	$5,97 \cdot 10^{24}$
Marte	0,107	$0,64 \cdot 10^{24}$
Giove	318	$1900 \cdot 10^{24}$
Saturno	95,2	$569 \cdot 10^{24}$
Urano	14,6	$87 \cdot 10^{24}$
Nettuno	17,2	$103 \cdot 10^{24}$
Luna della Terra	0,0123	$7,35 \cdot 10^{22}$

Tab. 4.1 Massa del Sole, dei pianeti e della Luna

$$\begin{aligned}
 r &= 10\,000 \text{ km} + 6\,370 \text{ km} = 16,37 \cdot 10^6 \text{ m} \\
 m &= 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \\
 G &= 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)
 \end{aligned}$$

Utilizzando l'equazione (9) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 v &= \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2) \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{16,37 \cdot 10^6 \text{ m}}} \\
 &= 4930 \text{ m/s}.
 \end{aligned}$$

Esercizi

1. Continuazione dell'esercizio 4 della sezione precedente: calcola la massa della Terra.
2. La distanza Sole-Terra è pari a circa 150 milioni di chilometri. (a) Calcola la velocità della Terra nella sua orbita attorno al Sole. (b) Calcola l'intensità del campo gravitazionale del Sole in un punto dell'orbita terrestre. (c) Calcola la massa del Sole.
3. Ogni luna orbita attorno a un pianeta e i pianeti orbitano attorno al Sole. Questi movimenti possono essere osservati con estrema precisione tramite i telescopi, ovvero è possibile misurare i raggi orbitali e i periodi di rivoluzione. Dai dati di misurazione è possibile determinare le masse dei corpi celesti. Quali dati sono necessari per determinare la massa di un pianeta? (Basta osservare i due esercizi precedenti.)
4. I satelliti televisivi orbitano attorno alla Terra in modo tale da avere la stessa velocità angolare della Terra stessa. Perché? A quale altitudine orbita un satellite televisivo? Quale velocità orbitale deve avere?

4.8 Galilei, Keplero e Newton

La spiegazione fisica e la descrizione matematica dei fenomeni gravitazionali – la caduta libera e il moto dei



Fig. 4.17 Galileo Galilei (a sinistra) e Johannes Kepler (a destra)

corpi celesti – costituirono una delle prime grandi conquiste della fisica. Questo sviluppo ebbe luogo nel XVI e XVII secolo. Vi parteciparono molti scienziati, ma i contributi più importanti furono forniti da tre di loro: Galilei, Keplero e Newton.

Galileo Galilei (1564 – 1642), fig. 4.17, fece numerose scoperte e invenzioni. Tra le altre cose, scoprì che la velocità dei corpi in caduta, se si esclude l'attrito dell'aria, aumenta in modo uniforme e che tutti i corpi cadono alla stessa velocità.

Johannes Kepler (1571 – 1630) riuscì a descrivere matematicamente con esattezza le orbite dei pianeti. Tra le altre cose, scoprì che:

Il quoziente

$$\frac{T^2}{r^3}$$

ha lo stesso valore per tutti i pianeti del sistema solare (T = tempo di rivoluzione, r = raggio dell'orbita).

Isaac Newton (1643 – 1727), fig. 2.35, riconobbe che la caduta di un oggetto sulla Terra è in linea di principio lo stesso fenomeno del moto della Luna attorno alla Terra e dei pianeti attorno al Sole.

Inoltre, scoprì la relazione che abbiamo descritto con l'equazione (4.7). Dovette però formulare questa relazione in modo leggermente diverso, poiché ai suoi tempi non si conoscevano ancora i campi e quindi nemmeno l'intensità di campo. Possiamo però dedurre facilmente l'equazione di Newton dalle nostre equazioni.

Applichiamo l'equazione (4.7) a un corpo A di massa m_A (ad es. la Terra):

$$g(r) = G \frac{m_A}{r^2}. \quad (4.10)$$

La corrente di quantità di moto dal corpo A verso un altro corpo B (di massa m_B) è

$$F = m_B \cdot g(r).$$

Sostituiamo $g(r)$ con il contenuto dell'equazione (4.10):

$$F = m_B \cdot G \frac{m_A}{r^2} = G \frac{m_A \cdot m_B}{r^2}.$$

Si ha quindi:

$$F = G \frac{m_A \cdot m_B}{r^2}.$$

Questa è la legge di gravitazione di Newton.

I centri di due corpi (massa m_A e m_B) sono distanti tra loro di r . La corrente di quantità di moto che attraverso il campo gravitazionale fluisce da un corpo all'altro è

- proporzionale a m_A e m_B ;
- inversamente proporzionale a r^2 .

Ripetiamo le condizioni alle quali vale la legge di gravitazione: ciascuno dei corpi deve avere una distribuzione di massa sferica oppure essere piccolo rispetto alla distanza r .

Esercizi

1. Deriva la legge di Keplero citata nel testo. Parti dall'equazione (4.9). Converti la velocità nel tempo di rivoluzione.
2. La costante gravitazionale deve essere determinata sperimentalmente misurando il flusso di quantità di moto tra due corpi, ciascuno con una massa di 1 kg, i cui centri distano 10 cm. Qual è il problema di questa misurazione?

4.9 Le maree

La velocità di una mela che cade nel campo gravitazionale terrestre aumenta in modo uniforme:

$$v = g \cdot t,$$

per l'accelerazione a vale:

$$a = g.$$

g è l'intensità del campo gravitazionale terrestre. L'accelerazione della mela non dipende dalla sua massa. Dipende però dall'intensità del campo g , e g dipende dalla massa della Terra e dal luogo:

$$g(r) = G \cdot \frac{m}{r^2}.$$

Questo ci porta a un problema interessante: Cosa succede se il corpo in caduta è così grande che g assume valori diversi nei vari punti del corpo, fig. 4.18?

Una situazione un po' più chiara è illustrata dalla fig. 4.19. Invece di un corpo esteso, consideriamo una sorta di manubrio: I due corpi K_1 e K_2 di uguale massa $m = 4$ kg sono collegati da un'asta.

La massa dell'asta è così piccola che possiamo trascurarla rispetto a quella dei due corpi. L'intensità del campo ha valori diversi g_1 e g_2 nei due corpi. Supponia-

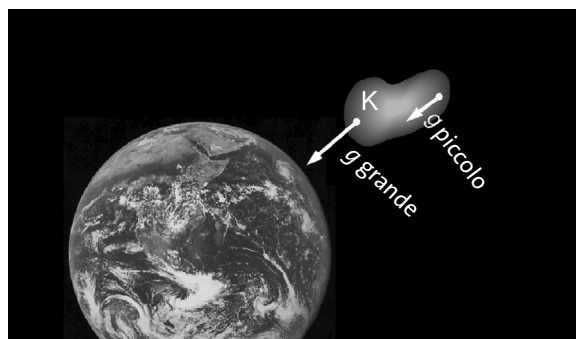


Fig. 4.18 L'intensità del campo gravitazionale terrestre assume valori diversi in punti diversi del corpo K.

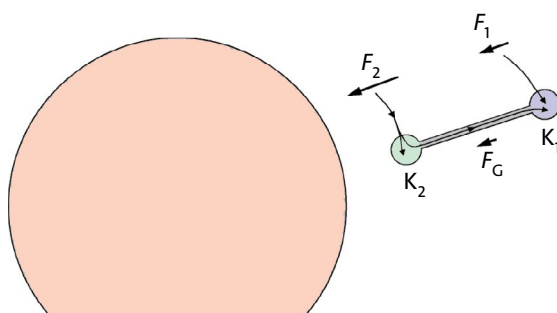


Fig. 4.19 In K_1 entra meno quantità di moto attraverso il campo gravitazionale rispetto a K_2 . Pertanto, la quantità di moto deve fluire da K_2 a K_1 .

mo che sia

$$g_1 = 11 \text{ N/kg e } g_2 = 12 \text{ N/kg}.$$

Pertanto, nei due corpi affluiscono correnti di quantità di moto diverse:

$$K_1: F_1 = m \cdot g_1 = 4 \text{ kg} \cdot 11 \text{ N/kg} = 44 \text{ N}$$

$$K_2: F_2 = m \cdot g_2 = 4 \text{ kg} \cdot 12 \text{ N/kg} = 48 \text{ N}$$

K_2 riceve quindi dalla Terra più quantità di moto al secondo rispetto a K_1 . Se l'asta non ci fosse, l'incremento di quantità di moto (il tasso di variazione) di K_2 sarebbe 48 N e quello di K_1 44 N. K_2 cadrebbe in ogni istante più velocemente di K_1 .

Ora, però, i corpi sono collegati dalla barra e non possono cadere a velocità diverse. Attraverso la barra deve quindi fluire un flusso di quantità di moto F_G da K_2 a K_1 , che fa sì che l'incremento di quantità di moto di entrambi i corpi diventi uguale. Nel nostro esempio, $F_G = 2$ N. Pertanto, l'incremento di quantità di moto è:

$$\text{corpo } K_2 : \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = 48 \text{ N} - 2 \text{ N} = 46 \text{ Hy/s}$$

$$\text{corpo } K_1 : \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = 44 \text{ N} + 2 \text{ N} = 46 \text{ Hy/s}$$

L'asta è sottoposta a trazione. Ci si può anche esprimere in questo modo: K_2 tira K_1 , affinché K_1 acceleri, oppure K_1 tira K_2 , affinché K_2 rallenti.

In altre parole, la ragione della corrente di quantità di moto F_G è: l'intensità di campo ha valori diversi in punti diversi del corpo. Il campo non è omogeneo.

Il risultato che abbiamo ottenuto con l'aiuto del manubrio vale anche per qualsiasi altro corpo:

se il campo gravitazionale nella porzione di spazio occupata da un corpo in caduta non è omogeneo, all'interno del corpo scorrono correnti di quantità di moto. Il corpo è sottoposto a trazione nella direzione della caduta.

È come se qualcuno cercasse di allungare il corpo.

Confrontiamo questa affermazione con un risultato che avevamo trovato in precedenza: i corpi in caduta libera sono privi di peso. Con ciò intendevamo dire che all'interno di un corpo in caduta libera non scorrono correnti di quantità di moto. Ora vediamo che questa regola vale solo per un campo che è omogeneo nello spazio occupato dal corpo in caduta considerato.

Ma dove giocano davvero un ruolo tali tensioni di trazione, e cosa hanno a che fare queste considerazioni con il titolo del nostro paragrafo?

Ogni corpo esposto al campo gravitazionale di un altro corpo è sottoposto a tensione di trazione, se il campo di quest'altro corpo non è omogeneo. La Terra si trova nel campo gravitazionale del Sole e della Luna. I campi di questi due corpi celesti sono quasi omogenei nell'orbita della Terra, ma solo quasi. E poiché non sono del tutto omogenei, la Terra nel suo insieme è sottoposta a una trazione. In questo caso, l'influenza della Luna è maggiore di quella del Sole. La disomogeneità del campo lunare è maggiore, nel punto in cui si trova la Terra, rispetto a quella del campo solare.

Di seguito ci limiteremo all'influenza della Luna. Essa cerca quindi di allungare la Terra nella direzione della linea che collega Terra e Luna. Alla Terra solida ciò non importa più di tanto. Ma l'acqua degli oceani può reagire a questa trazione. Si formano così due «montagne d'acqua» sui due lati opposti della Terra, fig. 4.20. Lì si ha l'alta marea.



Luna

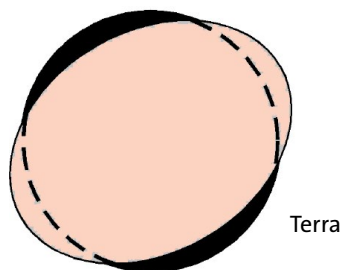


Fig. 4.20 il campo gravitazionale nella porzione di spazio occupata da un corpo in caduta non è omogeneo, all'interno del corpo scorrono correnti di quantità di moto. Il corpo è sottoposto a trazione nella direzione della caduta.

Ai lati della Terra si ha la bassa marea. Mentre la Terra ruota attorno al proprio asse, queste montagne d'acqua migrano intorno alla Terra, o meglio: la Terra ruota sotto queste. Se ci si trova in un punto fisso della Terra, il livello dell'acqua sale e scende con un periodo di 12 ore. L'aumento del livello dell'acqua si chiama alta marea, la diminuzione bassa marea.

Queste forze di marea hanno un effetto minimo sulla Terra. Esistono però zone dell'Universo in cui diventano molto intense, ad esempio sulla superficie di una stella di neutroni. Ora, una stella di neutroni non è un luogo accogliente per diversi motivi. L'intensità del campo gravitazionale è di circa 10^{12} N/kg, per cui un essere umano verrebbe immediatamente schiacciato dal proprio peso. Ma anche se si fosse in caduta libera, cioè in uno stato in cui in condizioni terrestri si è in assenza di gravità, su una stella di neutroni si verrebbe lacerati dalla tensione di marea.

Esercizi

1. Calcola l'intensità del campo gravitazionale lunare in corrispondenza della Terra. Quanto è grande la differenza tra il lato rivolto verso la Luna e quello opposto?
2. Un corpo in caduta libera in un campo non omogeneo è sottoposto a una forza di trazione nella direzione della caduta. Ma questa non è tutta la verità. È anche sottoposto a una forza meccanica nella direzione trasversale. Come mai? Per la spiegazione, usa di nuovo un corpo a forma manubrio. Orientalo però trasversalmente alla direzione della caduta. Di che tipo di forza si tratta: trazione o compressione?

5 QUANTITÀ DI MOTO, QUANTITÀ DI MOTO ANGOLARE ED ENERGIA

5.1 Che cos'è l'energia?

Prima di tutto, ricapitoliamo: che cos'è la quantità di moto? La risposta è semplice: essenzialmente una misura di ciò che nel linguaggio comune chiamiamo “slancio” o “impeto”. Lo slancio è contenuto in un corpo, è “dentro di esso”. La quantità di moto è quindi una grandezza estensiva.

E l'energia? Anche questa possiamo immaginarla come “un qualcosa” che è contenuto nei corpi solidi, nei liquidi, nei gas e nei campi. Quindi anche l'energia è una grandezza estensiva. Solo che non possiamo dire che corrisponda a qualcosa per cui abbiamo un nome – come «slancio» per la quantità di moto o «calore» per l'entropia. Il motivo è che l'energia non ha una proprietà che ne consenta sempre un facile riconoscimento. Un corpo ha molta energia quando è caldo, quando si muove velocemente, quando ruota rapidamente o quando è sottoposto a forte pressione e la sua energia dipende dalla composizione chimica. Purtroppo, il contenuto energetico non è semplicemente proporzionale alla velocità, alla temperatura, alla pressione ecc.: la relazione è più complessa.

È quindi necessaria una certa abilità per riconoscere se un sistema contiene molta o poca energia, ed è spesso complicato calcolarla. Di seguito affronteremo questo problema.

D'altra parte, l'energia ha anche delle proprietà semplici:

l'energia è una grandezza estensiva; l'energia non può essere creata né distrutta.

Come orientamento di massima, ricordiamo ancora:

un corpo ha molta energia quando si muove velocemente o ruota rapidamente, quando è molto caldo o quando è sottoposto a un'elevata pressione.

Per ciascuno di questi criteri ci sono delle limitazioni, ma le imparerai solo gradualmente.

Una risposta definitiva alla domanda “Che cos'è l'energia?” la incontreremo solo nel capitolo 7, al momento, però, questa risposta non ci sarebbe di grande aiuto.

Ricordiamo che il simbolo dell'energia è E , l'unità di misura è il joule, abbreviato J.

5.2 La quantità di moto come portatore di energia

Willy, fig. 5.1, sta trascinando ancora una volta una cassa sul pavimento. Si sforza, spende energia. L'energia proviene dai suoi muscoli. Dove finisce questa energia? Si trasferisce alla parte inferiore della cassa, dove genera entropia e si disperde, insieme all'entropia, nell'ambiente circostante.

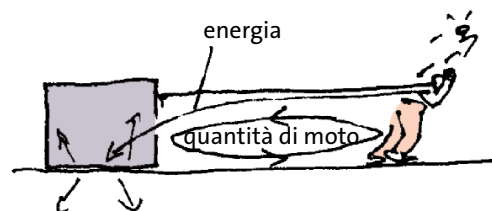


Fig. 5.1 L'energia fluisce con il portatore di energia quantità di moto dai muscoli di Willy alla parte inferiore della cassa. Da lì si disperde in varie direzioni con l'entropia come portatore di energia.

Vogliamo esaminare il trasporto di energia tra Willy e la cassa. Il primo punto da chiarire è: qual è il portatore di energia? Contemporaneamente al corrente di energia, nella fune tra Willy e la cassa scorre una corrente di quantità di moto. Concludiamo che il portatore di energia in gioco è la quantità di moto.

La quantità di moto è un portatore di energia.

Non ogni corrente di quantità di moto è accompagnata da una corrente di energia: la corrente di quantità di moto in fig. 5.1, come sappiamo, scorre dalla cassa attraverso la Terra per tornare a Willy. L'energia, invece, dalla parte inferiore della cassa segue altri percorsi. La quantità di moto che torna indietro non trasporta energia.

Da cosa dipende quindi l'intensità della corrente di energia? O, in termini più generali: come dobbiamo procedere se vogliamo trasmettere quanta più energia possibile con una corda o un'asta?

Se agganciamo una corda tesa alle pareti, fig. 5.3, scorre una corrente di quantità di moto, ma non una corrente di energia. Qual è la differenza tra le corde nelle figg. 5.1 e 5.3? La prima corda si muove, la seconda no. Si vede quindi che nel trasporto di energia conta anche il movimento, più precisamente: la velocità con cui si muove il conduttore della quantità di moto.

Inoltre, l'intensità della corrente di energia, dipende anche dall'intensità della corrente di quantità di moto, poiché se la fune non è sottoposta a tensione, con essa non viene trasferita energia.

Otteniamo così un risultato importante:

l'intensità del flusso di energia P attraverso una fune dipende

- dall'intensità F della corrente di quantità di moto nella fune
- dalla velocità v della fune.

Vogliamo chiarire come si presenta quantitativamente questa relazione. Quale equazione collega tra loro le tre grandezze P , F e v ?

Innanzitutto, la relazione tra la corrente di energia P e la corrente di quantità di moto F . La fig. 5.4 mostra dall'alto come due casse simili vengono trascinate sul pavimento.

Confrontiamo i due tratti di corda A e B. Entrambi si muovono alla stessa velocità. Sia la corrente di quantità di moto che la corrente di energia si dividono equamente nel nodo P: la corrente di quantità di moto nella corda B è pari alla metà di quella in A e lo stesso vale per la corrente di energia. A parità di velocità,

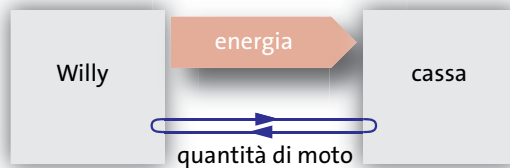


Fig. 5.2 Schema delle correnti di energia e di quantità di moto in Fig. 5.1

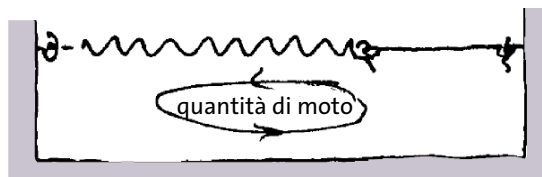


Fig. 5.3 Scorre una corrente di quantità di moto, ma non una corrente di energia.

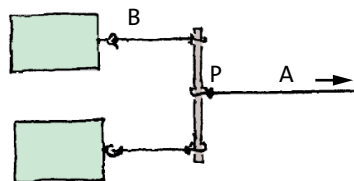


Fig. 5.4 Due casse vengono trascinate sul pavimento. Vista dall'alto

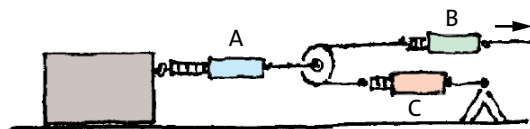


Fig. 5.5 Nella fune A l'intensità della corrente di quantità di moto è doppia rispetto a quella della fune B. La velocità della fune A è la metà di quella della fune B.

quindi, l'intensità della corrente di energia è proporzionale all'intensità della corrente di quantità di moto:

$$P \sim F.$$

Per trovare la relazione tra P e v , facciamo un esperimento. Una cassa viene trascinata con l'aiuto di una puleggia, fig. 5.5.

Confrontiamo i tratti di fune A e B. Innanzitutto, per quanto riguarda la corrente di energia: tutta l'energia che fluisce da destra nella fune B prosegue attraverso la fune A a partire dalla puleggia di rinvio. Nella fune C non può fluire energia, poiché C non si muove.

Abbiamo quindi

$$P_A = P_B.$$

Successivamente confrontiamo le velocità di A e B. Se la cassa, e quindi la fune A, si sposta di una certa distanza verso destra, l'estremità destra di B si sposta verso destra di una distanza doppia rispetto a quella di A. Ciò significa che la velocità di B è doppia rispetto a quella di A. Quindi:

$$v_B = 2 v_A.$$

Infine, confrontiamo le correnti di quantità di moto in A e B. Possiamo farlo solo con una misurazione. Si vede che l'intensità della corrente di quantità di moto in B è esattamente la metà di quella in A. (In C, tra l'altro, è esattamente uguale a quella in B, quindi la regola dei nodi è soddisfatta.) Possiamo quindi scrivere:

$$F_A = 2 F_B.$$

Tutti questi risultati insieme sono descritti correttamente se si pone:

$$P \sim v \cdot F.$$

Questa proporzionalità dice, da un lato, che P è proporzionale a F se la velocità viene mantenuta costante. Dall'altro lato dice: se si raddoppia v e contemporaneamente si dimezza F , allora P rimane costante, ed è esattamente ciò che abbiamo riscontrato nel nostro esperimento con la puleggia.

Se si trasferisce energia utilizzando la quantità di moto come portatore di energia, l'intensità della corrente di energia è proporzionale all'intensità della corrente di quantità di moto e alla velocità con cui si muove il conduttore.

Per trasformare questa proporzionalità in un'equazione, bisognerebbe in realtà introdurre un fattore di proporzionalità. Tuttavia, le unità di misura SI delle tre grandezze coinvolte sono state scelte in modo tale che valga semplicemente:

$$P = v \cdot F.$$

Questo è il risultato che cercavamo. Possiamo utilizzarlo per calcolare la corrente di energia nella fune, se conosciamo le correnti di quantità di moto in essa e la sua velocità.

Esempio

Tiriamo una fune in cui è inserito un dinamometro. Il dinamometro indica 120 N, la fune si muove a 0,5 m/s. La corrente di energia risulta essere:

$$P = v \cdot F = 0,5 \text{ m/s} \cdot 120 \text{ N} = 60 \text{ W}.$$

Si noti che è necessario inserire la velocità in m/s e le correnti di quantità di moto in N affinché il flusso di energia risulti nell'unità SI denominata watt (W).

Se l'energia fluisce con altri portatori, valgono formule simili. Se il portatore di energia è la carica elettrica, vale

$$P = U \cdot I,$$

cioè la corrente di energia è proporzionale all'intensità di corrente elettrica I . Se il portatore di energia è l'entropia, abbiamo:

$$P = T \cdot I_S,$$

cioè la corrente di energia è proporzionale all'intensità della corrente di entropia I_S .

Dalla formula

$$P = v \cdot F$$

si può ricavare un'equazione che per certi problemi è più maneggevole. Sostituiamo sul lato sinistro

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

e sul lato destro

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

quindi:

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \cdot F.$$

Allora otteniamo:

$$\Delta E = F \cdot \Delta s.$$

L'equazione ci dice ad esempio: se si spinge un'asta e questa si sposta di una distanza Δs , allora attraverso l'asta è fluìta l'energia $F \cdot \Delta s$. F è in questo caso l'intensità della corrente di quantità di moto che attraversa l'asta durante la spinta. F deve naturalmente avere un valore univoco durante il processo, cioè essere costante.

Esempio

Tiriamo una corda in modo tale che fluisca una corrente di quantità di moto di 120 N e la corda si sposti di 2 m.

Quanta energia viene trasferita attraverso la fune? Con $F = 120 \text{ N}$ e $\Delta s = 2 \text{ m}$ si ha

$$\Delta E = F \cdot \Delta s = 120 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} = 240 \text{ Nm} = 240 \text{ J}.$$

Esercizi

1. Un trattore traina un rimorchio su una strada piana a una velocità di 20 km/h. Attraverso il gancio di traino scorre una quantità di moto di 900 N. Quant'è il consumo energetico del rimorchio? (ovvero: quanto vale la potenza trasferita dal trattore al rimorchio?) Dove va a finire la quantità di moto che scorre verso il rimorchio? Dove va a finire l'energia?
2. La cinghia di trasmissione di un'auto gira a una velocità di 10 m/s. L'intensità della corrente di energia trasmessa dalla cinghia è di 800 W. Con quale forza la cinghia tira la puleggia? (Quanto vale la corrente di quantità di moto che fluisce nella cinghia?)
3. Una gru solleva un carico di 50 kg a una velocità di 0,8 m/s. Quanto vale il flusso di energia attraverso la fune della gru? Il carico viene sollevato a un'altezza di 5 m. Quanto tempo dura l'operazione? Quanta energia fluisce attraverso la fune durante questo tempo?
4. Un camion traina un rimorchio su una strada piana da una città all'altra. La distanza tra le città è di 35 km. Attraverso il gancio di traino fluisce una corrente di quantità di moto di 900 N. Quanta energia è fluita in totale dal camion al rimorchio?

5.3 La quantità di moto angolare come portatore di energia

La fig. 5.6 mostra il macinacaffè che avevamo già esaminato nel capitolo 3. Anche in questo caso si verifica un trasferimento di energia, precisamente dal motore al dispositivo che macina tramite l'albero. L'unico portatore di energia in gioco qui è la quantità di moto angolare.

La quantità di moto angolare è un portatore di energia.

Il diagramma di flusso corrispondente è mostrato in fig. 5.7. La fig. 5.8 mostra il diagramma di flusso di una centrale idroelettrica. In entrambi i casi la quantità di moto angolare scorre in un circuito chiuso.

La relazione tra corrente di energia P e corrente di quantità di moto angolare M è dello stesso tipo di quella tra corrente di energia e corrente di quantità di moto (o corrente di energia e intensità di corrente elettrica):

$$P = \omega \cdot M.$$

Se l'energia viene trasferita attraverso un albero rotante (con la quantità di moto angolare come portatore di energia), l'intensità della corrente di energia sarà proporzionale all'intensità della corrente di quantità di moto e alla velocità angolare a cui l'albero si sta muovendo.

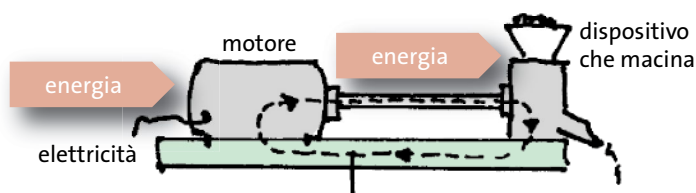


Fig. 5.6 Macinacaffè. La quantità di moto angolare scorre in un circuito.

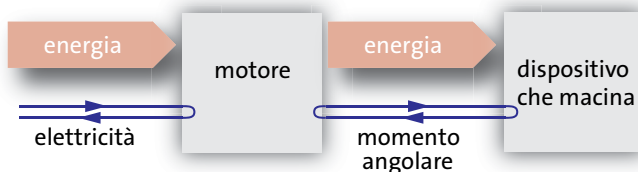


Fig. 5.7 Diagramma di flusso della Fig. 5.6

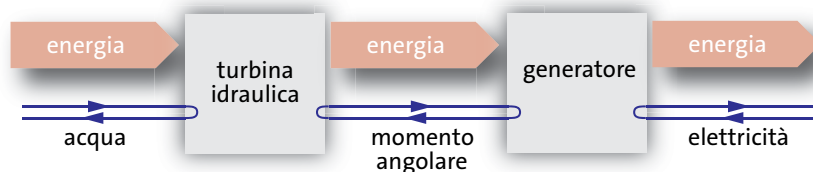


Fig. 5.8 Diagramma di flusso di una centrale idroelettrica

Fig. 5.9 Per l'esercizio 2

Le motorizzazioni di un modello di automobile (nella versione più economica)

Tipo	1.6 16V SX	1.9 JTD SX	Bipower SX
Porte	5	5	5
Cilindri/Cilindrata [cm ³]	4/1596	4/1910	4/1581
Potenza [kW(CV)]	76(103)	85(115)	68(92)
Coppia max. [Nm]/giri/min	145/4000	203/1500	130/4000
0-100 km/h [s]	12,6	12,2	16,0
Velocità massima [km/h]	170	176	157
Consumo per 100 km [l-kg]*	9,6 S	7,5 D	7,7 G
Costi totali mensili [Euro]	504	499	464
Prezzo base [Euro]	17550	19500	20300

*Note sui consumi:
S = Super (Benzina),
D = Diesel,
G = Gas (Metano).

Esercizi

1. La centrale idroelettrica di Iffezheim sul Reno, vicino a Baden-Baden, dispone di quattro turbine idrauliche, ciascuna con un generatore. Consideriamo uno di questi gruppi. Una turbina fornisce al proprio generatore una corrente di energia di 27 MW. L'albero che collega la turbina al generatore ruota a 100 giri al minuto. Quanto vale la corrente di quantità di moto angolare nell'albero?
2. La fig. 5.9 mostra la scheda tecnica di un modello di automobile. Quale corrente di energia (= potenza) fornisce uno dei motori quando la sua corrente di quantità di moto angolare è massima (coppia massima)? Confrontala con la corrente di energia massima indicata nella scheda tecnica. Da dove potrebbe derivare la differenza?

5.4 Accumulatori di energia meccanica

a) Corpi deformati elasticamente come accumulatori di energia

Tendiamo una molla lunga e resistente, fig. 5.10. È faticoso, perché per farlo occorre energia.

Consideriamo l'estremità destra della molla (il punto A in fig. 5.10). Questa estremità della molla è sottoposta a una tensione, cioè in essa scorre una corrente di quantità di moto F e si muove con una velocità v . Secondo la nostra formula $P = v \cdot F$ in essa scorre anche una corrente di energia. Consideriamo ora l'estremità sinistra della molla (il punto C). La corrente di quantità di moto qui è la stessa che in A. Poiché però C non si muove, qui non scorre alcuna corrente di energia. L'energia che entra nella molla in A non esce di nuovo in C. Viene immagazzinata nella molla.

Possiamo verificare le correnti anche in altri punti della molla, ad esempio in B, al centro della molla. Anche qui la corrente di quantità di moto è la stessa che in A e in C. La velocità del centro della molla è pari alla metà di

quella del punto A. Pertanto, anche la corrente di energia è solo la metà di quella che entra nella molla in A. Questo è intuitivo: metà dell'energia viene immagazzinata nella metà destra della molla, mentre il resto continua a fluire nella metà sinistra. Si può estendere ulteriormente questo ragionamento: in ogni terzo della molla viene immagazzinato esattamente un terzo dell'energia, in ogni quarto della molla viene immagazzinato un quarto dell'energia e così via. In breve: l'energia si distribuisce uniformemente su tutta la lunghezza della molla.

Se si può comprimere una molla senza che si deformi lateralmente, si può immagazzinare energia al suo interno anche in questo modo.

Queste considerazioni valgono non solo per le molle, ma anche per qualsiasi altro oggetto deformabile elasticamente: un estensore da palestra allungato contiene energia proprio come una fionda tesa, un trampolino piegato o un pallone da calcio schiacciato.

Naturalmente, quando si parla di un accumulatore di energia, si vorrebbe sapere quanta energia contiene. Vogliamo calcolare come, per una molla, la quantità di energia immagazzinata dipenda dall'allungamento (o dall'accorciamento). Il problema è più difficile di quanto possa sembrare a prima vista.

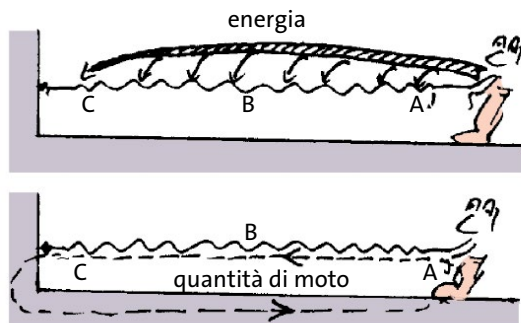


Fig. 5.10 Quando si tende la molla, l'energia fluisce nella molla attraverso l'estremità destra.

Allunghiamo una molla muovendo un'estremità a velocità costante v .

Conosciamo la relazione:

$$P = v \cdot F. \quad (5.1)$$

Si potrebbe pensare che in questo modo l'energia immagazzinata E_{molla} possa essere calcolata moltiplicando la corrente di energia (in joule al secondo) per il tempo t_0 durante il quale è fluita, ovvero

$$E_{\text{molla}} = P \cdot t_0. \quad (5.2)$$

Questo però porta al risultato corretto solo se l'energia scorre in modo uniforme, cioè se la corrente di energia non cambia nel tempo. Purtroppo, nel nostro caso ciò non si verifica; la corrente di quantità di moto F nell'equazione (5.1) non è costante. Possiamo comunque applicare l'equazione (5.2) se inseriamo il valore medio temporale di P :

$$E_{\text{molla}} = \bar{P} \cdot t_0. \quad (5.3)$$

Dobbiamo quindi ricavare il valore medio della corrente di energia.

Partiamo dall'equazione (5.1). Sostituiamo F con l'aiuto di $F = k \cdot s$ (vedi sezione 2.13) e otteniamo: $P = v \cdot k \cdot s$. Questa equazione ci dice che la corrente di energia è tanto maggiore quanto più la molla è stata allungata. Poiché tiriamo la molla a velocità costante, possiamo sostituire s con $v \cdot t$:

$$P = v \cdot k \cdot v \cdot t = k \cdot v^2 \cdot t.$$

La corrente di energia aumenta quindi linearmente con il tempo, fig. 5.11.

Da questo grafico si può leggere la corrente di energia media: è pari alla corrente di energia al tempo $t_0/2$, ovvero

$$\bar{P} = \frac{k}{2} v^2 t_0.$$

Sostituendo nell'equazione (5.3) si ottiene:

$$E_{\text{molla}} = \frac{k}{2} v^2 t_0^2. \quad (5.4)$$

Ora, $v \cdot t_0 = s_0$, ovvero è uguale all'allungamento della molla. Se lo inseriamo nell'equazione (5.4), otteniamo la relazione che cercavamo:

$$E_{\text{molla}} = \frac{k}{2} s_0^2.$$

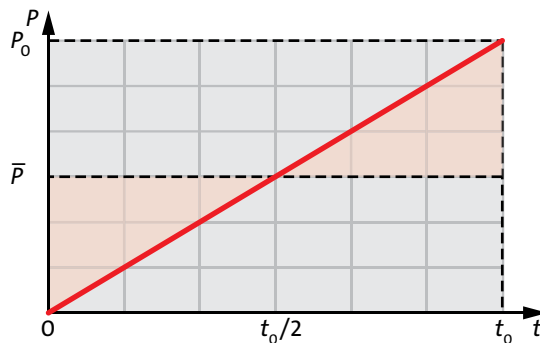


Fig. 5.11 La corrente di energia aumenta da zero a P_0 dall'istante $t = 0$ all'istante t_0 . La corrente media di energia in questo intervallo di tempo è pari alla corrente di energia all'istante $t_0/2$. L'andamento verso il basso precedente viene compensato dall'andamento verso l'alto successivo.

L'indice "0" non ci serve più, poiché non c'è pericolo di confusione:

Quando si tende una molla, la sua energia aumenta di

$$E_{\text{molla}} = \frac{k}{2} s^2.$$

Quando la molla si distende, l'energia viene rilasciata.

Avevamo ipotizzato che la molla fosse stata allungata per immagazzinare energia. Tuttavia, se una molla può essere compressa, vale per essa la stessa equazione. s è allora la lunghezza di cui la molla viene accorciata.

Sebbene la derivazione sia stata laboriosa, il risultato è semplice e anche intuitivo. Se hai dimenticato l'equazione, puoi ricavarne il contenuto essenziale ragionando in modo opportuno.

Innanzitutto: da cosa dipende l'energia immagazzinata in una molla? In primo luogo, dalla molla stessa, ovvero dalla costante elastica k . E in secondo luogo da quanto è stata allungata o accorciata, cioè da s . A parità di allungamento s , una molla rigida contiene più energia di una morbida. A questo provvede il k nella formula. Ed è anche chiaro che più la molla è stata allungata, più energia contiene, da qui la s . Ma perché la s è al quadrato? Anche per questo c'è una buona spiegazione: la molla immagazzina energia positiva (l'energia negativa non esiste), indipendentemente dal fatto che venga allungata o accorciata, quindi indipendentemente dal fatto che s sia positivo o negativo. Poiché s è al quadrato, sia quando si comprime che quando si allunga la molla si ottiene un'energia positiva.

L'unica cosa della formula che non si può indovinare facilmente è il fattore $1/2$. Quindi devi ricordartelo.

In seguito, imparerai molte altre equazioni che hanno questa struttura.

Per concludere, ricordiamo ancora una volta: l'energia che si calcola secondo la nostra equazione non è l'intera energia della molla. È solo una minuscola parte; ovvero quella che si immette quando la si tende e che si recupera quando la si distende.

b) Corpi in movimento come accumulatori di energia

Carichiamo un carrello o un'auto con quantità di moto, come abbiamo già fatto spesso, fig. 5.12. Tuttavia, ora sappiamo che nella fune non scorre solo quantità di moto, ma anche energia. Né l'una né l'altra possono lasciare l'auto. Di conseguenza, se noi tiriamo la fune sia l'energia che la quantità di moto si accumuleranno nell'auto.

La quantità di energia che un corpo contiene a causa del suo movimento viene chiamata *energia cinetica*.

Se si lascia andare un carrello fino a quando si ferma, la sua quantità di moto si disperde a Terra, mentre l'energia prende un'altra strada. Essa viene utilizzata per generare entropia (o meglio: dissipata). L'entropia viene prodotta ovunque ci sia attrito. L'energia si distribuisce nell'ambiente circostante: in parte nel terreno, ma in parte anche nell'auto e nell'aria.

Anche in questo caso esiste una semplice equazione con cui è possibile calcolare l'energia (cinetica) immagazzinata. La derivazione è simile a quella della molla tesa. La tralasciamo. Il risultato si può quasi indovinare.

Se si carica un corpo con quantità di moto, la sua energia aumenta di

$$E_{\text{cin}} = \frac{m}{2} v^2.$$

Quando il corpo cede la quantità di moto, anche l'energia viene ceduta.

Poiché la velocità è al quadrato, è garantito che l'energia sia sempre positiva. Con l'aiuto di $p = m \cdot v$ possiamo esprimere la velocità in termini di quantità di moto ottenendo:

$$E_{\text{cin}} = \frac{p^2}{2m}.$$

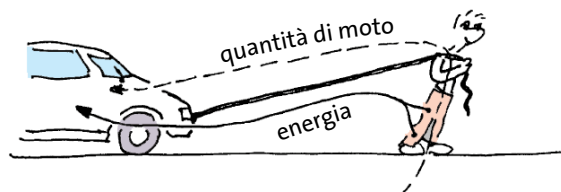


Fig. 5.12 L'auto viene caricata di quantità di moto ed energia.

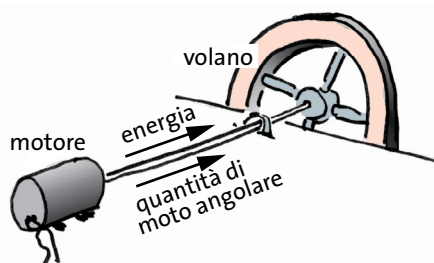


Fig. 5.13 Nel volano, oltre alla quantità di moto angolare, viene immagazzinata anche energia.

c) Corpi in rotazione come accumulatori di energia

Un volano viene caricato con quantità di moto angolare, fig. 5.13. Attraverso l'albero non fluisce però solo quantità di moto angolare, ma anche energia. Sia la quantità di moto angolare che l'energia vengono immagazzinate nel volano.

L'energia immagazzinata nel volano E_{rot} può essere calcolata dal momento d'inerzia e dalla velocità angolare. La formula si ottiene semplicemente sostituendo in

$$E_{\text{cin}} = \frac{m}{2} v^2$$

la massa con il momento d'inerzia e la velocità con la velocità angolare.

Quando si carica un corpo con quantità di moto angolare, la sua energia aumenta di

$$E_{\text{rot}} = \frac{J}{2} \omega^2$$

Quando il corpo cede la quantità di moto angolare, anche l'energia viene ceduta.

Con l'aiuto di $L = J \cdot \omega$ possiamo esprimere la velocità angolare in termini di quantità di moto angolare e otteniamo:

$$E_{\text{rot}} = \frac{L^2}{2J}.$$

Esercizi

1. Un carrello di massa pari a 30 kg viene caricato con una quantità di moto. Per 6 s scorre una corrente di quantità di moto di 20 N. Non ci sono perdite per attrito. Qual è l'energia cinetica del carrello alla fine?
2. Un carrello di massa 200 g viene accelerato da una molla che si distende. Raggiunge una velocità di 0,8 m/s. La molla si è allungata da 10 cm alla sua lunghezza a riposo di 15 cm. Qual è il valore della costante elastica?
3. Una slitta su una rotaia a cuscino d'aria urta contro una slitta due volte più pesante, che all'inizio è ferma. L'urto è completamente anelastico, cioè le slitte rimangono attaccate l'una all'altra dopo l'urto. Confronta le energie cinetiche prima e dopo l'urto. Spiega.
4. Un carrello ($m = 20$ kg) si muove con $v = 0,5$ m/s in direzione x contro un respingente a molla e rimbalza indietro.
 - a) Qual è la sua quantità di moto prima e dopo l'urto?
 - b) Qual è la sua energia cinetica prima e dopo l'urto?
 - c) Di quanto viene compressa la molla (costante elastica $k = 60$ N/m)?
 - d) Qual è la velocità del carrello quando la molla è compressa esattamente per metà?
5. Una slitta di massa pari a 300 g è posta su una rotaia a cuscino d'aria e collegata ad una molla ($k = 7,5$ N/m), fig. 5.14. Se si sposta la slitta dalla posizione di riposo e poi la si lascia andare, essa esegue un'oscillazione. Descrivi il percorso dell'energia e della quantità di moto durante il processo di oscillazione.
Al passaggio attraverso la "posizione di riposo" (la molla è distesa), la slitta ha una velocità di 0,5 m/s. Di quanto oscilla la slitta verso destra e verso sinistra?
6. Un veicolo, di massa m e velocità v , percorre (senza attrito) una curva a 90° . Scrivi un bilancio per l'energia e la quantità di moto. (Quanta energia entra, quanta ne esce?)
7. Una macchina a vapore ha un volano con un diametro di 2,2 m e una massa di 1,8 tonnellate. Supponiamo che tutta la massa si trovi nell'anello esterno. La macchina gira a 2 giri al secondo. Quanta quantità di moto angolare e quanta energia sono immagazzinate nel volano?
8. Due volani A e B hanno ciascuno un momento d'inerzia di $2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Il volano A gira a 2 giri al secondo, mentre il volano B inizialmente non gira.
 - (a) Quanta quantità di moto angolare ha il volano A?
 - (b) Quanta energia possiede A a causa del movimento rotatorio?

Le ruote vengono collegate tra loro tramite un giunto.

 - (c) Quanta quantità di moto angolare possiede ciascuna delle due ruote?
 - (d) Quanta energia possiede inizialmente ciascuna delle due ruote? Quanta energia possiedono assieme dopo che sono state collegate?
 - (e) Commenta il risultato.

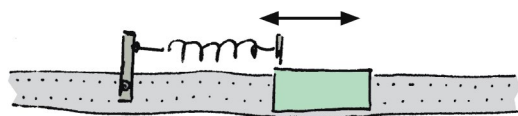


Fig. 5.14 Riguardo all'esercizio 5

Esercizi

9. Per gli esperimenti di fusione presso l'Istituto Max Planck per la fisica del plasma a Garching (vicino a Monaco di Baviera) è necessaria, per brevi intervalli di tempo, una quantità molto elevata di energia elettrica. La corrente di energia richiesta è talmente grande che la normale rete elettrica non è sufficiente. Si utilizzano quindi grandi volani, che vengono caricati lentamente (con una bassa corrente di energia) tramite un motore elettrico. Tutta l'energia accumulata può poi essere ceduta in pochi secondi tramite un generatore. Un volano di questo tipo fornisce un flusso di energia di 150 MW per 10 secondi. Quando è carico, gira a 1600 giri al minuto. Quanto è grande il suo momento d'inerzia?

5.5 Campo gravitazionale come accumulatore di energia – il potenziale gravitazionale

Un oggetto pesante viene sollevato, fig. 5.15. Nella fune, oltre alla quantità di moto, fluisce anche energia. La quantità di moto, come sappiamo, proviene dalla Terra e affluisce nell'oggetto attraverso il campo gravitazionale. Si può immaginare il campo come una molla invisibile che tira il corpo. Proprio come quando si tende una molla si immagazzina energia nella molla, così l'energia viene immagazzinata nel campo gravitazionale quando si solleva un oggetto. Se si lascia ricadere l'oggetto, si recupera l'energia dal campo gravitazionale.

Per sollevare un oggetto pesante occorre più energia che per sollevarne uno leggero. Quindi, maggiore è la massa dell'oggetto, maggiore è l'energia immagazzinata nel campo; inoltre, maggiore è la differenza di al-

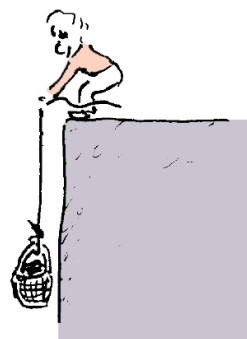


Fig. 5.15 Quando si solleva la cesta, l'energia viene immagazzinata nel campo gravitazionale

tezza $h = h_2 - h_1$ di cui lo si solleva, maggiore è l'energia necessaria.

Calcoliamo l'energia E_{grav} immagazzinata nel campo gravitazionale come funzione di m e h . Partiamo nuovamente dall'equazione

$$P = v \cdot F$$

per la corrente di energia. Poiché spostiamo il corpo verso l'alto a velocità costante, possiamo porre:

$$v = \frac{h}{t_0}$$

t_0 è la durata dell'intero processo. Per la corrente di quantità di moto poniamo:

$$F = m \cdot g.$$

La corrente di quantità di moto è costante nel tempo. Non è quindi necessario calcolarne il valore medio, come nel caso della molla. La corrente di energia durante il sollevamento risulta quindi:

$$P = v \cdot F = \frac{h}{t_0} \cdot m \cdot g.$$

Otteniamo l'energia immagazzinata come intensità della corrente di energia moltiplicata per il tempo:

$$E_{\text{grav}} = P \cdot t_0,$$

quindi

$$E_{\text{grav}} = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1).$$

Quando, sulla Terra, l'altezza di un corpo rispetto al suolo aumenta, l'energia viene immagazzinata nel campo gravitazionale:

$$E_{\text{grav}} = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1).$$

Se l'altezza del corpo diminuisce, l'energia viene restituita.

Introduciamo una nuova grandezza che semplifica la descrizione, il potenziale gravitazionale ψ (psi):

$$\psi = g \cdot h.$$

Il potenziale gravitazionale sulla Terra ha un valore maggiore in alto rispetto a più in basso. La differenza di potenziale tra due luoghi che differiscono di 2 m in altezza è maggiore sulla Terra che sulla Luna.



Fig. 5.16 Centrale idroelettrica. L'acqua scorre verso il basso nei tubi prendendo energia dal campo gravitazionale.

Una differenza del potenziale gravitazionale può essere immaginata come una forza motrice per una corrente di massa. Tutti i corpi cadono dall'alto verso il basso, dal potenziale gravitazionale più alto a quello più basso. In bicicletta si scende dalla collina senza pedalare. L'acqua scorre (poiché ha una massa) dai punti a potenziale gravitazionale più alto a quelli a potenziale più basso. Tutti questi movimenti o correnti avvengono perché il corpo o il liquido in questione ha una massa.

Una differenza di potenziale gravitazionale è una forza motrice per una corrente di massa.

Ora possiamo scrivere in forma più concisa l'energia immagazzinata nel campo gravitazionale:

Se si porta un corpo dal potenziale gravitazionale ψ_1 a quello più elevato ψ_2 , l'energia:

$$E_{\text{grav}} = (\psi_2 - \psi_1) \cdot m$$

viene immagazzinata nel campo gravitazionale.

L'energia del campo gravitazionale viene sfruttata nelle centrali idroelettriche, fig. 5.16.

Nei punti più alti di una catena montuosa l'acqua viene raccolta da torrenti e fiumi e convogliata verso il basso attraverso dei tubi. Scorrendo verso il basso, l'acqua prende energia dal campo gravitazionale.

Scorre quindi attraverso la turbina della centrale e qui cede la sua energia. La turbina aziona un generatore tramite un albero, ovvero l'energia passa dalla turbina al generatore con la quantità di moto angolare.

Un tipo particolare di centrali idroelettriche sono le centrali di pompaggio. Una centrale di pompaggio

funge da accumulatore di energia per la rete elettrica. Può assorbire energia dalla rete e restituirla alla rete. Tali impianti sono necessari poiché la maggior parte delle altre centrali non è in grado di reagire alle variazioni della domanda. Le centrali a carbone, le centrali nucleari e le centrali ad acqua fluente (centrali idroelettriche che sfruttano il flusso naturale del fiume) possono modificare la loro produzione di energia solo molto lentamente o per nulla. Le centrali eoliche forniscono energia quando soffia il vento, e la loro produzione non corrisponde alla domanda. È quindi necessario un sistema di accumulo in grado di assorbire rapidamente l'energia elettrica e di restituirla altrettanto rapidamente – simile a una batteria per auto, ma molto più grande.

Una centrale di pompaggio comprende due grandi bacini d'acqua situati a quote diverse. Quando serve energia elettrica (quando l'energia è costosa), si fa scorrere l'acqua dal bacino superiore a quello inferiore attraverso una turbina. La turbina aziona un generatore. Quando c'è energia in eccesso nella rete (quando l'energia è a basso costo), si fa funzionare il generatore come motore elettrico e la turbina come pompa, e si riporta l'acqua in alto.

Esercizi

1. Disegna lo schema di flusso di una centrale di pompaggio per le sue due modalità di funzionamento. La centrale di pompaggio di Goldisthal (montagne scistose della Turingia) ha un "bacino superiore" a 880 m s.l.m. e un "bacino inferiore" a 550 m. Qual è il potenziale gravitazionale in alto e in basso (rispetto al livello del mare)? La quantità d'acqua utilizzabile è di 12 milioni di m³. Quanta energia può essere immagazzinata? I generatori possono fornire un flusso di energia massimo di 1060 MW. Per quanto tempo dura la riserva di energia?
2. La centrale idroelettrica di Itaipú sul fiume Paraná si trova al confine tra Brasile e Paraguay. È la più grande centrale idroelettrica del mondo. Dispone di 20 turbine e 20 generatori. Il dislivello tra l'entrata e l'uscita dell'acqua è di 120 m, la portata media è di 12000 m³/s (cioè 12 volte quella del Reno presso Karlsruhe). Quale potenza fornisce la centrale?
3. L'acqua fuoriesce dall'ugello di una fontana con una velocità di 5 m/s. A che altezza schizza?
4. Un sasso viene lanciato verticalmente verso l'alto. Disegna il percorso dell'energia e della quantità di moto (a) mentre il sasso viene lanciato; (b) mentre vola verso l'alto; (c) mentre ricade.
5. Un cilindro cavo ($r = 10$ cm, $m = 2$ kg) viene spinto in modo da rotolare a una velocità di 0,8 m/s su una superficie inizialmente piana, fig. 5.17. La superficie è poi seguita da un tratto in salita. A che altezza rotola il cilindro? Fig. 5.17



Fig. 5.17 Vedi esercizio 5

5.6 Paranco, trasmissione a ingranaggi, trasmissione a catena e a cinghia

Il paranco

Per sollevare un carico si utilizza spesso un paranco: un sistema composto da funi e pulegge. La figura 5.18 mostra un paranco particolarmente semplice. Quali vantaggi offre?

Ricordiamo: la puleggia divide la corrente di quantità di moto, che arriva dal basso attraverso la fune C, in due correnti parziali di uguale intensità nei tratti di fune A e B. La corrente di quantità di moto in A è quindi solo la metà di quella in C.

Supponiamo che la massa del carico sia di 200 kg. La corrente di quantità di moto in C è quindi

$$F_C = m \cdot g = 200 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 2000 \text{ N}.$$

Quella nella fune A risulta essere

$$F_B = F_C/2 = 1000 \text{ N}.$$

Il motore (la "pompa di quantità di moto") deve quindi generare solo una corrente di quantità di moto di 1000 N, e non 2000 N, come sarebbe senza l'utilizzo della puleggia. Si ha quasi l'impressione di ottenere qualcosa in regalo. Che non sia così lo vediamo con-

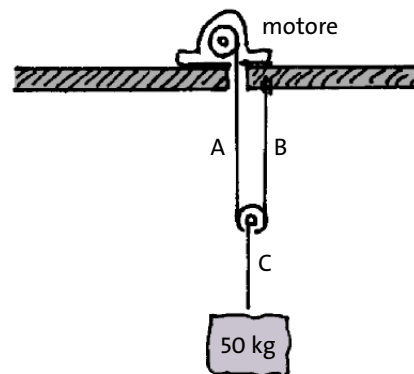


Fig. 5.18 Paranco semplice

frontando le correnti di energia

$$P = v \cdot F$$

nei tratti di fune A e C. Mentre la corrente di quantità di moto in A è la metà di quella in C, la velocità di A è doppia rispetto a quella di C:

$$\begin{aligned} F_A &= F_C/2, \\ v_A &= 2 v_C. \end{aligned}$$

Ne consegue quindi:

$$v_A \cdot F_A = v_C \cdot F_C.$$

Le correnti di energia in A e in C sono quindi uguali. Si sarebbe potuto vedere anche in questo modo: attraverso la fune B non scorre energia, poiché $v_B = 0$. Quindi tutta l'energia che arriva dal motore attraverso la fune A deve passare attraverso la fune C per raggiungere il carico. Possiamo quindi concludere:

Paranco semplice: Uno dei fattori nell'equazione $P = v \cdot F$ varia a spese dell'altro.

Forse questo risultato ti suona familiare. Una situazione simile l'abbiamo già incontrata nel trasformatore elettrico. Per il trasporto di energia elettrica vale l'equazione

$$P = U \cdot I$$

(corrente di energia uguale a tensione elettrica per corrente elettrica.) La corrente di energia che entra nel trasformatore con il portatore carica elettrica (indice A) è uguale a quello che esce (indice B)

$$U_A \cdot I_A = U_B \cdot I_B.$$

Un paranco può quindi essere inteso anche come un "trasformatore di corrente di quantità di moto".

Trasmissione ad ingranaggi

La fig. 5.19 mostra una foto di una semplice trasmissione a ingranaggi.

Nella fig. 5.20 è rappresentata schematicamente una trasmissione di questo tipo. L'energia arriva attraverso l'albero sinistro (A) ed esce dalla trasmissione attraverso quello destro (B). La quantità di moto angolare è il portatore di energia in entrata e in uscita. La relazione tra corrente di energia e correnti di quantità di moto angolare è



Fig. 5.19 Trasmissione a ingranaggi

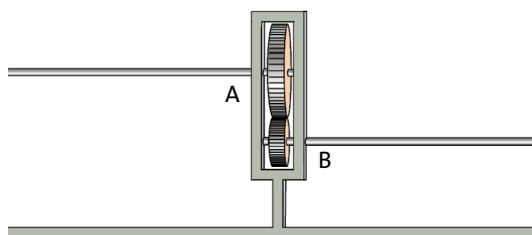


Fig. 5.20 Semplice trasmissione a ingranaggi

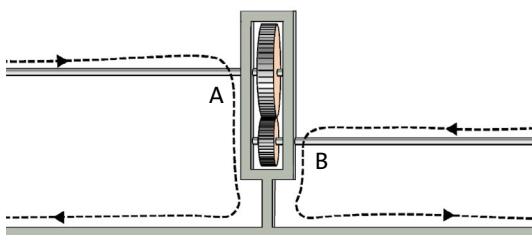


Fig. 5.21 La quantità di moto angolare negli alberi A e B scorre in direzioni opposte.

$$P = \omega \cdot M.$$

Poiché tutta l'energia che arriva tramite A esce tramite B, deve valere:

$$\omega_A \cdot M_A = \omega_B \cdot M_B.$$

Dividiamo entrambi i membri dell'equazione per ω_A e M_B :

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{\omega_B}{\omega_A}. \quad (5.5)$$

Il rapporto ω_A/ω_B delle velocità angolari, ovvero il rapporto di trasmissione, si determina facilmente: se l'ingranaggio A ha il doppio dei denti rispetto all'ingranaggio B, allora la velocità angolare di A è la metà di quella di B.

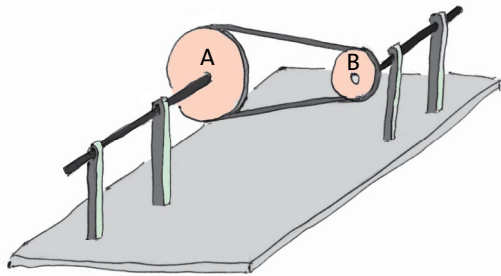


Fig. 5.22 Trasmissione a cinghia. La ruota B gira più velocemente della ruota A.

naggio B, allora l'ingranaggio B gira due volte più velocemente di A. Vale quindi

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{n_A}{n_B}.$$

Qui n_A e n_B sono il numero di denti dei due ingranaggi. Riassumiamo.

Trasmissione: Un fattore nell'equazione $P = \omega \cdot M$ varia a scapito dell'altro.

Una trasmissione può essere intesa come un "trasformatore di corrente di quantità di moto angolare".

Grazie al cambio dell'auto, è possibile modificare il rapporto di trasmissione.

Esaminiamo più da vicino l'andamento delle correnti di quantità di moto angolare nel cambio, fig. 5.21.

Innanzitutto, va notato che nel cambio la direzione delle correnti nei due alberi A e B è opposta. Il ritorno della quantità di moto angolare è assicurato dal supporto, dalla base o dal telaio. L'andamento delle correnti di quantità di moto angolare all'interno del cambio è qui rappresentato solo schematicamente. La corrente scorre sia attraverso gli ingranaggi che attraverso i supporti verticali.

Trasmissione a catena e a cinghia

Conosci la trasmissione a catena della bicicletta. Una trasmissione a cinghia, fig. 5.22, è sostanzialmente la stessa cosa, solo che al posto della catena di maglie d'acciaio si utilizza una cinghia flessibile, spesso dotata di denti.

Tali trasmissioni si trovano in molte macchine. Tra l'altro, le puoi trovare sotto il cofano di ogni automobile. Tali trasmissioni svolgono due funzioni:

- trasportano energia (con il portatore quantità di moto angolare) da un punto A ad un altro punto B.



Fig. 5.23 Cambio di una bicicletta

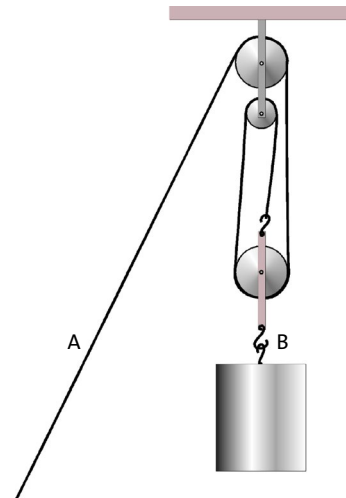


Fig. 5.24 Vedi esercizio 1

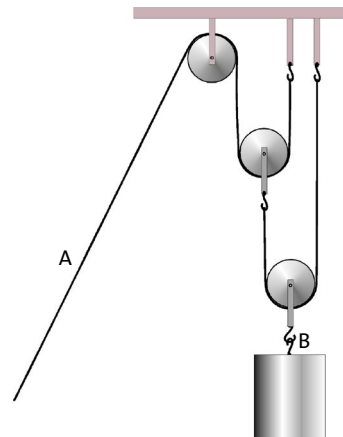


Fig. 5.25 Vedi esercizio 2

- se le due ruote dentate (o pulegge) hanno diametri diversi, agiscono come trasformatori di quantità di moto angolare.

L'energia arriva alla ruota A con la quantità di moto angolare e fluisce via dalla ruota B con la quantità di moto angolare.

Per le corrispondenti intensità di corrente di energia vale nuovamente l'equazione

$$\omega_A \cdot M_A = \omega_B \cdot M_B.$$

In una bicicletta con cambio a catena è possibile modificare il rapporto di trasmissione, fig. 5.23.

Esercizi

1. Disegna il percorso della quantità di moto per il paranco in fig. 5.24. Di quale fattore la corrente di quantità di moto nel punto A è inferiore a quella nel punto B?
2. Disegna il percorso della quantità di moto per il paranco in fig. 5.25. Di quale fattore la corrente di quantità di moto nel punto A è inferiore rispetto al punto B?
3. Di quale tipo è il cambio della tua bicicletta? Se la bicicletta ha un cambio a catena: qual è il rapporto di trasmissione per le diverse marce? Se ha un cambio al mozzo: cerca di determinare il più precisamente possibile i rapporti di trasmissione.

5.7 Attrito

In un processo di attrito, la quantità di moto fluisce da un punto a velocità maggiore verso un punto a velocità minore. I due «punti» possono anche essere anche all'interno di un liquido o di un gas. Qui ci interessa il caso in cui si tratti di due corpi solidi. Li chiamiamo A e B, fig. 5.26.

Il contatto tra i due corpi può essere molto diverso:

- possono toccarsi direttamente; esempio: spingi un libro sul piano del tavolo o una sedia sul pavimento;
- tra A e B c'è un lubrificante; esempio: un asse rotante in un cuscinetto; senza lubrificazione si avrebbe il caso 1, infatti il lubrificante viene utilizzato per ridurre l'attrito;
- tra A e B c'è un gas, solitamente aria; esempio: l'attrito dell'aria su un'auto o una bicicletta in movimento.

In un processo di attrito il bilancio energetico sembra non quadrare. Si perde energia. Chiamiamo la velocità di un corpo v_A , quella dell'altro v_B e l'intensità della corrente di quantità di moto, come sempre, F .

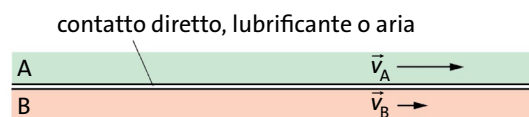


Fig. 5.26 Nel processo di attrito, la quantità di moto p_x fluisce dal corpo A al corpo B (direzione positiva di x verso destra).

$$P_A = v_A \cdot F.$$

Nel corpo B, in cui rifluisce dalla superficie di attrito, trasporta la corrente di energia

$$P_B = v_B \cdot F.$$

Poiché $v_A > v_B$, verso il punto di attrito affluisce più energia di quanta ne rifluisca. Cosa succede alla differenza

$$P = P_A - P_B = (v_A - v_B) \cdot F?$$

In ogni processo di attrito viene generata entropia (che percepiamo come calore). Anche l'entropia è un portatore di energia. L'entropia generata dall'attrito porta inevitabilmente via con sé energia. Il corrispondente flusso di energia può essere scritto come:

$$P = T \cdot I_S.$$

Qui T è la temperatura assoluta (misurata in kelvin) e I_S è l'intensità del flusso di entropia.

Per il processo di attrito si ha quindi:

$$T \cdot I_S = (v_A - v_B) \cdot F = \Delta v \cdot F.$$

Qui abbiamo abbreviato $(v_A - v_B)$ con Δv .

Durante un processo di attrito si genera entropia. L'energia si disperde nell'ambiente con l'entropia generata.

L'attrito è un processo spesso indesiderato, a causa della perdita di energia ad esso associata. Si vorrebbe eliminare l'attrito dell'aria delle automobili o l'attrito nei cuscinetti di un albero rotante.

Tuttavia, alcuni dispositivi tecnici si basano proprio sull'attrito. In questi casi, quindi, è necessario. Ne sono esempi i freni, la frizione e gli ammortizzatori delle automobili.

Ancora una volta: in un processo di attrito, la quantità di moto fluisce da un corpo A a un corpo B. A e B

hanno velocità diverse. Per il processo di attrito non contano i valori delle due velocità, ma solo la differenza di velocità Δv . L'intensità F delle correnti di quantità di moto tra A e B dipende quindi da Δv .

A seconda di come i corpi sfregano l'uno contro l'altro, questa relazione è diversa. Per comprendere i diversi processi di attrito, dobbiamo occuparci delle diverse relazioni Δv - F . Rappresenteremo F in funzione di Δv in un diagramma. Il grafico corrispondente è chiamato curva caratteristica del processo di attrito.

Le curve caratteristiche di attrito possono assumere le forme più disparate. È tuttavia possibile individuare tre modelli fondamentali.

Attrito viscoso

Se tra i corpi A e B si trova un mezzo viscoso, ad esempio olio lubrificante, fig. 5.27, la curva caratteristica è particolarmente semplice.

La corrente di quantità di moto è proporzionale alla differenza di velocità:

$$F \sim \Delta v, \text{ o}$$

$$F = b \cdot \Delta v.$$

La fig. 5.28 mostra il grafico corrispondente.

b dipende:

- dalla viscosità del fluido: più è viscoso, maggiore è b e ciò significa che maggiore è l'intensità della corrente di quantità di moto;
- dalla geometria della disposizione: se A e B scivolano l'uno accanto all'altro come in fig. 5.27, allora b è proporzionale all'area del film d'olio e inversamente proporzionale alla distanza tra A e B.

Attrito viscoso:

$$F = b \cdot \Delta v.$$

Forse ti suona familiare: si comporta in modo molto simile a una corrente elettrica che attraversa un resistore, in cui l'intensità della corrente elettrica è proporzionale alla differenza di potenziale:

$$I \sim \Delta \phi, \text{ oppure}$$

$$I = G \cdot \Delta \phi.$$

Il fattore di proporzionalità G è la conduttanza elettrica (il reciproco della resistenza elettrica), che dipende: 1. dal materiale (dalla conduttività elettrica) e 2. dalle dimensioni geometriche del resistore, ovvero dall'area della sezione trasversale e dalla lunghezza.

Torniamo all'attrito viscoso. Dove si verifica?

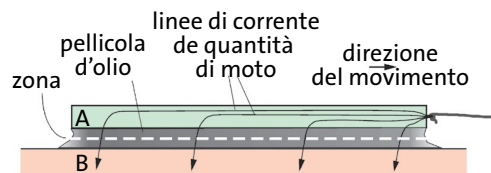


Fig. 5.27 Tra la piastra A e il supporto B si trova un film (pellicola) d'olio. A viene spostato verso destra. Attraverso il film d'olio scorre un flusso di quantità di moto p_x dall'alto verso il basso.

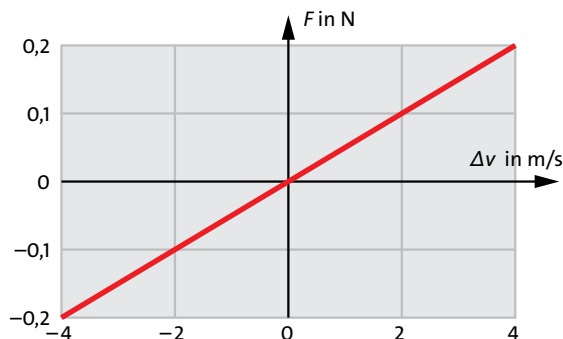


Fig. 5.28 Curva caratteristica per l'attrito viscoso: la corrente di quantità di moto è proporzionale alla differenza delle velocità dei corpi coinvolti.

Lubrificazione delle parti delle macchine

Le macchine contengono parti che si toccano e si muovono l'una contro l'altra. Per ridurre la perdita di quantità di moto o di quantità di moto angolare ed evitare dispersioni di energia, queste parti vengono "lubrificate": si inserisce un sottile strato di olio lubrificante tra di esse, come in fig. 5.27. La lubrificazione è necessaria anche per altri motivi: riduce l'usura dei materiali e produce meno rumore. Sicuramente avrai sentito cigolare i cardini di una porta.

Ammortizzatori

Un'auto ha una molla su ogni ruota, in modo che le irregolarità della strada non scuotano i passeggeri, fig. 5.29. Accanto alla molla si trova un ammortizzatore. Senza ammortizzatori, l'auto compirebbe oscillazioni prolungate. Inoltre, le ruote rimbalzerebbero sulla strada, facendo perdere all'auto il contatto con il manto stradale. Non sarebbe più possibile sterzare e frenare correttamente. Nel caso dell'ammortizzatore, quindi, la "perdita" di energia è auspicabile.

La struttura di un ammortizzatore è illustrata nella fig. 5.30. Quando si muovono l'uno contro l'altro i due "racordi" a destra e a sinistra, il fluido deve scorrere attraverso un piccolo foro nel pistone.

È in questo punto che si verifica l'attrito. Il modo in cui funziona un ammortizzatore si capisce meglio se lo

si prende in mano e si tirano o si spingono i raccordi. Più velocemente li si muove, più diventa difficile.

$$F = b \cdot \Delta v.$$

Δv è la differenza di velocità tra i due raccordi dell'ammortizzatore.

Attrito tra due corpi rigidi

Un blocco di legno scivola su una tavola di legno orizzontale piana. Ciò si può realizzare in modo particolarmente semplice facendo come Willy nella fig. 5.31: si tiene fermo il blocco e si fa in modo che il supporto sotto di esso si sposti. In questo modo, una corrente di quantità di moto fluisce dal piano del tavolo rotante al blocco.

Willy modifica la velocità di rotazione. Il misuratore di corrente di quantità di moto indica però sempre la stessa corrente. Questa osservazione vale anche per altri corpi solidi che sfregano l'uno contro l'altro:

quando due corpi solidi sfregano l'uno contro l'altro, le correnti di quantità di moto che passano dall'uno all'altro sono indipendenti dalla differenza di velocità.

La curva caratteristica Δv - F è mostrata in fig. 5.32, in cui la differenza di velocità è stata considerata positiva.

Ma cosa succede per valori negativi di Δv ? Willy deve ruotare il tavolo nella direzione opposta. Prima però il blocco deve essere fissato sulla parete opposta, cioè sulla parete destra (poiché il nostro misuratore di correnti di quantità di moto è integrato in una corda e questa permette il flusso di quantità di moto solo in una direzione). Il risultato dell'esperimento non è sorprendente: succede la stessa cosa di prima: le correnti di quantità di moto sono indipendenti dalla velocità, tuttavia, ora esse scorrono nella direzione opposta rispetto a prima. La curva caratteristica Δv - F per valori positivi e negativi di Δv è mostrata nella fig. 5.33.

Ma nella curva caratteristica manca ancora qualcosa. Qual è il valore di F quando la differenza di velocità è pari a zero? Con l'aiuto di un misuratore di corrente di quantità di moto tiriamo un blocco appoggiato su un tavolo (fisso) e constatiamo che è possibile aumentare la corrente di quantità di moto da zero fino a un determinato valore senza che il blocco si metta in movimento. È come se fosse incollato al piano del tavolo. Solo quando la corrente di quantità di moto supera questo valore critico, il blocco si stacca e inizia a muoversi. In questo caso, questa corrente di quantità di moto critica è maggiore di quella che scorre quando il corpo si muove.

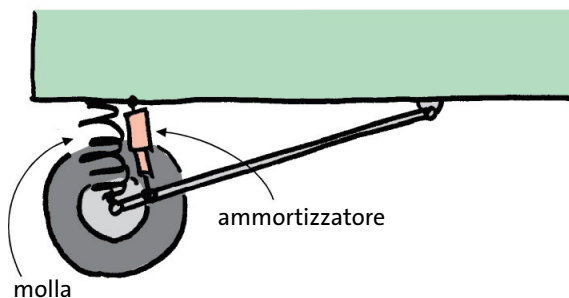


Fig. 5.29 Schema semplificato per la sospensione con molla e ammortizzatore

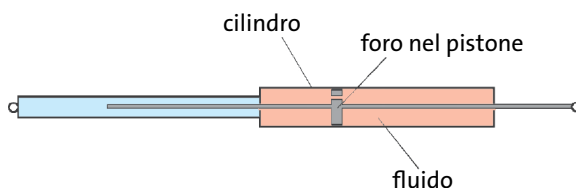


Fig. 5.30 Ammortizzatore. Quando i due raccordi vengono mossi l'uno contro l'altro, il fluido viene spinto attraverso il foro nel pistone.

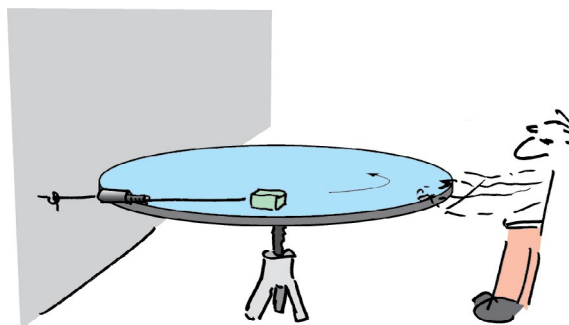


Fig. 5.31 Willy fa ruotare il tavolo. La corrente di quantità di moto tra il blocco e il tavolo è indipendente dalla differenza di velocità.

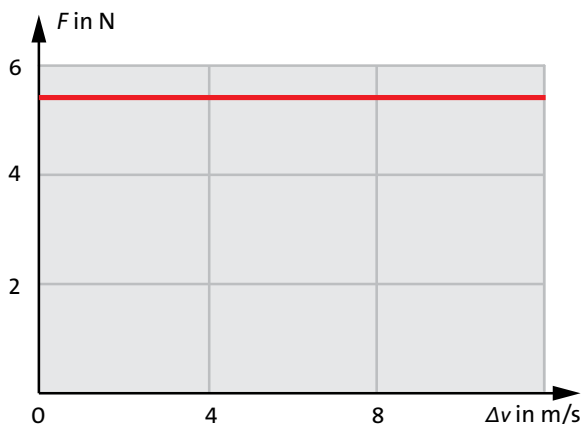


Fig. 5.32 Parte positiva della curva caratteristica Δv - F per l'attrito tra due corpi solidi

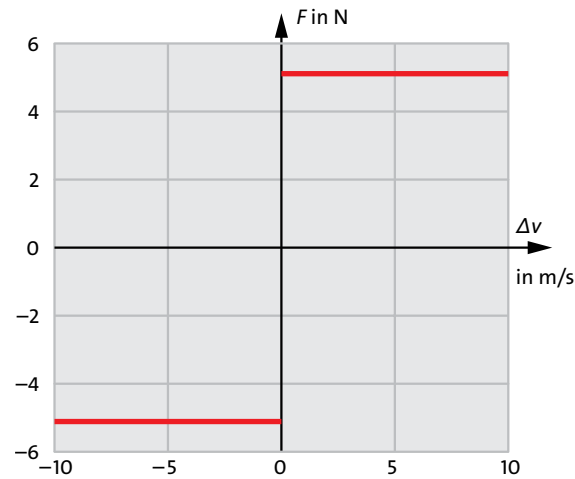


Fig. 5.33 Parte positiva e negativa della curva caratteristica Δv - F per l'attrito tra due corpi rigidi

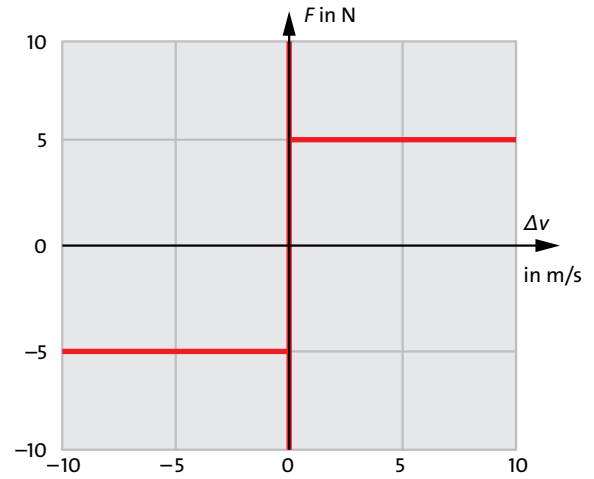


Fig. 5.34 Per $\Delta v = 0$ la curva caratteristica presenta una discontinuità.

Possiamo tenere conto di questo fatto nella nostra curva caratteristica, fig. 5.34. Questo fenomeno ti è sicuramente familiare: quando vuoi spostare un mobile pesante, ad esempio un armadio, devi prima tirare o spingere con molta forza fino a raggiungere il valore critico delle correnti di quantità di moto. Non appena l'armadio si muove, diventa più facile.

Dopo esserci fatti un'idea generale dell'intera curva caratteristica, consideriamo ancora una volta Willy con il suo tavolo rotante e la parte positiva della curva caratteristica di fig. 5.32. Chiamiamo F_A (A come attrito) la corrente di quantità di moto che fluisce dal tavolo al blocco e dal blocco verso sinistra attraverso la corda, fig. 5.35. Si tratta di quantità di moto solo lungo x . Avevamo visto che questa corrente di quantità di moto x è indipendente dalla differenza di velocità.

Dipende però dal peso del blocco, cioè da un'altra corrente di quantità di moto $F_{\perp}$ ($\perp$ come perpendicolare). Questa proviene dalla Terra, fluisce attraverso il campo gravitazionale nel blocco, poi prosegue nel tavolo e da lì torna alla Terra. La corrente di quantità di moto perpendicolare $F_{\perp}$ è una corrente di quantità di moto lungo z .

La relazione tra F_A e $F_{\perp}$ è semplice. È:

$$F_A = \mu \cdot F_{\perp}.$$

Maggiore è la corrente di quantità di moto perpendicolare, maggiore è l'attrito.

In parole:

il fattore di proporzionalità μ dipende dalla natura delle due superfici. La fig. 5.36 mostra la curva caratte-

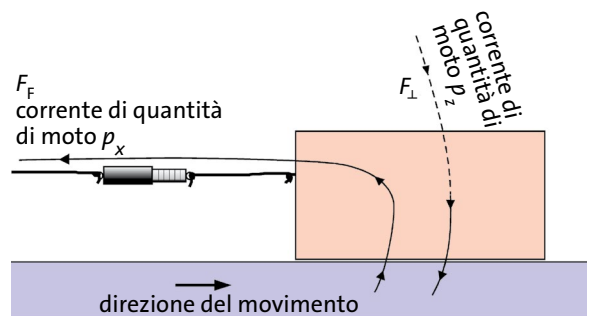


Fig. 5.35 La corrente di quantità di moto p_x attraverso la corda è proporzionale alla corrente di quantità di moto p_z che proviene dal campo gravitazionale.

ristica di un processo di attrito per 3 diversi valori della corrente di quantità di moto perpendicolare.

L'ultima equazione ci dice che è possibile controllare una corrente di quantità di moto con l'aiuto di un'altra: se si modifica $F_{\perp}$, cambia anche F_A . Questo fatto viene sfruttato a livello tecnico.

Freni

La fig. 5.37 mostra schematicamente il freno a disco di un'auto, visto dall'alto. (Potrebbe anche trattarsi del freno a pattino di una bicicletta.) Il disco ruota tra due ganasce. Quando si preme il pedale del freno, le ganasce vengono premute con maggiore o minore forza contro il disco del freno, ovvero viene generata una corrente di quantità di moto z attraverso il disco del freno. Questa provoca una corrente di quantità di moto x più o meno forte in uscita dal disco del freno.

Ora possiamo comprendere un po' meglio ciò che gli automobilisti percepiscono intuitivamente: la decelerazione dell'auto in frenata non dipende dalla velocità a cui viaggia, ma solo dalla forza con cui si preme il

pedale del freno. In altre parole: il freno funziona altrettanto bene (o male) ad alta velocità quanto a bassa velocità. Questo non è scontato. Esistono freni la cui efficacia dipende dalla velocità. Ad esempio, i freni a correnti parassite agiscono tanto più fortemente quanto maggiore è Δv . Si trovano freni di questo tipo nei tram, nell'ICE3 (treno ad alta velocità tedesco), nelle montagne russe o nelle torri di caduta libera.

La frizione

L'avevamo già vista in precedenza. Serve a interrompere e ripristinare un collegamento per le correnti di quantità di moto angolare, vedi fig. 3.18 e fig. 3.19. Quando in auto si tiene premuto il pedale della frizione (il pedale sinistro), il collegamento tra motore e cambio viene interrotto.

Per innestare la frizione, si rilascia lentamente il pedale. In questo modo, i due dischi della frizione vengono premuti sempre più l'uno contro l'altro e scorre una corrente di quantità di moto angolare. Questo non dipende dalla differenza delle velocità angolari dei dischi, ma solo da quanto si è rilasciato il pedale della frizione. Quando il motore è innestato a metà, la corrente di quantità di moto angolare è quindi indipendente dalla velocità del motore. Questo si può facilmente constatare: per la partenza non ha importanza se si accelera molto o poco. Solo quando la frizione è completamente innestata, cioè quando i dischi della frizione non sfregano più l'uno contro l'altro, la posizione del pedale dell'acceleratore influisce sulla variazione di quantità di moto dell'auto.

Attrito turbolento

Un terzo tipo di attrito è l'attrito turbolento. Quando un corpo si muove attraverso un mezzo fluido, ad esempio l'aria, questo viene messo in movimento turbolento e porta via quantità di moto per convezione.

Per questa corrente di quantità di moto la viscosità non ha più alcuna importanza. Dipende però dall'inerzia del mezzo, cioè dalla sua densità.

Inoltre, non cresce più in modo proporzionale alla differenza di velocità, ma è proporzionale al quadrato di Δv , fig. 5.38.

Quindi:

$$F \sim \Delta v^2.$$

La perdita di quantità di moto di un'auto a velocità elevate è di questo tipo. Da ciò possiamo imparare come si deve guidare l'auto se si vuole risparmiare benzina, e quindi energia. Si potrebbe inizialmente pensare: preferisco guidare a 120 km/h invece che a 60 km/h. Il

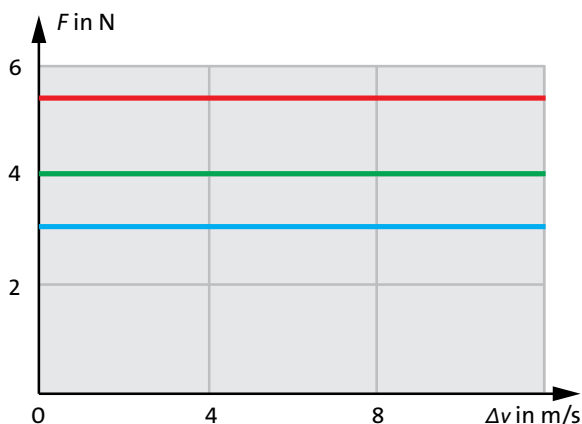


Fig. 5.36 Curve caratteristiche Δv - F per tre diversi valori della corrente di quantità di moto perpendicolare.

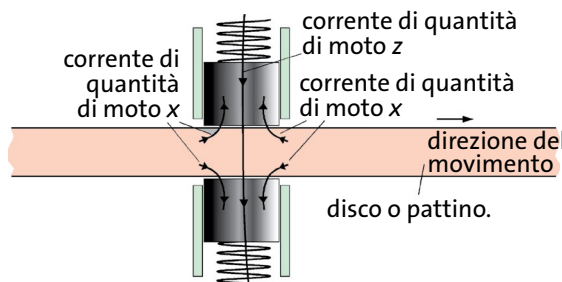


Fig. 5.37 Freno a disco o freno a pattino. Per frenare si invia una corrente di quantità di moto z attraverso il disco del freno dall'alto verso il basso. Ciò fa sì che una quantità di moto x esca dal disco.

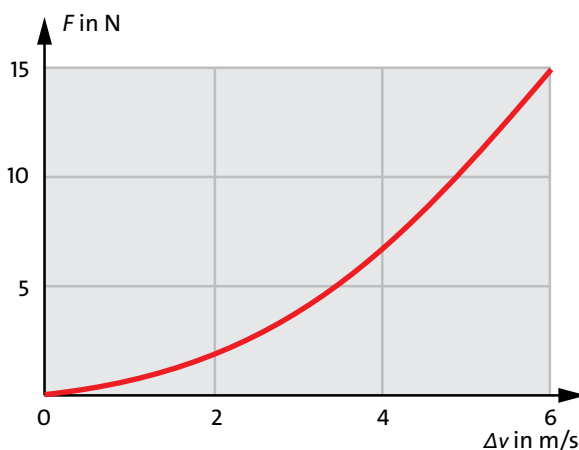


Fig. 5.38 Curva caratteristica Δv - F per l'attrito turbolento

motore consuma allora più benzina al secondo, ma il viaggio dura solo la metà del tempo. Se la perdita di impulso fosse proporzionale a Δv , i due effetti si annullerebbero a vicenda. Ma non è così. Poiché la perdita di quantità di moto aumenta con il quadrato della velocità

tà, il consumo di benzina al secondo a 120 km/h è più che doppio rispetto a 60 km/h.

Questo ragionamento non vale più a basse velocità, perché in quel caso l'attrito turbolento non incide più in modo significativo rispetto agli altri tipi di attrito. Un'auto consuma inutilmente molta energia a partire da circa 80 km/h.

Esercizi

1. Un'auto viene frenata da 80 km/h fino all'arresto mantenendo in posizione costante il pedale del freno. Rappresenta in un unico grafico in funzione del tempo: la quantità di moto dell'auto, le correnti di quantità di moto in uscita dall'auto, l'energia cinetica dell'auto, la corrente di energia in uscita dall'auto. La massa dell'auto è di 1,2 t, la corrente di quantità di moto in frenata è di 3600 N.
2. Esistono freni in cui la corrente di quantità di moto non è costante, ma proporzionale alla velocità del veicolo da frenare. Quale problema ne deriva? Come si può risolvere?

6 SISTEMI DI RIFERIMENTO

6.1 Sistemi di riferimento e lo zero di una grandezza

L'uomo che scende il Reno su una barca dice che il paesaggio gli scorre davanti, fig. 6.1, mentre noi, dalla riva, diciamo che è la barca con l'uomo a bordo a passare davanti a noi.

Questo è un esempio di come il mondo possa essere descritto o osservato in diversi sistemi di riferimento.

Vogliamo descrivere il movimento di un corpo K: a che velocità si muove? In quale direzione si muove? Non possiamo rispondere a queste domande finché non abbiamo stabilito a "cosa" si riferisce il movimento.

Cammini lungo il corridoio di un treno in movimento, dirigendoti verso la parte anteriore. Rispetto al vagone ti muovi a 3 km/h, rispetto alla Terra forse a 203 km/h.

Quando si parla di movimento, quindi, deve sempre essere chiaro a quale altro corpo si riferisce tale movimento. Questo altro corpo viene chiamato corpo di riferimento. Tuttavia, la maggior parte delle proprietà e delle caratteristiche del corpo di riferimento non ha alcuna importanza. Possiamo quindi pensare di sostituirlo con un sistema di coordinate che fissiamo su di esso. Chiamiamo questo sistema di coordinate «sistema di riferimento».

Il corpo di riferimento è a riposo nel proprio sistema di riferimento. Se prendiamo la Terra come corpo di riferimento, chiamiamo il corrispondente sistema di riferimento «sistema di riferimento della Terra»; se invece prendiamo un treno come corpo di riferimento, parliamo del «sistema di riferimento del treno».

L'uomo sulla barca della fig. 6.1 ha scelto come corpo di riferimento la barca stessa, ovvero un sistema di coordinate fissato alla barca. La barca stessa è a riposo in questo sistema di riferimento, la sua velocità è pari a 0 km/h, mentre la riva (e quindi la Terra) si muove a -20 km/h. Si dice anche che la riva si muove *rispetto alla barca*, o in direzione opposta alla barca, a -20 km/h. Chi si trova sulla riva sceglierà come sistema di riferimento la Terra. Per lui la Terra ha una velocità di 0



Fig. 6.1 L'uomo sulla barca sceglie la barca come corpo di riferimento. Nel suo sistema di riferimento è la riva a muoversi. Nel sistema di riferimento dell'uomo fermo sulla riva è la barca a muoversi.

km/h, mentre la barca ha una velocità di +20 km/h. La barca si muove rispetto alla Terra a +20 km/h.

Più avanti ci interesseranno i sistemi di riferimento in cui regna l'assenza di gravità. Abbiamo visto che ciò vale per i corpi in caduta libera. Consideriamo una mela che sta cadendo dall'albero, fig. 6.2.

Come sistema di riferimento prendiamo inizialmente la Terra. La Terra stessa non è quindi accelerata. Ne consegue quindi che

$$a_{\text{Terra}} = 0 \text{ m/s}^2, a_{\text{mela}} = 9.81 \text{ m/s}^2.$$

Se il sistema di riferimento è la mela, allora

$$a_{\text{Terra}} = -9.81 \text{ m/s}^2, a_{\text{mela}} = 0 \text{ m/s}^2.$$

La definizione del sistema di riferimento può anche essere più complessa, ad esempio: il sistema di riferimento è «fissato» al centro di massa del Sistema Solare, l'asse x è orientato verso la Stella Polare, l'asse y verso... ecc.

Per descrivere un movimento, è necessario scegliere un sistema di riferimento: un sistema di coordinate che si immagina fissato a un corpo di riferimento.

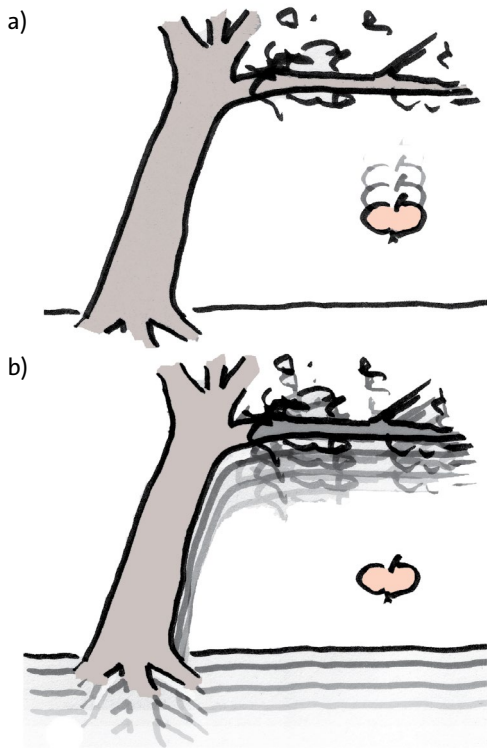


Fig. 6.2 (a) Vista dalla Terra, la mela si muove verso il basso con un'accelerazione costante. (b) Nel sistema di riferimento della mela, la Terra e l'albero si muovono verso l'alto con un'accelerazione costante.

Il fatto che sia necessario scegliere un sistema di riferimento può essere visto anche in questo modo: bisogna stabilire come scegliere gli zeri di posizione, velocità e accelerazione.

Forse ricorderai che anche per altre grandezze fisiche è necessario definire lo zero. Ad esempio, l'indicazione di un valore del potenziale elettrico o di una temperatura non ha senso finché non è noto come è stato definito lo zero. Un cambio di sistema di riferimento implica la ridefinizione dello zero della posizione, della velocità e dell'accelerazione.

Cambio del sistema di riferimento:

Spostamento dello zero della posizione, della velocità o dell'accelerazione

Di seguito ci occuperemo di come cambia la descrizione del mondo quando si cambia il sistema di riferimento, ovvero quando lo si descrive in un sistema di riferimento S' anziché in S .

Particolarmente interessante è il cambiamento degli zeri della velocità e dell'accelerazione. Non ci occuperemo dello zero della posizione.

6.2 Fenomeni in diversi sistemi di riferimento

Quando si cambia il sistema di riferimento, cambiano i valori della velocità o dell'accelerazione. Ma questo non è tutto. Anche molte altre grandezze cambiano i loro valori, e vi sono fenomeni che, dopo un cambio di sistema di riferimento, devono essere interpretati in modo completamente nuovo. Dopo un cambio di sistema di riferimento, il mondo appare diverso.

Di seguito ipotizziamo, innanzitutto, che uno dei sistemi di riferimento, ovvero S , sia la Terra, e che un altro sistema di riferimento S' si muova rispetto a S con una velocità costante v_0 .

Nella sezione 6.3, S' si muoverà rispetto a S con un'accelerazione costante.

Velocità, quantità di moto ed energia cinetica

Consideriamo moti rettilinei orizzontali. La direzione del moto è quella dell'asse x . Dobbiamo quindi considerare solo la componente x del vettore velocità, che indicheremo con v .

Un'auto si muove con velocità v rispetto alla Terra (sistema di riferimento S). In un sistema di riferimento S' , che si muove rispetto alla Terra con velocità v_0 , la velocità dell'auto è:

$$v' = v - v_0.$$

Possiamo anche dire che abbiamo spostato il punto zero della velocità di v_0 , fig. 6.3.

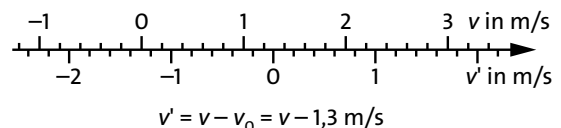


Fig. 6.3 Nel sistema di riferimento S l'auto ha velocità v , mentre in S' ha la velocità $v - v_0$.

Ci chiediamo ora quali siano i valori di altre grandezze. Innanzitutto, la quantità di moto. In S abbiamo:

$$p = m \cdot v$$

e in S' :

$$p' = m \cdot v' = m \cdot (v - v_0).$$

Mentre l'energia cinetica in S è pari a:

$$E_{\text{cin}} = \frac{m}{2} v^2,$$

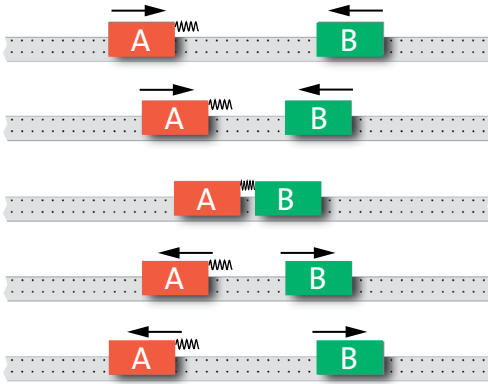


Fig. 6.4 La quantità di moto e l'energia cinetica non subiscono variazioni nell'urto.

	A	B	insieme
prima			
v	3 m/s	-3 m/s	
p	6 Hy	-6 Hy	0 Hy
E_{cin}	9 J	9 J	18 J
dopo			
v	-3 m/s	3 m/s	
p	-6 Hy	6 Hy	0 Hy
E_{cin}	9 J	9 J	18 J

Tab. 6.1 I valori di velocità, quantità di moto ed energia cinetica nel sistema di riferimento S (Terra).

e in S':

$$E_{\text{cin}} = \frac{m}{2} v^2 = \frac{m}{2} (v - v_0)^2.$$

Notiamo che:

I valori della quantità di moto e dell'energia cinetica dipendono dal sistema di riferimento.

Si potrebbe temere che le leggi della natura che conosciamo non valgano più nel sistema di riferimento S'. Esaminiamo gli effetti di un cambio di sistema di riferimento sul principio di conservazione della quantità di moto e sul principio di conservazione dell'energia.

Due corpi A e B (di massa pari a 2 kg ciascuno) si muovono l'uno verso l'altro senza attrito e si scontrano, fig. 6.4. A è dotato di un ammortizzatore a molla. Le velocità iniziali sono rispettivamente di +3 m/s e -3 m/s.

La tabella 6.1 riporta la velocità, la quantità di moto e l'energia cinetica di entrambi i corpi prima e dopo l'urto. Verifica i calcoli!

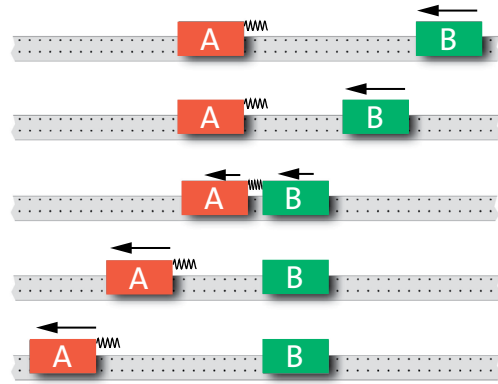


Fig. 6.5 Lo stesso processo della fig. 6.4, ma in un altro sistema di riferimento. Come in precedenza, valgono i principi di conservazione della quantità di moto e dell'energia.

	A	B	insieme
prima			
v'	0 m/s	-6 m/s	
p'	0 Hy	-12 Hy	-12 Hy
E'_{cin}	0 J	36 J	36 J
dopo			
v'	-6 m/s	0 m/s	
p'	-12 Hy	0 Hy	-12 Hy
E'_{cin}	36 J	0 J	36 J

Tab. 6.2 I valori di velocità, quantità di moto ed energia cinetica nel sistema di riferimento S'.

La quantità di moto totale prima dell'urto è pari a 0 Hy, e dopo l'urto è ancora pari a 0 Hy.

Per l'energia cinetica totale prima e dopo l'urto si ottiene 18 J.

Descriviamo ora il processo in un sistema di riferimento che si muove verso destra con $v_0 = +3$ m/s, fig. 6.5.

In questo sistema di riferimento, prima dell'urto il corpo A e dopo l'urto il corpo B hanno velocità pari a zero, tabella 6.2.

I valori di tutte le grandezze sono ora diversi rispetto al sistema di riferimento originario, ma anche in questo caso vale il principio secondo cui l'energia totale e la quantità di moto totale non variano durante il processo di urto. Il risultato conferma una regola che vale in generale:

Se S' si muove rispetto a S con velocità v_0 :

il cambio di sistema di riferimento non altera in alcun modo la validità dei principi di conservazione dell'energia e della quantità di moto.

La portata d'acqua

In un tubo scorre un flusso d'acqua con una portata di 5 litri al minuto. Supponiamo che l'acqua abbia la stessa velocità in ogni punto del tubo.

Prendiamo ora l'acqua come corpo di riferimento. Nel sistema di riferimento corrispondente, l'acqua non si muove, mentre si muove il tubo. La portata d'acqua è ora pari a zero litri al minuto. Il valore della portata d'acqua dipende quindi dal sistema di riferimento.

L'intensità della corrente elettrica

Iniziamo con una corrente elettrica un po' insolita. Consideriamo il fascio di elettroni in un vecchio tubo catodico. Gli elettroni del fascio si muovono a una velocità di circa 10^8 m/s rispetto alla Terra. Poiché gli elettroni sono carichi, al fascio di elettroni è associata una corrente elettrica, che genera attorno a sé un campo magnetico, fig. 6.6.

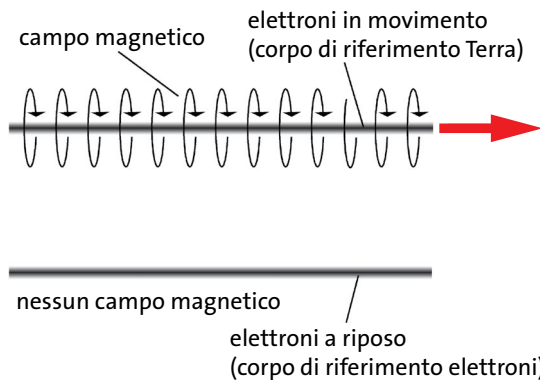


Fig. 6.6 Nel sistema di riferimento in cui gli elettroni sono a riposo, l'intensità del campo magnetico è pari a zero.

Cambiamo ora il sistema di riferimento. Descriviamo la situazione in un sistema di riferimento che si muove insieme agli elettroni. In altre parole: nel nuovo sistema di riferimento S' , gli elettroni non si muovono. Non c'è quindi corrente elettrica e, di conseguenza, nemmeno un campo magnetico. Ne deduciamo che l'intensità della corrente elettrica in un flusso di particelle cariche dipende dal sistema di riferimento. Ma scopriamo anche qualcosa di molto più interessante: i campi magnetici dipendono dal sistema di riferimento.

In seguito, imparerai che i campi magnetici si descrivono quantitativamente tramite l'intensità del campo magnetico.

Se S' si muove rispetto a S con velocità v_0 :

l'intensità del campo magnetico dipende dal sistema di riferimento.

Consideriamo ora una normale corrente elettrica in un filo di rame. Qui i portatori di carica si muovono molto, molto più lentamente. Si potrebbe quindi pensare che in questo caso sia molto più facile eliminare il campo magnetico cambiando sistema di riferimento. Ma non è così.

Ogni atomo del filo di rame possiede un elettrone che non è legato saldamente al nucleo atomico. Quando una corrente elettrica scorre attraverso il filo, questi elettroni mobili o elettroni di conduzione si spostano rispetto al reticolo formato dagli ioni positivi.

In un sistema di riferimento in cui il filo è fermo, gli elettroni di conduzione generano una corrente elettrica. Se ora si passa al sistema di riferimento in cui gli elettroni di conduzione sono fermi, la corrente elettrica corrispondente diventa pari a zero. In questo sistema di riferimento, però, è il reticolo degli ioni positivi a muoversi. Ed è proprio questo a generare una corrente elettrica. Per l'intensità della corrente non fa differenza se i portatori di carica positivi si muovono in una direzione o quelli negativi in quella opposta. Si può quindi cambiare il sistema di riferimento a piacimento: l'intensità della corrente elettrica e il campo magnetico rimangono gli stessi.

Se S' si muove rispetto a S con velocità v_0 :

quando si cambia il sistema di riferimento, l'intensità di corrente di un fascio di particelle cariche cambia. Non cambia invece in un conduttore neutro.

La catena della bicicletta

Descriviamo il trasporto di energia attraverso la catena della bicicletta dal pignone anteriore (in corrispondenza dei pedali) a quello della ruota posteriore. Poiché una corrente di quantità di moto scorre solo nella parte superiore della catena, dobbiamo considerare solo questa. Per essere precisi, supponiamo che:

- Velocità della bicicletta rispetto alla Terra:
 $v_{\text{bicicletta}} = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$
- Velocità della parte superiore della catena rispetto alla bicicletta: $v_{\text{catena}} = 0,8 \text{ m/s}$
- Corrente di quantità di moto nella parte superiore della catena: $F = 80 \text{ N}$.

Iniziamo con la descrizione nel sistema di riferimento S della bicicletta, fig. 6.7. Ciò significa che la bicicletta è ferma, la Terra si muove a 5 m/s verso sinistra e la catena a $0,8 \text{ m/s}$ verso destra. Per la corrente di energia attraverso la catena otteniamo quindi:

$$P = v_{\text{catena}} \cdot F \\ = 0,8 \text{ m/s} \cdot 80 \text{ N} = 64 \text{ W}$$

Passiamo ora al sistema di riferimento S' della Terra, fig. 6.8. La Terra si muove rispetto alla bicicletta con

$$v_0 = -v_{\text{bicicletta}} = -5 \text{ m/s}.$$

Per la corrente di energia attraverso la catena otteniamo quindi:

$$\begin{aligned} P &= (v_{\text{catena}} - v_0) \cdot F = (v_{\text{catena}} + v_{\text{bicicletta}}) \cdot F \\ &= (0,8 \text{ m/s} + 5 \text{ m/s}) \cdot 80 \text{ N} = 464 \text{ W} \end{aligned}$$

E questo ci pone un problema: il flusso di energia è troppo grande. Una persona che pedala non può assolutamente generare un tale flusso di energia con i propri muscoli. Qualcosa non quadra. In effetti, abbiamo dimenticato qualcosa. La corrente di quantità di moto che attraversa la parte superiore della catena della bicicletta (tensione di trazione, cioè da destra a sinistra) deve pur tornare indietro. E lo fa – precisamente attraverso il telaio della bicicletta (essenzialmente attraverso il collegamento orizzontale tra la corona posteriore e quella anteriore). Poiché la bicicletta si muove nel sistema di riferimento S' , a questa corrente di quantità di moto è associato una corrente di energia, e precisamente da dietro in avanti. Non è difficile calcolare questo flusso di energia:

$$P = v_0 \cdot (-F) = -5 \text{ m/s} \cdot 80 \text{ N} = -400 \text{ W}.$$

(Abbiamo associato un valore negativo alla corrente di quantità di moto da sinistra a destra.) Attraverso il telaio della bicicletta scorre una corrente di energia da dietro verso la parte anteriore. La corrente di energia totale della catena e del telaio risulta quindi pari a

$$P = 464 \text{ W} - 400 \text{ W} = 64 \text{ W}.$$

L'energia che la persona in bicicletta eroga con i muscoli è in ogni caso di 64 W, e questa arriva anche alla parte posteriore. Il percorso che segue la corrente di energia dipende però dal sistema di riferimento scelto.

Se S' si muove rispetto a S con velocità v_0 :

le correnti di energia meccanica dipendono dal sistema di riferimento.

Potremmo esaminare anche altre grandezze fisiche: il loro valore cambia o meno al variare del sistema di riferimento? In tal caso, noteremmo innanzitutto che alcune dipendono dal sistema di riferimento, mentre altre sembrano non farlo. Scopriremmo così, in primo luogo, che i valori delle seguenti grandezze non cambiano al variare del sistema di riferimento:

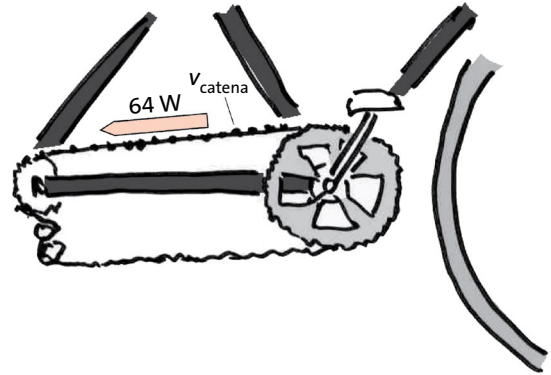


Fig. 6.7 Sistema di riferimento della bicicletta: attraverso la catena scorre una corrente di energia di 64 W (freccia grigia) da destra a sinistra.

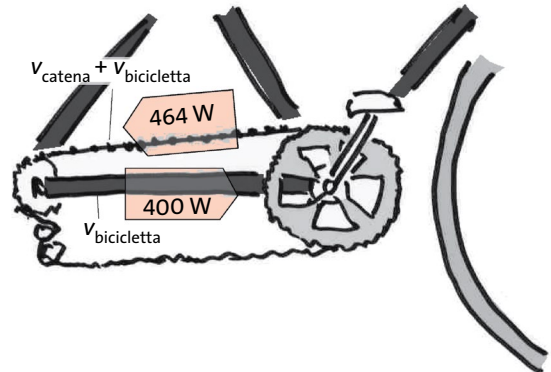


Fig. 6.8 Sistema di riferimento della Terra: attraverso la catena scorre una corrente di energia di 464 W verso sinistra. Di questi, 400 W tornano indietro verso destra attraverso il telaio della bicicletta.

lunghezza, durata, massa, pressione, carica elettrica, temperatura, entropia ...

In realtà, però, questo elenco contiene alcune grandezze che non dovrebbero farne parte. Infatti, se si scelgono sistemi di riferimento in cui v_0 è molto grande, la maggior parte delle grandezze non farà più parte della lista.

I valori di lunghezza, intervallo di tempo e di massa, infatti, cambiano in caso di cambio di sistema di riferimento. Ne rimangono solo pochissimi, tra cui la carica elettrica e l'entropia.

Nel prossimo capitolo ci occuperemo dei fenomeni che si verificano ad alte velocità. Essi sono oggetto della teoria della relatività.

Sembra che un cambio di sistema di riferimento modifichi il mondo. Ma non è così. Il mondo rimane com'è. Cambia solo la nostra descrizione, il nostro punto di vista, e questo ci fa apparire il mondo in modo diverso.

Un cambio di sistema di riferimento non modifica il mondo. Cambia solo la nostra descrizione del mondo.

Esercizi

- Due corpi A e B (di massa pari a 2 kg ciascuno) entrano in collisione, analogamente a quanto illustrato nella fig. 6.4, solo che non dispongono di un ammortizzatore a molla, bensì di un ammortizzatore plastico, per cui dopo l'urto rimangono uniti. Le velocità iniziali sono quelle indicate nella fig. 6.4, ovvero $v_A = 3\text{ m/s}$ e $v_B = -3\text{ m/s}$. Quali sono la quantità di moto del corpo A, la quantità di moto del corpo B e la quantità di moto totale prima e dopo l'urto? Quali sono l'energia cinetica del corpo A, l'energia cinetica del corpo B e l'energia cinetica totale prima e dopo l'urto? Descrivi il processo in un sistema di riferimento che si muove rispetto a quello utilizzato in precedenza con $v_0 = +3\text{ m/s}$.
- Una locomotiva traina 4 vagoni a velocità costante su un tratto pianeggiante. Disegna il cammino della quantità di moto e dell'energia (a) nel sistema di riferimento della Terra e (b) nel sistema di riferimento del treno.

6.3 Sistemi di riferimento in volo libero

Willy si trova in un ascensore che non è sospeso a una fune, ma cade liberamente verso il basso, fig. 6.9. (L'ascensore alla fine atterrerà dolcemente.) Si muove in modo accelerato: la sua velocità aumenta linearmente con il tempo.

Willy si rende conto di essere in assenza di gravità. Fa anche qualche esperimento con diversi oggetti. Tutto ciò che lascia andare rimane semplicemente sospeso davanti a lui e non cade sul pavimento (dell'ascensore). Conclude: l'intensità del campo gravitazionale è pari a zero.

Lilly osserva dall'esterno e giunge a una conclusione diversa. L'intensità del campo gravitazionale non è affatto pari a zero. Gli oggetti che Willy lascia andare cadono a terra con un moto accelerato. Willy semplicemente non se ne accorge perché anche lui stesso sta cadendo. Successivamente, Willy e Lilly discutono delle loro osservazioni e alla fine si mettono d'accordo:

Se S' si muove con accelerazione costante rispetto a S: l'intensità del campo gravitazionale dipende dal sistema di riferimento.

Willy fa un altro giro o un altro volo nel suo ascensore in caduta. Nel frattempo, Lilly tiene in mano un dina-

mometro a cui è appeso un blocco pesante, fig. 6.10. La molla è tesa, è sottoposta a tensione. Per Lilly è chiaro: nel blocco scorre, attraverso il campo gravitazionale, una corrente di quantità di moto, che deve defluire attraverso la molla. Di solito ci si esprime così: il blocco è pesante. La sua massa è una misura della «pesantezza».

Dal punto di vista di Willy è diverso: l'intensità del campo gravitazionale è pari a zero. Egli spiega così il fatto che la molla di Lilly sia tesa: il blocco diventa sempre più veloce, la sua quantità di moto aumenta costantemente. Riceve la quantità di moto attraverso la molla di Lilly (e Lilly la riceve dalla Terra). Ciò si può

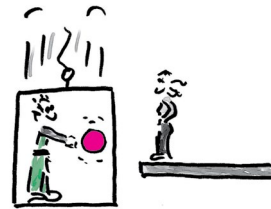


Fig. 6.9 Willy: «La sfera fluttua davanti a me. L'intensità del campo gravitazionale deve essere pari a zero». Lilly: «L'intensità del campo gravitazionale non è pari a zero; Willy e la sfera cadono alla stessa velocità».



Fig. 6.10 Willy: «L'intensità del campo è pari a zero. La molla è tesa perché nel blocco affluisce quantità di moto, che lo fa accelerare». Lilly: «Il blocco non accelera. Nel blocco fluisce quantità di moto attraverso il campo gravitazionale e dal blocco defluisce attraverso la molla».

esprimere anche in questo modo: il blocco si oppone all'accelerazione perché ha inerzia. La sua massa è una misura di questa inerzia.

In precedenza (sezione 4.2) avevamo constatato che un corpo, in virtù della sua massa, possiede due proprietà: è pesante e ha inerzia. Avevamo anche già visto che le due proprietà sono correlate. Se il corpo A è due volte più pesante del corpo B, allora anche l'inerzia di A è doppia rispetto a quella di B. Ora vediamo che non si tratta di una coincidenza.

La massa si manifesta in modo diverso a seconda del sistema di riferimento:

a volte come peso e a volte come inerzia.

Le leggi della fisica valgono in entrambi i sistemi di riferimento. Ciò che differisce, tuttavia, sono i valori numerici delle grandezze fisiche; ad esempio, l'intensità del campo in un caso è pari a zero e nell'altro non lo è. E differisce anche l'interpretazione fisica degli esperimenti: in un caso la molla è tesa a causa del peso del corpo che vi è appeso, nell'altro a causa dell'inerzia del corpo stesso.

Quando descriviamo fisicamente un fenomeno, siamo sempre liberi di scegliere il sistema di coordinate che preferiamo. In base alle nostre considerazioni precedenti, sembrerebbe che la scelta non abbia alcuna importanza. La fisica, infatti, vale in ogni sistema. Tuttavia, esiste anche un altro argomento: potrebbe essere che la descrizione in un sistema di riferimento sia più semplice che in un altro – ed è proprio così.

Nel nostro caso si potrebbe forse pensare che il sistema di riferimento più semplice sia quello di Lilly. Lei si trova sulla Terra, anche noi siamo sulla Terra, e sappiamo come appare il mondo quando lo descriviamo da questa prospettiva. Se però si riflette più attentamente sulla questione, si giunge a una conclusione diversa: il sistema di riferimento di Willy è il più comodo, perché il mondo non potrebbe essere più semplice di quanto non sia per Willy: se si posiziona un corpo da qualche parte, esso rimane lì; non si metterà in movimento né accelererà sempre di più, come noi terrestri sperimentiamo costantemente. Da Willy le cose o rimangono dove sono, oppure, se le si mette in movimento, cioè se si impartisce loro una quantità di moto, si muovono in linea retta a velocità costante. Più semplice di così non si può.

I sistemi di riferimento in cui i corpi, se lasciati a sé stessi, si muovono a velocità costante o non si muovono affatto, li chiamiamo *sistemi di riferimento in caduta libera o in volo libero* (in breve, *sistemi di riferimento liberi*).

Sistema di riferimento in volo libero:

un corpo lasciato a sé stesso non si muove oppure si muove a velocità costante.

In un sistema di riferimento in volo libero la fisica è particolarmente semplice.

Un movimento come quello di Willy con la cabina dell'ascensore e gli oggetti che ha ancora con sé, in passato lo avremmo definito «caduta libera». Normalmente un movimento del genere termina dopo poco tempo.

Tuttavia, nella sezione 4.6 abbiamo visto che è possibile mantenere lo stato di caduta libera anche in modo permanente. Ogni satellite che orbita intorno alla Terra, così come la stazione spaziale ISS, si trova costantemente in uno stato di caduta.

Consideriamo ora un'astronave che vaghi nello spazio, lontana da tutti i pianeti e le stelle. Willy e Lilly si sentono in assenza di gravità. Anche questa astronave costituisce quindi un sistema di riferimento in volo libero, fig. 6.11.

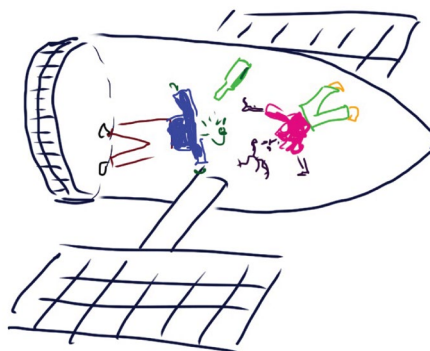


Fig. 6.11 L'astronave vaga nello spazio senza propulsione. Willy, Lilly e tutto il resto all'interno dell'astronave sono in volo libero. Il sistema di riferimento dell'astronave è un sistema di riferimento libero.

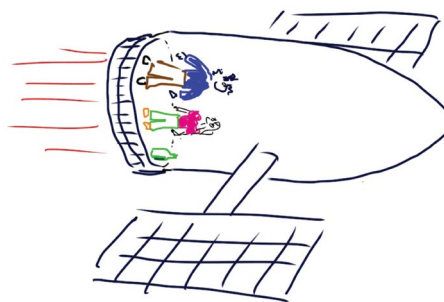


Fig. 6.12 La propulsione è accesa. Willy, Lilly e la bottiglia «stanno in piedi sul pavimento». Il sistema di riferimento dell'astronave non è un sistema di riferimento libero.

Willy e Lilly ora sentono nostalgia della Terra, soprattutto perché lì provano la meravigliosa sensazione di gravità. Poiché la Terra è troppo lontana per tornarci in un tempo sufficientemente breve, ricreano quella sensazione in un altro modo: accendono i motori, fig. 6.12.

Visto dall'esterno (cioè da un sistema di riferimento in volo libero) si direbbe: la quantità di moto dell'astronave aumenta, così come quella di Willy e Lilly. Nei due fluisce quindi una corrente di quantità di moto. Willy e Lilly, tuttavia, la vedono diversamente, poiché descrivono il fenomeno nel sistema di riferimento dell'astronave, che ora non è più un sistema di riferimento libero. Si rendono conto di essere diventati pesanti. Sono «in piedi» sul «pavimento» e ogni oggetto che lasciano andare «cade» verso il «basso».

Torniamo ancora una volta all'astronave senza propulsione. Willy e Lilly guardano fuori dal finestrino e scoprono che nelle vicinanze si muove un'altra astronave, anch'essa senza propulsione. Tuttavia, questa vola in una direzione diversa, fig. 6.13.

Anche i passeggeri dell'altra astronave sono quindi in assenza di gravità, il che significa che anche l'altra astronave definisce un sistema di riferimento in volo libero. In un dato luogo non esiste quindi un solo siste-

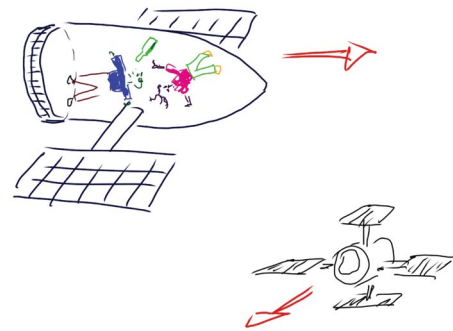


Fig. 6.13 L'astronave di Willy e Lilly è priva di propulsione; il suo sistema di riferimento è un sistema di riferimento in volo libero. Ma anche il sistema di riferimento dell'altra astronave, anch'essa priva di propulsione e che si muove a una velocità diversa, è libero.

ma di riferimento libero. Quanti ce ne sono? Due? No. Ogni astronave che si muove a velocità costante rispetto a quella di Willy e Lilly definisce un sistema di riferimento in volo libero. Esistono quindi infiniti sistemi di riferimento in volo libero.

Ogni sistema di riferimento che si muove a velocità costante rispetto a un sistema di riferimento in volo libero è anch'esso un sistema di riferimento in volo libero.

Esercizi

1. All'Università di Brema è stata costruita una «torre di caduta» per esperimenti di fisica, fig. 6.14. Al suo interno si trova un tubo lungo oltre 100 m. Questo può essere svuotato dell'aria per gli esperimenti. Willy sale in una capsula sperimentale e viene lasciato andare dalla sommità della torre di caduta*. Uno spesso strato di palline di polistirolo sul fondo della torre garantisce un atterraggio morbido. La caduta dura poco meno di 5 secondi. Lilly osserva l'esperimento. Qual è la velocità massima che ha misurato per Willy? Come descrive Willy il suo movimento? Come si può raddoppiare la durata della «caduta»?
2. Ora Lilly entra a sua volta in una capsula e viene lanciata verso l'alto nella torre di caduta a una velocità $v = 50 \text{ m/s}$. Contemporaneamente, Willy viene rilasciato con la sua capsula nella sommità della torre. Willy e Lilly si osservano a vicenda durante l'esperimento, che dura 5 s. Come descrivono il movimento l'uno dell'altro? Puoi rispondere a tutte le domande senza fare calcoli.
3. Un paracadutista sta cadendo verso il suo punto di atterraggio. La sua velocità è costante. Perché questa caduta non ha nulla a che vedere con quella di Willy e Lilly nella torre?

* La torre di caduta esiste davvero. La storia di Willy e Lilly, invece, è frutto di fantasia.

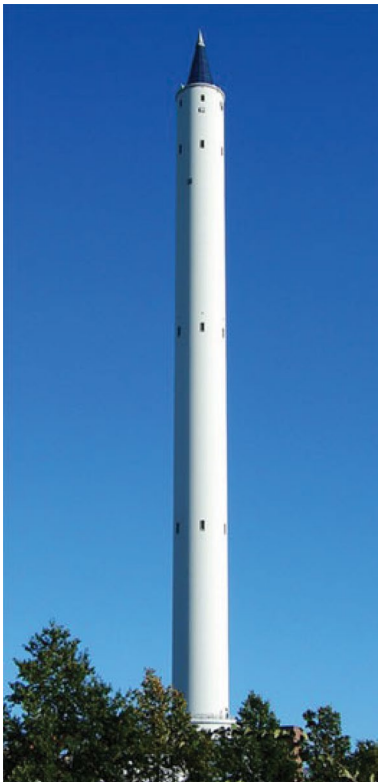


Fig. 6.14 Torre di caduta libera dell'Università di Brema.