KPK

Il corso di fisica di Karlsruhe

Meccanica

4 IL CAMPO GRAVITAZIONALE

4.1 L'attrazione terrestre

Tutti gli oggetti sono attratti dalla Terra. Ciò si nota in due modi:

- si prende un oggetto e lo si lascia andare: esso cadrà verso il basso;
- ogni oggetto ha un peso.

Entrambi i fenomeni dimostrano che l'oggetto riceve quantità di moto dalla Terra. Un corpo che cade acquista sempre più velocità durante la caduta: la sua quantità di moto aumenta.

Ma anche un corpo che non cade riceve quantità di moto: lo possiamo osservare appendendolo a un dinamometro, fig. 4.1. Il dinamometro indica che una corrente di quantità di moto fluisce costantemente dal corpo attraverso il sostegno verso la Terra. Questa perdita di quantità di moto deve essere costantemente compensata. Quindi la quantità di moto fluisce costantemente nel corpo, attraverso un collegamento invisibile tra il corpo e la Terra.

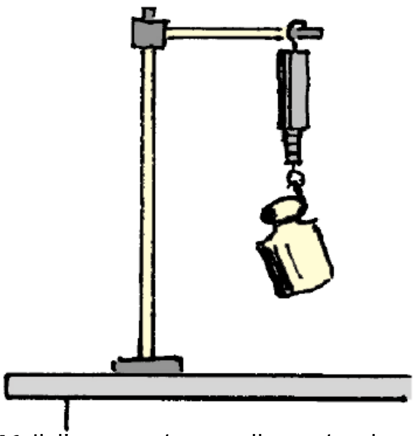

Fig. 4.1 Il dinamometro a molla mostra che una corrente di quantità di moto fluisce dal corpo appeso verso l'alto. Questa quantità di moto è fluita nell'oggetto attraverso il campo gravitazionale.

In precedenza, abbiamo già incontrato un simile conduttore di quantità di moto, cioè un conduttore invisibile: il campo magnetico. Nel caso che ci interessa, tuttavia, non può trattarsi di un campo magnetico, perché in tal caso solo i magneti o i corpi di ferro sarebbero attratti dalla Terra. Il collegamento consiste quindi in una struttura che non è un campo magnetico, ma che assomiglia ad esso. Si chiama campo gravitazionale (o anche campo di gravità). Proprio come un polo magnetico è circondato da un campo magnetico, così ogni oggetto che ha una massa, cioè ogni corpo, è circondato da un campo gravitazionale. Maggiore è la massa del corpo, maggiore è l'intensità del campo.

> Ogni corpo è circondato da un campo gravitazionale. Maggiore è la massa del corpo, più intenso è il campo. Attraverso il campo fluisce quantità di moto da un corpo all'altro. L'attrazione terrestre implica che ci sia una corrente di quantità di moto che fluisce dalla Terra al corpo in questione.

4.2 Da cosa dipende l'attrazione terrestre

Proviamo a verificarlo. Appendiamo prima un corpo A di ferro di massa pari a 1 kg a un dinamometro e poi un corpo B di legno, anch'esso di massa pari a 1 kg. Quindi vale:

$$m_A = m_B\,.$$

Il dinamometro indica lo stesso valore in entrambi i casi, quindi:

$$F_A = F_B .$$

I due corpi hanno lo stesso peso. Probabilmente questo non vi sorprenderà, ma non è comunque scontato.

Cerchiamo di chiarire questo punto. Cosa significa che il pezzo di legno e il pezzo di ferro hanno la stessa massa? Per rispondere a questa domanda dobbiamo ricordare l'equazione:

$$p = m \cdot v$$

La massa è la costante di proporzionalità tra quantità di moto e velocità.

Essa ci dice quanta quantità di moto è necessaria per portare un corpo a una determinata velocità. Ci dice quanto è inerte il corpo. Dal fatto che due corpi hanno la stessa inerzia, tuttavia, non si può ancora concludere che abbiano anche lo stesso peso. Da

$$m_A = m_B$$

non si può semplicemente concludere che

$$F_A = F_B .$$

Si può solo provare. L'esperimento dimostra che è effettivamente così:

> corpi che hanno la stessa inerzia hanno anche lo stesso peso.

Ci siamo abituati a questo fatto e difficilmente riusciamo a immaginare che possa essere diversamente. Tuttavia, questo ha occupato a lungo la fisica. All'inizio sembrava che questa corrispondenza fosse solo una coincidenza. Si pensava che, se si fossero effettuate misurazioni sufficientemente precise, si sarebbe potuta rilevare una differenza tra inerzia e gravità. Solo la teoria della relatività ha dimostrato che l'inerzia e la gravità devono coincidere in linea di principio. Prendiamo ora due corpi con una massa di 1 kg ciascuno. Insieme, possiamo considerarli come un unico corpo con una massa di 2 kg, in cui scorre una corrente di quantità di moto la cui intensità è doppia rispetto a quella di un singolo corpo. Anche questo ti sembrerà ovvio.

Tuttavia, si potrebbe immaginare che l'aggiunta di un secondo corpo influenzi la corrente di quantità di moto che scorre nel primo. Ma non è così. Per la corrente di quantità di moto che scorre dalla Terra in un altro corpo vale quindi:

$$F \sim m,$$

o, scritto come equazione:

$$F = m \cdot g . \qquad (4.1)$$

Per la costante di proporzionalità si ottiene:

$$g = 9{,}8 \text{ N/kg},$$

o approssimativamente

$$g = 10 \text{ N/kg}.$$

Il nostro risultato non è ancora completo. Innanzitutto, osserviamo che g deve essere l'intensità di un vettore. Ciò deriva da ragioni matematiche. Poiché la grandezza a sinistra dell'equazione (1) è una grandezza vettoriale, anche a destra deve esserci un vettore. Scritta in forma vettoriale, dall'equazione (4.1) si ottiene:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} . \qquad (4.2)$$

Ora conduciamo, mentalmente, il seguente esperimento. Pesiamo un oggetto in luoghi diversi: in Europa, in Giappone, a un'altitudine di 1000 km sopra la superficie terrestre, sulla Luna, su Marte o lontano da tutti i corpi celesti. Le correnti di quantità di moto sono diverse ogni volta. In ogni luogo vale ancora la proporzionalità

$$F \sim m,$$

ma la costante di proporzionalità è diversa in ogni caso. La quantità di moto che fluisce in un corpo in Giappone è ruotata di circa 90° rispetto a quella che

luoghi	***g* in N/kg**
Superficie terrestre	9,8
1000 km sopra la superficie terrestre	7,3
Superficie lunare	1,62
Superficie marziana	3,8
Superficie solare	274
Superficie di una stella di neutroni	1000000000000

Tab. 4.1 Valore dell'intensità del campo gravitazionale in diversi luoghi.

fluisce in un corpo della stessa massa in Europa. La direzione di $\vec{F}$ dipende quindi dalla posizione del corpo sulla Terra e con essa anche quella di $\vec{g}$. Ma anche il valore di $\vec{g}$ dipende dalla posizione. Allontanandosi dalla Terra, diventa sempre più piccolo. A grande distanza da qualsiasi corpo celeste è praticamente nullo.

Nella tabella 4.1 sono riportati i valori di g per alcuni luoghi significativi.

La quantità vettoriale $\vec{g}$ ci fornisce informazioni sul campo gravitazionale in un determinato luogo. Il suo valore ci indica la densità del campo. Poiché si tratta di un vettore, ne deduciamo che il campo gravitazionale ha una direzione ben definita in ogni punto. In questo senso è simile al legno. Anche nel legno è possibile riconoscere una direzione ben definita in ogni punto: la direzione delle venature. $\vec{g}$ è chiamato intensità del campo gravitazionale (a volte anche fattore locale).

Con l'aiuto dell'equazione (4.2) possiamo misurare il campo gravitazionale. Prima di esaminare campi gravitazionali molto estesi, esaminiamo le conseguenze del campo in un punto vicino alla superficie terrestre.

Cosa si intende quando si dice che un oggetto è pesante? Si intende che è difficile sollevarlo da terra. Si intende quindi che ha una grande massa? A rigor di termini, non è proprio così. Sulla Luna, infatti, non sarebbe affatto difficile sollevare questo oggetto “pesante” dal suolo lunare. Con “pesante” si intende piuttosto che una grande corrente di quantità di moto scorre nel corpo. Lo stesso oggetto può quindi essere pesante o leggero a seconda di dove si trova.

Ecco la descrizione dell'attrazione terrestre nel modello di forza: quando si calcola una forza secondo l'equazione (4.2), la si chiama forza di gravità o forza peso e si dice che la forza di gravità o la forza peso agisce su un corpo.

> Relazione tra l'intensità del campo gravitazionale $\vec{g}$ e la corrente di quantità di moto $\vec{F}$ in un corpo di massa m:
>
> $$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

Esercizi

1. Quale corrente di quantità di moto fluisce dalla Terra nel tuo corpo? (Quale forza peso agisce sul tuo corpo?) Quale sarebbe l’intensità di questa corrente di quantità di moto sulla Luna? Quale sarebbe su una stella di neutroni?
2. Durante una spedizione lunare, gli astronauti determinano la forza peso su un corpo con un dinamometro. Trovano $F = 300$ N. Qual è la massa del corpo?

4.3 La caduta libera

Se abbiamo a che fare solo con movimenti in direzione verticale, è sufficiente considerare le componenti verticali della quantità di moto e della velocità. Indichiamole con le lettere p e v e scegliamo la direzione positiva verso il basso. Un corpo che si muove verso il basso ha quindi una quantità di moto positiva e una velocità positiva.

I fenomeni che stiamo esaminando si verificano tutti nelle vicinanze della superficie terrestre. Non ci spostiamo a 1000 km di altitudine, né a 1000 km a est, ovest, sud o nord. Sotto queste condizioni, possiamo considerare l'intensità del campo gravitazionale come costante, ovvero indipendente dalla posizione. Diciamo che il campo gravitazionale è *omogeneo*.

Prendiamo in mano un oggetto e lo lasciamo andare. Esso cade a terra. Ora possiamo spiegare questo fenomeno: nell'oggetto fluisce una corrente di quantità di moto di intensità $m \cdot g$; quindi, la sua quantità di moto aumenta costantemente. Più a lungo cade, più velocemente si muove.

Tuttavia, c'è qualcosa di strano. Se si lasciano cadere contemporaneamente due oggetti, uno più pesante e uno più leggero, dalla stessa altezza, si nota che arrivano a terra contemporaneamente. Il più pesante non dovrebbe cadere più velocemente? Esso riceve più quantità di moto dalla Terra.
Calcoliamo secondo quale legge aumenta la quantità di moto dei due corpi. Supponiamo che la massa del corpo pesante sia di 4 kg e quella del corpo leggero di 1 kg. Sostituiamo

$$F = m \cdot g$$

in

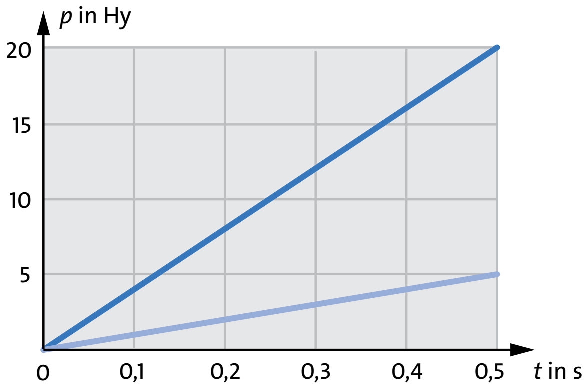

Fig. 4.2 Quantità di moto in funzione del tempo per due corpi in caduta di massa diversa.

$$p = F \cdot t$$

e otteniamo

$$p = m \cdot g \cdot t \,. \tag{4.3}$$

Qui sostituiamo la massa e l'intensità del campo gravitazionale e otteniamo per il corpo pesante

$$p = 4\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\ \mathrm{N/kg} \cdot t = 39{,}2\ \mathrm{N} \cdot t$$

e per quello leggero

$$p = 1\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\ \mathrm{N/kg} \cdot t = 9{,}8\ \mathrm{N} \cdot t \,.$$

Queste due relazioni p-t sono illustrate nella fig. 4.2. Si può osservare che la quantità di moto aumenta in modo uniforme per entrambi gli oggetti. Tuttavia, la quantità di moto del corpo pesante cresce più rapidamente di quella del corpo leggero. In ogni istante, il corpo pesante ha una quantità di moto quattro volte superiore a quella del corpo leggero.

Ma allora perché entrambi i corpi cadono alla stessa velocità? Per trovare la risposta a questa domanda, abbiamo bisogno della formula

$$p = m \cdot v \,. \tag{4.4}$$

Da essa risulta infatti che per portare il corpo pesante a una determinata velocità è necessaria una quantità di moto quattro volte maggiore di quella necessaria per portare il corpo leggero alla stessa velocità. Il corpo con la massa maggiore ha una maggiore inerzia rispetto a quello con la massa minore.

Otteniamo questo risultato anche con un semplice calcolo. Uguagliamo i lati destri delle equazioni (4.3) e (4.4) e otteniamo

$$m \cdot g \cdot t = m \cdot v \,.$$

Dividendo entrambi i lati dell'equazione per m, otteniamo

$$v = g \cdot t \,. \tag{4.5}$$

Poiché in questo caso la massa non compare più, l'equazione ci dice che la velocità di un corpo in caduta non dipende dalla sua massa. Nella figura 4.3 è riportata la velocità di un corpo qualsiasi in caduta libera in funzione del tempo.

L'equazione (4.5) ci dice anche che la velocità di un corpo in caduta aumenta in modo uniforme. Ciò significa che la sua accelerazione è costante. L'accelerazione può essere facilmente calcolata. Consideriamo l'intervallo di tempo da $t = 0$ a $t = t_0$. In questo intervallo di tempo, la velocità aumenta da $v = 0$ a $v = v_0 = g \cdot t_0$. Otteniamo quindi:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0}{t_0} = g.$$

L'accelerazione di un corpo in caduta è quindi uguale all'intensità del campo gravitazionale.

Il fatto che nell'equazione (4.5) compaia l'intensità del campo gravitazionale significa che la velocità di caduta dipende dal luogo in cui si trova il corpo in caduta. Sulla Luna, ad esempio, tutti i corpi cadono a una velocità circa sei volte inferiore rispetto a quella con cui cadrebbero sulla Terra.

Nelle nostre considerazioni abbiamo ipotizzato che il corpo non perda quantità di moto durante la caduta.

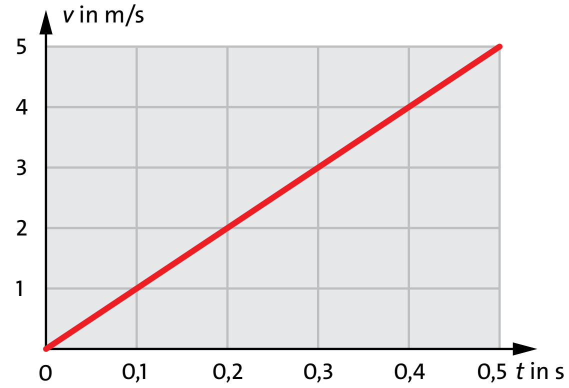

Fig. 4.3 La velocità di un corpo in caduta libera aumenta in modo lineare con il tempo.

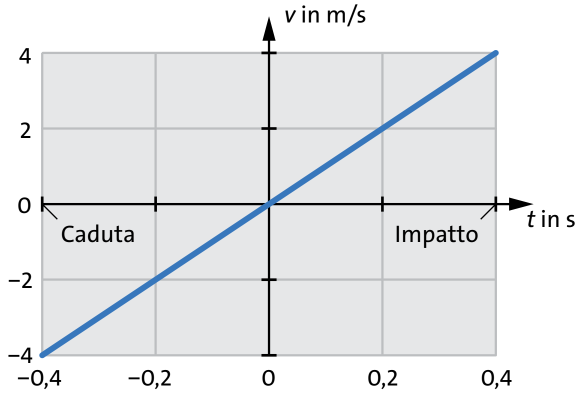

Fig. 4.4 La velocità di un corpo lanciato verso l'alto in funzione del tempo. Durante la fase ascendente la velocità è negativa, mentre nella fase discendente è positiva.

In questo modo abbiamo semplificato la situazione reale: a causa dell'attrito con l'aria, infatti, il corpo perde la quantità di moto. Tuttavia, se un corpo non è troppo leggero e cade solo per una breve distanza, la nostra semplificazione è giustificata. Questo tipo di movimento è chiamato caduta *libera*.

Corpi in caduta libera:
- la velocità aumenta in modo uniforme;
- tutti i corpi cadono alla stessa velocità;
- l'accelerazione è uguale all'intensità del campo gravitazionale.

Consideriamo un'altra variante della caduta libera: non lasciamo semplicemente cadere l'oggetto dallo stato di quiete, ma lo lanciamo verticalmente verso l'alto. All'inizio ha quindi una quantità di moto negativa, ma riceve continuamente dalla Terra quantità di moto positiva, con la conseguenza che la sua quantità di moto negativa diminuisce sempre di più: l'oggetto vola (verso l'alto) sempre più lentamente, ad un certo istante ha velocità nulla e infine inizia a muoversi in direzione positiva (verso il basso). Il movimento verso l'alto è in questo caso l'immagine speculare del movimento verso il basso. Durante la caduta, la quantità di moto del corpo aumenta in modo uniforme, mentre durante il volo verso l'alto la sua quantità di moto negativa diminuisce in modo uniforme.

Lo stesso vale per la velocità: durante il volo verso l'alto, la velocità negativa diminuisce linearmente con il tempo, mentre durante la caduta la velocità (positiva) aumenta linearmente con il tempo.

La figura 4.4 mostra la velocità in funzione del tempo. Come punto zero dell'asse temporale abbiamo scelto l'istante dell'inversione. Il lancio, quindi, avviene nell'istante "meno 0,4 secondi". Dal grafico si può vedere che l'oggetto impiega lo stesso tempo per il movimento ascendente e per quello discendente.

Esercizi

1. Ti tuffi in acqua dal trampolino di 3 metri. La caduta libera durante il tuffo dura 0,77 s. Qual è la tua quantità di moto quando tocchi la superficie dell'acqua? Qual è la tua velocità?
2. Qual è la velocità di un corpo in caduta libera dopo un tempo di caduta di 0,5 s sulla Terra e sulla Luna? Quale sarebbe la sua velocità sul Sole se lì ci fosse un corpo?
3. Un sasso viene lanciato verso l'alto. La sua velocità iniziale è di 15 m/s. Dopo quanto tempo ricade sulla Terra?
4. Un sasso viene lanciato verso l'alto con una fionda. Dopo 5 s ricade sulla Terra. Qual era la sua velocità iniziale?

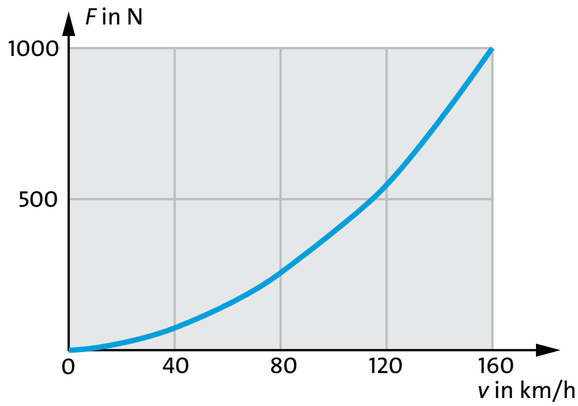

Fig. 4.5 Intensità della corrente di quantità di moto che defluisce nell'aria in funzione della velocità per un'autovettura tipica.

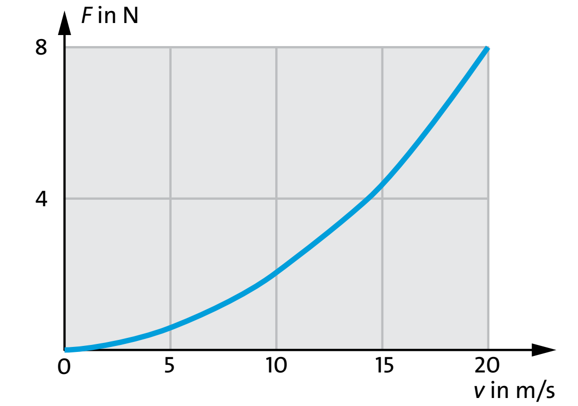

Fig. 4.6 Intensità della corrente di quantità di moto che defluisce nell'aria in funzione della velocità per una sfera di 30 cm di diametro.

4.4 Caduta con attrito

Spesso l'attrito dell'aria non è trascurabile. La sua entità dipende:
- dalla forma del corpo;
- dalla velocità del corpo.

Sicuramente lo sai già dalle automobili:
- la forma della carrozzeria dell'auto è progettata in modo tale da ridurre al minimo l'attrito dell'aria;
- se si guida velocemente, l'attrito e quindi il consumo di carburante (per chilometro) sono maggiori rispetto a quando si guida lentamente.

Le figure 4.5 e 4.6 mostrano che l'attrito, ovvero l'intensità delle correnti di quantità di moto che defluiscono nell'aria, aumenta notevolmente con l'aumentare della velocità.

Caduta con attrito

In entrambe le immagini è riportata la perdita di quantità di moto per attrito in funzione della velocità, nella fig. 4.5 per un'autovettura tipica e nella fig. 4.6 per un oggetto molto più piccolo: una palla di 30 cm di diametro.

Abbiamo osservato che, se non ci fossero queste perdite per attrito, o fintanto che sono trascurabili, tutti i corpi cadono alla stessa velocità. Ma cosa succede alla velocità di caduta quando l'attrito non è più trascurabile?

Lasciamo cadere una palla grande e leggera, fig. 4.7, lato sinistro. La sua massa è

$$m = 100 \text{ g} = 0{,}1 \text{ kg},$$

il suo diametro

$$30 \text{ cm} = 0{,}3 \text{ m}.$$

Dalla Terra fluisce costantemente nella palla una corrente di quantità di moto di

$$F = m \cdot g = 0{,}1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 1 \text{ N}.$$

All'inizio della caduta la sua velocità è ancora bassa, e quindi anche la perdita di quantità di moto nell'aria. A una velocità di 2 m/s, la corrente di quantità di moto che fluisce nell'aria ha ancora un'intensità inferiore a 0,1 N, vedi fig. 4.6. La perdita è ancora piccola rispetto alla corrente di quantità di moto di 1 N che proviene dalla Terra. Tuttavia, la perdita aumenta rapidamente e alla fine la palla perde nell'aria ogni secondo la stessa quantità di moto che riceve dalla Terra. Da questo momento in poi, la sua quantità di moto non aumenta più. Dalla fig. 4.6 si evince che la palla ha quindi una velocità di circa 7 m/s.

La fig. 4.8 mostra la velocità della nostra palla nel tempo: all'inizio la sua velocità aumenta in modo lineare con il tempo, comportandosi come una palla in caduta libera. Gradualmente, però, la corrente di quantità di moto in uscita aumenta. Infine, quando le correnti in entrata e in uscita sono uguali, la sua quantità di moto, e quindi anche la sua velocità, non aumentano più. Ha raggiunto la sua *velocità limite*. La palla si trova ora in regime stazionario.

Lasciamo cadere ora un'altra palla. Essa ha lo stesso diametro (30 cm), ma è quattro volte più pesante della prima, Fig. 4.7, lato destro:

$$m = 0{,}4 \text{ kg}.$$

Dalla Terra, attraverso il campo gravitazionale, fluisce nella palla una corrente di quantità di moto pari a

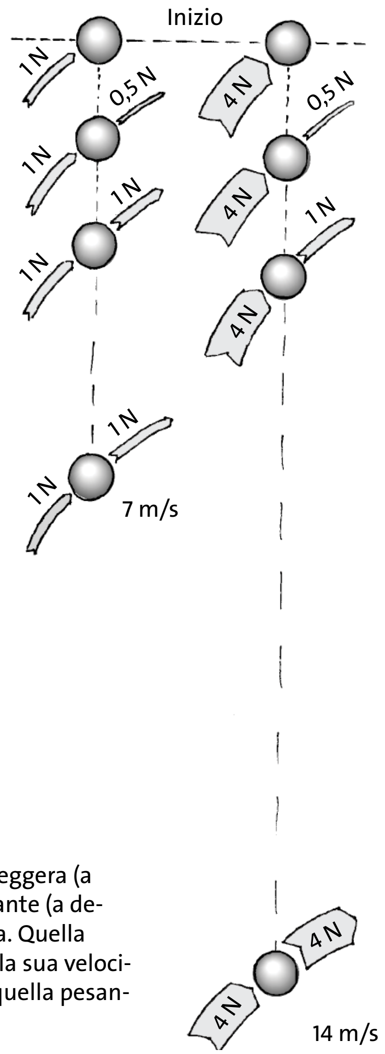

Fig. 4.7 Una palla leggera (a sinistra) e una pesante (a destra) cadono a terra. Quella leggera raggiunge la sua velocità limite prima di quella pesante.

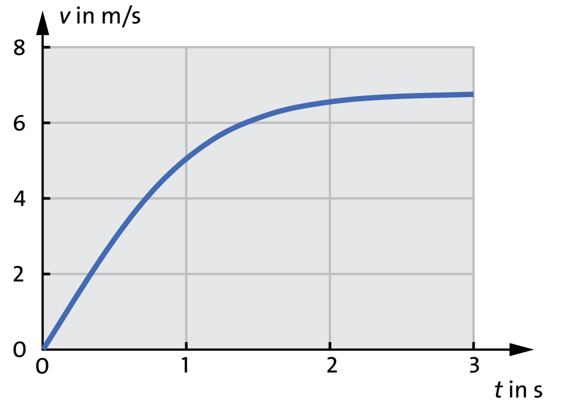

Fig. 4.8 In presenza di attrito dell'aria, la velocità di un corpo in caduta aumenta fino a raggiungere una velocità limite.

4 CAMPO GRAVITAZIONALE

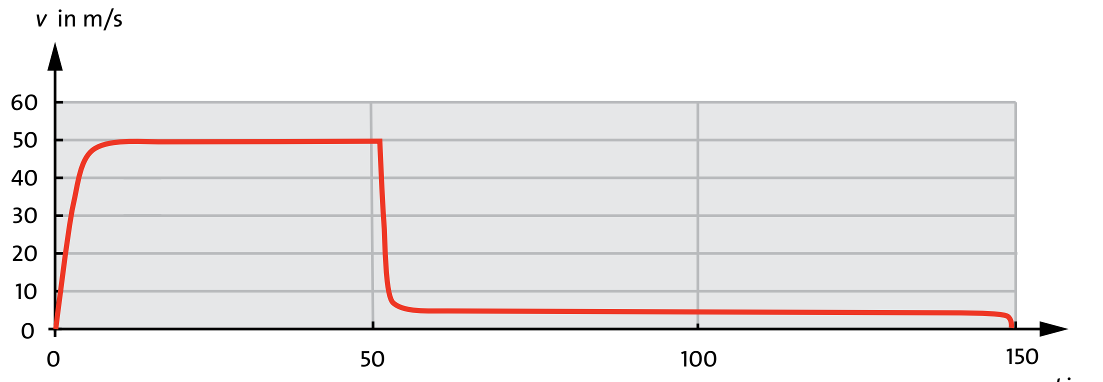

Fig. 4.9 Velocità di Lilly in funzione del tempo

$$F = m \cdot g = 0{,}4\ \text{kg} \cdot 10\ \text{N/kg} = 4\ \text{N}.$$

A quale velocità questa palla smette di accelerare? Consultiamo nuovamente il grafico della Fig. 4.6. La corrente di quantità di moto di perdita è uguale alla corrente di quantità di moto proveniente dalla Terra proprio quando la velocità è di 14 m/s. La palla pesante raggiunge quindi l'equilibrio dinamico a una velocità superiore rispetto a quella leggera.

> A velocità elevate, l'attrito dell'aria non è più trascurabile.
> La velocità di un corpo in caduta aumenta solo fino a una velocità limite. La velocità limite dipende dalla forma del corpo. È maggiore per i corpi pesanti rispetto a quelli leggeri.

Un'applicazione interessante delle nostre considerazioni è il paracadutismo. Lilly salta dall'aereo e raggiunge in pochi secondi la sua velocità limite di circa 50 m/s. A questa velocità, "cade" quindi per un periodo di tempo più lungo. La corrente di quantità di moto che affluisce a Lilly attraverso il campo gravitazionale ha la stessa intensità di quella che defluisce a causa dell'attrito dell'aria.

A circa 400 m dal suolo si apre il paracadute. L'apertura del paracadute comporta però un improvviso aumento dell'attrito dell'aria. Il flusso di quantità di moto in uscita diventa improvvisamente molto più grande di quello in entrata. Di conseguenza, la quantità di moto di Lilly diminuisce. Con la quantità di moto diminuisce anche la sua velocità e quindi anche la perdita di quantità di moto per attrito. Alla fine, la corrente di quantità di moto dovuta all'attrito eguaglia nuovamente la corrente di quantità di moto dovuta alla gravità, ma a una velocità relativamente bassa: circa 4 m/s. Il paracadute ora fluttua verso terra con Lilly appesa ad esso a una velocità costante e ridotta. Nella figura 4.9 è riportata la velocità di Lilly nel tempo.

Se non è presente aria o altro mezzo di attrito, non si raggiunge alcuna velocità limite. La Luna non ha atmosfera. Pertanto, qui tutti i corpi cadono alla stessa velocità: un foglio di carta cade al suolo alla stessa velocità di un grosso sasso. Tuttavia, questo fenomeno può essere osservato anche sulla Terra. A tal fine, è necessario eseguire gli esperimenti di caduta in un recipiente dal quale è stata aspirata l'aria. Lasciamo cadere alcuni piccoli oggetti di massa diversa in un tubo di vetro in cui è stato fatto il vuoto. Come previsto, cadono tutti alla stessa velocità.

a) b) c)

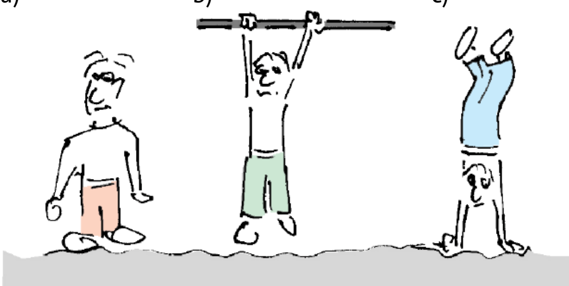

Fig. 4.10 Qualunque cosa faccia, Willy non riesce a liberarsi della sua sensazione di pesantezza.

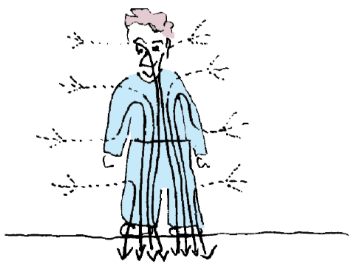

Fig. 4.11 Le correnti di quantità di moto che affluiscono nel corpo attraverso il campo gravitazionale devono defluire.

Esercizi

1. Qual è la velocità limite raggiunta da una sfera in caduta con un diametro di 30 cm e una massa di 0,8 kg?

4.5 Assenza di peso

Willy, fig. 4.10a, si sente pesante, il suo corpo deve sostenere il peso della testa e i piedi sono nella situazione peggiore: devono sostenere tutto il corpo. Willy ha un'idea, vedi fig. 4.10b. Le gambe sono alleggerite. Tuttavia, ora sono le braccia a dover sostenere tutto il peso. Nella fig. 4.10c si vede il terzo tentativo di liberarsi del suo peso, che ancora una volta non ha successo.

Ciò che disturba Willy è la "sensazione di pesantezza". Proviamo a definire fisicamente questa sensazione. In ciascuno dei tre casi, Willy avverte correnti di quantità di moto che scorrono nel suo corpo. In ogni parte del suo corpo fluisce quantità di moto attraverso il campo gravitazionale e questa deve rifluire nella Terra. Nella fig. 4.11 queste correnti sono schematizzate per una persona in piedi: la quantità di moto fluisce nella testa, nelle braccia, nella parte superiore del corpo, ecc. Tutta questa quantità di moto deve defluire verso il basso attraverso le gambe e i piedi nella Terra. La corrente di quantità di moto è quindi più forte nei piedi.

Di seguito consideriamo una sorta di modello del corpo umano: è composta da due blocchi sovrapposti (la parte superiore del corpo e la parte inferiore, per così dire), fig. 4.12. Si può osservare che la corrente di quantità di moto che attraversa la superficie inferiore del blocco che sta sotto è doppia rispetto a quella attraverso la superficie inferiore del blocco di sopra.

Vorremmo ora porre questo "corpo" in uno stato di assenza di gravità: uno stato in cui nessuna corrente di quantità di moto la attraversa. In altre parole: uno stato in cui nessuna delle sue parti è sottoposta a compressione o trazione.

Probabilmente penserete che per farlo sarebbe necessario allontanare il corpo molto lontano dalla Terra, in un luogo in cui il campo gravitazionale terrestre non sia più percepibile. In quel luogo nessuna quantità di moto fluirebbe nel nostro corpo. Quindi nessuna quantità di moto potrebbe attraversarlo. Questa sarebbe effettivamente una possibilità. Esiste però un altro metodo molto più semplice: lasciamo che la quantità di moto fluisca nel corpo, ma non esca. Anche in questo caso, la quantità di moto non lo attraverserebbe più ed esso sarebbe privo di peso.

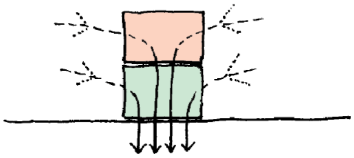

Fig. 4.12 Il modello del corpo umano è composto da una parte superiore e da una parte inferiore.

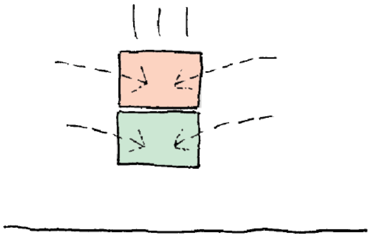

Fig. 4.13 Un corpo in caduta libera è senza peso. Attraverso di esso non fluiscono correnti di quantità di moto.

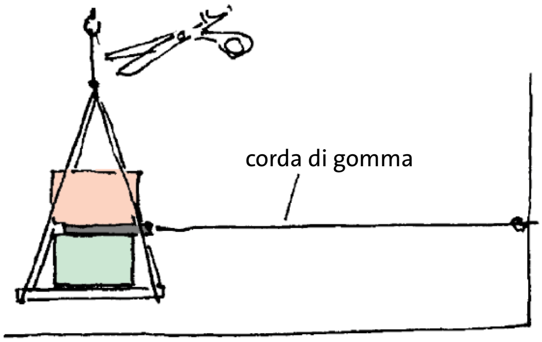

Fig. 4.14 Durante la caduta libera, i blocchi sono senza peso. La tavoletta bloccata viene rilasciata.

Ma come si può fare? È molto semplice. Affinché la quantità di moto non possa uscire dalla persona, cioè affinché essa non defluisca nella Terra, è sufficiente interrompere il collegamento con la Terra. Lo otteniamo lasciando cadere liberamente il nostro corpo, fig. 4.13. Ora la quantità di moto affluisce dal campo gravitazionale in ogni blocco (in ogni parte del corpo) e in ogni punto dei blocchi. "Ma non c'è più nessuna quantità di moto che fluisce da un blocco all'altro. La conseguenza è che non ci sono più compressioni o trazioni. Il blocco inferiore non percepisce più il peso di quello superiore.

Naturalmente, anche per te, cioè per una persona reale, vale lo stesso: se salti giù da qualche parte, durante la caduta non avverti la sensazione di peso. Sì, anche se salti verso l'alto non appena perdi il contatto

4 CAMPO GRAVITAZIONALE

con il suolo, sei senza peso e lo rimani fino a quando non tocchi nuovamente terra.

Ora, il tempo che si trascorre in caduta nell'aria è così breve che è difficile percepire correttamente la sensazione di assenza di peso. Facciamo quindi un esperimento con il modello del corpo umano, fig. 4.14. I due blocchi sono posizionati su una piastra sospesa a delle corde, simile al piatto di una bilancia. Tra il blocco inferiore e quello superiore si trova una tavoletta sottile, collegata alla parete tramite un elastico teso. L'elastico tirerebbe fuori la tavoletta se questa non fosse bloccata dal peso del blocco superiore.

Ora l'esperimento: tagliamo le corde a cui è appeso l'intero dispositivo. Nello stesso istante, la tavoletta, tirata dall'elastico, schizza fuori. Perché? La torre di blocchi è caduta liberamente per un breve periodo. Durante questo breve periodo era senza peso. Il blocco superiore non ha più premuto su quello inferiore e ha lasciato andare la tavoletta. Riassumiamo:

> i corpi in caduta libera sono senza peso.

4.6 Orbite circolari nel campo gravitazionale

I satelliti e le stazioni spaziali orbitano intorno alla Terra senza propulsione lungo un'orbita circolare (o quasi circolare). Ma perché non cadono verso la Terra? In realtà, fanno esattamente questo. Senza le correnti di quantità di moto costanti provenienti dalla Terra, un satellite volerebbe via in linea retta. Poiché però riceve quantità di moto dalla Terra, la sua orbita si incurva verso la Terra. Se la Terra fosse piatta, cadrebbe quindi sulla Terra. La Terra però è rotonda e il satellite cade sempre in modo tale da seguire la curvatura della superficie terrestre. Affinché il satellite possa compiere un'orbita circolare attorno alla Terra, deve avere una velocità ben precisa. La direzione del vettore velocità deve essere parallela alla superficie terrestre, ovvero perpendicolare alla linea che collega il satellite al centro della Terra, e la sua intensità deve avere un valore ben preciso.

Se queste condizioni non sono soddisfatte, il satellite percorre un'altra orbita: un'ellisse, una parabola, un'iperbole o una retta.

Vogliamo calcolare la velocità che un satellite deve avere affinché la sua orbita sia circolare.

Ricordiamo: la variazione di quantità di moto per intervallo di tempo per un corpo che si muove con velocità v su un'orbita circolare di raggio r è:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = m\frac{v^2}{r}.$$

La variazione di quantità di moto di un satellite è determinata dalle correnti di quantità di moto provenienti dalla Terra. Pertanto, deve valere:

$$m\frac{v^2}{r} = m \cdot g.$$

Dividendo entrambi i lati dell'equazione per m si ottiene:

$$\frac{v^2}{r} = g.$$

e ne consegue:

$$v = \sqrt{r \cdot g}. \qquad (4.6)$$

L'equazione vale approssimativamente anche per la Luna, che orbita attorno alla Terra, e per i pianeti che si muovono attorno al Sole, poiché le rispettive orbite sono pressoché circolari.

> Se un satellite o un corpo celeste si muove su un'orbita circolare attorno a un altro corpo la cui massa è molto maggiore, la sua velocità è
>
> $$v = \sqrt{r \cdot g}.$$
>
> (r = raggio dell'orbita, g = intensità del campo gravitazionale)

Possiamo anche «invertire» il teorema: se la velocità del satellite è data dall'equazione (4.6), l'orbita del satellite è circolare. Ora, però, è possibile imprimere a un satellite qualsiasi velocità al momento del lancio: qualsiasi intensità e qualsiasi direzione. Cosa fa il satellite se la velocità iniziale non corrisponde all'equazione (4.6), o se non ha la direzione corretta? Il satellite non si muove su un'orbita circolare. È possibile indurlo a orbitare lungo una curva qualsiasi? Assolutamente no. Le orbite possibili sono una classe ben definita di curve, le cosiddette *sezioni coniche*. Tra queste figurano:

- circonferenza
- ellisse
- iperbole
- parabola
- linea retta

Come puoi certamente notare, sia il cerchio che la linea retta non sono altro che casi particolari dell'ellisse.

Vorremmo porre altre due domande, ma rispondere solo a una di esse:

Domanda 1: Perché un satellite vola su un'orbita circolare?

Risposta: Era una domanda stupida. Volano su un'orbita circolare perché sono stati portati su un'orbita circolare.

Domanda 2: Perché la Luna e i pianeti seguono orbite circolari?

Risposta: Ottima domanda. Ma è troppo difficile per potervi rispondere qui. Peraltro, queste orbite non sono perfettamente circolari. Ma la deviazione dal circonferenza è relativamente grande solo nel caso di Mercurio.

Calcoliamo ora la velocità della Stazione Spaziale Internazionale ISS. Essa vola a un'altezza di 400 km, dove l'intensità del campo gravitazionale è pari a g = 8,7 N/kg. r è uguale al raggio terrestre più 400 km, quindi r = 6770 km. Con ciò si ottiene

$$v = \sqrt{6{,}770 \cdot 10^6\ \text{m} \cdot 8{,}7\ \text{N/kg}}$$
$$= 7{,}675 \cdot 10^3\ \text{m/s} = 27630\ \text{km/h}.$$

Sai che gli astronauti si sentono in assenza di gravità nella loro navicella spaziale. Qual è la spiegazione di questo fenomeno? Il fatto che si trovino così lontani dalla Terra? Niente affatto. Abbiamo appena visto che la ISS vola a circa 400 km di altitudine. Si tratta di una distanza molto ridotta rispetto al raggio terrestre. In realtà, essa vola quindi molto vicino alla superficie terrestre, fig. 4.15.

Il valore dell'intensità del campo gravitazionale qui è inferiore solo di circa il 10% rispetto a quello sulla superficie terrestre. La spiegazione dell'assenza di gravità è esattamente quella che avevamo trovato per i corpi in caduta: un'astronave, con l'equipaggio e tutto il resto, è un corpo in caduta libera e i corpi in caduta libera sono senza peso. Nota: l'assenza di gravità non significa che l'intensità del campo gravitazionale sia pari a zero.

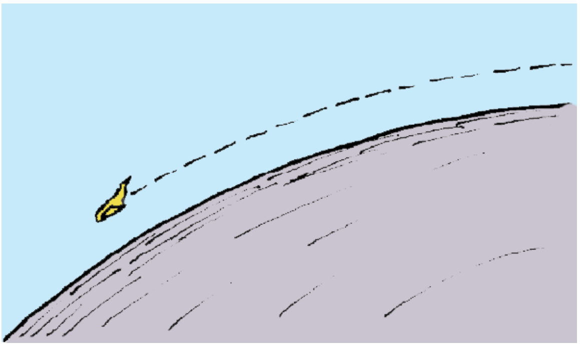

Fig. 4.15 La ISS vola a soli 400 km di altitudine, quindi molto vicino alla superficie terrestre. Il valore dell'intensità del campo gravitazionale è inferiore solo del 10 % rispetto a quello sulla superficie terrestre.

Esercizi

1. Un astronauta ha davanti a sé, nella sua astronave, due oggetti dall'aspetto identico ma di massa diversa. Può capire quale dei due corpi ha la massa maggiore e, se sì, come?
2. Un'astronave si trova a una distanza dalla Terra tale che l'intensità del campo gravitazionale è praticamente pari a zero. Gli astronauti vorrebbero ora provare nuovamente la sensazione di gravità. Cosa possono fare senza volare verso la Terra o verso un altro corpo celeste?
3. Deriva una formula con cui sia possibile calcolare la velocità angolare del moto orbitale di un satellite a partire dal raggio dell'orbita e dall'intensità del campo gravitazionale.
4. Anche la Luna è un satellite della Terra. Essa orbita attorno alla Terra su un'orbita circolare con raggio r = 384 000 km. Calcola l'intensità del campo gravitazionale terrestre a tale distanza. Suggerimenti: (a) calcola la lunghezza della circonferenza su cui si muove la Luna; (b) calcola il tempo di rivoluzione della Luna in secondi; (c) calcola la velocità tangenziale della Luna; (d) calcola l'intensità del campo gravitazionale.
5. Un satellite si muove inizialmente lungo un'orbita circolare. Come cambia l'orbita se si riduce improvvisamente il valore della velocità, e come cambia se lo si aumenta? Come occorre procedere affinché si formi un'orbita iperbolica?

4.7 L'intensità del campo per i corpisferici

L'intensità del campo gravitazionale diminuisce man mano che ci si allontana dalla Terra. Tale diminuzione è descritta dall'equazione

$$g(r) = G\frac{m_A}{r^2}. \qquad (4.7)$$

L'equazione non vale solo per la Terra, ma per qualsiasi corpo sferico, quindi anche per altri corpi celesti: stelle, pianeti e lune, poiché sono quasi sferici.

Esaminiamo l'equazione più da vicino.

- Così come è riportata qui, essa vale per il modulo dell'intensità di campo. La direzione del vettore intensità del campo è quella verso il centro del corpo sferico, quindi, nel caso della Terra, la direzione verso il centro della Terra.
- G è la *costante gravitazionale*. Essa vale:

4 CAMPO GRAVITAZIONALE

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}.$$

G ha lo stesso valore per la Terra, la Luna, il Sole, ogni altro corpo celeste e anche ogni piccolo corpo terrestre.

- Il fatto che g sia proporzionale alla massa del corpo non è sorprendente: un corpo di piccola massa ha un campo gravitazionale debole, mentre uno di grande massa ne ha uno forte.
- r è la distanza dal centro del corpo. L'intensità del campo diminuisce all'aumentare della distanza, e precisamente in modo quadratico, cioè piuttosto rapidamente.

La figura 4.16 mostra l'intensità del campo in prossimità di un corpo sferico, rappresentata da frecce vettoriali. Il punto a cui si riferisce ciascuna freccia è la coda del vettore.

Se la distanza r è grande rispetto alle dimensioni del corpo, non è più necessario ipotizzarne la sfericità: il campo a grande distanza è lo stesso, indipendentemente dal fatto che il corpo sia sferico o meno.

Torniamo ancora una volta a un risultato della sezione precedente:

$$v = \sqrt{r \cdot g}. \tag{4.8}$$

Per calcolare la velocità che un satellite o un altro corpo celeste deve avere affinché percorra un'orbita circolare di raggio r, è necessario conoscere l'intensità g del campo gravitazionale. Con l'equazione (4.7) abbiamo ora la possibilità di calcolarla. Possiamo anche inserire direttamente il valore di g dell'equazione (4.7) nell'equazione (4.8):

$$v = \sqrt{r \cdot g} = \sqrt{r \cdot G \cdot \frac{m}{r^2}} = \sqrt{\frac{G \cdot m}{r}},$$

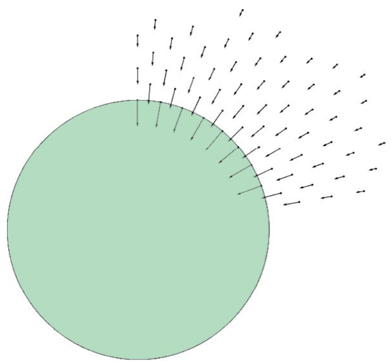

Fig. 4.16 Vettori intensità del campo gravitazionale nei pressi di un corpo sferico.

e quindi ottenere:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m}{r}}. \tag{4.9}$$

Si noti che m qui è la massa del corpo centrale e non la massa del corpo che orbita attorno ad esso. Quindi possiamo avere:

m = massa di	r = raggio orbitale di	v = velocità di
Terra	Satellite	Satellite
Terra	Luna	Luna
Sole	Terra	Terra

Supponiamo che il nostro corpo centrale sia la Terra. Nell'equazione (4.9) m è quindi la massa della Terra. Per calcolare la velocità di un satellite o della Luna, oltre alla massa terrestre, dobbiamo conoscere solo il raggio orbitale r. Le masse del Sole, dei pianeti e della Luna sono elencate nella tabella 4.2.

Le orbite lungo le quali i pianeti si muovono attorno al Sole giacciono tutte approssimativamente su un unico piano, il piano dell'eclittica. Anche l'orbita della Luna giace su questo piano.

Ricordiamo:

> Quando un satellite, una luna o un pianeta orbita attorno a un corpo centrale:
> la velocità è tanto maggiore:
> - quanto maggiore è la massa del corpo centrale;
> - quanto minore è il raggio dell'orbita.

Esempio

Un satellite deve descrivere un'orbita circolare attorno alla Terra a un'altezza di 10 000 km sopra la superficie terrestre. Quale velocità deve avere?

	m nelle massa terrestri	m in kg
Sole	$3{,}33 \cdot 10^5$	$2{,}0 \cdot 10^{30}$
Mercurio	0,053	$0{,}317 \cdot 10^{24}$
Venere	0,82	$4{,}9 \cdot 10^{24}$
Terra	1	$5{,}97 \cdot 10^{24}$
Marte	0,107	$0{,}64 \cdot 10^{24}$
Giove	318	$1900 \cdot 10^{24}$
Saturno	95,2	$569 \cdot 10^{24}$
Urano	14,6	$87 \cdot 10^{24}$
Nettuno	17,2	$103 \cdot 10^{24}$
Luna della Terra	0,0123	$7{,}35 \cdot 10^{22}$

Tab. 4.2 Massa del Sole, dei pianeti e della Luna

$r = 10\,000 \text{ km} + 6\,370 \text{ km} = 16{,}37 \cdot 10^6 \text{ m}$
$m = 5{,}97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$

Utilizzando l'equazione (9) si ottiene:

$$v = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2) \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{16{,}37 \cdot 10^6 \text{ m}}} = 4930 \text{ m/s}.$$

Esercizi

1. Continuazione dell'esercizio **4** della sezione precedente: calcola la massa della Terra.
2. La distanza Sole-Terra è pari a circa 150 milioni di chilometri. (a) Calcola la velocità della Terra nella sua orbita attorno al Sole. (b) Calcola l'intensità del campo gravitazionale del Sole in un punto dell'orbita terrestre. (c) Calcola la massa del Sole.
3. Ogni luna orbita attorno a un pianeta e i pianeti orbitano attorno al Sole. Questi movimenti possono essere osservati con estrema precisione tramite i telescopi, ovvero è possibile misurare i raggi orbitali e i periodi di rivoluzione. Dai dati di misurazione è possibile determinare le masse dei corpi celesti. Quali dati sono necessari per determinare la massa di un pianeta? (Basta osservare i due esercizi precedenti.)
4. I satelliti televisivi orbitano attorno alla Terra in modo tale da avere la stessa velocità angolare della Terra stessa. Perché? A quale altitudine orbita un satellite televisivo? Quale velocità orbitale deve avere?

4.8 Galilei, Keplero e Newton

La spiegazione fisica e la descrizione matematica dei fenomeni gravitazionali – la caduta libera e il moto dei

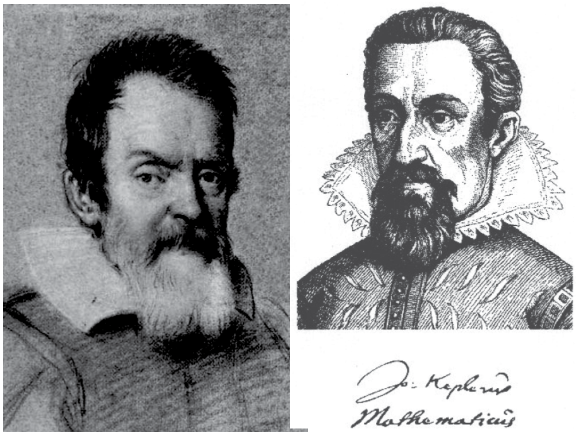

Fig. 4.17 Galileo Galilei (a sinistra) e Johannes Kepler (a destra)

corpi celesti – costituirono una delle prime grandi conquiste della fisica. Questo sviluppo ebbe luogo nel XVI e XVII secolo. Vi parteciparono molti scienziati, ma i contributi più importanti furono forniti da tre di loro: Galilei, Keplero e Newton.

Galileo Galilei (1564 – 1642), fig. 4.17, fece numerose scoperte e invenzioni. Tra le altre cose, scoprì che la velocità dei corpi in caduta, se si esclude l'attrito dell'aria, aumenta in modo uniforme e che tutti i corpi cadono alla stessa velocità.

Johannes Kepler (1571 – 1630) riuscì a descrivere matematicamente con esattezza le orbite dei pianeti. Tra le altre cose, scoprì che:

Il quoziente

$$\frac{T^2}{r^3}$$

ha lo stesso valore per tutti i pianeti del sistema solare (T = tempo di rivoluzione, r = raggio dell'orbita).

Isaac Newton (1643 – 1727), fig. 2.35, riconobbe che la caduta di un oggetto sulla Terra è in linea di principio lo stesso fenomeno del moto della Luna attorno alla Terra e dei pianeti attorno al Sole.

Inoltre, scoprì la relazione che abbiamo descritto con l'equazione (4.7). Dovette però formulare questa relazione in modo leggermente diverso, poiché ai suoi tempi non si conoscevano ancora i campi e quindi nemmeno l'intensità di campo. Possiamo però dedurre facilmente l'equazione di Newton dalle nostre equazioni.

Applichiamo l'equazione (4.7) a un corpo A di massa m_A (ad es. la Terra):

$$g(r) = G\frac{m_A}{r^2}. \quad (4.10)$$

La corrente di quantità di moto dal corpo A verso un altro corpo B (di massa m_B) è

$$F = m_B \cdot g(r).$$

Sostituiamo $g(r)$ con il contenuto dell'equazione (4.10):

$$F = m_B \cdot G\frac{m_A}{r^2} = G\frac{m_A \cdot m_B}{r^2}.$$

Si ha quindi:

$$F = G\frac{m_A \cdot m_B}{r^2}.$$

Questa è la legge di gravitazione di Newton.

I centri di due corpi (massa m_A e m_B) sono distanti tra loro di r. La corrente di quantità di moto che attraverso il campo gravitazionale fluisce da un corpo all'altro è
- proporzionale a m_A e m_B;
- inversamente proporzionale a r^2.

Ripetiamo le condizioni alle quali vale la legge di gravitazione: ciascuno dei corpi deve avere una distribuzione di massa sferica oppure essere piccolo rispetto alla distanza r.

Esercizi

1. Deriva la legge di Keplero citata nel testo. Parti dall'equazione (4.9). Converti la velocità nel tempo di rivoluzione.
2. La costante gravitazionale deve essere determinata sperimentalmente misurando il flusso di quantità di moto tra due corpi, ciascuno con una massa di 1 kg, i cui centri distano 10 cm. Qual è il problema di questa misurazione?

4.9 Le maree

La velocità di una mela che cade nel campo gravitazionale terrestre aumenta in modo uniforme:

$$v = g \cdot t\,,$$

per l'accelerazione a vale:

$$a = g.$$

g è l'intensità del campo gravitazionale terrestre. L'accelerazione della mela non dipende dalla sua massa. Dipende però dall'intensità del campo g, e g dipende dalla massa della Terra e dal luogo:

$$g(r) = G \cdot \frac{m}{r^2}.$$

Questo ci porta a un problema interessante: Cosa succede se il corpo in caduta è così grande che g assume valori diversi nei vari punti del corpo, fig. 4.18?

Una situazione un po' più chiara è illustrata dalla fig. 4.19. Invece di un corpo esteso, consideriamo una sorta di manubrio: I due corpi K_1 e K_2 di uguale massa m = 4 kg sono collegati da un'asta.

La massa dell'asta è così piccola che possiamo trascurarla rispetto a quella dei due corpi. L'intensità del campo ha valori diversi g_1 e g_2 nei due corpi. Supponiamo che sia

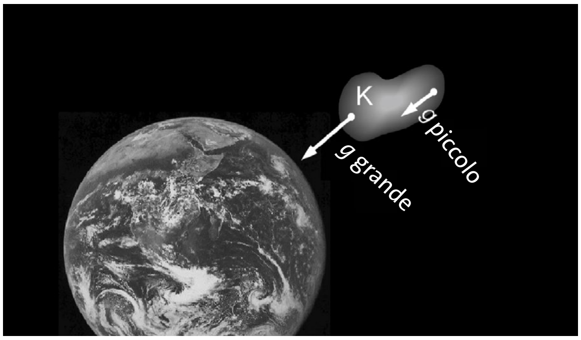

Fig. 4.18 L'intensità del campo gravitazionale terrestre assume valori diversi in punti diversi del corpo K.

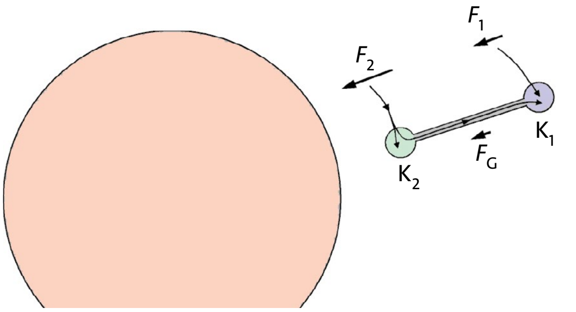

Fig. 4.19 In K_1 entra meno quantità di moto attraverso il campo gravitazionale rispetto a K_2. Pertanto, la quantità di moto deve fluire da K_2 a K_1.

$$g_1 = 11 \text{ N/kg e } g_2 = 12 \text{ N/kg}.$$

Pertanto, nei due corpi affluiscono correnti di quantità di moto diverse:

$$K_1\text{:}\quad F_1 = m \cdot g_1 = 4 \text{ kg} \cdot 11 \text{ N/kg} = 44 \text{ N}$$
$$K_2\text{:}\quad F_2 = m \cdot g_2 = 4 \text{ kg} \cdot 12 \text{ N/kg} = 48 \text{ N}$$

K_2 riceve quindi dalla Terra più quantità di moto al secondo rispetto a K_1. Se l'asta non ci fosse, l'incremento di quantità di moto (il tasso di variazione) di K_2 sarebbe 48 N e quello di K_1 44 N. K_2 cadrebbe in ogni istante più velocemente di K_1.

Ora, però, i corpi sono collegati dalla barra e non possono cadere a velocità diverse. Attraverso la barra deve quindi fluire un flusso di quantità di moto F_G da K_2 a K_1, che fa sì che l'incremento di quantità di moto di entrambi i corpi diventi uguale. Nel nostro esempio, F_G = 2 N. Pertanto, l'incremento di quantità di moto è:

$$\text{corpo } K_2: \quad \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = 48\ \text{N} - 2\ \text{N} = 46\ \text{Hy/s}$$

$$\text{corpo } K_1: \quad \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = 44\ \text{N} + 2\ \text{N} = 46\ \text{Hy/s}$$

L'asta è sottoposta a trazione. Ci si può anche esprimere in questo modo: K_2 tira K_1, affinché K_1 acceleri, oppure K_1 tira K_2, affinché K_2 rallenti.

In altre parole, la ragione della corrente di quantità di moto F_G è: l'intensità di campo ha valori diversi in punti diversi del corpo. Il campo non è omogeneo.

Il risultato che abbiamo ottenuto con l'aiuto del manubrio vale anche per qualsiasi altro corpo:

> se il campo gravitazionale nella porzione di spazio occupata da un corpo in caduta non è omogeneo, all'interno del corpo scorrono correnti di quantità di moto. Il corpo è sottoposto a trazione nella direzione della caduta.

È come se qualcuno cercasse di allungare il corpo.

Confrontiamo questa affermazione con un risultato che avevamo trovato in precedenza: i corpi in caduta libera sono privi di peso. Con ciò intendevamo dire che all'interno di un corpo in caduta libera non scorrono correnti di quantità di moto. Ora vediamo che questa regola vale solo per un campo che è omogeneo nello spazio occupato dal corpo in caduta considerato.

Ma dove giocano davvero un ruolo tali tensioni di trazione, e cosa hanno a che fare queste considerazioni con il titolo del nostro paragrafo?

Ogni corpo esposto al campo gravitazionale di un altro corpo è sottoposto a tensione di trazione, se il campo di quest'altro corpo non è omogeneo. La Terra si trova nel campo gravitazionale del Sole e della Luna. I campi di questi due corpi celesti sono quasi omogenei nell'orbita della Terra, ma solo quasi. E poiché non sono del tutto omogenei, la Terra nel suo insieme è sottoposta a una trazione. In questo caso, l'infl uenza della Luna è maggiore di quella del Sole. La disomogeneità del campo lunare è maggiore, nel punto in cui si trova la Terra, rispetto a quella del campo solare.

Di seguito ci limiteremo all'influenza della Luna. Essa cerca quindi di allungare la Terra nella direzione della linea che collega Terra e Luna. Alla Terra solida ciò non importa più di tanto. Ma l'acqua degli oceani può reagire a questa trazione. Si formano così due «montagne d'acqua» sui due lati opposti della Terra, fig. 4.20. Lì si ha l'alta marea.

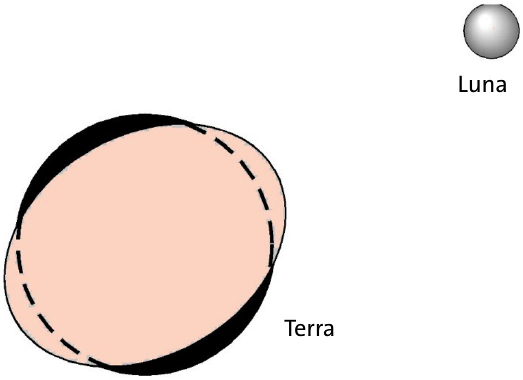

Fig. 4.20 il campo gravitazionale nella porzione di spazio occupata da un corpo in caduta non è omogeneo, all'interno del corpo scorrono correnti di quantità di moto. Il corpo è sottoposto a trazione nella direzione della caduta.

Ai lati della Terra si ha la bassa marea. Mentre la Terra ruota attorno al proprio asse, queste montagne d'acqua migrano intorno alla Terra, o meglio: la Terra ruota sotto queste. Se ci si trova in un punto fisso della Terra, il livello dell'acqua sale e scende con un periodo di 12 ore. L'aumento del livello dell'acqua si chiama alta marea, la diminuzione bassa marea.

Queste forze di marea hanno un effetto minimo sulla Terra. Esistono però zone dell'Universo in cui diventano molto intense, ad esempio sulla superficie di una stella di neutroni. Ora, una stella di neutroni non è un luogo accogliente per diversi motivi. L'intensità del campo gravitazionale è di circa 10^{12} N/kg, per cui un essere umano verrebbe immediatamente schiacciato dal proprio peso. Ma anche se si fosse in caduta libera, cioè in uno stato in cui in condizioni terrestri si è in assenza di gravità, su una stella di neutroni si verrebbe lacerati dalla tensione di marea.

Esercizi

1. Calcola l'intensità del campo gravitazionale lunare in corrispondenza della Terra. Quanto è grande la differenza tra il lato rivolto verso la Luna e quello opposto?
2. Un corpo in caduta libera in un campo non omogeneo è sottoposto a una forza di trazione nella direzione della caduta. Ma questa non è tutta la verità. È anche sottoposto a una forza meccanica nella direzione trasversale. Come mai? Per la spiegazione, usa di nuovo un corpo a forma manubrio. Orientalo però trasversalmente alla direzione della caduta. Di che tipo di forza si tratta: trazione o compressione?

5 QUANTITÀ DI MOTO, QUANTITÀ DI MOTO ANGOLARE ED ENERGIA

5.1 Che cos'è l'energia?

Prima di tutto, ricapitoliamo: che cos'è la quantità di moto? La risposta è semplice: essenzialmente una misura di ciò che nel linguaggio comune chiamiamo "slancio" o "impeto". Lo slancio è contenuto in un corpo, è "dentro di esso". La quantità di moto è quindi una grandezza estensiva.

E l'energia? Anche questa possiamo immaginarla come "un qualcosa" che è contenuto nei corpi solidi, nei liquidi, nei gas e nei campi. Quindi anche l'energia è una grandezza estensiva. Solo che non possiamo dire che corrisponda a qualcosa per cui abbiamo un nome – come «slancio» per la quantità di moto o «calore» per l'entropia. Il motivo è che l'energia non ha una proprietà che ne consenta sempre un facile riconoscimento. Un corpo ha molta energia quando è caldo, quando si muove velocemente, quando ruota rapidamente o quando è sottoposto a forte pressione e la sua energia dipende dalla composizione chimica. Purtroppo, il contenuto energetico non è semplicemente proporzionale alla velocità, alla temperatura, alla pressione ecc.: la relazione è più complessa.

È quindi necessaria una certa abilità per riconoscere se un sistema contiene molta o poca energia, ed è spesso complicato calcolarla. Di seguito affronteremo questo problema.

D'altra parte, l'energia ha anche delle proprietà semplici:

> l'energia è una grandezza estensiva; l'energia non può essere creata né distrutta.

Come orientamento di massima, ricordiamo ancora:

> un corpo ha molta energia quando si muove velocemente o ruota rapidamente, quando è molto caldo o quando è sottoposto a un'elevata pressione.

Per ciascuno di questi criteri ci sono delle limitazioni, ma le imparerai solo gradualmente.

Una risposta definitiva alla domanda "Che cos'è l'energia?" la incontreremo solo nel capitolo 7, al momento, però, questa risposta non ci sarebbe di grande aiuto.

Ricordiamo che il simbolo dell'energia è E, l'unità di misura è il joule, abbreviato J.

5.2 La quantità di moto come portatore di energia

Willy, fig. 5.1, sta trascinando ancora una volta una cassa sul pavimento. Si sforza, spende energia. L'energia proviene dai suoi muscoli. Dove finisce questa energia? Si trasferisce alla parte inferiore della cassa, dove genera entropia e si disperde, insieme all'entropia, nell'ambiente circostante.

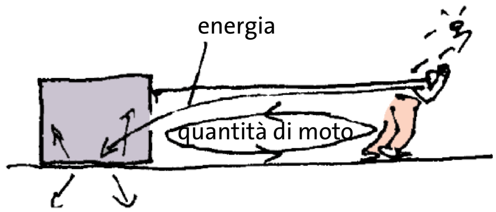

Fig. 5.1 L'energia fluisce con il portatore di energia quantità di moto dai muscoli di Willy alla parte inferiore della cassa. Da lì si disperde in varie direzioni con l'entropia come portatore di energia.

Vogliamo esaminare il trasporto di energia tra Willy e la cassa. Il primo punto da chiarire è: qual è il portatore di energia? Contemporaneamente al flusso di energia, nella fune tra Willy e la cassa scorre una corrente di quantità di moto. Concludiamo che il portatore di energia in gioco è la quantità di moto.

La quantità di moto è un portatore di energia.

Non ogni corrente di quantità di moto è accompagnata da una corrente di energia: la corrente di quantità di moto in fig. 5.1, come sappiamo, scorre dalla cassa attraverso la Terra per tornare a Willy. L'energia, però, parte dalla parte inferiore della cassa e segue percorsi propri. La quantità di moto che torna indietro non trasporta energia.

Da cosa dipende quindi l'intensità della corrente di energia? O, in termini più generali: come dobbiamo procedere se vogliamo trasmettere quanta più energia possibile con una corda o un'asta?

Se agganciamo una corda tesa alle pareti, fig. 5.3, scorre una corrente di quantità di moto, ma non una corrente di energia. Qual è la differenza tra le corde nelle figg. 5.1 e 5.3? La prima corda si muove, la seconda no. Si vede quindi che nel trasporto di energia conta anche il movimento, più precisamente: la velocità con cui si muove il conduttore della quantità di moto.

Inoltre, l'intensità della corrente di energia, dipende anche dall'intensità della corrente di quantità di moto, poiché se la fune non è sottoposta a tensione, con essa non viene trasferita energia.

Otteniamo così un risultato importante:

l'intensità del flusso di energia P attraverso una fune dipende
- dall'intensità F della corrente di quantità di moto nella fune
- dalla velocità v della fune.

Vogliamo chiarire come si presenta quantitativamente questa relazione. Quale equazione collega tra loro le tre grandezze P, F e v?

Innanzitutto, la relazione tra la corrente di energia P e la corrente di quantità di moto F. La fig. 5.4 mostra dall'alto come due casse simili vengono trascinate sul pavimento.

Confrontiamo i due tratti di corda A e B. Entrambi si muovono alla stessa velocità. Sia la corrente di quantità di moto che la corrente di energia si dividono equamente nel nodo P: la corrente di quantità di moto nella corda B è pari alla metà di quella in A e lo stesso vale per la corrente di energia. A parità di velocità,

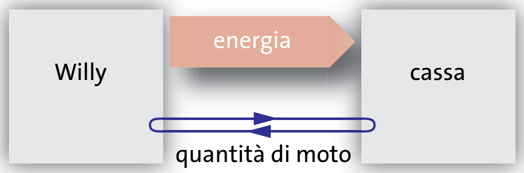

Fig. 5.2 Schema delle correnti di energia e di quantità di moto in Fig. 5.1

Fig. 5.3 Scorre una corrente di quantità di moto, ma non una corrente di energia.

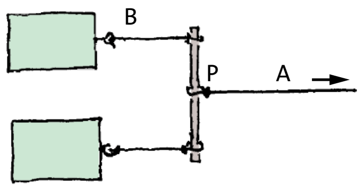

Fig. 5.4 Due casse vengono trascinate sul pavimento. Vista dall'alto

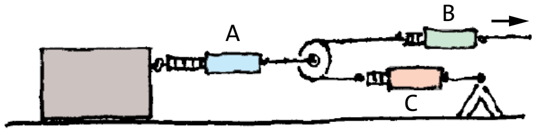

Fig. 5.5 Nella fune A l'intensità della corrente di quantità di moto è doppia rispetto a quella della fune B. La velocità della fune A è la metà di quella della fune B.

quindi, l'intensità della corrente di energia è proporzionale all'intensità della corrente di quantità di moto:

$$P \sim F.$$

Per trovare la relazione tra P e v, facciamo un esperimento. Una cassa viene trascinata con l'aiuto di una puleggia, fig. 5.5.

Confrontiamo i tratti di fune A e B. Innanzitutto, per quanto riguarda la corrente di energia: tutta l'energia che fluisce da destra nella fune B prosegue attraverso la fune A a partire dalla puleggia di rinvio. Nella fune C non può fluire energia, poiché C non si muove.

Abbiamo quindi

$$P_A = P_B.$$

Successivamente confrontiamo le velocità di A e B. Se la cassa, e quindi la fune A, si sposta di una certa distanza verso destra, l'estremità destra di B si sposta verso destra di una distanza doppia rispetto a quella di A. Ciò significa che la velocità di B è doppia rispetto a quella di A. Quindi:

$$v_B = 2\,v_A.$$

Infine, confrontiamo le correnti di quantità di moto in A e B. Possiamo farlo solo con una misurazione. Si vede che l'intensità della corrente di quantità di moto in B è esattamente la metà di quella in A. (In C, tra l'altro, è esattamente uguale a quella in B, quindi la regola dei nodi è soddisfatta.) Possiamo quindi scrivere:

$$F_A = 2\,F_B.$$

Tutti questi risultati insieme sono descritti correttamente se si pone:

$$P \sim v \cdot F.$$

Questa proporzionalità dice, da un lato, che P è proporzionale a F se la velocità viene mantenuta costante. Dall'altro lato dice: se si raddoppia v e contemporaneamente si dimezza F, allora P rimane costante, ed è esattamente ciò che abbiamo riscontrato nel nostro esperimento con la puleggia.

> Se si trasferisce energia utilizzando la quantità di moto come portatore di energia, l'intensità della corrente di energia è proporzionale all'intensità della corrente di quantità di moto e alla velocità con cui si muove il conduttore.

Per trasformare questa proporzionalità in un'equazione, bisognerebbe in realtà introdurre un fattore di proporzionalità. Tuttavia, le unità di misura SI delle tre grandezze coinvolte sono state scelte in modo tale che valga semplicemente:

$$P = v \cdot F.$$

Questo è il risultato che cercavamo. Possiamo utilizzarlo per calcolare la corrente di energia nella fune, se conosciamo le correnti di quantità di moto in essa e la sua velocità.

Esempio

Tiriamo una fune in cui è inserito un dinamometro. Il dinamometro indica 120 N, la fune si muove a 0,5 m/s. La corrente di energia risulta essere:

$$P = v \cdot F = 0{,}5\ \text{m/s} \cdot 120\ \text{N} = 60\ \text{W}.$$

Si noti che è necessario inserire la velocità in m/s e le correnti di quantità di moto in N affinché il flusso di energia risulti nell'unità SI denominata watt (W).

Se l'energia fluisce con altri portatori, valgono formule simili. Se il portatore di energia è la carica elettrica, vale

$$P = U \cdot I\,,$$

cioè la corrente di energia è proporzionale all'intensità di corrente elettrica I. Se il portatore di energia è l'entropia, abbiamo:

$$P = T \cdot I_S,$$

cioè la corrente di energia è proporzionale all'intensità della corrente di entropia I_S.
Dalla formula

$$P = v \cdot F$$

si può ricavare un'equazione che per certi problemi è più maneggevole. Sostituiamo sul lato sinistro

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

e sul lato destro

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

quindi:

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \cdot F.$$

Allora otteniamo:

$$\Delta E = F \cdot \Delta s.$$

L'equazione ci dice ad esempio: se si spinge un'asta e questa si sposta di una distanza Δs, allora attraverso l'asta è fluita l'energia $F \cdot \Delta s$. F è in questo caso l'intensità della corrente di quantità di moto che attraversa l'asta durante la spinta. F deve naturalmente avere un valore univoco durante il processo, cioè essere costante.

Esempio

Tiriamo una corda in modo tale che fluisca una corrente di quantità di moto di 120 N e la corda si sposti di 2 m.

Quanta energia viene trasferita attraverso la fune? Con $F = 120$ N e $\Delta s = 2$ m si ha

$$\Delta E = F \cdot \Delta s = 120 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} = 240 \text{ Nm} = 240 \text{ J}.$$

Esercizi

1. Un trattore traina un rimorchio su una strada piana a una velocità di 20 km/h. Attraverso il gancio di traino scorre una quantità di moto di 900 N. Quant'è il consumo energetico del rimorchio? (ovvero: quanto vale la potenza trasferita dal trattore al rimorchio?) Dove va a finire la quantità di moto che scorre verso il rimorchio? Dove va a finire l'energia?
2. La cinghia di trasmissione di un'auto gira a una velocità di 10 m/s. L'intensità della corrente di energia trasmessa dalla cinghia è di 800 W. Con quale forza la cinghia tira la puleggia? (Quanto vale la corrente di quantità di moto che fluisce nella cinghia?)
3. Una gru solleva un carico di 50 kg a una velocità di 0,8m/s. Quanto vale il flusso di energia attraverso la fune della gru? Il carico viene sollevato a un'altezza di 5 m. Quanto tempo dura l'operazione? Quanta energia fluisce attraverso la fune durante questo tempo?
4. Un camion traina un rimorchio su una strada piana da una città all'altra. La distanza tra le città è di 35 km. Attraverso il gancio di traino fluisce una corrente di quantità di moto di 900 N. Quanta energia è fluita in totale dal camion al rimorchio?

5.3 La quantità di moto angolare come portatore di energia

La fig. 5.6 mostra il macinacaffè che avevamo già esaminato nel capitolo 3. Anche in questo caso si verifica un trasferimento di energia, precisamente dal motore al dispositivo che macina tramite l'albero. L'unico portatore di energia in gioco qui è la quantità di moto angolare.

> La quantità di moto angolare è un portatore di energia.

Il diagramma di flusso corrispondente è mostrato in fig. 5.7. La fig. 5.8 mostra il diagramma di flusso di una centrale idroelettrica. Il generatore è azionato da una turbina ad acqua. In entrambi i casi la quantità di moto angolare scorre in un circuito chiuso.

La relazione tra corrente di energia P e corrente di quantità di moto angolare M è dello stesso tipo di quella tra corrente di energia e corrente di quantità di moto (o corrente di energia e intensità di corrente elettrica):

> $$P = \omega \cdot M.$$
>
> Se l'energia viene trasferita attraverso un albero rotante (con la quantità di moto angolare come portatore di energia), l'intensità della corrente di energia sarà proporzionale all'intensità della corrente di quantità di moto e alla velocità angolare a cui l'albero si sta muovendo.

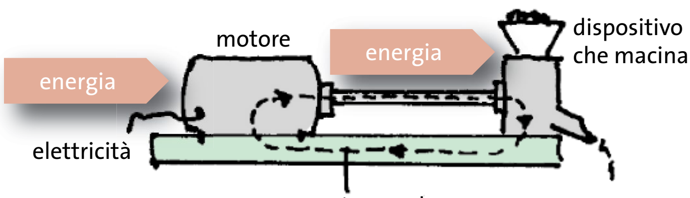

Fig. 5.6 Macinacaffè. La quantità di moto angolare scorre in un circuito.

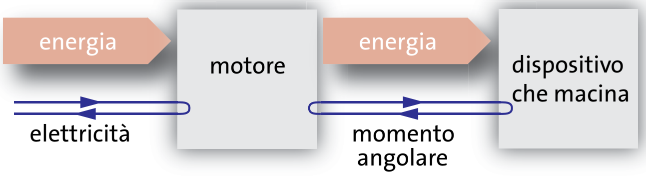

Fig. 5.7 Diagramma di flusso del di Fig. 5.6

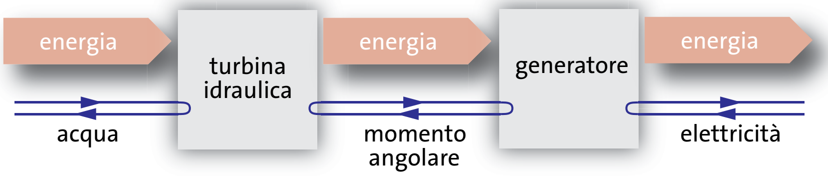

Fig. 5.8 Diagramma di flusso di una centrale idroelettrica

Fig. 5.9 Per l'esercizio 2

Die Motorvarianten | **in der preisgünstigste**

Typ	1.6 16V SX	1.9 JTD SX	Bipower SX
Aufbau/Türen	GR/5	GR/5	GR/5
Zylinder/Hubraum [ccm]	4/1596	4/1910	4/1581
Leistung [kW(PS)]	76(103)	85(115)	68(92)
Max.Drehmoment [Nm]bei U/min	145/4000	203/1500	130/4000
0-100 km/h[s]	12,6	12,2	16,0
Höchstgeschwindigkeit [km/h]	170	176	157
Verbrauch pro 100 km [l/kg]	9,6S	7,5D	7,7G
Versicherungsklassen KH/VK/TK	15/17/26	17/20/32	15/17/26
Steuerbefreiung [Euro](Monate)	-	-	306(21)
Monatliche Gesamt-Kosten[Euro]	504	499	464
Grundpreis[Euro]	17550	19500	20300

Aufbau:

ST = Stufenheck	KB = Kombi	GO = Geländewagen offen
SR = Schrägheck	KT = Kleintransporter	GS = Geländew. geschlossen
CP = Coupe	TR = Transporter	PK = Pick-Up

Esercizi

1. La centrale idroelettrica di Iffezheim sul Reno, vicino a Baden-Baden, dispone di quattro turbine idrauliche, ciascuna con un generatore. Consideriamo uno di questi gruppi. Una turbina fornisce al proprio generatore una corrente di energia di 27 MW. L'albero che collega la turbina al generatore ruota a 100 giri al minuto. Quanto vale la corrente di quantità di moto angolare nell'albero?
2. La fig. 5.9 mostra la scheda tecnica di un'auto. Quale corrente di energia (= potenza) fornisce uno dei motori quando la sua corrente di quantità di moto angolare è massima (coppia massima)? Confrontala con la corrente di energia massima indicata nella scheda tecnica. Da dove potrebbe derivare la differenza?

5.4 Accumulatori di energia meccanica

a) Corpi deformati elasticamente come accumulatori di energia

Tendiamo una molla lunga e resistente, fig. 5.10. È faticoso, perché per farlo occorre energia.

Consideriamo l'estremità destra della molla (il punto A in fig. 5.10). Questa estremità della molla è sottoposta a una tensione, cioè in essa scorre una corrente di quantità di moto F e si muove con una velocità v. Secondo la nostra formula $P = v \cdot F$ in essa scorre anche una corrente di energia. Consideriamo ora l'estremità sinistra della molla (il punto C). La corrente di quantità di moto qui è la stessa che in A. Poiché però C non si muove, qui non scorre alcuna corrente di energia. L'energia che entra nella molla in A non esce di nuovo in C. Viene immagazzinata nella molla.

Possiamo verificare le correnti anche in altri punti della molla, ad esempio in B, al centro della molla. Anche qui la corrente di quantità di moto è la stessa che in A e in C. La velocità del centro della molla è pari alla metà di quella del punto A. Pertanto, anche la corrente di energia è solo la metà di quella che entra nella molla in A. Questo è intuitivo: metà dell'energia viene immagazzinata nella metà destra della molla, mentre il resto continua a fluire nella metà sinistra. Si può estendere ulteriormente questo ragionamento: in ogni terzo della molla viene immagazzinato esattamente un terzo dell'energia, in ogni quarto della molla viene immagazzinato un quarto dell'energia e così via. In breve: l'energia si distribuisce uniformemente su tutta la lunghezza della molla.

Se si può comprimere una molla senza che si deformi lateralmente, si può immagazzinare energia al suo interno anche in questo modo.

Queste considerazioni valgono non solo per le molle, ma anche per qualsiasi altro oggetto deformabile elasticamente: un estensore da palestra allungato contiene energia proprio come una fionda tesa, un trampolino piegato o un pallone da calcio schiacciato.

Naturalmente, quando si parla di un accumulatore di energia, si vorrebbe sapere quanta energia contiene. Vogliamo calcolare come, per una molla, la quantità di energia immagazzinata dipenda dall'allungamento (o dall'accorciamento). Il problema è più difficile di quanto possa sembrare a prima vista.

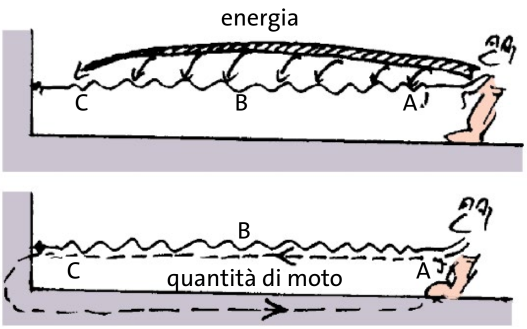

Fig. 5.10 Quando si tende la molla, l'energia fluisce nella molla attraverso l'estremità destra.

Allunghiamo una molla muovendo un'estremità a velocità costante v.

Conosciamo la relazione:

$$P = v \cdot F \,. \tag{5.1}$$

Si potrebbe pensare che in questo modo l'energia immagazzinata E_{molla} possa essere calcolata moltiplicando la corrente di energia (in joule al secondo) per il tempo t_0 durante il quale è fluita, ovvero

$$E_{molla} = P \cdot t_0 \,. \tag{5.2}$$

Questo però porta al risultato corretto solo se l'energia scorre in modo uniforme, cioè se la corrente di energia non cambia nel tempo. Purtroppo, nel nostro caso ciò non si verifica; la corrente di quantità di moto F nell'equazione (5.1) non è costante. Possiamo comunque applicare l'equazione (5.2) se inseriamo il valore medio temporale di P:

$$E_{molla} = \overline{P} \cdot t_0 \,. \tag{5.3}$$

Dobbiamo quindi ricavare il valore medio della corrente di energia.

Partiamo dall'equazione (5.1). Sostituiamo F con l'aiuto di $F = D \cdot s$ (vedi sezione 2.13) e otteniamo: $P = v \cdot D \cdot s$. Questa equazione ci dice che la corrente di energia è tanto maggiore quanto più la molla è stata allungata. Poiché tiriamo la molla a velocità costante, possiamo sostituire s con $v \cdot t$:

$$P = v \cdot D \cdot v \cdot t = D \cdot v^2 \cdot t \,.$$

La corrente di energia aumenta quindi linearmente con il tempo, fig. 5.11.

Da questo grafico si può leggere la corrente di energia media: è pari alla corrente di energia al tempo $t_0/2$, ovvero

$$\overline{P} = \frac{D}{2} v^2 t_0 \,.$$

Sostituendo nell'equazione (5.3) si ottiene:

$$E_{molla} = \frac{D}{2} v^2 t_0^2 \,. \tag{5.4}$$

Ora, $v \cdot t_0 = s_0$, ovvero è uguale all'allungamento della molla. Se lo inseriamo nell'equazione (5.4), otteniamo la relazione che cercavamo:

$$E_{molla} = \frac{D}{2} s_0^2 \,.$$

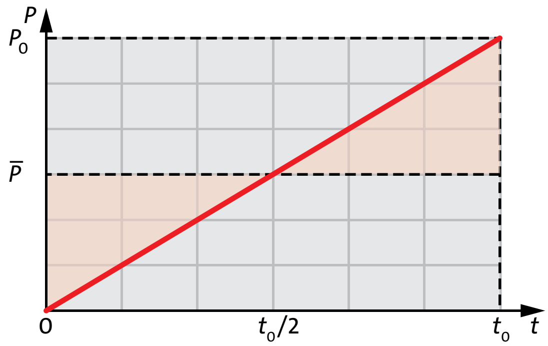

Fig. 5.11 La corrente di energia aumenta da zero a P_0 dall'istante $t = 0$ all'istante t_0. La corrente media di energia in questo intervallo di tempo è pari alla corrente di energia all'istante $t_0/2$. L'andamento verso il basso precedente viene compensato dall'andamento verso l'alto successivo.

L'indice "0" non ci serve più, poiché non c'è pericolo di confusione:

> Quando si tende una molla, la sua energia aumenta di
>
> $$E_{molla} = \frac{D}{2} s^2 \,.$$
>
> Quando la molla si distende, l'energia viene rilasciata.

Avevamo ipotizzato che la molla fosse stata allungata per immagazzinare energia. Tuttavia, se una molla può essere compressa, vale per essa la stessa equazione. s è allora la lunghezza di cui la molla viene accorciata.

Sebbene la derivazione sia stata laboriosa, il risultato è semplice e anche intuitivo. Se hai dimenticato l'equazione, puoi ricavarne il contenuto essenziale ragionando in modo opportuno.

Innanzitutto: da cosa dipende l'energia immagazzinata in una molla? In primo luogo, dalla molla stessa, ovvero dalla costante elastica k. E in secondo luogo da quanto è stata allungata o accorciata, cioè da s. A parità di allungamento s, una molla rigida contiene più energia di una morbida. A questo provvede il k nella formula. Ed è anche chiaro che più la molla è stata allungata, più energia contiene, da qui la s. Ma perché la s è al quadrato? Anche per questo c'è una buona spiegazione: la molla immagazzina energia positiva (l'energia negativa non esiste), indipendentemente dal fatto che venga allungata o accorciata, quindi indipendentemente dal fatto che s sia positivo o negativo. Poiché s è al quadrato, sia quando si comprime che quando si allunga la molla si ottiene un'energia positiva.

L'unica cosa della formula che non si può indovinare facilmente è il fattore 1/2. Quindi devi ricordartelo.

In seguito, imparerai molte altre equazioni che hanno questa struttura.

Per concludere, ricordiamo ancora una volta: l'energia che si calcola secondo la nostra equazione non è l'intera energia della molla. È solo una minuscola parte; ovvero quella che si immette quando la si tende e che si recupera quando la si distende.

b) Corpi in movimento come accumulatori di energia

Carichiamo un carrello o un'auto con quantità di moto, come abbiamo già fatto spesso, fig. 5.12. Tuttavia, ora sappiamo che nella fune non scorre solo quantità di moto, ma anche energia. Né l'una né l'altra possono lasciare l'auto. Di conseguenza, se noi tiriamo la fune sia l'energia che la quantità di moto si accumuleranno nell'auto.

La quantità di energia che un corpo contiene a causa del suo movimento viene chiamata *energia cinetica*.

Se si lascia andare un carrello fino a quando si ferma, la sua quantità di moto si disperde a Terra, mentre l'energia prende un'altra strada. Essa viene utilizzata per generare entropia (o meglio: dissipata). L'entropia viene prodotta ovunque ci sia attrito. L'energia si distribuisce nell'ambiente circostante: in parte nel terreno, ma in parte anche nell'auto e nell'aria.

Anche in questo caso esiste una semplice equazione con cui è possibile calcolare l'energia (cinetica) immagazzinata. La derivazione è simile a quella della molla tesa. La tralasciamo. Il risultato si può quasi indovinare.

> Se si carica un corpo con quantità di moto, la sua energia aumenta di
>
> $$E_{cin} = \frac{m}{2} v^2 .$$
>
> Quando il corpo cede la quantità di moto, anche l'energia viene ceduta.

Poiché la velocità è al quadrato, è garantito che l'energia sia sempre positiva. Con l'aiuto di $p = m \cdot v$ possiamo esprimere la velocità in termini di quantità di moto ottenendo:

$$E_{cin} = \frac{p^2}{2m} .$$

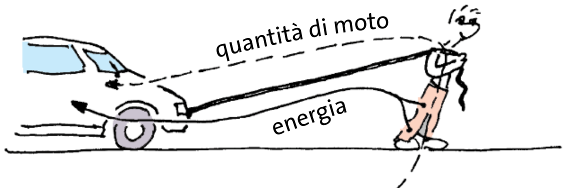

Fig. 5.12 L'auto viene caricata di quantità di moto ed energia.

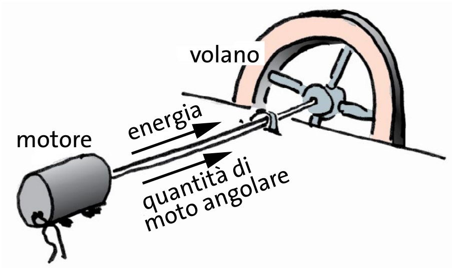

Fig. 5.13 Nel volano, oltre alla quantità di moto angolare, viene immagazzinata anche energia.

c) Corpi in rotazione come accumulatori di energia

Un volano viene caricato con quantità di moto angolare, fig. 5.13. Attraverso l'albero non fluisce però solo quantità di moto angolare, ma anche energia. Sia la quantità di moto angolare che l'energia vengono immagazzinate nel volano.

L'energia immagazzinata nel volano E_{rot} può essere calcolata dal momento d'inerzia e dalla velocità angolare. La formula si ottiene semplicemente sostituendo in

$$E_{cin} = \frac{m}{2} v^2$$

la massa con il momento d'inerzia e la velocità con la velocità angolare.

> Quando si carica un corpo con quantità di moto angolare, la sua energia aumenta di
>
> $$E_{rot} = \frac{J}{2} \omega^2$$
>
> Quando il corpo cede la quantità di moto angolare, anche l'energia viene ceduta.

Con l'aiuto di $L = J \cdot \omega$ possiamo esprimere la velocità angolare in termini di quantità di moto angolare e otteniamo:

$$E_{rot} = \frac{L^2}{2J} .$$

Esercizi

1. Un carrello di massa pari a 30 kg viene caricato con una quantità di moto. Per 6 s scorre una corrente di quantità di moto di 20 N. Non ci sono perdite per attrito. Qual è l'energia cinetica del carrello alla fine?
2. Un carrello di massa 200 g viene accelerato da una molla che si distende. Raggiunge una velocità di 0,8 m/s. La molla si è allungata da 10 cm alla sua lunghezza a riposo di 15 cm. Qual è il valore della costante elastica?
3. Una slitta su una rotaia a cuscino d'aria urta contro una slitta due volte più pesante, che all'inizio è ferma. L'urto è completamente anelastico, cioè le slitte rimangono attaccate l'una all'altra dopo l'urto. Confronta le energie cinetiche prima e dopo l'urto. Spiega.
4. Un carrello ($m = 20$ kg) si muove con $v = 0{,}5$ m/s in direzione x contro un respingente a molla e rimbalza indietro.
   a) Qual è la sua quantità di moto prima e dopo l'urto?
   b) Qual è la sua energia cinetica prima e dopo l'urto?
   c) Di quanto viene compressa la molla (costante elastica $k = 60$ N/m)?
   d) Qual è la velocità del carrello quando la molla è compressa esattamente per metà?
5. Una slitta di massa pari a 300 g è posta su una rotaia a cuscino d'aria e collegata ad una molla ($k = 7{,}5$ N/m), fig. 5.14. Se si sposta la slitta dalla posizione di riposo e poi la si lascia andare, essa esegue un'oscillazione. Descrivi il percorso dell'energia e della quantità di moto durante il processo di oscillazione.
   Al passaggio attraverso la "posizione di riposo" (la molla è distesa), la slitta ha una velocità di 0,5 m/s. Di quanto oscilla la slitta verso destra e verso sinistra?
6. Un veicolo, di massa m e velocità v, percorre (senza attrito) una curva a 90°. Scrivi un bilancio per l'energia e la quantità di moto. (Quanta energia entra, quanta ne esce?)
7. Una macchina a vapore ha un volano con un diametro di 2,2 m e una massa di 1,8 tonnellate. Supponiamo che tutta la massa si trovi nell'anello esterno. La macchina gira a 2 giri al secondo. Quanta quantità di moto angolare e quanta energia sono immagazzinate nel volano?
8. Due volani A e B hanno ciascuno un momento d'inerzia di $2\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$. Il volano A gira a 2 giri al secondo, mentre il volano B inizialmente non gira.
   (a) Quanta quantità di moto angolare ha il volano A?
   (b) Quanta energia possiede A a causa del movimento rotatorio?
   Le ruote vengono collegate tra loro tramite un giunto.
   (c) Quanta quantità di moto angolare possiede ciascuna delle due ruote?
   (d) Quanta energia possiede inizialmente ciascuna delle due ruote? Quanta energia possiedono assieme dopo che sono state collegate?
   (e) Commenta il risultato.

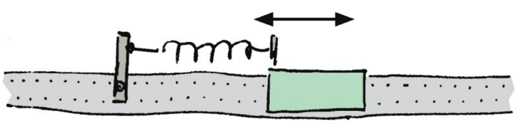

Fig. 5.14 Riguardo all'esercizio 5

Esercizi

9. Per gli esperimenti di fusione presso l'Istituto Max Planck per la fisica del plasma a Garching (vicino a Monaco di Baviera) è necessaria, per brevi intervalli di tempo, una quantità molto elevata di energia elettrica. La corrente di energia richiesta è talmente grande che la normale rete elettrica non è sufficiente. Si utilizzano quindi grandi volani, che vengono caricati lentamente (con una bassa corrente di energia) tramite un motore elettrico.
   Tutta l'energia accumulata può poi essere ceduta in pochi secondi tramite un generatore.
   Un volano di questo tipo fornisce un flusso di energia di 150 MW per 10 secondi. Quando è carico, gira a 1600 giri al minuto. Quanto è grande il suo momento d'inerzia?

5.5 Campo gravitazionale come accumulatore di energia – il potenziale gravitazionale

Un oggetto pesante viene sollevato, fig. 5.15. Nella fune, oltre alla quantità di moto, fluisce anche energia. La quantità di moto, come sappiamo, proviene dalla Terra e affluisce nell'oggetto attraverso il campo gravitazionale. Si può immaginare il campo come una molla invisibile che tira il corpo. Proprio come quando si tende una molla si immagazzina energia nella molla, così l'energia viene immagazzinata nel campo gravitazionale quando si solleva un oggetto. Se si lascia ricadere l'oggetto, si recupera l'energia dal campo gravitazionale.

Per sollevare un oggetto pesante occorre più energia che per sollevarne uno leggero. Quindi, maggiore è la massa dell'oggetto, maggiore è l'energia immagazzinata nel campo; inoltre, maggiore è la differenza di al-

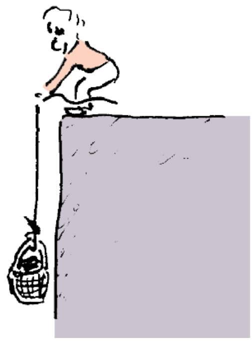

Fig. 5.15 Quando si solleva la cesta, l'energia viene immagazzinata nel campo gravitazionale

tezza $h = h_2 - h_1$ di cui lo si solleva, maggiore è l'energia necessaria.

Calcoliamo l'energia E_{grav} immagazzinata nel campo gravitazionale come funzione di m e h. Partiamo nuovamente dall'equazione

$$P = v \cdot F$$

per la corrente di energia. Poiché spostiamo il corpo verso l'alto a velocità costante, possiamo porre:

$$v = \frac{h}{t_0}.$$

t_0 è la durata dell'intero processo. Per la corrente di quantità di moto poniamo:

$$F = m \cdot g.$$

La corrente di quantità di moto è costante nel tempo. Non è quindi necessario calcolarne il valore medio, come nel caso della molla. La corrente di energia durante il sollevamento risulta quindi:

$$P = v \cdot F = \frac{h}{t_0} \cdot m \cdot g.$$

Otteniamo l'energia immagazzinata come intensità della corrente di energia moltiplicata per il tempo:

$$E_{grav} = P \cdot t_0,$$

quindi

$$E_{grav} = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1).$$

> Quando, sulla Terra, l'altezza di un corpo rispetto al suolo aumenta, l'energia viene immagazzinata nel campo gravitazionale:
>
> $$E_{grav} = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1).$$
>
> Se l'altezza del corpo diminuisce, l'energia viene restituita.

Introduciamo una nuova grandezza che semplifica la descrizione, il potenziale gravitazionale ψ (psi):

$$\psi = g \cdot h.$$

Il potenziale gravitazionale sulla Terra ha un valore maggiore in alto rispetto a più in basso. La differenza di potenziale tra due luoghi che differiscono di 2 m in altezza è maggiore sulla Terra che sulla Luna.

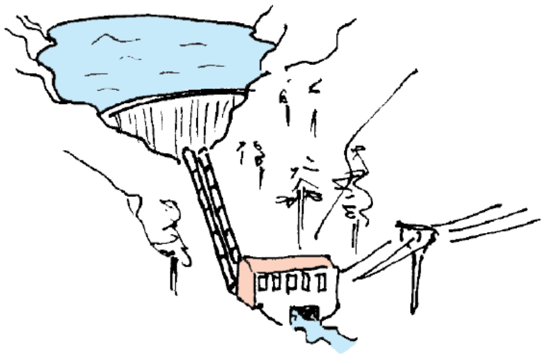

Fig. 5.16 Centrale idroelettrica. L'acqua scorre verso il basso nei tubi prendendo energia dal campo gravitazionale.

Una differenza del potenziale gravitazionale può essere immaginata come una forza motrice per una corrente di massa. Tutti i corpi cadono dall'alto verso il basso, dal potenziale gravitazionale più alto a quello più basso. In bicicletta si scende dalla collina senza pedalare. L'acqua scorre (poiché ha una massa) dai punti a potenziale gravitazionale più alto a quelli a potenziale più basso. Tutti questi movimenti o correnti avvengono perché il corpo o il liquido in questione ha una massa.

> Una differenza di potenziale gravitazionale è una forza motrice per una corrente di massa.

Ora possiamo scrivere in forma più concisa l'energia immagazzinata nel campo gravitazionale:

> Se si porta un corpo dal potenziale gravitazionale ψ_1 a quello più elevato ψ_2, l'energia:
>
> $$E_{grav} = (\psi_2 - \psi_1) \cdot m$$
>
> viene immagazzinata nel campo gravitazionale.

L'energia del campo gravitazionale viene sfruttata nelle centrali idroelettriche, fig. 5.16.

Nei punti più alti di una catena montuosa l'acqua viene raccolta da torrenti e fiumi e convogliata verso il basso attraverso dei tubi. Scorrendo verso il basso, l'acqua prende energia dal campo gravitazionale.

Scorre quindi attraverso la turbina della centrale e qui cede la sua energia. La turbina aziona un generatore tramite un albero, ovvero l'energia passa dalla turbina al generatore con la quantità di moto angolare.

Un tipo particolare di centrali idroelettriche sono le centrali di pompaggio. Una centrale di pompaggio funge da accumulatore di energia per la rete elettrica. Può assorbire energia dalla rete e restituirla alla rete. Tali impianti sono necessari poiché la maggior parte delle altre centrali non è in grado di reagire alle variazioni della domanda. Le centrali a carbone, le centrali nucleari e le centrali ad acqua fluente (centrali idroelettriche che sfruttano il flusso naturale del fiume) possono modificare la loro produzione di energia solo molto lentamente o per nulla. Le centrali eoliche forniscono energia quando soffia il vento, e la loro produzione non corrisponde alla domanda. È quindi necessario un sistema di accumulo in grado di assorbire rapidamente l'energia elettrica e di restituirla altrettanto rapidamente – simile a una batteria per auto, ma molto più grande.

Una centrale di pompaggio comprende due grandi bacini d'acqua situati a quote diverse. Quando serve energia elettrica (quando l'energia è costosa), si fa scorrere l'acqua dal bacino superiore a quello inferiore attraverso una turbina. La turbina aziona un generatore. Quando c'è energia in eccesso nella rete (quando l'energia è a basso costo), si fa funzionare il generatore come motore elettrico e la turbina come pompa, e si riporta l'acqua in alto.

Esercizi

1. Disegna lo schema di flusso di una centrale di pompaggio per le sue due modalità di funzionamento. La centrale di pompaggio di Goldisthal (montagne scistose della Turingia) ha un "bacino superiore" a 880 m s.l.m. e un "bacino inferiore" a 550 m. Qual è il potenziale gravitazionale in alto e in basso (rispetto al livello del mare)? La quantità d'acqua utilizzabile è di 12 milioni di m^3. Quanta energia può essere immagazzinata? I generatori possono fornire un flusso di energia massimo di 1060 MW. Per quanto tempo dura la riserva di energia?
2. La centrale idroelettrica di Itaipú sul fiume Paraná si trova al confine tra Brasile e Paraguay. È la più grande centrale idroelettrica del mondo. Dispone di 20 turbine e 20 generatori. Il dislivello tra l'entrata e l'uscita dell'acqua è di 120 m, la portata media è di 12 000 m^3/s (cioè 12 volte quella del Reno presso Karlsruhe). Quale potenza fornisce la centrale?
3. L'acqua fuoriesce dall'ugello di una fontana con una velocità di 5 m/s. A che altezza schizza?
4. Un sasso viene lanciato verticalmente verso l'alto. Disegna il percorso dell'energia e della quantità di moto
   (a) mentre il sasso viene lanciato;
   (b) mentre vola verso l'alto;
   (c) mentre ricade.
5. Un cilindro cavo ($r = 10$ cm, $m = 2$ kg) viene spinto in modo da rotolare a una velocità di 0,8 m/s su una superficie inizialmente piana, fig. 5.17. La superficie è poi seguita da un tratto in salita. A che altezza rotola il cilindro? Fig. 5.17

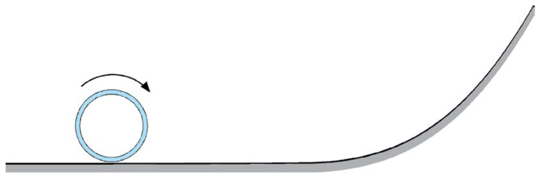

Fig. 5.17 Vedi esercizio 5

5.6 Paranco, trasmissione a ingranaggi, trasmissione a catena e a cinghia

Il paranco

Per sollevare un carico si utilizza spesso un paranco: un sistema composto da funi e pulegge. La figura 5.18 mostra un paranco particolarmente semplice. Quali vantaggi offre?

Ricordiamo: la puleggia divide la corrente di quantità di moto, che arriva dal basso attraverso la fune C, in due correnti parziali di uguale intensità nei tratti di fune A e B. La corrente di quantità di moto in A è quindi solo la metà di quella in C.

Supponiamo che la massa del carico sia di 200 kg. La corrente di quantità di moto in C è quindi

$$F_C = m \cdot g = 200 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 2000 \text{ N}.$$

Quella nella fune A risulta essere

$$F_B = F_C/2 = 1000 \text{ N}.$$

Il motore (la "pompa di quantità di moto") deve quindi generare solo una corrente di quantità di moto di 1000 N, e non 2000 N, come sarebbe senza l'utilizzo della puleggia. Si ha quasi l'impressione di ottenere qualcosa in regalo. Che non sia così lo vediamo con-

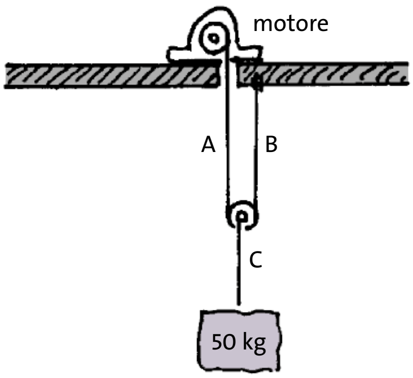

Fig. 5.18 Paranco semplice

frontando le correnti di energia

$$P = v \cdot F$$

nei tratti di fune A e C. Mentre la corrente di quantità di moto in A è la metà di quella in C, la velocità di A è doppia rispetto a quella di C:

$$F_A = F_C/2\,,$$
$$v_A = 2\,v_C\,.$$

Ne consegue quindi:

$$v_A \cdot F_A = v_C \cdot F_C\,.$$

Le correnti di energia in A e in C sono quindi uguali. Si sarebbe potuto vedere anche in questo modo: attraverso la fune B non scorre energia, poiché vB = 0. Quindi tutta l'energia che arriva dal motore attraverso la fune A deve passare attraverso la fune C per raggiungere il carico. Possiamo quindi concludere:

> *Paranco semplice:* Uno dei fattori nell'equazione $P = v \cdot F$ varia a spese dell'altro.

Forse questo risultato ti suona familiare. Una situazione simile l'abbiamo già incontrata nel trasformatore elettrico. Per il trasporto di energia elettrica vale l'equazione

$$P = U \cdot I$$

(corrente di energia uguale a tensione elettrica per corrente elettrica.) La corrente di energia che entra nel trasformatore con il portatore carica elettrica (indice A) è uguale a quello che esce (indice B)

$$U_A \cdot I_A = U_B \cdot I_B\,.$$

Un paranco può quindi essere inteso anche come un "trasformatore di corrente di quantità di moto".

Zahnradgetriebe

La fig. 5.19 mostra una foto di una semplice trasmissione a ingranaggi.

Nella fig. 5.20 è rappresentata schematicamente una trasmissione di questo tipo. L'energia arriva attraverso l'albero sinistro (A) ed esce dalla trasmissione attraverso quello destro (B). La quantità di moto angolare è il portatore di energia in entrata e in uscita. La relazione tra corrente di energia e correnti di quantità di moto angolare è

Fig. 5.19 Trasmissione a ingranaggi

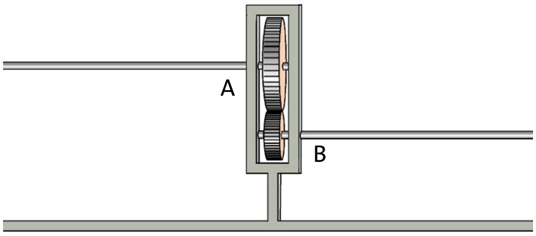

Fig. 5.20 Semplice trasmissione a ingranaggi

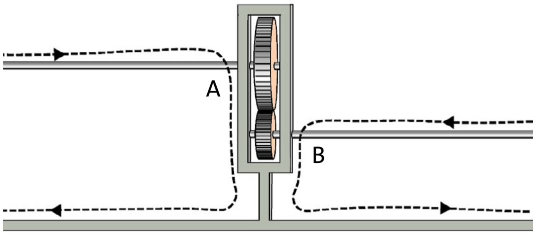

Fig. 5.21 La quantità di moto angolare negli alberi A e B scorre in direzioni opposte.

$$P = \omega \cdot M\,.$$

Poiché tutta l'energia che arriva tramite A esce tramite B, deve valere:

$$\omega_A \cdot M_A = \omega_B \cdot M_B\,.$$

Dividiamo entrambi i membri dell'equazione per ω_A e M_B:

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{\omega_B}{\omega_A}. \qquad (5.5)$$

Il rapporto ω_A/ω_B delle velocità angolari, ovvero il rapporto di trasmissione, si determina facilmente: se l'ingranaggio A ha il doppio dei denti rispetto all'ingra-

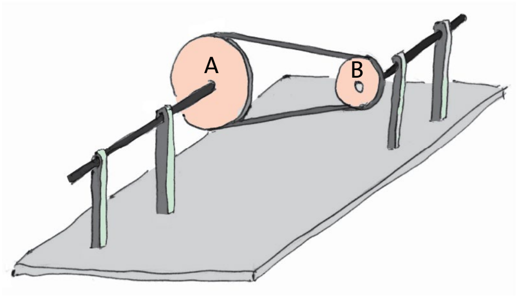

Fig. 5.22 Trasmissione a cinghia. La ruota B gira più velocemente della ruota A.

Fig. 5.23 Cambio a catena di una bicicletta

naggio B, allora l'ingranaggio B gira due volte più velocemente di A. Vale quindi

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{z_A}{z_B}.$$

Qui z_A e z_B sono il numero di denti dei due ingranaggi.

Riassumiamo.

> *Trasmissione:* Un fattore nell'equazione $P = \omega \cdot M$ varia a scapito dell'altro.

Una trasmissione può essere intesa come un "trasformatore di corrente di quantità di moto angolare".

Grazie al cambio dell'auto, è possibile modificare il rapporto di trasmissione.

Esaminiamo più da vicino l'andamento delle correnti di quantità di moto angolare nel cambio, fig. 5.21.

Innanzitutto, va notato che nel cambio la direzione delle correnti nei due alberi A e B è opposta. Il ritorno della quantità di moto angolare è assicurato dal supporto, dalla base o dal telaio. L'andamento delle correnti di quantità di moto angolare all'interno del cambio è qui rappresentato solo schematicamente. La corrente scorre sia attraverso gli ingranaggi che attraverso i supporti verticali.

Trasmissione a catena e a cinghia

Conosci la trasmissione a catena della bicicletta. Una trasmissione a cinghia, fig. 5.22, è sostanzialmente la stessa cosa, solo che al posto della catena di maglie d'acciaio si utilizza una cinghia flessibile, spesso dotata di denti.

Tali trasmissioni si trovano in molte macchine. Tra l'altro, le puoi trovare sotto il cofano di ogni automobile. Tali trasmissioni svolgono due funzioni:

- trasportano energia (con il portatore quantità di moto angolare) da un punto A ad un altro punto B.

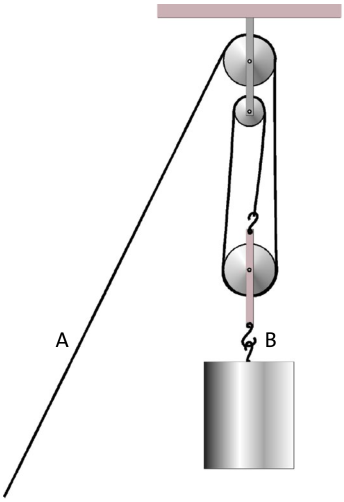

Fig. 5.24 Vedi esercizio 1

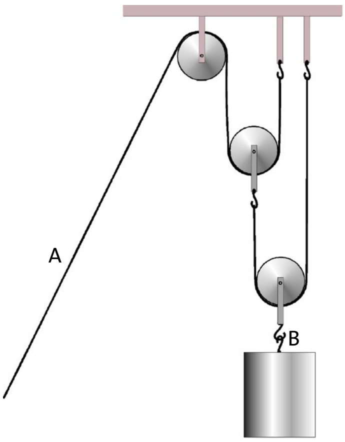

Fig. 5.25 Vedi esercizio 2

- se le due ruote dentate (o pulegge) hanno diametri diversi, agiscono come trasformatori di quantità di moto angolare.

L'energia arriva alla ruota A con la quantità di moto angolare e fluisce via dalla ruota B con la quantità di moto angolare.

Per le corrispondenti intensità di corrente di energia vale nuovamente l'equazione

$$\omega_A \cdot M_A = \omega_B \cdot M_B \, .$$

In una bicicletta con cambio a catena è possibile modificare il rapporto di trasmissione, fig. 5.23.

Esercizi

1. Disegna il percorso della quantità di moto per il paranco in fig. 5.24. Di quale fattore la corrente di quantità di moto nel punto A è inferiore a quella nel punto B?
2. Disegna il percorso della quantità di moto per il paranco in fig. 5.25. Di quale fattore la corrente di quantità di moto nel punto A è inferiore rispetto al punto B?
3. Di quale tipo è il cambio della tua bicicletta? Se la bicicletta ha un cambio a catena: qual è il rapporto di trasmissione per le diverse marce? Se ha un cambio al mozzo: cerca di determinare il più precisamente possibile i rapporti di trasmissione.

5.7 Attrito

In un processo di attrito, la quantità di moto fluisce da un punto a velocità maggiore verso un punto a velocità minore. I due «punti» possono anche essere anche all'interno di un liquido o di un gas. Qui ci interessa il caso in cui si tratti di due corpi. Li chiamiamo A e B, fig. 5.26.

Il contatto tra i due corpi può essere molto diverso:

- possono toccarsi direttamente; esempio: spingi un libro sul piano del tavolo o una sedia sul pavimento;
- tra A e B c'è un lubrificante; esempio: un asse rotante in un cuscinetto; senza lubrificazione si avrebbe il caso 1, infatti il lubrificante viene utilizzato per ridurre l'attrito;
- tra A e B c'è un gas, solitamente aria; esempio: l'attrito dell'aria su un'auto o una bicicletta in movimento.

In un processo di attrito il bilancio energetico sembra non quadrare. Si perde energia. Chiamiamo la velocità di un corpo v_A, quella dell'altro v_B e l'intensità della corrente di quantità di moto, come sempre, F.

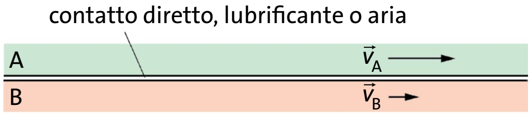

Fig. 5.26 Nel processo di attrito, la quantità di moto p_x fluisce dal corpo A al corpo B (direzione positiva di x verso destra).

$$P_A = v_A \cdot F.$$

Nel corpo B, in cui rifluisce dalla superficie di attrito, trasporta la corrente di energia

$$P_B = v_B \cdot F.$$

Poiché $v_A > v_B$, verso il punto di attrito affluisce più energia di quanta ne rifluisca. Cosa succede alla differenza

$$P = P_A - P_B = (v_A - v_B) \cdot F \,?$$

In ogni processo di attrito viene generata entropia (che percepiamo come calore). Anche l'entropia è un portatore di energia. L'entropia generata dall'attrito porta inevitabilmente via con sé energia. Il corrispondente flusso di energia può essere scritto come:

$$P = T \cdot I_S.$$

Qui T è la temperatura assoluta (misurata in kelvin) e I_S è l'intensità del flusso di entropia.

Per il processo di attrito si ha quindi:

$$T \cdot I_S = (v_A - v_B) \cdot F = \Delta v \cdot F \, .$$

Qui abbiamo abbreviato $(v_A - v_B)$ con Δv.

> Durante un processo di attrito si genera entropia. L'energia si disperde nell'ambiente con l'entropia generata.

L'attrito è un processo spesso indesiderato, a causa della perdita di energia ad esso associata. Si vorrebbe eliminare l'attrito dell'aria delle automobili o l'attrito nei cuscinetti di un albero rotante.

Tuttavia, alcuni dispositivi tecnici si basano proprio sull'attrito. In questi casi, quindi, è necessario. Ne sono esempi i freni, la frizione e gli ammortizzatori delle automobili.

Ancora una volta: in un processo di attrito, la quantità di moto fluisce da un corpo A a un corpo B. A e B hanno velocità diverse. Per il processo di attrito non contano i valori delle due velocità, ma solo la differenza di velocità Δv. L'intensità F delle correnti di quantità di moto tra A e B dipende quindi da Δv.

A seconda di come i corpi sfregano l'uno contro l'altro, questa relazione è diversa. Per comprendere i diversi processi di attrito, dobbiamo occuparci delle diverse relazioni Δv-F. Rappresenteremo F in funzione di Δv in un diagramma. Il grafico corrispondente è chiamato curva caratteristica del processo di attrito.

Le curve caratteristiche di attrito possono assumere le forme più disparate. È tuttavia possibile individuare tre modelli fondamentali.

Attrito viscoso

Se tra i corpi A e B si trova un mezzo viscoso, ad esempio olio lubrificante, fig. 5.27, la curva caratteristica è particolarmente semplice.

La corrente di quantità di moto è proporzionale alla differenza di velocità:

$F \sim \Delta v$, oder
$F = k \cdot \Delta v$.

La fig. 5.28 mostra il grafico corrispondente.

k dipende:

- dalla viscosità del fluido: più è viscoso, maggiore è k e ciò significa che maggiore è l'intensità della corrente di quantità di moto;
- dalla geometria della disposizione: se A e B scivolano l'uno accanto all'altro come in fig. 5.27, allora k è proporzionale all'area del film d'olio e inversamente proporzionale alla distanza tra A e B.

> *Attrito viscoso:*
> $F = k \cdot \Delta v$.

Forse ti suona familiare: si comporta in modo molto simile a una corrente elettrica che attraversa un resistore, in cui l'intensità della corrente elettrica è proporzionale alla differenza di potenziale:

$I \sim \Delta\varphi$, oppure

$I = G \cdot \Delta\varphi$.

Il fattore di proporzionalità G è la conduttanza elettrica (il reciproco della resistenza elettrica), che dipende: 1. dal materiale (dalla conduttività elettrica) e 2. dalle dimensioni geometriche del resistore, ovvero dall'area della sezione trasversale e dalla lunghezza.

Torniamo all'attrito viscoso. Dove si verifica?

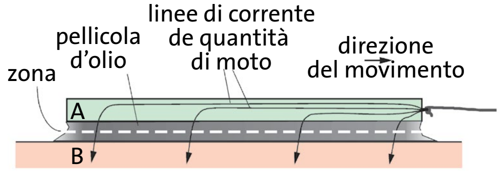

Fig. 5.27 Tra la piastra A e il supporto B si trova un film (pellicola) d'olio. A viene spostato verso destra. Attraverso il film d'olio scorre un flusso di quantità di moto p_x dall'alto verso il basso.

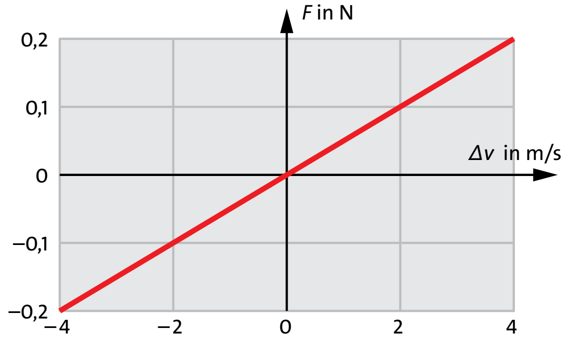

Fig. 5.28 Curva caratteristica per l'attrito viscoso: la corrente di quantità di moto è proporzionale alla differenza delle velocità dei corpi coinvolti.

Lubrificazione delle parti delle macchine

Le macchine contengono parti che si toccano e si muovono l'una contro l'altra. Per ridurre la perdita di quantità di moto o di quantità di moto angolare ed evitare dispersioni di energia, queste parti vengono "lubrificate": si inserisce un sottile strato di olio lubrificante tra di esse, come in fig. 5.27. La lubrificazione è necessaria anche per altri motivi: riduce l'usura dei materiali e produce meno rumore. Sicuramente avrai sentito cigolare i cardini di una porta.

Ammortizzatori

Un'auto ha una molla su ogni ruota, in modo che le irregolarità della strada non scuotano i passeggeri, fig. 5.29. Accanto alla molla si trova un ammortizzatore. Senza ammortizzatori, l'auto compirebbe oscillazioni prolungate. Inoltre, le ruote rimbalzerebbero sulla strada, facendo perdere all'auto il contatto con il manto stradale. Non sarebbe più possibile sterzare e frenare correttamente. Nel caso dell'ammortizzatore, quindi, la "perdita" di energia è auspicabile.

La struttura di un ammortizzatore è illustrata nella fig. 5.30. Quando si muovono l'uno contro l'altro i due "raccordi" a destra e a sinistra, il fluido deve scorrere attraverso un piccolo foro nel pistone.

È in questo punto che si verifica l'attrito. Il modo in cui funziona un ammortizzatore si capisce meglio se lo si prende in mano e si tirano o si spingono i raccordi. Più velocemente li si muove, più diventa difficile.

$$F = k \cdot \Delta v \, .$$

Δv è la differenza di velocità tra i due raccordi dell'ammortizzatore.

Attrito tra due corpi rigidi

Un blocco di legno scivola su una tavola di legno orizzontale piana. Ciò si può realizzare in modo particolarmente semplice facendo come Willy nella fig. 5.31: si tiene fermo il blocco e si fa in modo che il supporto sotto di esso si sposti. In questo modo, una corrente di quantità di moto fluisce dal piano del tavolo rotante al blocco.

Willy modifica la velocità di rotazione. Il misuratore di corrente di quantità di moto indica però sempre la stessa corrente. Questa osservazione vale anche per altri corpi solidi che sfregano l'uno contro l'altro:

> quando due corpi solidi sfregano l'uno contro l'altro, le correnti di quantità di moto che passano dall'uno all'altro sono indipendenti dalla differenza di velocità.

La curva caratteristica Δv-F è mostrata in fig. 5.32, in cui la differenza di velocità è stata considerata positiva.

Ma cosa succede per valori negativi di Δv? Willy deve ruotare il tavolo nella direzione opposta. Prima però il blocco deve essere fissato sulla parete opposta, cioè sulla parete destra (poiché il nostro misuratore di correnti di quantità di moto è integrato in una corda e questa permette il flusso di quantità di moto solo in una direzione). Il risultato dell'esperimento non è sorprendente: succede la stessa cosa di prima: le correnti di quantità di moto sono indipendenti dalla velocità, tuttavia, ora esse scorrono nella direzione opposta rispetto a prima. La curva caratteristica Δv-F per valori positivi e negativi di Δv è mostrata nella fig. 5.33.

Ma nella curva caratteristica manca ancora qualcosa. Qual è il valore di F quando la differenza di velocità è pari a zero? Con l'aiuto di un misuratore di corrente di quantità di moto tiriamo un blocco appoggiato su un tavolo (fisso) e constatiamo che è possibile aumentare la corrente di quantità di moto da zero fino a un determinato valore senza che il blocco si metta in movimento. È come se fosse incollato al piano del tavolo. Solo quando la corrente di quantità di moto supera questo valore critico, il blocco si stacca e inizia a muoversi. In questo caso, questa corrente di quantità di moto critica è maggiore di quella che scorre quando il corpo si muove.

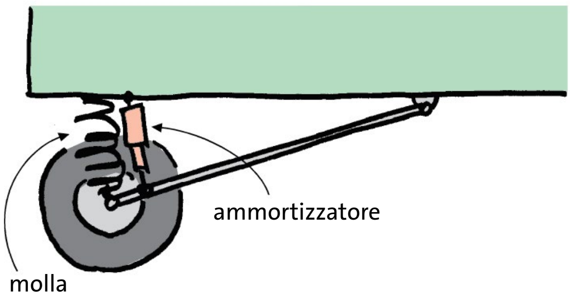

Fig. 5.29 Schema semplificato per la sospensione con molla e ammortizzatore

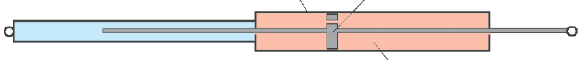

Fig. 5.30 Ammortizzatore. Quando i due raccordi vengono mossi l'uno contro l'altro, il fluido viene spinto attraverso il foro nel pistone.

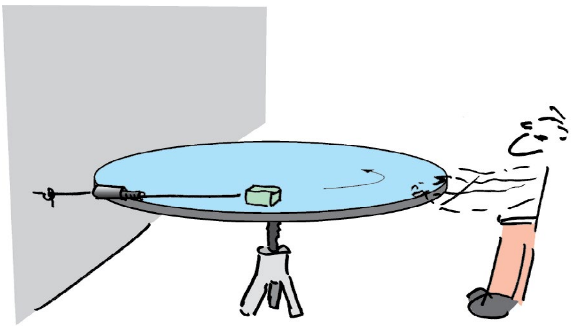

Fig. 5.31 Willy fa ruotare il tavolo. La corrente di quantità di moto tra il blocco e il tavolo è indipendente dalla differenza di velocità.

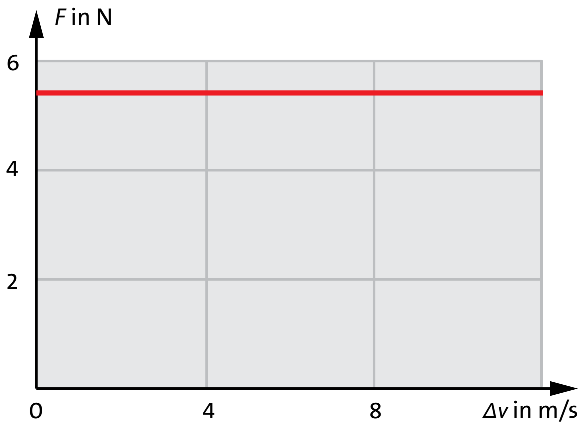

Fig. 5.32 Parte positiva della curva caratteristica Δv-F per l'attrito tra due corpi solidi

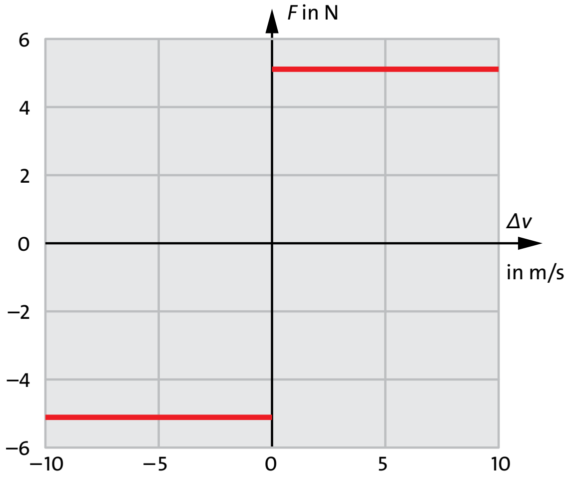

Fig. 5.33 Parte positiva e negativa della curva caratteristica Δv-F per l'attrito tra due corpi rigidi

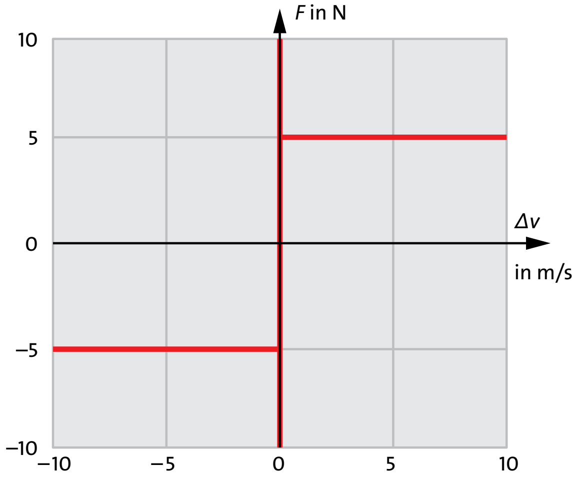

Fig. 5.34 Per $\Delta v = 0$ la curva caratteristica presenta una discontinuità.

Possiamo tenere conto di questo fatto nella nostra curva caratteristica, fig. 5.34. Questo fenomeno ti è sicuramente familiare: quando vuoi spostare un mobile pesante, ad esempio un armadio, devi prima tirare o spingere con molta forza fino a raggiungere il valore critico delle correnti di quantità di moto. Non appena l'armadio si muove, diventa più facile.

Dopo esserci fatti un'idea generale dell'intera curva caratteristica, consideriamo ancora una volta Willy con il suo tavolo rotante e la parte positiva della curva caratteristica di fig. 5.32. Chiamiamo F_A (A come attrito) la corrente di quantità di moto che fluisce dal tavolo al blocco e dal blocco verso sinistra attraverso la corda, fig. 5.35. Si tratta di quantità di moto solo lungo x. Avevamo visto che questa corrente di quantità di moto x è indipendente dalla differenza di velocità.

Dipende però dal peso del blocco, cioè da un'altra corrente di quantità di moto $F_\perp$ ($\perp$ come perpendicolare). Questa proviene dalla Terra, fluisce attraverso il campo gravitazionale nel blocco, poi prosegue nel tavolo e da lì torna alla Terra. La corrente di quantità di moto perpendicolare $F_\perp$ è una corrente di quantità di moto lungo z.

La relazione tra F_A e $F_\perp$ è semplice. È:

$$F_A = \mu \cdot F_\perp .$$

> Maggiore è la corrente di quantità di moto perpendicolare, maggiore è l'attrito.

In parole:

il fattore di proporzionalità μ dipende dalla natura delle due superfici. La fig. 5.36 mostra la curva caratte-

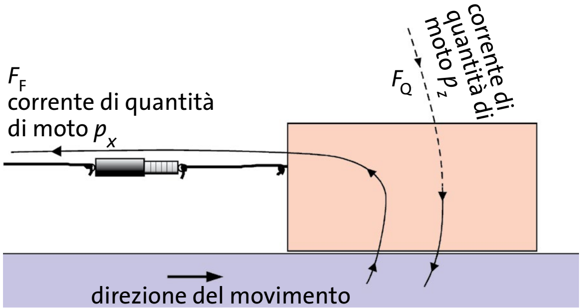

Fig. 5.35 La corrente di quantità di moto p_x attraverso la corda è proporzionale alla corrente di quantità di moto p_z che proviene dal campo gravitazionale.

ristica di un processo di attrito per 3 diversi valori della corrente di quantità di moto perpendicolare.

L'ultima equazione ci dice che è possibile controllare una corrente di quantità di moto con l'aiuto di un'altra: se si modifica $F_\perp$, cambia anche F_A. Questo fatto viene sfruttato a livello tecnico.

Freni

La fig. 5.37 mostra schematicamente il freno a disco di un'auto, visto dall'alto. (Potrebbe anche trattarsi del freno a pattino di una bicicletta.) Il disco ruota tra due ganasce. Quando si preme il pedale del freno, le ganasce vengono premute con maggiore o minore forza contro il disco del freno, ovvero viene generata una corrente di quantità di moto z attraverso il disco del freno. Questa provoca una corrente di quantità di moto x più o meno forte in uscita dal disco del freno.

Ora possiamo comprendere un po' meglio ciò che gli automobilisti percepiscono intuitivamente: la decelerazione dell'auto in frenata non dipende dalla velocità a cui viaggia, ma solo dalla forza con cui si preme il pedale del freno. In altre parole: il freno funziona altrettanto bene (o male) ad alta velocità quanto a bassa velocità. Questo non è scontato. Esistono freni la cui efficacia dipende dalla velocità. Ad esempio, i freni a correnti parassite agiscono tanto più fortemente quanto maggiore è Δv. Si trovano freni di questo tipo nei tram, nell'ICE3 (treno ad alta velocità tedesco), nelle montagne russe o nelle torri di caduta libera.

La frizione

L'avevamo già vista in precedenza. Serve a interrompere e ripristinare un collegamento per le correnti di quantità di moto angolare, vedi fig. 3.18 e fig. 3.19. Quando in auto si tiene premuto il pedale della frizione (il pedale sinistro), il collegamento tra motore e cambio viene interrotto.

Per innestare la frizione, si rilascia lentamente il pedale. In questo modo, i due dischi della frizione vengono premuti sempre più l'uno contro l'altro e scorre una corrente di quantità di moto angolare. Questo non dipende dalla differenza delle velocità angolari dei dischi, ma solo da quanto si è rilasciato il pedale della frizione. Quando il motore è innestato a metà, la corrente di quantità di moto angolare è quindi indipendente dalla velocità del motore. Questo si può facilmente constatare: per la partenza non ha importanza se si accelera molto o poco. Solo quando la frizione è completamente innestata, cioè quando i dischi della frizione non sfregano più l'uno contro l'altro, la posizione del pedale dell'acceleratore influisce sulla variazione di quantità di moto dell'auto.

Attrito turbolento

Un terzo tipo di attrito è l'attrito turbolento. Quando un corpo si muove attraverso un mezzo fluido, ad esempio l'aria, questo viene messo in movimento turbolento e porta via quantità di moto per convezione.

Per questa corrente di quantità di moto la viscosità non ha più alcuna importanza. Dipende però dall'inerzia del mezzo, cioè dalla sua densità.

Inoltre, non cresce più in modo proporzionale alla differenza di velocità, ma è proporzionale al quadrato di Δv, fig. 5.38.

Quindi:

$$F \sim \Delta v^2 .$$

La perdita di quantità di moto di un'auto a velocità elevate è di questo tipo. Da ciò possiamo imparare come si deve guidare l'auto se si vuole risparmiare benzina, e quindi energia. Si potrebbe inizialmente pensare: preferisco guidare a 120 km/h invece che a 60 km/h. Il motore consuma allora più benzina al secondo, ma il viaggio dura solo la metà del tempo. Se la perdita di impulso fosse proporzionale a Δv, i due effetti si annullerebbero a vicenda. Ma non è così. Poiché la perdita di quantità di moto aumenta con il quadrato della veloci-

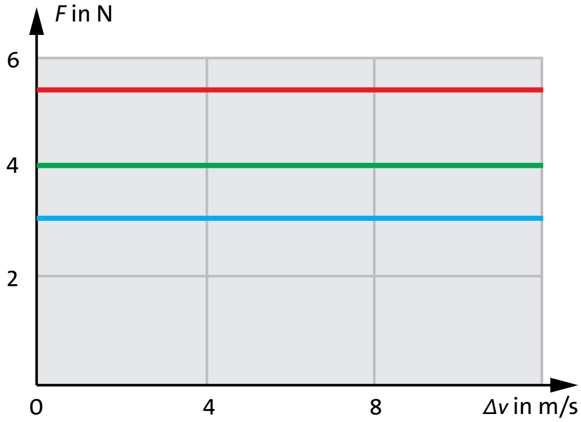

Fig. 5.36 Curve caratteristiche Δv-F per tre diversi valori della corrente di quantità di moto perpendicolare.

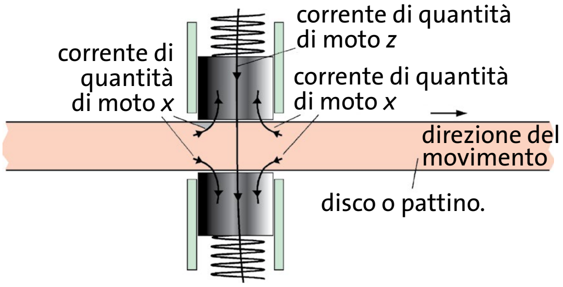

Fig. 5.37 Freno a disco o freno a pattino. Per frenare si invia una corrente di quantità di moto z attraverso il disco del freno dall'alto verso il basso. Ciò fa sì che una quantità di moto x esca dal disco.

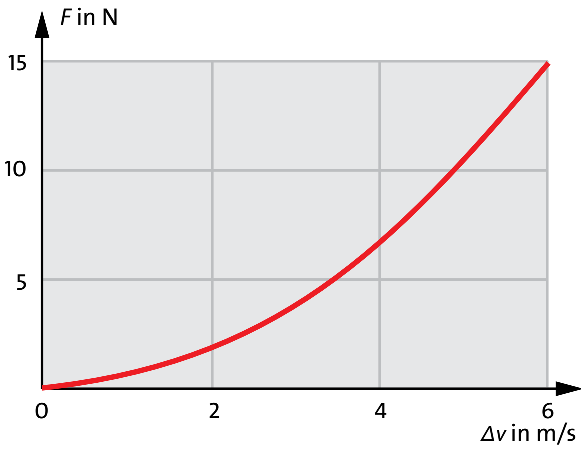

Fig. 5.38 Curva caratteristica Δv-F per l'attrito turbolento

tà, il consumo di benzina al secondo a 120 km/h è più che doppio rispetto a 60 km/h.

Questo ragionamento non vale più a basse velocità, perché in quel caso l'attrito turbolento non incide più in modo significativo rispetto agli altri tipi di attrito. Un'auto consuma inutilmente molta energia a partire da circa 80 km/h.

Esercizi

1. Un'auto viene frenata da 80 km/h fino all'arresto mantenendo in posizione costante il pedale del freno. Rappresenta in un unico grafico in funzione del tempo: la quantità di moto dell'auto, le correnti di quantità di moto in uscita dall'auto, l'energia cinetica dell'auto, la corrente di energia in uscita dall'auto. La massa dell'auto è di 1,2 t, la corrente di quantità di moto in frenata è di 3600 N.
2. Esistono freni in cui la corrente di quantità di moto non è costante, ma proporzionale alla velocità del veicolo da frenare. Quale problema ne deriva? Come si può risolvere?