KPK

Il corso di fisica di Karlsruhe

Meccanica

Cap. 1 Strumenti
Cap. 2 Quantità di moto e
correnti di quantità di moto

1 STRUMENTI

1.1 Grandezze fisiche

Per descrivere una proprietà in modo quantitativo, ovvero con un valore numerico, è necessaria una grandezza fisica. Consideriamo il dato

$$m = 5\,\mathrm{kg}$$

in cui

m indica la grandezza fisica
5 il valore numerico
kg l'unità di misura

Dal punto di vista matematico, "5 kg" deve essere considerato come il prodotto di "5" e "kg". Quando scrivi un testo scientifico, tieni presente che il simbolo di una grandezza fisica va scritto in corsivo, mentre l'unità di misura va scritta in caratteri normali: quindi "*m*" significa massa e "m" significa metro.

1.2 A cosa si riferisce il valore di una grandezza

Cerchiamo di classificare le grandezze fisiche in base al tipo di ente geometrico a cui si riferiscono: un punto, una superficie o una regione di spazio.

Il valore si riferisce a un punto per le grandezze
velocità, temperatura, pressione, potenziale elettrico, densità, …

Il valore si riferisce a una superficie per tutte le correnti
forza (corrente di quantità di moto), corrente elettrica, corrente di entropia, corrente di energia, …

Il valore si riferisce a una regione dello spazio per
massa, quantità di moto, carica elettrica, entropia, energia …

Se una grandezza si riferisce a un punto, il suo valore può variare da un punto all'altro. Ciò è evidente nel caso della temperatura e della pressione. Forse non è immediatamente evidente che anche la velocità appartiene a questa categoria. Dopotutto, tutti i punti di un corpo in movimento hanno la stessa velocità, o no? Basta osservare un corpo rotante per convincersi del contrario. In questo caso, ogni punto ha una velocità diversa. Anche la velocità dell'acqua in un fiume cambia da un punto all'altro.

Le grandezze fisiche che si riferiscono a una regione dello spazio sono grandezze simili a sostanze e sono chiamate grandezze estensive.

Non tutte le grandezze rientrano in questo schema, ad esempio il tempo, ma anche la costante elastica, la resistenza elettrica e la capacità.

> Il valore di un'intensità di corrente si riferisce a una superficie.
> Il valore di una grandezza estensiva si riferisce a una regione dello spazio

1.3 Distribuzioni

Ti interessa conoscere la temperatura nel luogo in cui ti trovi. Misuri la temperatura e rilevi 25 °C. Quindi

$$\vartheta = 25\ °\mathrm{C}.$$

A volte ti interessa conoscere i valori della temperatura lungo una linea: come varia la temperatura al di sopra del punto in cui ti trovi con l'aumentare dell'altezza z?

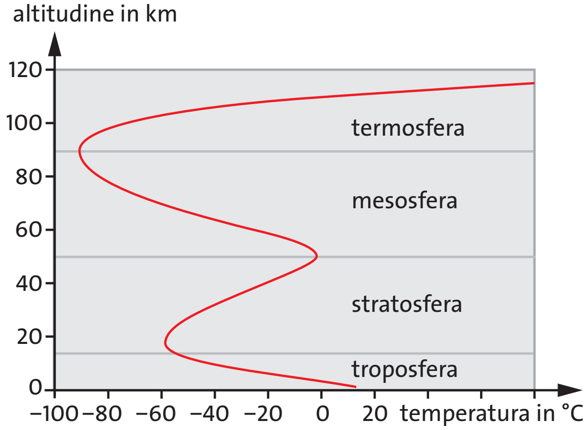

Fig. 1.1 Temperatura in funzione dell'altitudine

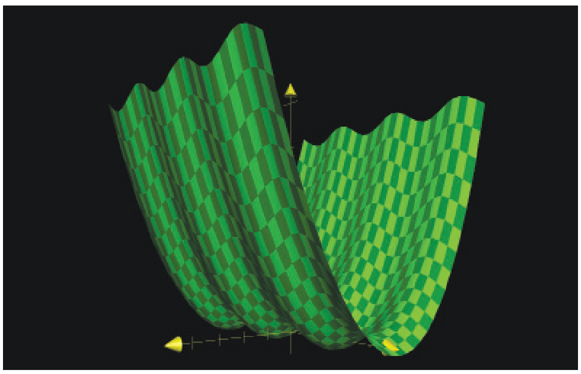

Fig. 1.2 Grafico 3D della funzione $z(x, y) = x^2 + \sin y$

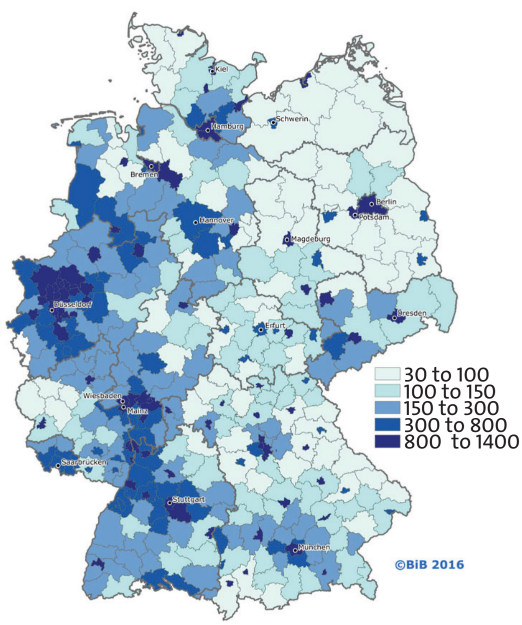

Fig. 1.3 Distribuzione della densità demografica in Germania

In questo caso ti interessa una distribuzione unidimensionale della temperatura, ovvero la funzione $\vartheta(z)$.

A volte capita di essere interessati ai valori di una grandezza puntuale in un intero piano, ad esempio la temperatura o la pressione atmosferica sulla superficie terrestre. La distribuzione corrispondente è quindi una funzione di due coordinate spaziali: $\vartheta(x, y)$ e $p(x, y)$, ovvero una distribuzione in due dimensioni.

Per informare qualcuno sulle temperature in una regione dello spazio reale, è necessario comunicargli una funzione $\vartheta(x, y, z)$ delle tre coordinate spaziali x, y e z, ovvero una distribuzione tridimensionale della temperatura.

Più dimensioni si prendono in considerazione, più difficile diventa la rappresentazione grafica della distribuzione. La fig. 1.1 mostra la temperatura come funzione dell'altitudine.

Una distribuzione bidimensionale può essere rappresentata graficamente con l'aiuto di un grafico 3D. La fig. 1.2 mostra la funzione $z(x, y) = x^2 + \sin y$. Cerca di capire perché il grafico ha questo aspetto.

Le distribuzioni bidimensionali possono essere rappresentate anche con l'aiuto di sfumature di grigio o colori. La fig. 1.3 mostra la densità di popolazione in Germania.

Per rappresentare in modo chiaro una distribuzione tridimensionale, è necessario ricorrere a trucchi ancora più sofisticati. La fig. 1.4 mostra la distribuzione della densità in un atomo di idrogeno.

Spesso si è interessati a come il valore di una grandezza cambia nel tempo t. In questo caso si aggiunge t come variabile indipendente. Si ha quindi a che fare con funzioni come

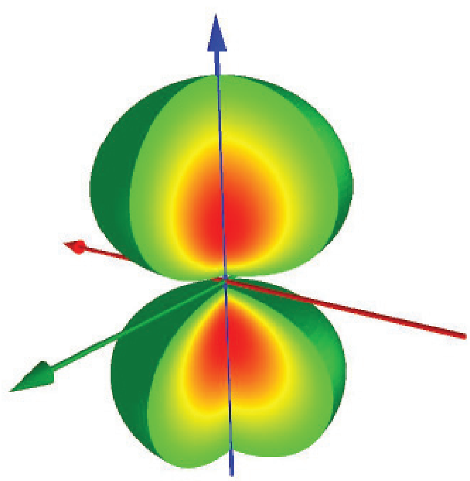

Fig. 1.4 Distribuzione della densità di massa in un orbitale di un atomo di idrogeno eccitato

$\vartheta(x, t)$ o
$\vartheta(x, y, t)$ o
$\vartheta(x, y, z, t)$.

La funzione $\vartheta(x, t)$ può essere rappresentata graficamente come nella fig. 1.2. Si sostituisce quindi il tempo alla coordinata spaziale y. Tali funzioni diventano molto chiare quando si realizzano dei video, in modo che la variabile temporale sia percepita come il tempo che scorre.

A volte una grandezza puntuale ha lo stesso valore in ogni punto. Ad esempio, la temperatura di un corpo può essere completamente uniforme: ogni punto del corpo ha la stessa temperatura. Si dice allora che la distribuzione della temperatura è *omogenea*.

1.4 Grandezze estensive

Le grandezze i cui valori si riferiscono a una regione dello spazio sono chiamate grandezze estensive.

Tra queste figurano:
- l'energia,
- la quantità di moto,
- l'entropia,
- la carica elettrica,
- la quantità di sostanza.

Se si raddoppia mentalmente un oggetto, ovvero se ne crea una copia e la si affianca a quello originale, la struttura risultante dai due oggetti avrà il doppio dell'energia, il doppio della quantità di moto ecc. (ma non il doppio della temperatura o della velocità).

Ogni grandezza estensiva può essere immaginata come una misura di qualcosa che è contenuto nell'oggetto corrispondente, come l'acqua in un contenitore. Due contenitori contengono il doppio dell'acqua di uno solo e tre ne contengono il triplo.

La quantità di moto è una misura dello "slancio" o dell'"impeto" che ha un corpo.

L'entropia è una misura del calore contenuto in un corpo. Due corpi simili alla stessa temperatura hanno insieme il doppio dell'entropia (calore) di uno solo.

La carica elettrica è una misura di qualcosa per cui non abbiamo un'espressione colloquiale. Ma possiamo comunque percepirla. Su due corpi simili, portati allo stesso potenziale elettrico, c'è il doppio della carica rispetto a uno solo.

Per quanto riguarda la quantità di materia, l'affermazione corrispondente è ovvia: per due corpi simili, la quantità di materia – e quindi il numero di molecole che la compongono – è doppia rispetto a quella di un singolo corpo.

Un'altra particolarità delle grandezze estensive: per ciascuna di esse è possibile stabilire se è conservata o no, ovvero se è possibile produrla, distruggerla o se non è possibile né l'una né l'altra cosa. Quindi vale quanto segue:

l'energia non può essere prodotta né distrutta; la quantità di moto non può essere prodotta né distrutta; la carica elettrica non può essere prodotta, né distrutta.

Però:

> l'entropia può essere prodotta, ma non distrutta.

E infine:

> La quantità di sostanza può essere prodotta e distrutta.

Non ha senso parlare di conservazione o non conservazione di grandezze puntuali.

> Di ogni grandezza estensiva si può dire se è conservata o no.

1.5 Scalari e vettori

Spero che tu non pensi che classificare le grandezze sia complicato, perché ora le cose lo diventeranno ancora di più. Esaminiamo ancora una volta le diverse grandezze, ma questa volta da un altro punto di vista.

Per prima cosa confrontiamo due dati: un dato relativo alla temperatura e uno relativo alla velocità. Puoi immaginare che si tratti della temperatura dell'aria e della velocità del vento in un determinato punto in un determinato istante. I dati sono:

$\vartheta = 19\,°C$
$v = 5\,m/s$.

Hai notato che uno dei due dati è incompleto? Sappiamo quanto è veloce l'aria, cioè 5 m/s, ma non sappiamo in quale direzione si muova. Per quanto riguarda la temperatura, la questione è chiara: la temperatura non ha direzione. Le grandezze come la temperatura, che sono definite da un unico valore numerico, sono chiamate *scalari*. Le grandezze per le quali è necessario specificare anche una direzione sono chiamate *vettori*. Ecco alcuni esempi:

Scalari

energia, massa, carica elettrica, intensità di corrente elettrica, temperatura, entropia.

Vettori

velocità, quantità di moto, corrente di quantità di moto.

Più avanti imparerai altre grandezze vettoriali.

Come si fa a comunicare a qualcuno un valore di velocità? Ci sono diverse possibilità.

Il modo più semplice è grafico, cioè con uno schizzo. Si rappresenta la velocità con una freccia. La lunghezza indica il valore della velocità, nel nostro caso 5 m/s, e la direzione della freccia corrisponde alla direzione del movimento, fig. 1.5.

In questo modo si potrebbe tracciare la velocità del vento in diversi punti di una mappa. Naturalmente, questo metodo presuppone che si stabilisca quale lunghezza dello schizzo corrisponde all'unità di velocità. Nella fig. 1.5 abbiamo inserito l'unità di velocità 1 m/s come lunghezza.

Per indicare che una grandezza è un vettore, si disegna una piccola freccia sopra il simbolo della grandezza. Si scrive quindi

Velocità: $\vec{v}$
Quantità di moto: $\vec{p}$
Intensità della corrente della quantità di moto: $\vec{F}$

Spesso si desidera descrivere una grandezza vettoriale, ad esempio la velocità del vento, non con uno schizzo, ma con semplici dati numerici. La fig. 1.6 mostra come farlo.

Scegliamo un sistema di coordinate i cui assi denotiamo con v_x e v_y. Ora disegniamo la freccia vettoriale della velocità in un punto qualsiasi del sistema di coordinate. Dal punto iniziale e dalla punta della freccia tracciamo delle rette ortogonali verso ciascun asse delle coordinate. Si "proietta" quindi la freccia vettoriale sui due assi delle coordinate. Si ottengono così la componente x, v_{0x}, della velocità e la componente y, v_{0y}. Nel caso tridimensionale si aggiunge anche una componente z.

Queste tre componenti caratterizzano in modo univoco il vettore velocità. Nella parte sinistra dell'immagine:

$$v_{0x} = 3\,\text{m/s}$$
$$v_{0y} = 2\,\text{m/s},$$

e nella parte destra:

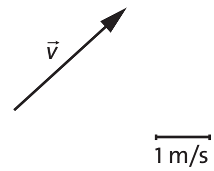

Fig. 1.5 Un vettore è rappresentato graficamente da una freccia. La lunghezza della freccia corrisponde al valore assoluto del vettore.

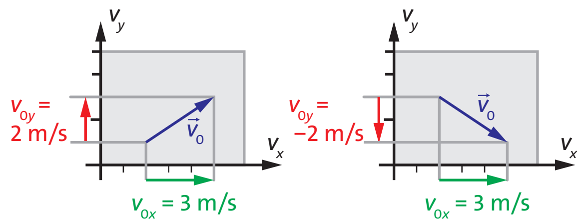

Fig. 1.6 Scomposizione di un vettore nelle sue componenti

$$v_{0x} = 3\,\text{m/s},\ v_{0y} = -2\,\text{m/s},$$

Le componenti hanno un significato semplice: si può dire che l'aria si muove contemporaneamente a 3 m/s nella direzione x e a 2 m/s (o −2 m/s) nella direzione y.

Per caratterizzare il vettore velocità abbiamo utilizzato due valori numerici. A dire il vero erano tre, perché c'è anche la componente z, che nel nostro caso però è zero:

$$v_{0z} = 0\,\text{m/s}.$$

Ciò che è stato spiegato qui per la velocità vale anche per altre grandezze vettoriali. Anche la quantità di moto e la corrente di quantità di moto sono determinati da una componente x, una componente y e una componente z. In precedenza, non ne avevamo parlato perché ci eravamo limitati ai movimenti in una sola direzione. Avevamo quindi a che fare solo con una delle tre componenti.

> Il valore di una grandezza scalare è determinato da un dato numerico. Il valore di una grandezza vettoriale è determinato da tre dati numerici, i valori delle componenti x, y e z.

1.6 Linee di corrente

La velocità è in primo luogo una grandezza puntuale e in secondo luogo un vettore. Ciò significa che:

- Può avere un valore diverso da un luogo all'altro, formando una distribuzione. Esempio: la distribuzione della velocità del movimento dell'aria (del vento).
- Ha una direzione specifica in ogni luogo (in ogni punto).

Vogliamo rappresentare graficamente la distribuzione della velocità dell'acqua in un fiume (più precisamente: sulla superficie del fiume). È ovvio farlo come mostra la fig. 1.7. Si disegnano piccole frecce vettoriali nel maggior numero possibile di punti. Il vettore si riferisce al punto in cui si trova il suo punto di partenza (non la punta).

Per alcuni scopi, una rappresentazione di questo tipo è troppo confusa. Si disegna quindi un'immagine delle *linee di corrente*, fig. 1.8. Una linea di corrente è una linea che ha in ogni punto la stessa direzione del vettore velocità in quel punto. L'immagine delle linee di corrente mostra quindi la direzione della corrente in ogni punto. Tuttavia, fornisce anche informazioni sulla velocità della corrente: dove le linee sono ravvicinate, la velocità è elevata, mentre dove le linee sono distanti tra loro, la velocità è bassa.

Compiti

1. Consulta il sito Internet del Servizio Meteorologico Nazionale per vedere come vengono rappresentate graficamente le diverse distribuzioni dimensionali che descrivono una situazione meteorologica. Spiega.
2. A volte è possibile immaginare una linea di corrente come la traiettoria di una piccola quantità d'acqua, ma non sempre. Quale condizione deve essere soddisfatta?
3. Descrivi i metodi per rappresentare le correnti d'aria (distribuzioni di velocità) che non sono stati menzionati nel testo.

1.7 L'addizione dei vettori

Spesso è necessario sommare i valori delle grandezze fisiche.

Una batteria contiene una quantità di energia pari a 10 kJ, un'altra contiene 12 kJ. Entrambe insieme hanno

$$10\ \text{kJ} + 12\ \text{kJ} = 22\ \text{kJ}.$$

La temperatura a Stoccarda è di 22 °C, a Karlsruhe di 26 °C. Il valore medio delle temperature è

$$\frac{22\,°\text{C} + 26\,°\text{C}}{2} = 24\,°\text{C}$$

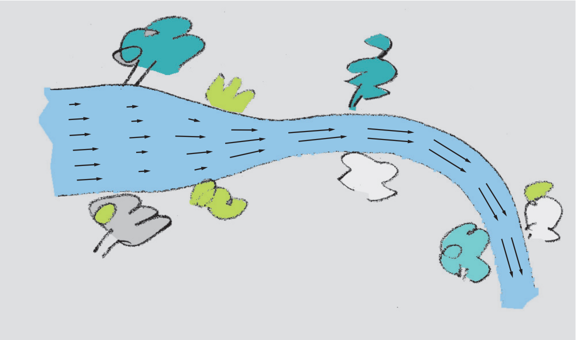

Fig. 1.7 Distribuzione della velocità dell'acqua in un fiume, rappresentata con frecce vettoriali

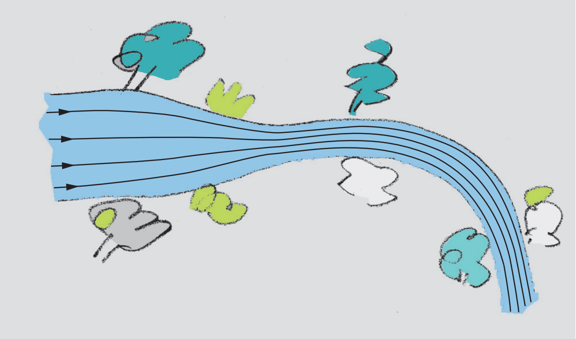

Fig. 1.8 Distribuzione della velocità dell'acqua in un fiume, rappresentata con linee di corrente

Una batteria da 4,5 volt e una da 9 volt vengono collegate in serie. La nuova fonte di energia ha una tensione di

$$4{,}5\ \text{V} + 9\ \text{V} = 13{,}5\ \text{V}.$$

Gli esempi mostrano che ci sono diversi motivi per sommare i valori: il calcolo di una quantità totale, il calcolo di una media, il collegamento in serie di due dispositivi.

Tutte le grandezze di questi esempi erano scalari. Tuttavia, può anche accadere che si desideri eseguire tali operazioni con grandezze vettoriali, il che significa che è necessario sommare i vettori. Come si fa?

Consideriamo un esempio in cui è necessario sommare delle velocità.

Stai camminando in avanti su un treno. La velocità del treno è di 75 km/h, la tua velocità “relativa al treno” è di 4 km/h. Rispetto alla Terra (“nel sistema di riferimento della Terra”) hai una velocità di 75 km/h + 4 km/h = 79 km/h.

In questo caso le velocità da sommare avevano la stessa direzione – la direzione longitudinale del treno

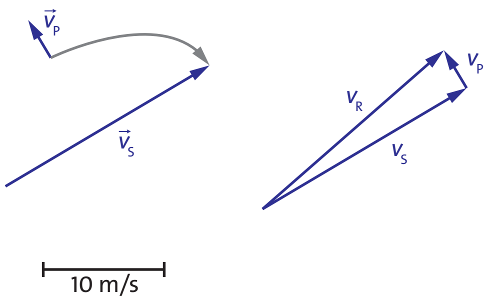

Fig. 1.9 (a) Vettori di velocità della nave (S) e della persona (P), (b) addizione grafica dei vettori

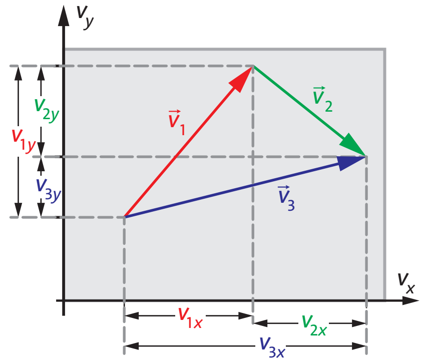

Fig. 1.10 Addizione di vettori. Le componenti vengono sommate singolarmente.

– e non si riscontrava alcuna difficoltà. Ma cosa succede se le velocità da sommare hanno direzioni diverse? Supponiamo che tu stia camminando a 4 km/h su una nave (dove c'è più spazio che sul treno) trasversalmente alla direzione della nave. La nave dovrebbe avere una velocità di 20 km/h. La fig. 1.9 (a) mostra le frecce vettoriali corrispondenti $\vec{v}_P$ e $\vec{v}_S$ (P per persona e S per la nave).

Visto dalla terra, il movimento "risultante" non avviene più nella direzione longitudina!le della nave, né trasversalmente ad essa, ma in diagonale. La direzione del vettore di velocità risultante $\vec{v}_R$ si trova tra la direzione di $\vec{v}_P$ e di $\vec{v}_S$. La fig. 1.10 mostra come si ottiene il vettore di velocità risultante. È sufficiente unire le due frecce vettoriali: l'inizio di una e la fine dell'altra. Si disegna quindi una freccia dalla coda della prima alla punta della seconda. Non importa in quale ordine si uniscono le frecce, ovvero anche l'addizione dei vettori è commutativa.

l'inizio di una e la fine dell'altra. Si disegna quindi una freccia dalla coda della prima alla punta della seconda. Non importa in quale ordine si uniscono le frecce, ovvero anche l'addizione dei vettori è commutativa.

> Addizione di vettori: le frecce dei vettori da sommare vengono unite.

Nella fig. 1.10 è rappresentata l'addizione di due vettori

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_3$$

Sui due assi del sistema di coordinate sono tracciate anche le componenti dei tre vettori coinvolti.

Si vede che per le componenti vale:

$$\vec{v}_{x1} + \vec{v}_{x2} = \vec{v}_{x3}$$
$$\vec{v}_{y1} + \vec{v}_{y2} = \vec{v}_{y3}$$

> Addizione di vettori: le componenti vengono sommate singolarmente.

2 QUANTITÀ DI MOTO E CORRENTI DI QUANTITÀ DI MOTO

2.1 La quantità di moto

La quantità di moto è ciò che è contenuto in un corpo veloce e pesante. In linguaggio colloquiale può essere descritta dai termini "slancio" o "impeto".

La relazione tra la quantità di moto p (slancio), la velocità v (quanto velocemente si muove il corpo?) e la massa m (quanto è pesante il corpo?) è la seguente:

$$\vec{p} = m\,\vec{v}$$

Questa "equazione vettoriale" è l'abbreviazione delle tre equazioni delle componenti:

$$p_x = m \cdot v_x$$
$$p_y = m \cdot v_y$$
$$p_z = m \cdot v_z$$

Come unità di misura utilizziamo l'huygens (Hy), che corrisponde nel Sistema Internazionale a:

$$\text{Hy} = \text{kg} \cdot \text{m/s}.$$

La quantità di moto è stata introdotta come grandezza fisica dal filosofo, matematico e scienziato René Descartes (1596 – 1650), fig. 2.1, che la chiamò con il nome latino di *quantitas motus*. (All'epoca gli studiosi comunicavano in latino, così come oggi lo fanno in inglese).

Tuttavia, la grandezza introdotta da Cartesio poteva assumere solo valori positivi e non era un vettore, quindi era ciò che oggi chiamiamo intensità del vettore quantità di moto. Per questo motivo non era ancora molto utile.

Fu solo Christiaan Huygens (1629 – 1695) a introdurre un segno per la quantità di moto. Tuttavia, nemmeno lui aveva ancora capito che la quantità di moto è una grandezza che è sempre conservata.

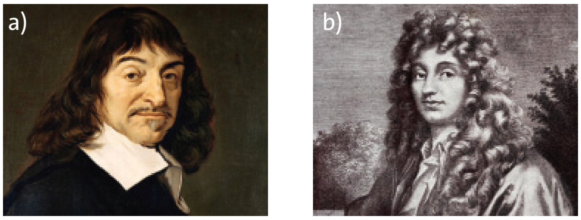

Fig. 2.1 René Descartes (a) e Christiaan Huygens (b)

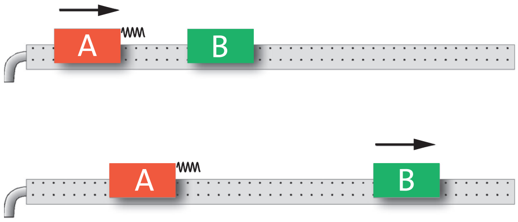

Fig. 2.2 Durante la collisione, A trasferisce tutta la sua quantità di moto a B. Se A è più pesante di B, fig. 2.3, viene trasferita solo una parte della quantità di moto.

2.2 Correnti di quantità di moto

Moti unidimensionali

La quantità di moto può passare o fluire da un corpo all'altro.

Consideriamo innanzitutto i processi in cui la quantità di moto è diretta in una sola direzione. In questo caso, possiamo trattare la quantità di moto come se fosse una grandezza scalare. Per evitare che la quantità di moto si disperda nel terreno, effettuiamo gli esperimenti con slitte a basso attrito su una rotaia a cuscino d'aria.

Un corpo A si muove verso destra e urta contro B, fig. 2.2. Attraverso il paraurti a molla, la quantità di moto fluisce da A a B. Se A e B hanno la stessa massa, la quantità di moto di A passa completamente a B. Se all'inizio A aveva 2 Hy (e B 0 Hy), dopo l'urto B ha 2 Hy (e A 0 Hy).

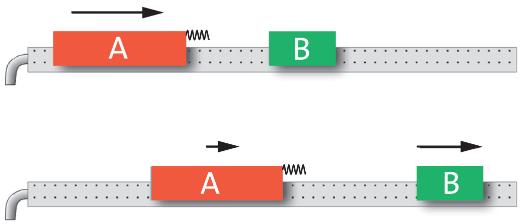

Fig. 2.3 Se il corpo A è più pesante di B, al momento dell'urto solo una parte della sua quantità di moto viene trasferita a B.

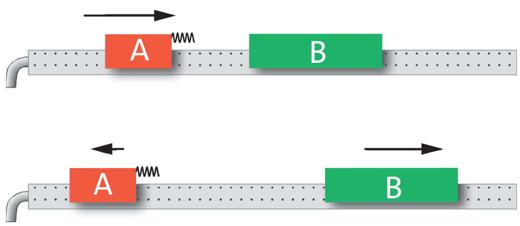

Fig. 2.4 Il corpo A è più leggero di B e cede più quantità di moto di quella che possiede: la sua quantità di moto diventa negativa.

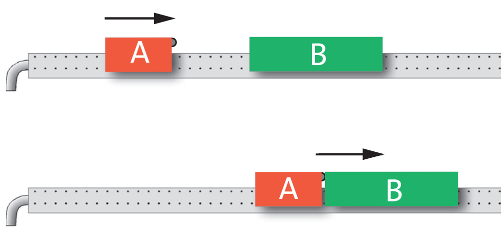

Fig. 2.5 Se l'ammortizzatore è anelastico, dopo l'urto le due slitte si muoveranno alla stessa velocità.

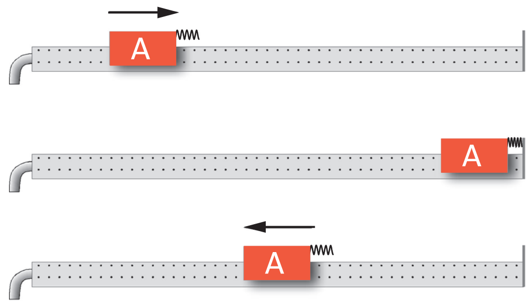

Fig. 2.6 Il corpo A "urta la Terra". Nel farlo, cede il doppio della quantità di moto che possiede. Dopo l'urto ha quindi una quantità di moto negativa.

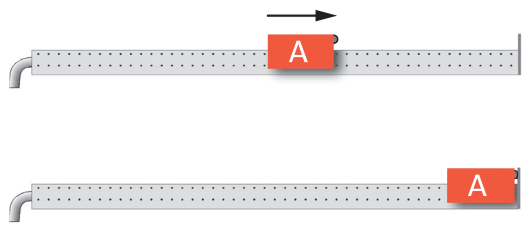

Fig. 2.7 Urto con la Terra con ammortizzatore anelastico. Dopo l'urto, entrambi i corpi (il corpo A e la Terra) hanno la stessa velocità, ovvero 0 m/s.

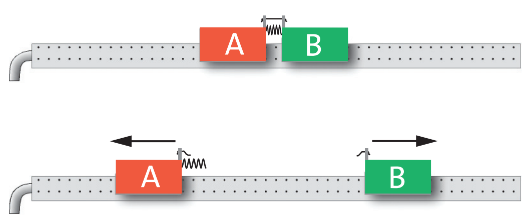

Fig. 2.8 Prima e dopo il taglio del filo, la quantità di moto totale è pari a 0 Hy.

Se A è più pesante di B, fig. 2.3, viene trasferita solo una parte della quantità di moto.

Se invece A è più leggero di B, fig. 2.4, il corpo A cede a B più quantità di moto di quanta ne possieda. Per questo A "va in debito": dopo la collisione la sua quantità di moto è negativa.

In tutti e tre i casi viene rispettata la legge di conservazione della quantità di moto. Ciò può essere verificato misurando le velocità prima e dopo l'urto e calcolando i valori della quantità di moto.

Possiamo anche modificare lo scambio di quantità di moto cambiando il processo di trasmissione: invece di una molla elastica, utilizziamo un "ammortizzatore" realizzato con un materiale non elastico, ad esempio della plastilina. In questo modo, dopo la collisione, le due slitte rimangono attaccati l'uno all'altro e hanno la stessa velocità, indipendentemente dalle masse di A e B, fig. 2.5.

Infine, sostituiamo il corpo B con la Terra, fig. 2.6 e fig. 2.7. Se la quantità di moto viene trasmessa con una molla, dopo la collisione il corpo A si muove verso sinistra alla stessa velocità con cui prima si muoveva verso destra. La Terra riceve quindi una quantità di moto doppia rispetto a quella iniziale di A.

Se si utilizza nuovamente un ammortizzatore anelastico, il corpo A cede semplicemente la sua quantità di moto alla rotaia (da cui fluirà alla Terra) e rimane fermo.

Un'altra variante dell'esperimento è mostrata nella fig. 2.8. La molla tra A e B è compressa. Un filo tra i due corpi impedisce che si distenda. Poi, il filo viene tagliato. (Affinché nessuna quantità di moto entri dall'esterno nel sistema, lo si brucia con la fiamma di un fiammifero). Non appena il filo si rompe, i due corpi si muovono in direzioni opposte: uno ha una quantità di moto positiva, l'altro ha la stessa quantità di moto negativa. Insieme, quindi, entrambi hanno 0 Hy sia prima che dopo.

Moti bididimensionali e tridimensionali

Nei moti *bididimensionali* e *tridimensionali* diventa evidente il carattere vettoriale della quantità di moto. Di seguito esamineremo i moti in due dimensioni. I risultati che otterremo valgono però anche per quelli tridimensionali.

Per gli esperimenti è adatto, ad esempio, un tavolo da air hockey. Se non sai cosa sia: è un gioco simile al calcio balilla. Una superficie piana orizzontale presenta molti piccoli fori da cui fuoriesce aria. L'aria forma un cuscino su cui i "dischi" rotondi possono scivolare praticamente senza attrito. In caso di necessità, è possibile effettuare gli esperimenti anche con delle monete, che vengono lanciate l'una contro l'altra su una superficie il più liscia possibile. Le monete si fermano rapidamente ogni volta, perdendo la loro quantità di moto sul piano, ma è comunque possibile osservare abbastanza bene il movimento immediatamente dopo l'urto.

Lanciamo quindi un corpo (disco o moneta) contro un altro in modi diversi e osserviamo. Il corpo A che urta deve sempre muoversi inizialmente nella direzione y, fig. 2.9 – fig. 2.11. La retta su cui si muove il centro di A è chiamata *g*.

Giocando un po' con i dischi o le monete, si acquisisce una certa sensibilità su come essi si comportano durante l'urto.

Se il centro di B si trova su *g*, l'urto si svolge in una sola dimensione, fig. 2.9. Dopo l'urto, sia A che B hanno quantità di moto solo lungo y (o nessuna). Abbiamo già esaminato tali processi.

Se invece il centro di B è leggermente distante da *g*, dopo l'urto i vettori della quantità di moto hanno anche una componente *x*.

Noterai che dopo la collisione i due corpi possono muoversi in direzioni diverse e, a prima vista, sembra impossibile individuare una regola semplice che li guidi.

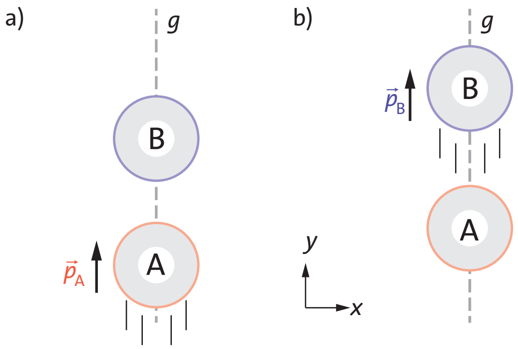

Fig. 2.9 Niente di nuovo, viene rispettato il principio di conservazione della quantità di moto. (a) Prima dell'urto, (b) dopo l'urto

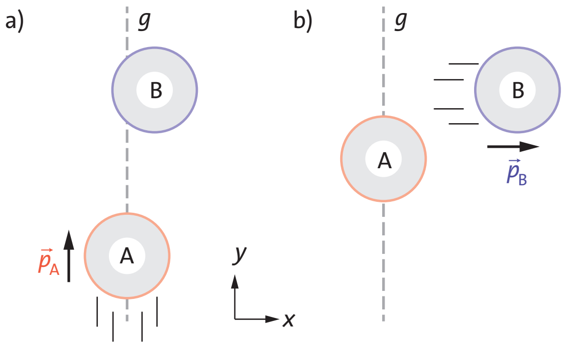

Fig. 2.10 Prima dell'urto (a) A ha una quantità di moto solo lungo *y*, B non ha alcuna quantità di moto; dopo l'urto (b) B avrebbe una quantità di moto solo lungo *x* e A non ne avrebbe alcuna. Un processo del genere non esiste!

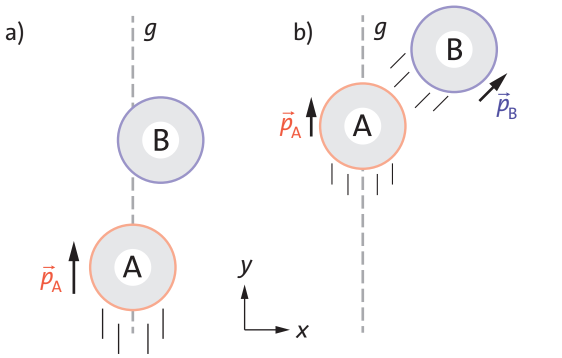

Fig. 2.11 Prima dell'urto, A ha una quantità di moto solo lungo *y* di 0,1 Hy; questa dovrebbe dividersi equamente tra A e B durante l'urto. Inoltre, dopo l'urto, B dovrebbe avere anche una quantità di moto *x* di 0,05 Hy. Ma un urto del genere non esiste!

2 QUANTITÀ DI MOTO E CORRENTI DI QUANTITÀ DI MOTO

Ma se presti attenzione al modo in cui i corpi non si muovono, scoprirai la legge che sta alla base degli urti.

Prova a realizzare il comportamento mostrato nella fig. 2.10. Per essere più precisi, supponiamo che il corpo A abbia inizialmente 0,1 Hy. Poiché si muove nella direzione y, si tratta di quantità di moto diretta solo lungo y. Dopo l'urto, dovrebbe rimanere fermo e B dovrebbe avere una quantità di moto lungo x di 0,1 Hy. Tuttavia, un processo del genere non esiste.

Oppure il processo di urto della fig. 2.11: anche in questo caso A ha all'inizio una quantità di moto y pari a 0,1 Hy. Dopo l'urto, A e B hanno entrambi una quantità di moto y pari a 0,05 Hy (quindi insieme 0,1 Hy). Inoltre, B ha anche una quantità di moto x pari a 0,05 Hy. Anche questo processo non esiste.

Ci possono essere diversi motivi per cui la natura non fa ciò che noi immaginiamo. Nei casi in questione c'è un motivo particolarmente semplice: sarebbe stata violata la legge di conservazione della quantità di moto.

Perché? Esso non viene rispettato nell'esempio della fig. 2.10? Prima 0,1 Hy e dopo 0,1 Hy, sembra essere corretto. Ma no! Il principio di conservazione della quantità di moto per le grandezze vettoriali è stato applicato in modo errato. Non è sufficiente che il valore della quantità di moto prima e dopo l'urto sia lo stesso; il principio di conservazione della quantità di moto deve essere rispettato per ogni singola componente. In altre parole: anche la direzione della quantità di moto totale non deve cambiare durante l'urto.

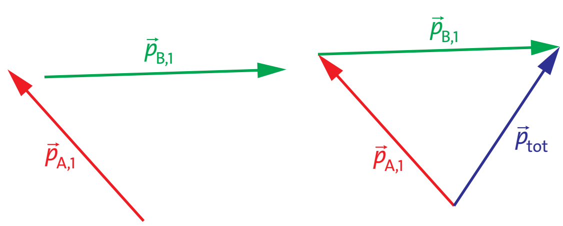

Fig. 2.12 I due vettori di quantità di moto prima dell'urto (indice 1) vengono sommati vettorialmente per ottenere la quantità di moto totale (indice tot).

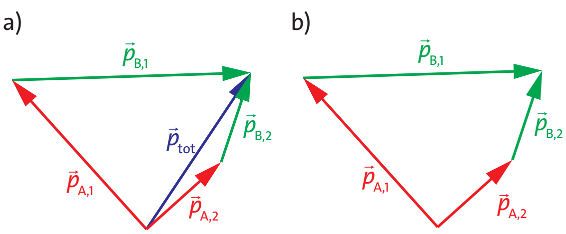

Fig. 2.13 (a) La somma vettoriale delle quantità di moto dopo l'urto (indice 2) è uguale alla quantità di moto totale. b) La somma vettoriale delle quantità di moto prima dell'urto è uguale a quella dopo l'urto.

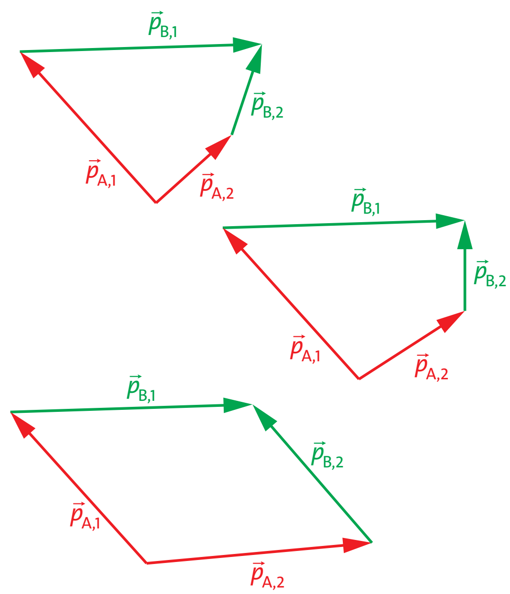

Fig. 2.14 Bilancio della quantità di moto per diversi processi di urto.

> Il principio di conservazione della quantità di moto si applica a ciascuna componente della quantità di moto singolarmente.

Dopo aver esaminato i processi impossibili, passiamo ora a considerare quelli possibili. Per complicare un po' le cose, nessuno dei due corpi A e B coinvolti nell'urto è inizialmente a riposo. Prima della collisione, hanno le quantità di moto $\vec{p}_{A,1}$ e $\vec{p}_{B,1}$

La somma dei vettori quantità di moto prima della collisione è il vettore di quantità di moto totale $\vec{p}_{tot}$, fig. 2.12:

$$\vec{p}_{A,1} + \vec{p}_{B,1} = \vec{p}_{tot}$$

Anche la somma dei vettori quantità di moto dopo l'urto $\vec{p}_{A,2}$ e $\vec{p}_{B,2}$ deve essere uguale a $\vec{p}_{tot}$, fig. 2.13a. Oppure: la somma delle quantità di moto prima dell'urto è uguale a quella dopo l'urto, fig. 2.13b:

$$\vec{p}_{A,1} + \vec{p}_{B,1} = \vec{p}_{A,2} + \vec{p}_{B,2}$$

Da ciò segue anche che: la somma delle componenti x rimane invariata durante l'urto, così come quella delle componenti y. La fig. 2.14 mostra i vettori della quantità di moto per gli urti consentiti (per quanto riguarda la conservazione della quantità di moto).

Esercizi

1. Willy (70 kg) e Lilly (52 kg) stanno pattinando con i loro pattini in linea. Willy è fermo, Lilly arriva da dietro a una velocità di 4,5 km/h e si aggrappa a Willy. A quale velocità continuano a pattinare entrambi? (Rispondere in km/h)
2. Fai degli esperimenti con diverse monete dello stesso peso. Cerca di trovare una regola che descriva il comportamento delle monete.
3. Fai un esperimento con una moneta leggera e una pesante. Cerca di trovare una regola che descriva il comportamento delle monete.
4. La quantità di moto di un disco da hockey su ghiaccio è: $p_x = 3$ Hy, $p_y = 0$ Hy. A seguito di un colpo, il disco acquisisce: $\Delta p_x = -2$ Hy, $\Delta p_y = 2$ Hy. Qual è la sua quantità di moto finale? Calcola le componenti e determina il risultato graficamente.
5. Un'auto che pesa 1200 kg percorre una curva di 90° a una velocità di 30 km/h. L'attrito è trascurabile. Scegli un sistema di coordinate. Qual è la quantità di moto dell'auto prima della curva e qual è quella dopo? Di quanto differiscono la quantità di moto iniziale e quella finale? Da dove proviene questa quantità di moto?

2.3 Corrente di quantità di moto nei processi di attrito

Un blocco A scivola su una tavola B, fig. 2.15. A rallenta e B si mette in movimento.

La quantità di moto passa da A a B. Il processo però termina rapidamente: non appena le velocità di A e B diventano uguali, non passa più quantità di moto da un corpo all'altro.

Si applica la regola

> In un processo di attrito, la quantità di moto fluisce dal corpo con velocità maggiore a quello con velocità minore.

Probabilmente questa regola ti è familiare. È dello stesso tipo delle seguenti affermazioni:

- *La carica elettrica fluisce spontaneamente dai punti con potenziale più alto a quelli con potenziale più basso.*
- *L'entropia fluisce spontaneamente dai punti a temperatura più alta a quelli a temperatura più bassa.*
- *Una reazione chimica si sposta spontaneamente dalle sostanze con potenziale chimico più elevato a quelle con potenziale chimico più basso.*

Mettiamo in moto un veicolo verso destra (nella direzione positiva dell'asse x) e poi lo lasciamo andare. A causa dell'inevitabile attrito, il veicolo si ferma rapidamente. Diciamo che "si ferma". Questo comportamento corrisponde alla nostra regola: la quantità di moto fluisce dal veicolo (velocità maggiore di zero) alla Terra (velocità zero).

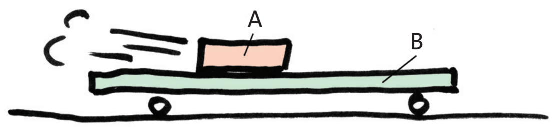

Fig. 2.15 La quantità di moto fluisce da A (velocità maggiore) a B (velocità minore).

Esercizi

1. Si potrebbe pensare che la nostra regola sia violata quando il blocco nella fig. 2.15 scivola verso sinistra sulla tavola. Dimostra che anche in questo caso la regola è valida.
2. La regola è applicabile ai processi delle fig. 2.2 e fig. 2.3?

2.4 Pompe di quantità di moto

Abbiamo esaminato la questione di dove va a finire la quantità di moto di un corpo la cui velocità diminuisce. Abbiamo scoperto che la quantità di moto fluisce nella Terra. Ora poniamo la domanda inversa: da dove proviene la quantità di moto di un veicolo quando viene accelerato?

Willy tira un carrello con l'aiuto di una fune, fig. 2.16. Mentre tira, il carrello accelera: la quantità di moto del carrello aumenta. Da dove proviene questa quantità di moto? Da Willy? Sì e no. Proviene da Willy, ma la sua quantità di moto non diminuisce. La sua quantità di moto era e rimane 0 Hy. Willy deve quindi ottenerla da qualche altra parte.

Modifichiamo leggermente l'esperimento, fig. 2.17. Lilly tira la corda, la quantità di moto del carrello a sinistra aumenta. Anche lo skateboard, compresa Lilly,

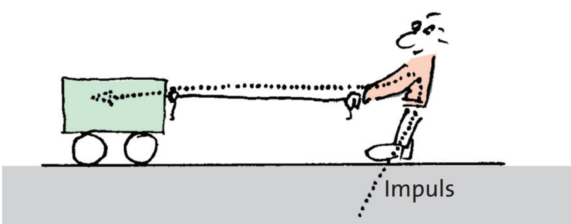

Fig. 2.16 Willy trasferisce la quantità di moto dalla Terra al carrello.

si mette in movimento, ma verso sinistra. Lo skateboard (+ Lilly) riceve quindi una quantità di moto negativa o, in altre parole, cede una quantità di moto positiva. Durante la trazione, la quantità di moto passa dallo skateboard (+ Lilly) al carrello a sinistra attraverso la corda. Lilly ha fatto in modo che la quantità di moto fluisse da destra a sinistra con i suoi muscoli. Ha agito come una "pompa di quantità di moto".

Ora vediamo anche cosa deve essere successo nel caso della fig. 2.16: qui Willy ha pompato quantità di moto dalla Terra attraverso la fune nel carrello. Il fatto che la quantità di moto della Terra diventi negativa non è visibile, così come non è visibile l'aumento della quantità di moto della Terra quando un veicolo rallenta (cedendo quantità di moto alla Terra).

Consideriamo alcuni altri esempi di quantità di moto pompata da un corpo a un altro.

Nella fig. 2.18 Willy tira verso di sé i due carrelli A e B, in modo che acquistino velocità. La quantità di moto di A aumenta, mentre quella di B assume valori negativi sempre maggiori. La quantità di moto di Willy è e rimane 0 Hy. Egli trasferisce quindi quantità di moto dal carrello a destra a quello a sinistra. Si trova su uno skateboard, in modo da garantire che nessuna quantità di moto provenga dalla Terra o vada alla Terra.

Un'auto viaggia a velocità crescente, ovvero la sua quantità di moto aumenta. In questo caso il motore funge da pompa di quantità di moto. Trasferisce la quantità di moto dalla Terra alle ruote motrici (nelle autovetture solitamente quelle anteriori) e quindi all'auto, fig. 2.19.

Un'automobilina telecomandata è posizionata su un pezzo di cartone sotto il quale si trovano dei rulli, ad esempio cannucce o matite, fig. 2.20. Si avvia l'automobilina in modo che proceda verso destra. La sua quantità di moto aumenta durante la fase di avvio. Contemporaneamente, però, il supporto di cartone rotola verso sinistra, ovvero la sua quantità di moto diventa negativa. Il motore dell'auto ha quindi trasferito la quantità di moto dal supporto all'auto.

Torna indietro e guarda ancora una volta la fig. 2.8. Dopo aver tagliato il filo, le due slitte si mettono in movimento, quello di destra verso destra e quello di sinistra verso sinistra. La slitta di destra ha ricevuto quantità di moto (positiva), mentre quella di sinistra ha perso quantità di moto (positiva). In questo caso la molla funge da pompa di quantità di moto. Mentre si distende, trasferisce quantità di moto dalla slitta di sinistra a quella di destra.

Come ogni altra pompa, anche le nostre pompe di quantità di moto hanno bisogno di energia. La pompa di quantità di moto del motore dell'auto la ottiene dalla benzina, i muscoli dal cibo. Dove va a finire questa energia, lo vedremo più avanti. Per ora basti ricordare che

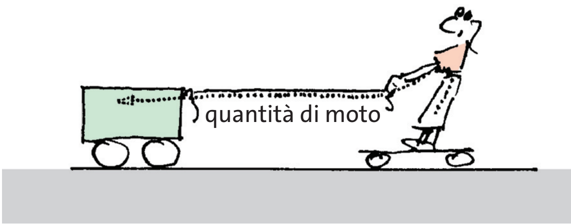

Fig. 2.17 Lilly pompa quantità di moto da sé stessa al carrello.

Fig. 2.18 Willy pompa quantità di moto dal carrello di destra a quello di sinistra.

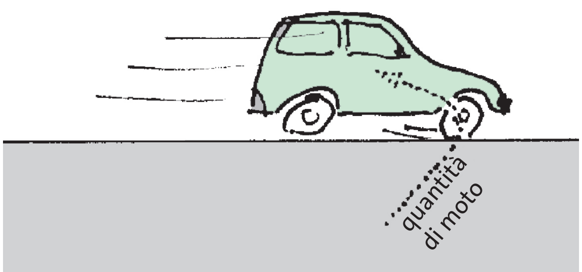

Fig. 2.19 Il motore dell'auto pompa quantità di moto dalla Terra all'auto.

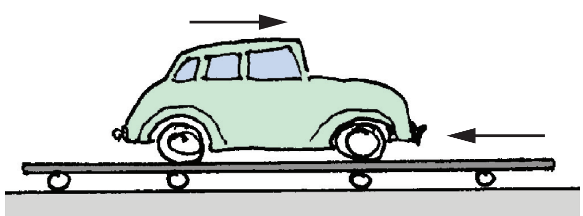

Fig. 2.20 Il motore dell'automobilina "trasferisce" quantità di moto dal supporto di cartone all'automobile.

una "pompa di quantità di moto" (ad es. un motore) trasporta la quantità di moto da un corpo a velocità inferiore a un corpo a velocità superiore. La pompa di quantità di moto ha bisogno di energia.

2.5 Conduttori e non conduttori di quantità di moto

Un presupposto necessario affinché la quantità di moto possa fluire da A a B è che esista un collegamento tra A e B. Non è sufficiente un collegamento qualsiasi. Il collegamento deve essere tale da essere permeabile alla quantità di moto. Deve essere un collegamento "conduttore di quantità di moto". Come sono questi collegamenti conduttori di quantità di moto? Quali oggetti conducono la quantità di moto? Quali oggetti non lo conducono?

Nella fig. 2.21a Willy spinge un carrello tramite un'asta. Il carrello accelera, la sua quantità di moto aumenta. Willy trasferisce quindi quantità di moto dalla Terra al carrello. Nell'asta la quantità di moto scorre da sinistra a destra. Anche nella fig. 2.21b ad un carrello viene fornita quantità di moto, questa volta grazie a Lilly che tira il carrello, sempre con l'aiuto dell'asta. Qui la quantità di moto scorre nell'asta da destra a sinistra.

Da questi due processi si deduce che l'asta è un conduttore di quantità di moto. È chiaro che la forma esatta dell'asta non ha importanza. Allo stesso modo, non ha importanza il materiale di cui è composta l'asta, purché si tratti di un materiale solido. Concludiamo:

i materiali solidi conducono la quantità di moto.

La fig. 2.22 mostra Lilly che cerca di mettere in moto la macchina spingendo contro l'aria, per scoprire se l'aria trasmette la quantità di moto alla macchina, cosa che però non crede seriamente. Lei conclude:

l'aria non trasmette la quantità di moto.

Questo principio viene sfruttato nella rotaia a cuscino d'aria: l'aria tra il binario e il carrello impedisce che la quantità di moto del carrello disperda nel binario.

Tuttavia, questa affermazione vale con alcune limitazioni. Vedremo più avanti come è possibile aggirarla.

Nella fig. 2.23 Willy carica un carrello con quantità di moto spingendo un'asta sopra il carrello. L'asta scivola sulla parte superiore del carrello, quindi non è fissata al carrello. In questo modo Willy trasferisce effettivamente quantità di moto al carrello, ma in modo non molto efficace.

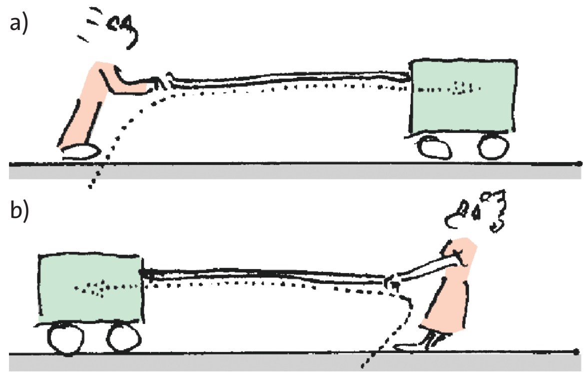

Fig. 2.21 La quantità di moto viene pompata dalla Terra al carrello. (a) La quantità di moto scorre nell'asta verso destra. (b) La quantità di moto scorre nell'asta verso sinistra.

Fig. 2.22 L'aria non trasmette la quantità di moto.

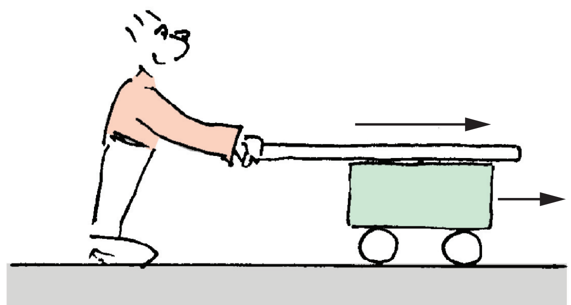

Fig. 2.23 Trasmissione di quantità di moto in un processo di attrito.

Si può vedere che maggiore è *l'attrito* tra l'asta e il carrello, migliore è il trasferimento di quantità di moto. Se l'asta scivola facilmente sul carrello, la corrente di quantità di moto dall'asta al carrello è bassa. Se l'attrito è elevato, ad esempio se l'asta e il carrello hanno una superficie ruvida, il trasferimento di quantità di moto è buono. Concludiamo:

se due oggetti sfregano l'uno contro l'altro, la quantità di moto fluisce da uno all'altro: maggiore è l'attrito, maggiore è la quantità di moto che fluisce.

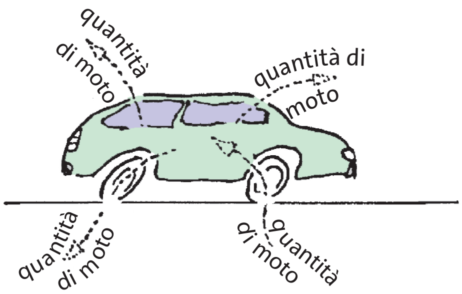

Fig. 2.24 Auto che viaggia a velocità costante. Tutta la quantità di moto che il motore pompa all'auto viene dispersa nell'ambiente a causa dell'attrito.

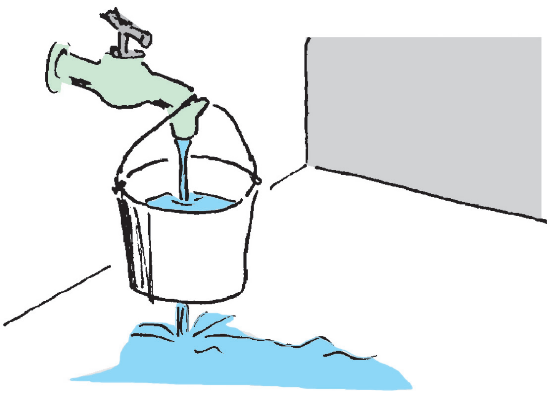

Fig. 2.25 Attraverso il foro esce la stessa quantità d'acqua che entra dal rubinetto. La quantità d'acqua nel secchio rimane costante.a quantità d'acqua nel secchio rimane costante.

In fondo abbiamo sempre dato per scontata la validità di questa regola: affinché la quantità di moto di un oggetto non defluisca nella Terra, è necessario assicurarsi che non vi sia alcun collegamento che conduca la quantità di moto tra l'oggetto e la Terra; è necessario assicurarsi che l'attrito sia minimo.

Il dispositivo più importante utilizzato per ridurre l'attrito tra un corpo e la Terra è la ruota.

> Le ruote servono all'isolamento della quantità di moto.

2.6 Regime stazionario

Un'auto accelera: il motore pompa quantità di moto dalla Terra nell'auto. Tuttavia, più veloce è l'auto, maggiore è l'attrito dell'aria e maggiore è la quantità di moto che perde. A una certa velocità, la quantità di moto pompata nell'auto è esattamente pari a quella che defluisce a causa dell'attrito. Il bilancio netto è quindi nullo: la quantità di moto dell'auto non aumenta ulteriormente, fig. 2.24.

Questa situazione si verifica sempre quando un'auto viaggia a velocità costante su un tratto pianeggiante. L'afflusso di quantità di moto nell'auto è uguale al deflusso.

La situazione può essere paragonata a un'altra in cui l'acqua assume il ruolo della quantità di moto, fig. 2.25: il secchio con il foro corrisponde all'auto. Il secchio ha una perdita d'acqua, proprio come l'auto ha una perdita di quantità di moto. Nel secchio affluisce continuamente nuova acqua, ma la stessa quantità d'acqua esce dal foro, quindi la quantità d'acqua nel secchio rimane invariata.

Un processo di questo tipo, in cui la corrente in uscita è esattamente uguale a quella in entrata, è chiamato *regime stazionario*.

> Regime stazionario: la corrente in uscita è uguale alla corrente in entrata.

Il regime stazionario si verifica spesso quando qualcosa si muove a velocità costante.

Ad esempio, un ciclista pompa quantità di moto nella bicicletta (+ ciclista) pedalando. A causa dell'attrito dell'aria e delle ruote, scorre una corrente di uguale entità verso la Terra e l'aria. Lo stesso vale per gli aerei e le navi.

Esercizi

1. Descrivi le seguenti condizioni di marcia di un'auto, indicando cosa succede alla quantità di moto.
   (a) L'auto si avvia.
   (b) L'auto procede lentamente in folle.
   (c) L'auto viene frenata.
   (d) L'auto viaggia a velocità elevata e costante.
2. A volte un corpo si muove a velocità costante anche se non è in regime stazionario. Perché allora la quantità di moto rimane costante?

2.7 Tensioni di compressione, trazione e flessione

Nella fig. 2.26a Willy mette in moto un carrello. Attraverso l'asta scorre la quantità di moto p_x (le frecce corte) da sinistra a destra, cioè nella direzione x positiva. Nella fig. 2.26b tira l'asta e la quantità di moto p_x scorre

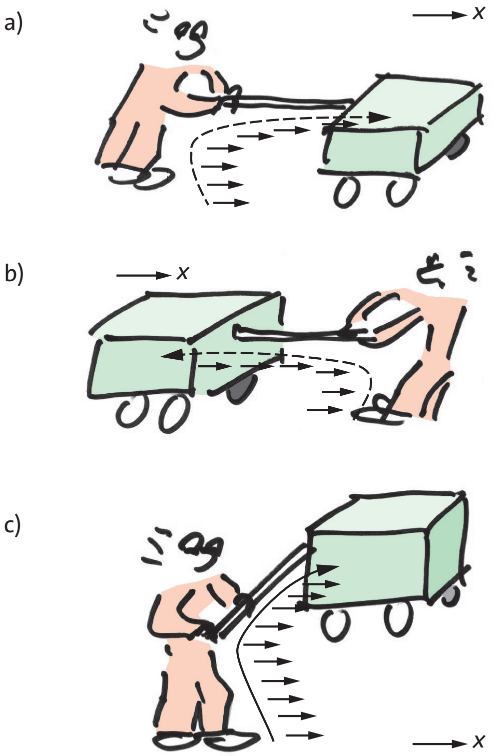

Fig. 2.26 (a) Nell'asta la quantità di moto p_x scorre verso destra (nella direzione positiva x). (b) Nell'asta la quantità di moto p_x scorre verso sinistra (nella direzione x negativa). (c) Nell'asta la quantità di moto p_x scorre all'indietro (trasversalmente alla direzione x).

da destra a sinistra, nella direzione x negativa. Infine, nella fig. 2.26c spinge il carrello dal lato in avanti. La quantità di moto p_x ora scorre trasversalmente alla direzione x.

Mettiti ora nella posizione dell'asta. Noteresti una differenza nei tre casi? Certamente. Nel primo caso sentiresti una compressione, nel secondo una trazione e nel terzo una flessione.

Abbiamo quindi la seguente regola:

La quantità di moto p_x fluisce nella direzione x positiva: compressione
La quantità di moto p_x fluisce nella direzione x negativa: trazione
La quantità di moto p_x fluisce trasversalmente alla direzione x: flessione

Le regole corrispondenti valgono anche per la quantità di moto lungo y e z.

La fig. 2.27a mostra un camion che sta partendo. Il motore pompa la quantità di moto dal terreno al camion e, attraverso il gancio di traino, a sinistra nel rimorchio. Sappiamo che il gancio è in trazione, in conformità con la nostra regola.

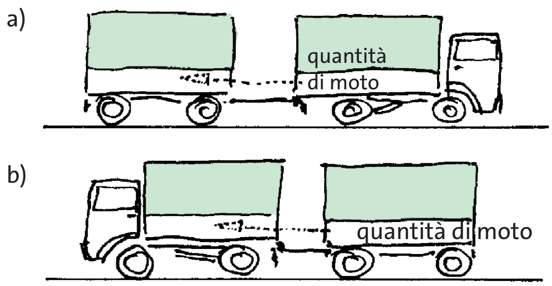

Fig. 2.27 Un autotreno parte una volta verso destra (a) e una volta verso sinistra (b). In entrambi i casi il gancio di traino è sottoposto a trazione e in entrambi i casi la quantità di moto p_x fluisce nella direzione x negativa.

Consideriamo ora un autotreno che parte verso sinistra, fig. 2.27b. Qui il motore pompa quantità di moto negativa nell'autotreno, ovvero quantità di moto positiva fuori da esso. Pertanto, la quantità di moto (positiva) fluisce attraverso il gancio di traino verso sinistra. Naturalmente, il gancio di traino è in tensione. Come vedi, anche in questo caso vale la nostra regola.

Da un'asta non si può capire a quale tensione sia sottoposta, ovvero non si può capire se e in quale direzione fluisca al suo interno una corrente di quantità di moto. Esistono però oggetti dai quali è possibile capire il loro stato di tensione: tutti gli oggetti elasticamente deformabili. Si allungano in trazione, si accorciano in compressione e si piegano in flessione. È quindi possibile vedere se e in quale direzione una corrente di quantità di moto fluisca attraverso di essi; se l'oggetto

si accorcia:	*compressione*
si allunga:	*trazione*
si piega:	*flessione*

Esercizi

1. Un camion con rimorchio viaggia a velocità costante verso destra. A quale tipo di sollecitazione (compressione o trazione) è sottoposto il gancio di traino? Traccia il percorso della quantità di moto.
2. Lilly accelera un'auto verso sinistra spingendola. In questo modo, le sue braccia sono sottoposte a una compressione. In quale direzione fluisce la corrente di quantità di moto nelle braccia?
3. L'ICE 1 (treno ad alta velocità tedesco) ha una "motrice" (= locomotiva) sia nella parte anteriore che in quella posteriore. Una tira, l'altra spinge. Disegna le correnti di quantità di moto in uno schizzo del treno.

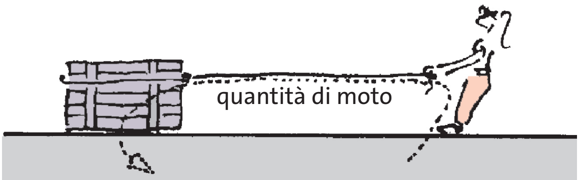

Fig. 2.28 Sebbene fluisca una corrente di quantità di moto, quest'ultima non si accumula in nessun punto.

Fig. 2.29 Circuito chiuso di corrente di quantità di moto

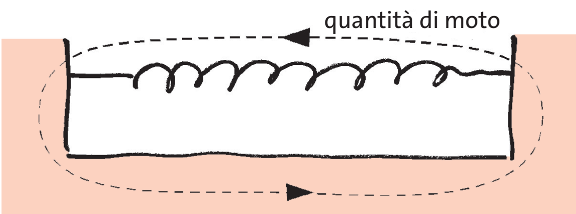

Fig. 2.30 Corrente di quantità di moto senza movimento

Fig. 2.31 Circuito chiuso di quantità di moto.

2.8 Circuiti di quantità di moto

È possibile che una corrente di quantità di moto scorra da qualche parte senza che la quantità di moto cambi in nessun punto. La fig. 2.28 mostra un esempio: Lilly trascina una cassa sul pavimento a velocità costante.

Riproponiamo la nostra vecchia domanda: quale percorso segue la quantità di moto? Speriamo che la risposta non sia difficile. Lilly pompa la quantità di moto dalla Terra alla scatola attraverso la corda. A causa dell'attrito tra il fondo della scatola e il terreno, la quantità di moto rifluisce nella Terra. Possiamo quindi dire che la quantità di moto scorre "in un cerchio", anche se non conosciamo il percorso esatto attraverso il terreno.

La fig. 2.29 mostra una versione modificata dell'esperimento della fig. 2.28: in questo caso la scatola non viene trascinata sul terreno, ma su una tavola montata su rotelle.

In questo caso il percorso della quantità di moto è ancora più semplice. Poiché la tavola poggia su rotelle, la quantità di moto non può defluire nel terreno e Willy non può pompare alcuna quantità di moto fuori dal terreno. Quindi pompa la quantità di moto fuori dalla tavola, la quantità di moto continua a fluire attraverso la corda nella scatola e dalla scatola rifluisce nella tavola. La quantità di moto, quindi, si muove di nuovo in un "circuito" chiuso. E questa volta il percorso è chiaramente riconoscibile. Possiamo dire che la corrente di quantità di moto forma un *circuito*.

Che la quantità di moto nella corda fluisca davvero verso sinistra e nella tavola verso destra si può riconoscere anche dalle tensioni: la corda è sottoposta a una trazione, quindi la quantità di moto fluisce verso sinistra, mentre la tavola è sottoposta a una compressione, quindi la quantità di moto fluisce verso destra.

> La quantità di moto può fluire in un circuito chiuso. La quantità di moto non aumenta né diminuisce in nessun punto. Se una parte di un circuito di quantità di moto è sottoposto a compressione, un altro sarà sottoposto a trazione.

Ancora più semplice è la situazione della fig. 2.30. Anche qui la corrente di quantità di moto scorre in circuito, anche se nulla si muove, anzi, non abbiamo più alcuna "pompa di quantità di moto".

Il fatto che qualcosa possa scorrere senza spinta potrebbe sorprenderti. Dopo tutto, in precedenza avevamo stabilito che è necessaria una spinta se si desidera far fluire una corrente. Ora vediamo che questa regola non vale sempre. Esistono correnti senza spinta. Il fatto che non sia necessario alcuna spinta significa semplicemente che la corrente non incontra nessuna resistenza.

Esistono conduttori elettrici che non hanno resistenza, sono i superconduttori. In un circuito elettrico realizzato con materiale superconduttore, la corrente elettrica può fluire senza spinta.

I circuiti elettrici senza resistenza sono rari, mentre i circuiti di quantità di moto senza resistenza sono frequenti. La fig. 2.31 mostra un altro esempio.

2.9 L'intensità della corrente di quantità di moto

Una corrente di quantità di moto può essere maggiore o minore. Una misura di questo "maggiore" o "minore" è *l'intensità della corrente di quantità di moto*. Essa indica la quantità di moto che attraversa una superficie in un'unità di tempo (quanti huygens attraversano la superficie al secondo). Il simbolo dell'intensità della corrente di quantità di moto è F, mentre l'unità di misura è Hy/s.

Se attraverso una fune passano 12 huygens al secondo, allora

$$F = 12 \text{ Hy/s}.$$

L'unità di misura Hy/s si abbrevia in *newton* (N):

$$1\,\text{N} = \frac{1\,\text{Hy}}{1\,\text{s}}.$$

Nel nostro caso è quindi:

$$F = 12 \text{ N}.$$

L'unità di misura prende il nome da Isaac Newton (1643 – 1727).

L'intensità della corrente di quantità di moto può essere misurata facilmente con il cosiddetto dinamometro. Un modello particolarmente semplice è illustrato nella fig. 2.32.

Tuttavia, con esso è possibile misurare solo "correnti di quantità di moto di trazione".

La fig. 2.33 mostra come utilizzare un dinamometro. Si deve misurare l'intensità della corrente di quantità di moto che scorre attraverso la fune nella fig. 2.33a. Si taglia la fune in un punto qualsiasi e si collegano le due estremità così ottenute ai due ganci del dinamometro, fig. 2.33b.

Esercizi

1. In un'auto ben ammortizzata fluisce una corrente di quantità di moto di intensità costante. In 10 secondi si è accumulata una quantità di quantità di moto pari a 200 Huygens. Qual era l'intensità della corrente?
2. Durante la partenza di un autoarticolato, attraverso il gancio di traino scorre una corrente di quantità di moto di 6000 N. Qual è la quantità di moto del rimorchio dopo 5 s? (Le perdite per attrito del rimorchio sono trascurabili).
3. In un veicolo il cui attrito è trascurabile scorre una corrente di quantità di moto costante di 40 N. Rappresenta graficamente la quantità di moto in funzione del tempo.

Fig. 2.32 Dinamometro

a)

b)

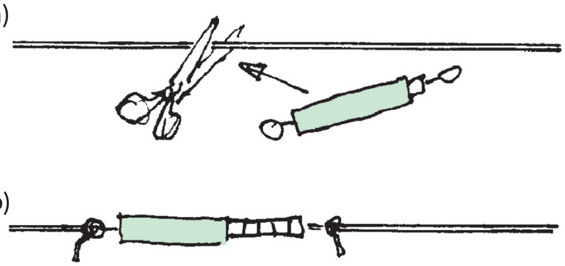

Fig. 2.33 (a) Si deve misurare l'intensità della corrente di quantità di moto in una fune.
(b) Si taglia la fune e si aggancia il dinamometro alle due estremità appena create.)

2.10 La legge di Newton

Guarda ancora Lilly, che trasferisce quantità di moto ad un carrello, fig. 2.34.

In un determinato intervallo di tempo, una certa quantità di moto fluisce attraverso la sezione trasversale S della fune. Poiché la quantità di moto fluisce nel carrello, la sua quantità di moto aumenta con il tempo. Il rapporto tra l'aumento Δp della quantità di moto del carrello e l'intervallo di tempo corrispondente Δt, è chiamato *tasso di variazione della quantità* di moto.

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \text{tasso di variazione della quantità di moto}$$

Se attraverso la fune scorre una corrente di quantità di moto F = 5 Hy/s = 5 N anche il tasso di variazione della quantità di moto del vagone è 5 Hy/s:

Tasso di variazione = intensità della corrente di quantità di moto

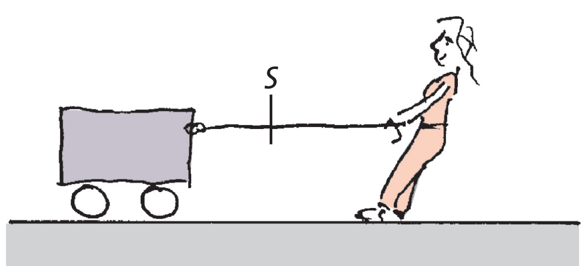

Fig. 2.34 Attraverso la superficie *S* scorre una corrente di quantità di moto. Per questo motivo la quantità di moto del carrello aumenta.

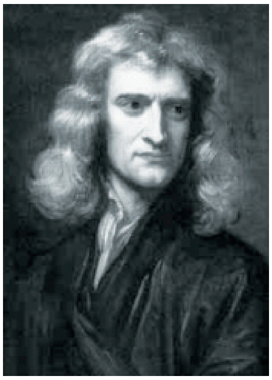

Fig. 2.35 Isaac Newton

Si ha quindi:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = F \qquad (2.1)$$

Il simbolo Δ (delta) indica che si tratta della variazione di quantità di moto e non della quantità di moto totale del corpo, così come che si tratta di un intervallo di tempo e non di un istante. L'equazione (2.1) è la famosa legge di Newton. (In realtà esistono tre "leggi di Newton", ma le altre due sono solo casi particolari dell'equazione (2.1)).

Oggi è difficile capire perché sia stato così difficile scoprire questa legge. Newton, fig. 2.35, aveva bisogno della legge soprattutto per descrivere il moto dei corpi celesti: i pianeti e la Luna. La quantità di moto della Luna cambia continuamente, a scapito della quantità di moto della Terra. Oggi sappiamo che tra la Terra e la Luna c'è uno scambio di quantità di moto, attraverso il campo gravitazionale che circonda ogni corpo. Ai tempi di Newton, però, non si sapeva ancora nulla dei campi. Si immaginava che la quantità di moto fosse trasmessa tra la Terra e la Luna attraverso una cosiddetta azione a distanza. Non esisteva quindi ancora il concetto di corrente di quantità di moto. Per Newton, la grandezza F aveva quindi un significato piuttosto astratto, e la chiamò "forza" (nell'originale latino "vis").

L'equazione (2.1) non è ancora completa. Non tiene conto della natura vettoriale della quantità di moto. Possiamo utilizzarla solo se ci interessa un unico tipo di quantità di moto, ad esempio se abbiamo a che fare solo con la quantità di moto x.

Il carrello nella fig. 2.36 viene caricato con quantità di moto x, quello nella fig. 2.37 con quantità di moto y. In entrambi i casi, attraverso una sezione trasversale

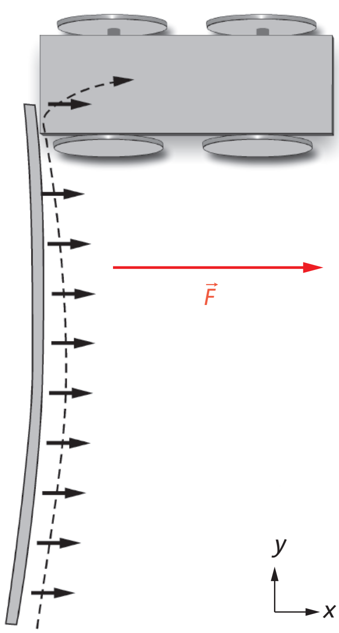

Fig. 2.36 La quantità di moto p_x fluisce attraverso l'asta nel carrello.

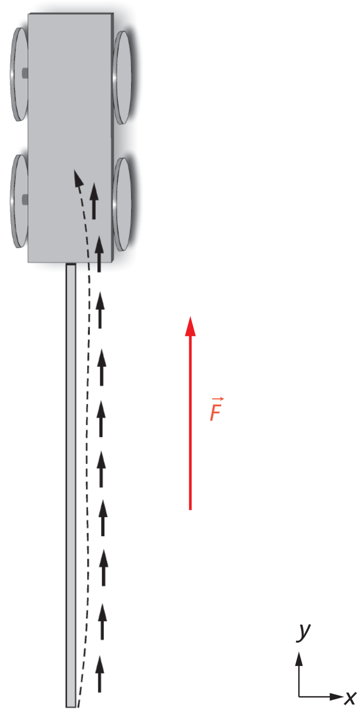

Fig. 2.37 Attraverso l'asta scorre la quantità di moto p_y nel carrello.

dell'asta verso il carrello fluiscono 10 Hy/s (= 10 N), ma una volta con quantità di moto x e una volta con quantità di moto y.

Vediamo che la corrente di quantità di moto non è ancora definita in modo univoco quando si dice che scorrono 10 Hy/s. È necessario specificare anche che tipo di corrente di quantità di moto scorre, ovvero indicare la direzione della corrente di quantità di moto. L'intensità della corrente di quantità di moto è quindi, proprio come la quantità di moto stessa, una grandezza vettoriale. Sopra il simbolo c'è quindi una freccia: $\vec{F}$. Nelle due figure è disegnata la freccia vettoriale della corrente di quantità di moto. La lunghezza della freccia indica l'intensità della corrente di quantità di moto – qui 10 N – e la direzione della freccia indica la direzione della quantità di moto trasmessa. Attenzione: la direzione del vettore della corrente di quantità di moto non ha nulla a che vedere con il flusso della corrente. Questo è infatti lo stesso in entrambi i casi, ovvero dal basso verso l'alto attraverso l'asta.

Se consideriamo la natura vettoriale della quantità di moto, dall'equazione (2.1) si ottiene:

Legge di Newton: $$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$$

Esercizi

1. Qualcuno accelera un carrello. (L'attrito può essere trascurato). Un dinamometro indica la corrente di quantità di moto che scorre nell'auto. L'accelerazione dura 5 secondi. Qual è la velocità finale? (L'auto pesa 150 kg, il dinamometro indica 15 N).
2. Una locomotiva accelera un treno. Attraverso il gancio tra la locomotiva e il vagone scorre una corrente di quantità di moto di 200 kN. Qual è la quantità di moto del treno (senza locomotiva) dopo 30 secondi? Il treno ha ora una velocità di 54 km/h. Quanto vale la massa del treno?
3. Un trolley di massa 42 kg, inizialmente fermo, viene accelerato, con una corrente di quantità di moto di 20 N che scorre attraverso la maniglia. Quanta quantità di moto è fluita nel trolley in 3 secondi? Dopo 3 secondi, la sua velocità è di 1,2 m/s. Quanto vale la quantità di moto? Dove è finita la quantità di moto mancante?
4. In un tubo rettilineo lungo 2 km e con un diametro di 10 cm scorre acqua a una velocità di 0,5 m/s. L'acqua viene bloccata da una valvola situata all'estremità del tubo. Calcola la quantità di moto che l'acqua cede in questo modo. Dove finisce questa quantità di moto? Il blocco dura 2 s. Quanto è grande la forza dell'acqua sulla valvola di chiusura (l'intensità della corrente di quantità di moto)? Nota: calcola prima il volume d'acqua in litri. 1 l d'acqua ha una massa di 1 kg.

2.11 Trasporto convettivo della quantità di moto

Nei trasporti di quantità di moto che abbiamo considerato finora, la quantità di moto fluiva sempre attraverso un materiale. Il materiale non si muoveva o si muoveva solo leggermente. Tuttavia, la quantità di moto viene trasmessa anche in un altro modo: quando un corpo o una sostanza si muove e porta con sé la propria quantità di moto. Consideriamo una piccola porzione d'acqua in un getto d'acqua, fig. 2.38. Questa porzione d'acqua ha una quantità di moto. All'inizio si trova con la sua quantità di moto più a sinistra, poi più a destra. Abbiamo quindi un trasporto di quantità di moto da sinistra a destra. Questo tipo di trasporto di quantità di moto è chiamato *corrente convettiva di quantità di moto* (convectio = trasportare).

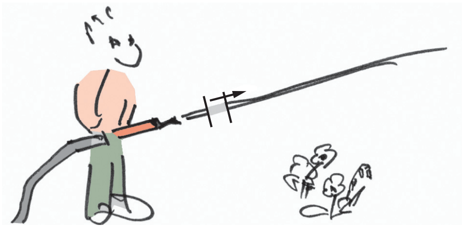

Fig. 2.38 La quantità di moto di una porzione d'acqua si muove con la porzione d'acqua: è una corrente convettiva di quantità di moto.

(Ricordiamo che negli impianti di riscaldamento l'entropia viene trasportata in modo simile. L'acqua si muove attraverso i tubi insieme all'entropia in essa contenuta. In questo caso si parla di corrente convettiva di entropia).

Quando soffia il vento, l'aria trasporta quantità di moto. Anche in questo caso abbiamo una corrente convettiva di quantità di moto. Si percepisce la quantità di moto che arriva con il vento. La si sfrutta per spingere le navi a vela e si temono i danni che una tempesta può causare. I razzi funzionano con una corrente convettiva di quantità di moto, fig. 2.39. Il razzo espelle verso il basso (o all'indietro) gas con elevate velocità e quantità di moto negative. Il razzo stesso riceve la stessa quantità di moto positiva.

Il funzionamento della propulsione degli aerei è simile. Supponiamo che un aereo voli nella direzione x positiva. Con l'elica o il motore a reazione, l'aria che l'aereo aspira nella parte anteriore viene "caricata" di quantità di moto negativa ed espulsa nella parte posteriore. L'aereo riceve la corrispondente quantità di moto positiva, fig. 2.40.

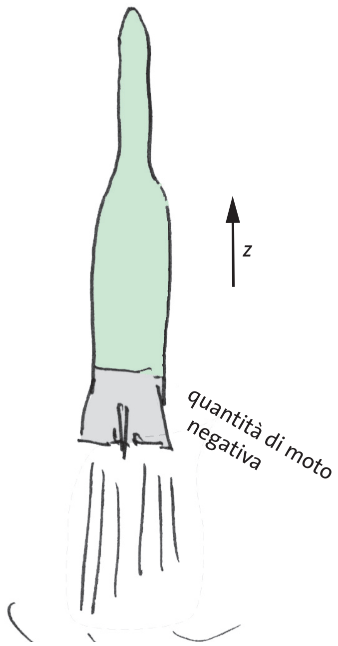

Fig. 2.39 Il razzo espelle verso il basso (in direzione *z* negativa) i gas di combustione. Questi hanno una negativa. Il razzo riceve la quantità di moto positiva corrispondente.

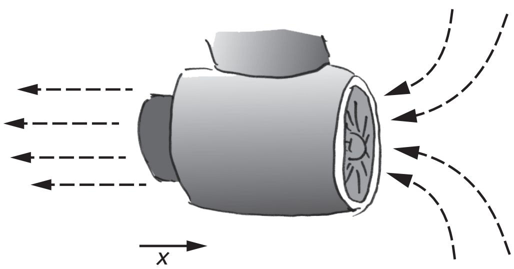

Fig. 2.40 Il motore "carica" l'aria che aspira dalla parte anteriore con quantità di moto *x* negativa. L'aereo riceve la corrispondente quantità di moto positiva.

> Corrente convettiva di quantità di moto: la quantità di moto viene trasportata insieme alla materia in movimento.

Esercizi

1. Da una pompa ad acqua fuoriescono 0,5 litri di acqua al secondo, con una velocità di 3 m/s. Qual è la quantità di moto di un tratto di 1 m del getto? Qual è la corrente di quantità di moto del getto?
2. Soffia un forte vento con una velocità di 5 m/s. Quanta quantità di moto trasporta l'aria al secondo attraverso una superficie di 10 m^2?

2.12 Ancora sui conduttori di quantità di moto

Finora abbiamo semplificato la decisione se qualcosa conduca o meno la quantità di moto. Per noi esistevano semplicemente conduttori buoni e cattivi. Poiché la quantità di moto è una grandezza vettoriale, la questione è però solitamente più complessa. Ecco alcuni esempi:

Aria

Sì, ancora una volta l'aria. Avevamo stabilito che normalmente non conduce la quantità di moto, ma che è possibile trasportarla con l'aria per convezione. In realtà, però, ci sono anche altre possibilità. Se Lilly, fig. 2.22, vuole trasferire la quantità di moto al carrello, dovrebbe fare in modo che la pressione dell'aria su un lato del carrello aumenti. Tuttavia, semplicemente spingendo contro l'aria direttamente davanti a sé, non ottiene alcun aumento di pressione davanti al carrello. L'aria si sposta lateralmente. Se però le si impedisce di spostarsi, è possibile trasportare la quantità di moto, fig. 2.41. Davanti al blocco, ovvero all'interno del cilindro A, è possibile aumentare la pressione premendo contro il pistone del cilindro B. Questo principio viene sfruttato nelle macchine edili pneumatiche, ad esempio nei martelli pneumatici.

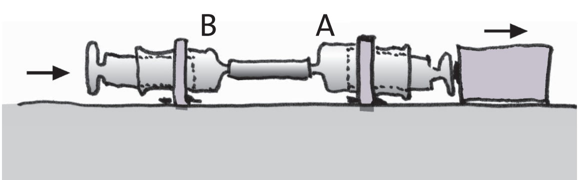

Fig. 2.41 Attraverso l'aria nel cilindro A, la quantità di moto fluisce nel pistone e poi nel blocco.

Un altro modo per trasmettere la quantità di moto con l'aria consiste nell'aumentare la pressione molto rapidamente. La quantità di moto prosegue quindi sotto forma di onda sonora. Lilly colpisce il tamburello, fig. 2.42, e subito dopo la pallina rimbalza via dal tamburello di Willy.

Lo stesso principio vale per la trasmissione della quantità di moto in un'esplosione che distrugge i vetri delle finestre.

Ruote

Il dispositivo tecnico più importante che serve a impedire che la corrente di quantità di moto vada da un

Fig. 2.42 Lilly colpisce il tamburello. La pallina sul tamburello di Willy rimbalza via. La quantità di moto si è propagata attraverso l'aria.

corpo alla Terra è la ruota. Le ruote servono all'isolamento della quantità di moto. Ciò vale tuttavia solo per la quantità di moto che ha la stessa direzione del veicolo. Per non doverci fissare su un asse di coordinate, la chiamiamo quantità di moto longitudinale. La quantità di moto il cui vettore è trasversale al veicolo la chiamiamo quantità di moto trasversale.

Nella fig. 2.43a Willy cerca di caricare la tavola con quantità di moto utilizzando un carrello giocattolo. Tuttavia, non funziona, almeno non nel modo in cui lo fa Willy. Nella fig. 2.43b mostra come è possibile farlo.

> Le ruote non conducono la quantità di moto longitudinale, ma conducono la quantità di moto trasversale.

È importante che conducano la quantità di moto trasversale. Se non lo facessero, le auto non potrebbero svoltare. A volte è proprio così.

> In caso di ghiaccio, le ruote non trasmettono la quantità di moto trasversale al terreno.

I veicoli su rotaia sono più sicuri. In questo caso, la quantità di moto trasversale viene sempre trasmessa molto bene dalle ruote alle rotaie.

Funi

Nella fig. 2.44a Lilly spinge il carrello verso destra con l'aiuto della fune, cioè nella direzione positiva dell'asse *x*. Lei "pompa" la quantità di moto *x* nel carrello. Nella fune la quantità di moto scorre da destra a sinistra, cioè nella direzione negativa dell'asse *x*. Nella figura sottostante lei prova da sinistra, ma ovviamente non funziona. Vediamo che la quantità di moto *x* può fluire attraverso la fune solo nella direzione *x* negativa.

Nella fig. 2.45 Willy prova in un altro modo: cerca di trasmettere attraverso la corda una quantità di moto,

a)

b)

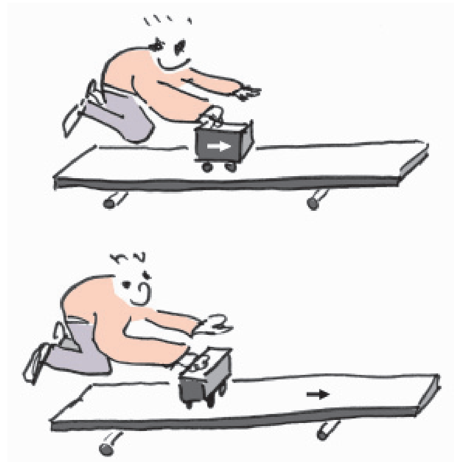

Fig. 2.43 (a) Le ruote non lasciano passare la quantità di moto longitudinale. Nessuna quantità di moto viene trasmessa alla tavola. (b) Le ruote lasciano passare la quantità di moto trasversale. La quantità di moto entra nella tavola.

a)

b)

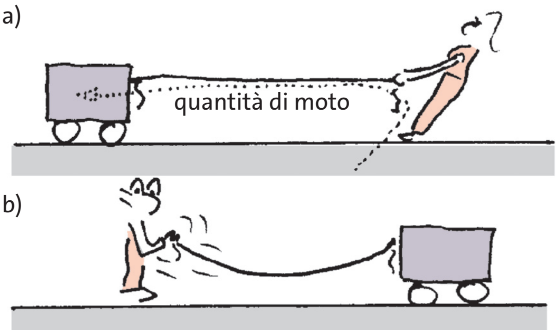

Fig. 2.44 (a) La quantità di moto *x* scorre attraverso la fune verso sinistra, nella direzione *x* negativa. (b) In una corda non può fluire nella direzione positiva *x*.

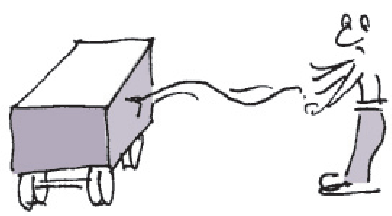

Fig. 2.45 Attraverso una corda non può fluire quantità di moto il cui vettore sia trasversale rispetto alla corda.

Ancora sui conduttori di quantità di moto

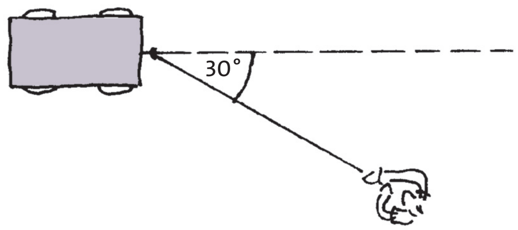

Fig. 2.46 Si tira la fune. La quantità di moto *x* del carrello aumenta.

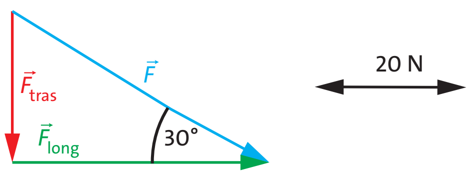

Fig. 2.47 Scomposizione della corrente di quantità di moto nella fune in una componente longitudinale e una trasversale

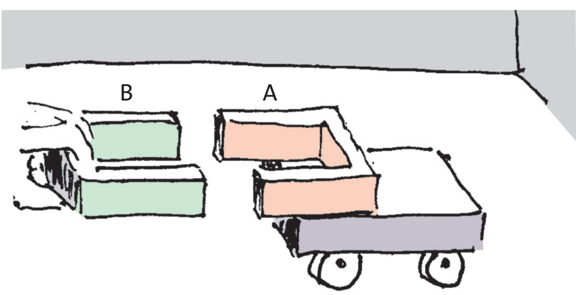

Fig. 2.48 La quantità di moto passa attraverso il campo magnetico nel carrello. I campi magnetici sono conduttori di quantità di moto.

la cui direzione è trasversale rispetto alla corda stessa, ma anche in questo caso senza successo.

Concludiamo:

> in una corda scorre solo la quantità di moto il cui vettore è parallelo alla corda; la quantità di moto scorre nel verso opposto al vettore.

Applichiamo la regola. La fig. 2.46 mostra, vista dall'alto, una carrozza trainata con l'aiuto di una fune. Tuttavia, non viene trainata in avanti, ma leggermente di lato. Nella fune scorre una corrente di corrente di quantità di moto di 40 N. Di quanto cambia la quantità di moto della carrozza al secondo? Quanta quantità di moto scorre nel terreno?

La quantità di moto che scorre nella fune deve avere la stessa direzione della fune. Il vettore di intensità di corrente corrispondente è chiamato $\vec{F}$. Scomponiamo questa corrente in due parti, fig. 2.47:

- una parte $\vec{F}_{tras}$, che è trasversale alla direzione del carrello, e quella che defluisce attraverso le ruote;
- una parte $\vec{F}_{long}$, che è parallela alla direzione del vagone e che provoca l'aumento di quantità di moto del vagone.

Si ha

$$F_{trasversale} = F \cdot \sin 30° = 20\ \text{N},$$
$$F_{longitudinale} = F \cdot \cos 30° = 35\ \text{N}.$$

Quindi: ogni secondo fluiscono 20 Hy di quantità di moto trasversale nella Terra e la quantità di moto del carrello aumenta di 35 Hy.

Campi

Su un carrello viene fissato un magnete A, fig. 2.48. Si avvicina a questo un secondo magnete B, in modo tale che i poli "omonimi" si trovino uno di fronte all'altro: polo nord contro polo nord e polo sud contro polo sud. Se il magnete B si avvicina sufficientemente al magnete A, il carrello si mette in movimento e la sua quantità di moto aumenta.

Il conduttore di quantità di moto tra A e B è il campo magnetico che dipende dai poli dei magneti.

> I campi magnetici conducono la quantità di moto.

Più avanti imparerai a conoscere altri campi: i campi elettrici e i campi gravitazionali. Come il campo magnetico, anche questi campi sono invisibili e, come il campo magnetico, conducono la quantità di

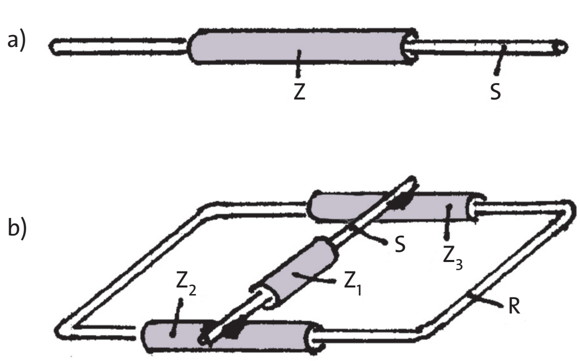

Fig. 2.49 Riguardo agli esercizi **1** e **2**

moto. Un *campo elettrico* è associato a ogni corpo che trasporta carica elettrica e un *campo gravitazionale* (o campo di gravità) è associato a ogni corpo che ha una massa. Poiché i corpi hanno sempre una massa, attorno ad ogni corpo c'è un campo gravitazionale.

Esercizi

1. Una maniglia cilindrica Z può scorrere senza attrito su un'asta S, fig. 2.49a. Per quale quantità di moto il collegamento tra la maniglia e l'asta è permeabile e per quale è impermeabile?
2. Il cilindro Z_1 può scorrere avanti e indietro sull'asta S, mentre i cilindri Z_2 e Z_3 possono scorrere avanti e indietro sul telaio R, fig. 2.49b. Per quale quantità di moto il collegamento tra Z_1 e il telaio è permeabile e per quale no?
3. Un'auto ne traina un'altra. Le auto viaggiano nella stessa direzione, ma sono sfalsate lateralmente di 1 m l'una rispetto all'altra, fig. 2.50. Il cavo di traino è lungo 3 m. Attraverso il cavo scorre una corrente di quantità di moto di 500 N. Quale corrente di quantità di moto contribuisce al movimento dell'auto trainata?
4. Le funi conducono la quantità di moto x solo nella direzione x negativa. Inventa un dispositivo che conduca la quantità di moto x solo nella direzione x positiva.
5. Le funi lasciano passare la quantità di moto solo in una direzione. Esistono dispositivi che lasciano passare l'aria solo in una direzione, dispositivi che lasciano passare le persone solo in una direzione, dispositivi che lasciano passare l'elettricità solo in una direzione. Di cosa stiamo parlando?

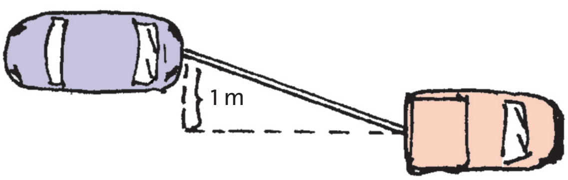

Fig. 2.50 Riguardo all'esercizio **3**

2.13 La legge di Hooke

Vogliamo costruire noi stessi un misuratore di corrente di quantità di moto. Facciamo finta che l'apparecchio non sia ancora stato inventato e che l'unità di misura dell'intensità della corrente quantità di moto non sia stata ancora stabilita.

Abbiamo bisogno di un numero elevato di anelli di gomma dello stesso tipo. Iniziamo definendo la nostra unità di misura. Teniamo un anello di gomma davanti a un righello in modo che sia ben teso, ma non ancora allungato oltre la sua lunghezza normale, fig. 2.51, e ne

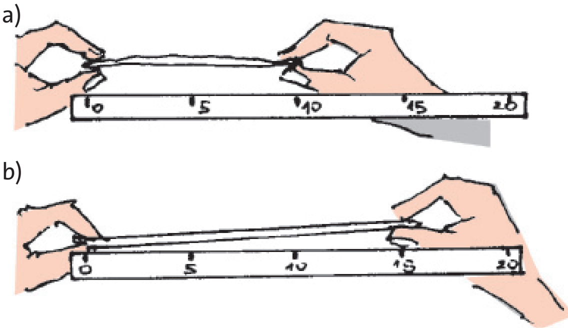

Fig. 2.51 Definizione di un'unità di intensità di corrente di quantità di moto. (a) L'anello di gomma è allungato, ma rilassato. (b) L'anello di gomma è stato allungato di 5 cm.

misuriamo la lunghezza. Supponiamo di trovare 10 cm = 0,1 m. Poiché l'anello di gomma è rilassato, non scorre ancora alcuna corrente di quantità di moto attraverso di esso. Ora lo allunghiamo fino a raggiungere una lunghezza di 0,15 m. Ora scorre una corrente di quantità di moto. Dichiareremo l'intensità di questa corrente di quantità di moto come nostra unità di misura della corrente. (Poiché l'anello è costituito da due fili di gomma affiancati, in ciascuno di questi fili scorre mezza unità di corrente).

Ora possiamo creare tutte le unità di intensità di corrente che vogliamo con altri anelli di gomma. Possiamo quindi produrre multipli della nostra unità di intensità di corrente. Se, ad esempio, colleghiamo tre anelli di gomma tesi a 15 cm uno accanto all'altro, attraverso tutti e tre scorrono tre unità di intensità di corrente.

Con l'aiuto della nostra scorta di elastici possiamo ora *calibrare* anche un altro oggetto elasticamente estensibile, ad esempio una corda elastica, fig. 2.52. A tal fine facciamo scorrere attraverso la corda elastica una, due, tre ecc. unità di intensità di corrente e misuriamo la variazione della sua lunghezza rispetto alla lunghezza allo stato rilassato.

Nella fig. 2.53 è riportata l'intensità di corrente di quantità di moto F in funzione dell'allungamento s.

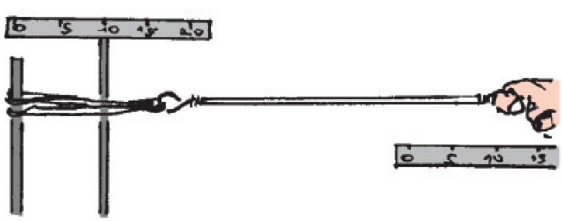

Fig. 2.52 Una corda elastica viene calibrata con unità di anelli di gomma.

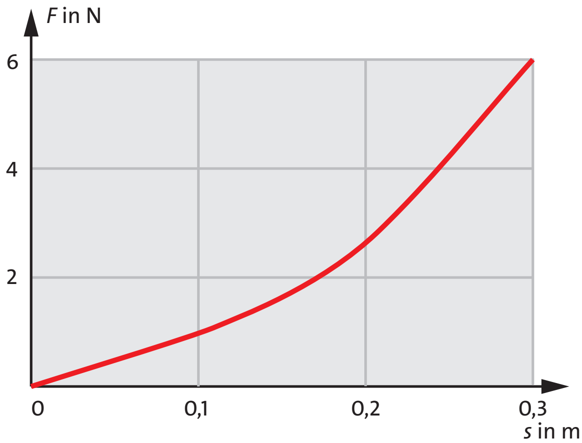

Fig. 2.53 Curva di calibrazione della corda elastica: l'intensità della corrente di quantità di moto F è in funzione dell'allungamento s della corda.

Questa curva rappresenta la *curva di calibrazione* della corda elastica. Se ora vogliamo misurare un'intensità di corrente di quantità di moto, non è più necessario ricorrere al nostro procedimento un po' macchinoso con gli anelli di gomma standard. Possiamo utilizzare la corda elastica.

Si desidera misurare, ad esempio, l'intensità della corrente che fluisce in un carrello che stiamo tirando. A tal fine, tiriamo semplicemente il carrello tramite la corda elastica e misuriamo di quanto questa si allunga. Se l'allungamento è, ad esempio, di 0,25 m, dalla curva di calibrazione deduciamo che la corrente di quantità di moto ha un'intensità di 4 unità.

Ora vogliamo registrare la relazione tra allungamento e intensità della corrente di quantità di moto per un altro oggetto: una molla d'acciaio. Il risultato è mostrato nella fig. 2.54.

La relazione è più semplice nella molla: è lineare. L'allungamento s e l'intensità della corrente di quantità di moto F sono proporzionali tra loro. Si dice anche che la molla segue la *legge di Hooke*. La legge può essere formulata come segue:

> Legge di Hooke: $\vec{F} = -k \cdot \vec{s}$

k è una costante per una data molla, la *costante elastica*. La sua unità di misura è N/m. Per molle diverse, la costante elastica ha generalmente valori diversi. La fig. 2.55 mostra la relazione tra F e s per due molle diverse. Per la molla A, k ha un valore maggiore rispetto alla molla B. Se si allungano la molla A e la molla B della stessa misura, la corrente di quantità di moto nella molla A è maggiore rispetto alla molla B. Tuttavia, una corrente di quantità di moto più forte significa una maggiore trazione. La molla con la costante maggiore è quindi la molla più rigida.

Molte molle possono essere sollecitate non solo in trazione, ma anche in compressione. Per tali molle vale la legge di Hooke, ovvero la relazione lineare tra varia-

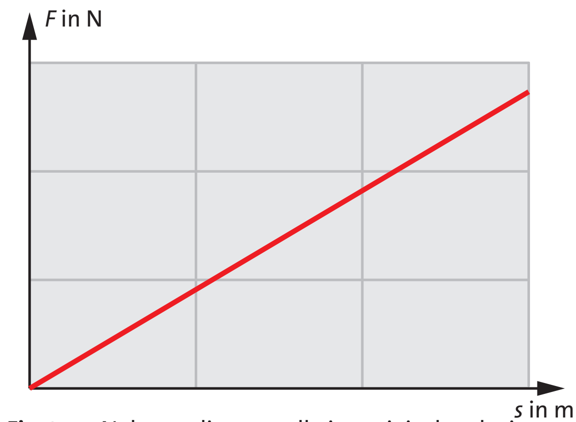

Fig. 2.54 Nel caso di una molla in acciaio, la relazione tra intensità della corrente di quantità di moto e allungamento è lineare.

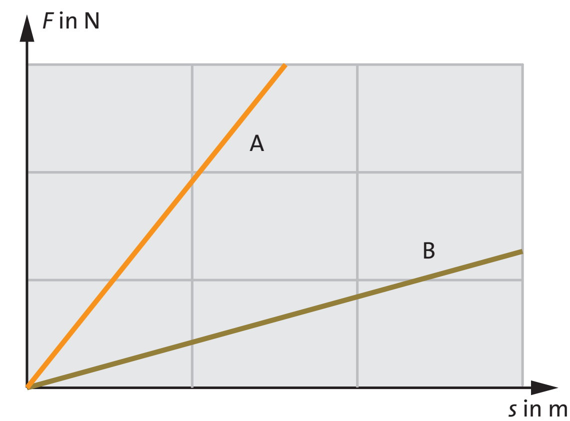

Fig. 2.55 La costante elastica della molla A è maggiore di quella della molla B. La molla A è più rigida.

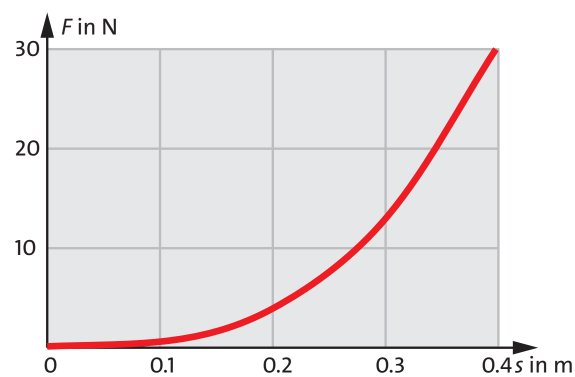

Fig. 2.56 Per l'esercizio **2**

zione di lunghezza e intensità di corrente, sia per l'allungamento (valori positivi di s) che per l'accorciamento (valori negativi di s).

Esercizi

1. Una molla ha una costante elastica di k = 150 N/m. Calcola di quanto si allunga quando attraverso di essa passa una corrente di quantità di moto di (a) 12 N, (b) 24 N.
2. Per una determinata fune è stata misurata la relazione F-s rappresentata nella fig. 2.56.
   a) Di quanto si allunga la fune quando la attraversa una corrente di quantità di moto di 15 N? Di quanto si allunga con una corrente di 30 N?
   b) Quanto è forte la corrente di quantità di moto quando la corda si è allungata di 20 cm?
   c) Cosa si avverte quando si allunga la fune con le mani? E quando si allunga una molla d'acciaio?
3. Come si potrebbe costruire un dispositivo la cui relazione *F-s* sia simile a quella illustrata nella fig. 2.57?
4. Due molle sono collegate tra loro e inserite in una corda attraverso la quale scorre una corrente di quantità di moto. Una molla si allunga quattro volte di più dell'altra. Come sono le costanti delle molle l'una rispetto all'altra?
5. (a) Due molle dello stesso tipo vengono collegate "in parallelo", fig. 2.58a. Ciascuna ha la costante elastica k. Qual è la costante elastica del sistema delle due molle (in grigio)? (b) Quale è la costante elastica del sistema delle due molle "in serie"? fig. 2.58b.

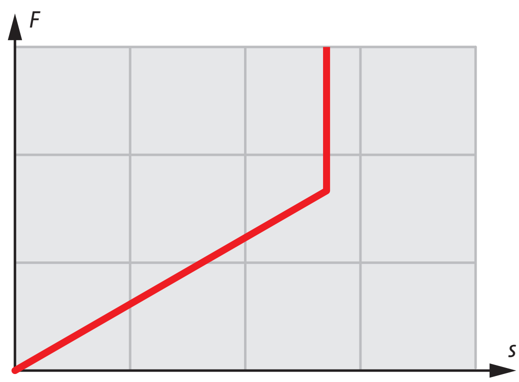

Fig. 2.57 Per l'esercizio **3**

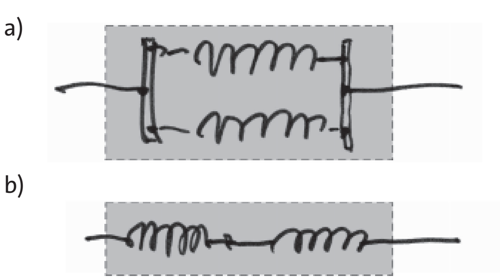

Fig. 2.58 Per l'esercizio **5**

2.14 Velocità, accelerazione e velocità angolare

Velocità

Un'auto (o un altro corpo) si muove a velocità costante v. È possibile calcolare v dalla distanza percorsa Δs e dal tempo impiegato a percorrerla Δt:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Abbiamo utilizzato nuovamente il simbolo Δ. Mentre con s indichiamo la posizione (in un sistema di coordinate prestabilito), Δs indica la differenza tra due posizioni, ovvero una distanza o lo spostamento del corpo. Di conseguenza, Δt non indica l'istante, ma un intervallo di tempo: l'intervallo di tempo in cui il corpo percorre la distanza Δs. Se un'auto percorre 200 m in 10 secondi, la sua velocità è

$$v = \frac{200\text{ m}}{10\text{ s}} = 20\text{ m/s}.$$

Accelerazione

Un treno parte (in direzione x positiva). Supponiamo che la sua velocità aumenti in modo uniforme: di 5 km/h ogni 10 secondi. Oppure di 30 km/h in un minuto. Oppure di 150 km/h in 5 minuti. Si dice anche che il treno viene *accelerato in modo uniforme*. Il rapporto tra la variazione di velocità Δv e l'intervallo di tempo Δt è chiamato *accelerazione*:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Nel caso del nostro treno otteniamo:

$$a = \frac{5\text{ km/h}}{10\text{ s}} = \frac{5000\text{ m}}{3600\text{ s} \cdot 10\text{ s}} = 0{,}139\text{ m/s}^2.$$

L'unità di misura SI dell'accelerazione è quindi m/s^2.

In generale, l'accelerazione di un veicolo non è spesso costante, come abbiamo ipotizzato in questo caso. Se la velocità è costante, Δv = 0 e quindi anche a = 0.

Se un veicolo (che si muove nella direzione positiva dell'asse x) rallenta, Δv e quindi anche l'accelerazione diventano negativi.

Velocità angolare

Una ruota (o un altro corpo) gira in modo uniforme.

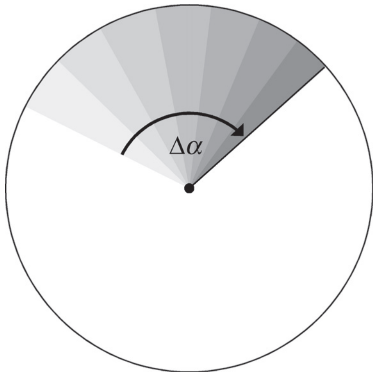

Fig. 2.59 Il raggio percorre lo spostamento angolare $\Delta\alpha$ nell'intervallo di tempoΔt.

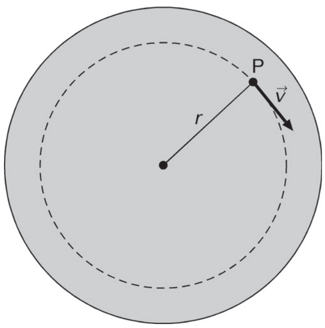

Fig. 2.60 Il punto P del corpo rotante si muove su una traiettoria circolare.

Si dice anche che ruota con velocità angolare costante ω. Tracciamo un raggio sulla ruota e osserviamo il suo movimento, fig. 2.59. La linea ruota uniformemente attorno al centro, descrivendo ogni secondo lo stesso angolo. Nell'intervallo di tempo Δt descrive lo spostamento angolare $\Delta\alpha$. La velocità angolare si calcola dall'angolo descritto $\Delta\alpha$ e dal tempo impiegato Δt:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

La velocità angolare compare in diverse altre equazioni fisiche. Affinché i risultati siano espressi nelle unità di misura corrette, ovvero nelle unità SI, è necessario esprimere l'angolo α in radianti. Poiché per i radianti non si utilizza alcun simbolo, l'unità di misura della velocità angolare è il reciproco del secondo, ovvero 1/s o s^{-1}.

La velocità angolare è anche conosciuta con il nome di velocità di rotazione. Quando si utilizza questa denominazione, tuttavia, si utilizza un'altra unità di misura: giri al minuto.

L'albero di un motore elettrico ruota a 2000 giri al minuto. La velocità angolare è quindi pari a

$$\omega = \frac{2000 \cdot 2\pi}{60\ \text{s}} = \frac{212566}{60\ \text{s}} = 209\ \text{s}^{-1}.$$

Consideriamo il punto P di una ruota in rotazione, fig. 2.60. P si muove su una traiettoria circolare. Esiste una relazione tra il valore assoluto v della velocità del punto P e la velocità angolare ω della ruota.

Il calcolo di questa relazione è più semplice se ci riferiamo a un giro completo. Indichiamo il tempo di rotazione con T.

L'angolo completo di 360° è uguale a 2π in radianti. La velocità angolare è quindi:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

La distanza percorsa nel tempo T è $2\pi r$. Quindi la velocità diventa:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Riscriviamo l'ultima equazione in modo leggermente diverso:

$$v = \frac{2\pi}{T} \cdot r$$

Il quoziente sul lato destro dell'equazione è pari alla velocità angolare. Sostituiamo e otteniamo:

$$v = \omega r.$$

> In un corpo in rotazione:
>
> $v = \omega \cdot r$
>
> v = velocità di un punto P
>
> ω = velocità angolare del corpo
>
> r = distanza tra P e l'asse di rotazione

Esercizi

1. Il volano di un motore automobilistico ha un diametro di 30 cm. Il motore gira a 3500 giri al minuto.
   Qual è la sua velocità angolare (in 1/s)?
   Qual è il valore della velocità del suo bordo esterno?
2. Qual è la velocità angolare della rotazione della Terra attorno al suo asse? Qual è il valore della velocità di un punto sull'equatore?
3. Qual è la velocità angolare del moto di rivoluzione della Terra intorno al Sole?
   In questo movimento la Terra ha una velocità di 30 km/s. Calcola la distanza Terra-Sole.

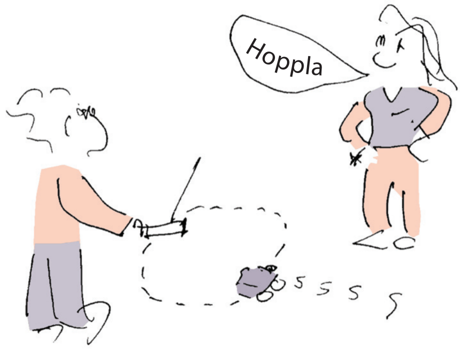

Fig. 2.61 L'auto gira in tondo, mantenendo costante il valore della sua velocità.

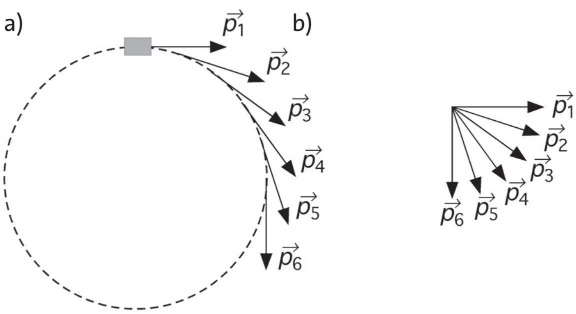

Fig. 2.62 (a) Il vettore di quantità di moto in diversi istanti. (b) Mentre l'auto gira in tondo, il vettore della quantità di moto ruota.

2.15 Variazione di quantità di moto nel moto circolare

Willy guida una macchinina elettrica telecomandata, fig. 2.61. Willy: "Ora la faccio girare in tondo a velocità costante". Lilly: "Ops, non puoi farlo, o circonferenza o velocità costante!" Willy: "Ah, è vero. Intendevo dire ..."

Cosa intendeva Willy? Che il valore della velocità è costante. Poiché l'auto compie un movimento circolare, la direzione della velocità (il vettore velocità) cambia continuamente. Di conseguenza cambia anche la quantità di moto dell'auto. L'auto riceve continuamente quantità di moto dalla Terra.

La fig. 2.62 mostra schematicamente la situazione. A sinistra sono riportati i vettori della quantità di moto in diversi istanti lungo la traiettoria circolare. Man mano che la direzione dell'auto cambia, cambia anche la freccia del vettore della quantità di moto. A destra sono riportate le stesse frecce del vettore della quantità di moto in modo tale che i loro punti di partenza coincidano. Qui si vede chiaramente che il vettore di quantità di moto ruota.

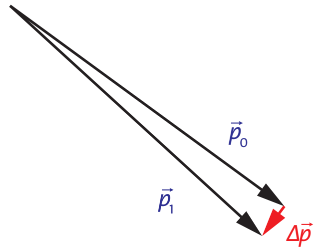

Fig. 2.63 Il vettore "variazione della quantità di moto" è perpendicolare al vettore quantità di moto.

La fig. 2.63 mostra due vettori della quantità di moto $\vec{p}_0$ e $\vec{p}_1$ in due istanti molto vicini t_0 e t_1. Nell'intervallo di tempo

$$\Delta t = t_1 - t_0$$

la quantità di moto cambia di

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0.$$

La quantità di moto aggiunta $\Delta\vec{p}$ è perpendicolare alla direzione del movimento ("quantità di moto trasversale").

Il valore del tasso di variazione si calcola con la formula:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = m\frac{v^2}{r}$$

Qui m è la massa del corpo, v la sua velocità e r il raggio della traiettoria circolare.

La dimostrazione di questa formula è piuttosto complessa. Tralasciamola e limitiamoci a verificare che la formula sia plausibile, ovvero che fornisca risultati conformi alle nostre aspettative.

Dipendenza da *m*

L'auto viaggia in direzione x; quindi, ha una quantità di moto solo lungo x. Dopo aver compiuto un quarto di giro, deve aver ceduto tutta la sua quantità di moto x. Maggiore è la sua massa, maggiore è la quantità di moto x che ha all'inizio e maggiore è quella che deve cedere o assorbire per unità di tempo.

Dipendenza da *r*

L'auto percorre una volta una circonferenza stretta e una volta una circonferenza ampia, ma la velocità è la stessa in entrambi i casi. È chiaro che la variazione del-

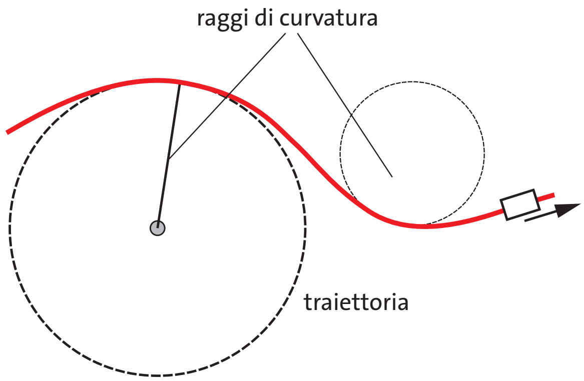

Fig. 2.64 Traiettoria di un'auto. Il raggio di curvatura della traiettoria cambia ogni volta che si modifica la posizione del volante.

la quantità di moto al secondo è minore nel cerchio ampio. Da qui la r al denominatore.

Dipendenza da v

Maggiore è la velocità, più lunga è la freccia del vettore della quantità di moto e maggiore è il tasso di variazione. Inoltre, il vettore della quantità di moto ruota anche più velocemente e anche per questo motivo il tasso di variazione è maggiore. La velocità influisce quindi due volte sul tasso di variazione. Da qui la proporzionalità con v^2.

> Tasso di variazione della quantità di moto in un movimento circolare (a velocità costante):
>
> $$\frac{\Delta p}{\Delta t} = m\frac{v^2}{r}$$
>
> Il vettore $\Delta\vec{p}$ della variazione di quantità di moto è perpendicolare alla quantità di moto $\vec{p}$.

Con l'aiuto di $v = \omega \cdot r$ possiamo trasformare l'equazione in

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = m\omega^2 r.$$

A prima vista sembra che il corpo considerato, ad esempio un'auto, debba muoversi su una traiettoria circolare, ovvero compiere un intero cerchio. Ma non è necessario. La formula vale piuttosto in ogni istante. Vale anche se l'auto percorre solo un breve arco (a velocità costante). Allora r non è più il raggio della circonferenza percorsa, ma il raggio della circonferenza a cui appartiene l'arco. r è definito come il *raggio* di curvatura della traiettoria nell'istante considerato, fig. 2.64. Ogni volta che si modifica la posizione del volante di un'auto, si modifica il raggio di curvatura della traiettoria dell'auto. Finché il volante viene tenuto fermo, l'auto percorre una traiettoria con un raggio di curvatura costante.

> Una posizione specifica del volante corrisponde a un raggio di curvatura specifico del percorso percorso dall'auto.

Esercizi

1. La strada da Niederoberbach a Oberniederbach fa una curva di 90°. Dal punto di vista geometrico, la strada è costituita da due tratti rettilinei collegati da un arco di quarto di cerchio. Quale movimento devono compiere gli automobilisti con il volante quando percorrono la curva? Qual è il tasso di variazione della quantità di moto dell'auto in funzione del tempo? La strada è evidentemente mal costruita. Di solito le curve delle strade e delle autostrade non sono archi di cerchio. Come si presenta una curva ben progettata? Qual è il tasso di variazione della quantità di moto in funzione del tempo?
2. Willy ha legato una sfera di massa pari a 500 g a una corda e la fa ruotare sopra la sua testa. Un giro dura 0,8 s. La corda è lunga 1 m. Qual è il valore della quantità di moto che attraversa la corda?

2.16 Carrucole

Una ruota con una scanalatura utilizzata per modificare la direzione delle funi è chiamata *carrucola*. Un'applicazione è mostrata nella fig. 2.65. Le carrucole sono presenti anche nelle gru e nei paranchi.

Vogliamo esaminare il comportamento delle carrucole. Nei tre tratti di fune A, B e C nella fig. 2.66 è installato un misuratore di corrente di quantità di moto. Si tira l'occhiello all'estremità destra della fune A in

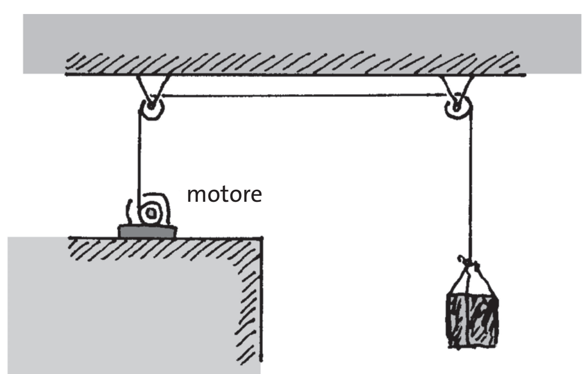

Fig. 2.65 Il motore solleva un carico. La fune corre su due carrucole.

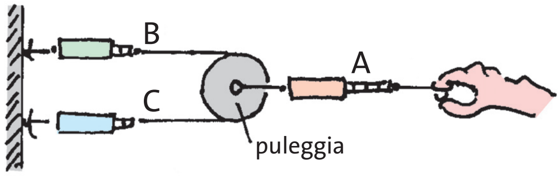

Fig. 2.66 La corrente di quantità di moto che scorre attraverso la fune A si divide nella puleggia in due correnti parziali di uguale intensità.

modo che il misuratore corrispondente indichi 12 N. Cosa indicano i misuratori nei tratti di fune B e C?

Possiamo prevedere il risultato. Da un lato sappiamo che la corrente di quantità di moto che attraversa la fune A continua a fluire nelle funi B e C. Pertanto, deve valere

$$F_A = F_B + F_C$$

Poiché l'intero sistema è simmetrico, deve valere anche:

$$F_B = F_C.$$

Con queste due equazioni si ottiene

$$F_B = F_A/2 \text{ e } F_C = F_A/2.$$

O più concretamente: se $F_A = 12$ N, allora $F_B = 6$ N e $F_C = 6$ N.

Le linee tratteggiate nella fig. 2.67 mostrano il percorso della quantità di moto. Si tratta di una quantità di moto diretta solo lungo *x* (se assumiamo la direzione *x* positiva verso destra).

Passiamo ora a un caso più complesso, fig. 2.68.

Tiriamo la fune A e notiamo che, indipendentemente dalla forza con cui tiriamo, lo strumento di misura in A indica sempre lo stesso valore di quello in B. Ciò non significa però che le intensità delle correnti di quantità di moto in A e in B siano uguali. Pur avendo lo stesso valore, esse differiscono nella direzione. Ricordiamo che la quantità di moto che scorre in una fune ha sempre la stessa direzione della fune. Nel tratto

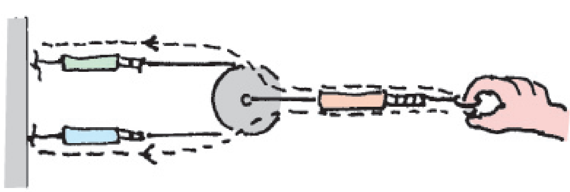

Fig. 2.67 Percorso della quantità di moto *x*

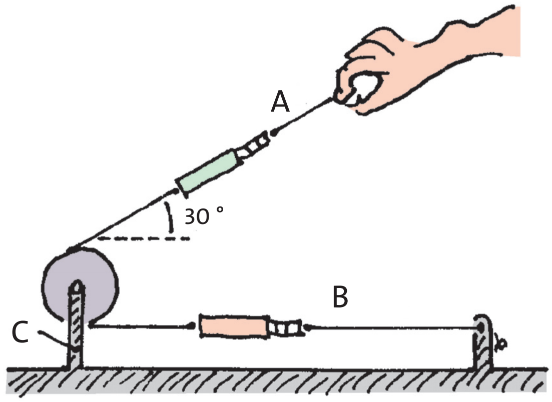

Fig. 2.68 Le correnti di quantità di moto nelle corde A e B hanno lo stesso valore ma direzioni diverse.

di fune B scorre una quantità di moto diretta lungo *x* verso la carrucola, mentre nel tratto di fune A scorrono quantità di moto *x* e *y* verso la carrucola.

Attraverso il supporto della carrucola, la somma dei due tipi di quantità di moto fluisce nel terreno. Con "somma" si intende naturalmente la somma vettoriale.

Riassumiamo:

> quando una fune passa su una ruota libera di ruotare (carrucola), le correnti di quantità di moto nelle due estremità della fune hanno lo stesso valore.

Esercizi

1. L'intensità della corrente di quantità di moto nella fune A in fig. 2.68 è 30 N. Disegna i vettori per le correnti di quantità di moto nelle funi A e B. Costruisci il vettore della corrente di quantità di moto in C mediante la somma vettoriale.
2. Nella fune L in fig. 2.69, a cui è appeso il carico, scorre una corrente di quantità di moto di 80 N. Costruisci i vettori della corrente di quantità di moto per i due tratti di fune inclinati. Costruisci i vettori per la corrente nel tratto di fune Z e quella nel supporto della carrucola di destra.

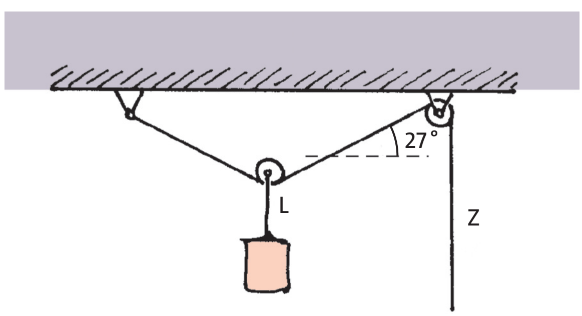

Fig. 2.69 Esercizio **2**

2.17 La relazione tra pressione e intensità della corrente di quantità di moto

Un blocco K è fissato tra due pareti con una molla F, fig. 2.70. Attraverso il sistema scorre una corrente di quantità di moto. La corrente di quantità di moto è sempre associata al fatto che il conduttore della corrente è sottoposto a *tensione meccanica*: o compressione o trazione. Ricorda la nostra regola: corrente di quantità di moto verso destra significa compressione, corrente di quantità di moto verso sinistra significa trazione.

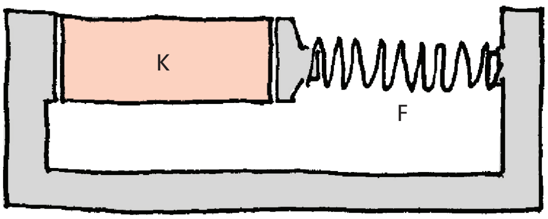

Fig. 2.70 Il blocco K è sottoposto a compressione.

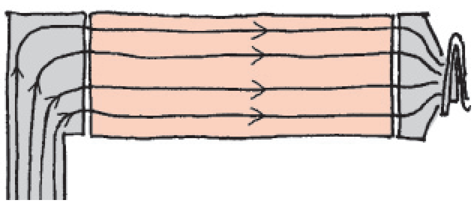

Fig. 2.71 La corrente di quantità di moto si distribuisce su tutta la sezione trasversale del blocco.

Consideriamo la tensione del blocco. Poiché le correnti di quantità di moto si distribuiscono su tutto il blocco, ogni parte del blocco è sottoposta a tensione di compressione; ogni parte "sente" la pressione, fig. 2.71.

Confrontiamo i due blocchi K_1 e K_2 in fig. 2.72

Poiché le due molle sono completamente identiche, in entrambi i casi scorrono correnti di quantità di moto di uguale intensità – supponiamo 200 Hy/s = 200 N. Il blocco K_2 ha una superficie trasversale maggiore rispetto al blocco K_1. Pertanto, il flusso di quantità di moto si distribuisce su una superficie maggiore. *L'intensità della corrente di quantità di moto per superficie* è quindi minore. Attraverso ogni centimetro quadrato della sezione trasversale del blocco K_1 scorre

$$\frac{200}{25}\,\mathrm{Hy/s} = 8\ \mathrm{N}.$$

Attraverso ogni centimetro quadrato della sezione trasversale del blocco K_2 scorre

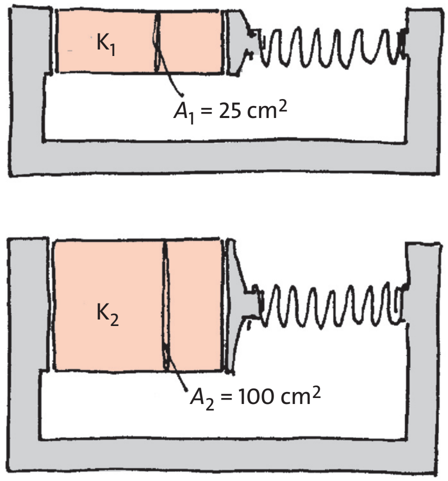

Fig. 2.72 Le correnti di quantità di moto in K_1 e K_2 hanno la stessa intensità. L'intensità della corrente di quantità di moto per superficie, ovvero la pressione, è maggiore in K_1 che in K_2.

$$\frac{200}{100}\,\mathrm{Hy/s} = 2\ \mathrm{N}.$$

Un pezzo di materia di K_1 "percepisce" quindi una pressione maggiore rispetto a un pezzo di materia di K_2 della stessa dimensione.

Vediamo quindi che per caratterizzare la tensione meccanica in un determinato punto all'interno di un corpo è possibile utilizzare l'intensità del flusso di quantità di moto per unità di superficie. Questa grandezza, ovvero il rapporto tra l'intensità della corrente di quantità di moto e la superficie attraverso cui essa scorre, è chiamata pressione. Si tratta della stessa grandezza fisica che abbiamo imparato a conoscere in precedenza in modo diverso.

Poiché la pressione è indicata con la lettera p,

$$p = \frac{F}{A}.$$

se si utilizza l'intensità della corrente di quantità di moto in Newton (N) e la superficie in m^2, si ottiene come unità di misura della pressione N/m^2. Questa unità di misura è chiamata *pascal*, simbolo Pa. Quindi:

$$\mathrm{Pa} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}.$$

1 Pa è una pressione molto piccola. Si utilizzano quindi spesso unità di misura maggiori

1 kPa = 1000 Pa e 1 MPa = 1 000 000 Pa,

o anche il bar:

1 bar = 100 000 Pa.

Torniamo ai nostri blocchi. Nel blocco K_1 prevale una pressione, o una *tensione di compressione*, come si dice anche, di

$$p_1 = \frac{F}{A_1} = \frac{200\ \text{N}}{0{,}0025\ \text{m}^2} = 80\,000\ \text{Pa} = 80\ \text{kPa}.$$

Per il blocco K_2 si ottiene

$$p_2 = \frac{F}{A} = \frac{200\ \text{N}}{0{,}01\ \text{m}^2} = 20\,000\ \text{Pa} = 20\ \text{kPa}.$$

(Le aree A_1 e A_2 devono essere espresse in m^2 affinché l'unità di misura della pressione sia Pa.)

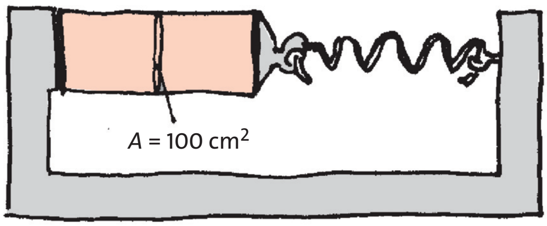

Fig. 2.73 Il blocco è sottoposto a trazione, la pressione è negativa.

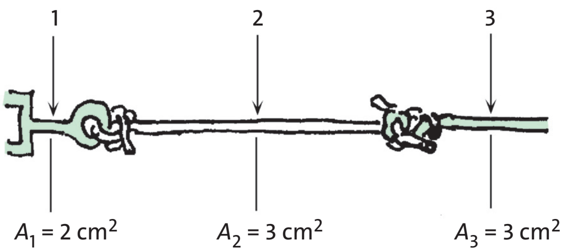

Fig. 2.74 Esercizio **1**

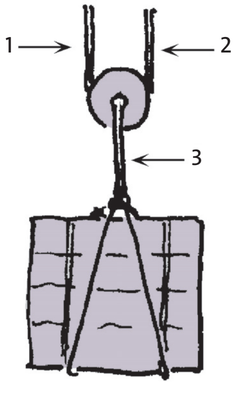

Fig. 2.75 Per l'esercizio **2**

Attraverso il corpo K nella fig. 2.73 scorre una corrente di quantità di moto di 200 N in direzione negativa.

Nel calcolo della grandezza p se ne tiene conto inserendo un segno meno davanti al valore dell'intensità di corrente. È:

$$p = \frac{-200\ \text{N}}{0{,}01\ \text{m}^2} = -20\,000\ \text{Pa} = -20\ \text{kPa}.$$

Un valore negativo della pressione significa quindi tensione di trazione.
Riepilogo:

> la pressione è uguale al rapporto tra l'intensità della corrente di quantità di moto e la superficie.

Esercizi

1. Un'auto viene trainata. La fig. 2.74 mostra un dettaglio: il gancio sull'auto che viene trainata, un pezzo di fune metallica e, annodata ad essa, una fune di plastica. Nell'auto scorre una corrente di quantità di moto di 420 N. Calcola la tensione nei punti 1, 2 e 3. Presta attenzione al segno: tensione di compressione o di trazione?
2. Le funi nella fig. 2.75 hanno una sezione trasversale di 1,5 cm^2. La cassa ha una massa di 12 kg. Calcola la tensione di trazione nei tre punti 1, 2 e 3.
3. Premi una puntina da disegno su una tavola di legno. Calcola la pressione che si esercita al centro, a metà altezza del chiodino. Qual è la pressione esercitata sulla punta della puntina da disegno?
4. Calcola la pressione che si genera sulla punta di un chiodo quando lo si colpisce con un martello.

2.18 Tensioni in tre direzioni

Vogliamo sottoporre un corpo contemporaneamente a una sollecitazione di compressione e di trazione. "Ma non è possibile", si potrebbe obiettare, "o è sottoposto a compressione o a trazione, sono due sollecitazioni che si escludono a vicenda!" Non ci preoccupiamo dell'obiezione e proviamo semplicemente a farlo – e ci riusciamo.

Prendiamo l'oggetto, ad esempio una spugna da lavagna, lo afferriamo con entrambe le mani e stringiamo le dita. Contemporaneamente tiriamo con le mani, fig. 2.76.

L'interno della spugna ora subisce effettivamente contemporaneamente una pressione e una trazione: pressione nelle direzioni orizzontali e trazione nella direzione verticale. La fig. 2.77 mostra una situazione simile: il blocco K è sottoposto a trazione nella direzione orizzontale e a pressione nella direzione verticale.

Tensioni in tre direzioni

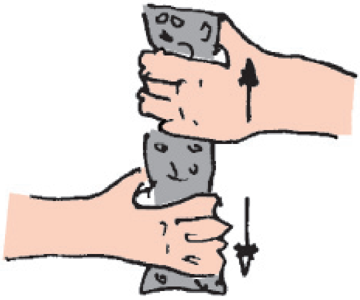

Fig. 2.76 L'interno della spugna è sottoposto a trazione in direzione verticale e a compressione in direzione orizzontale.

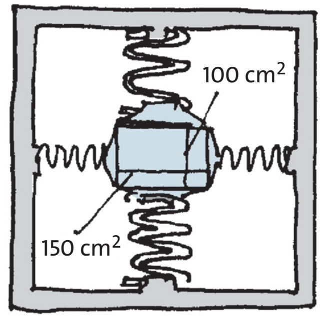

Fig. 2.78 Le pressioni in direzione orizzontale e verticale sono diverse.

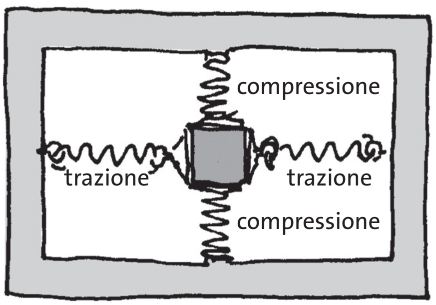

Fig. 2.77 Il blocco è sottoposto a compressione in direzione verticale e a trazione in direzione orizzontale.

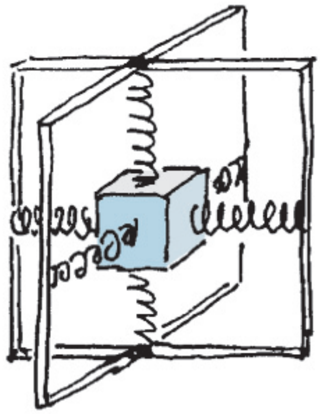

Fig. 2.79 Le pressioni possono essere scelte in tre direzioni perpendicolari tra loro.

Naturalmente è possibile sottoporlo a trazione in entrambe le direzioni o a compressione in entrambe le direzioni. Inoltre, le sollecitazioni di compressione o trazione nelle direzioni orizzontale e verticale possono avere valori diversi.

Nel caso della fig. 2.78, la pressione orizzontale ha il valore

$$p_1 = \frac{50\ \text{N}}{0{,}01\ \text{m}^2} = 5000\ \text{Pa} = 5\ \text{kPa}$$

e quella verticale

$$p_2 = \frac{300\ \text{N}}{0{,}015\ \text{m}^2} = 20000\ \text{Pa} = 20\ \text{kPa}.$$

Infine, è possibile sottoporre il blocco a una sollecitazione di compressione o di trazione arbitraria nella terza direzione spaziale, fig. 2.79. Ad esempio, può essere

$$p_1 = 5000\ \text{Pa}$$
$$p_2 = -2000\ \text{Pa}$$
$$p_3 = -40\,000\ \text{Pa}$$

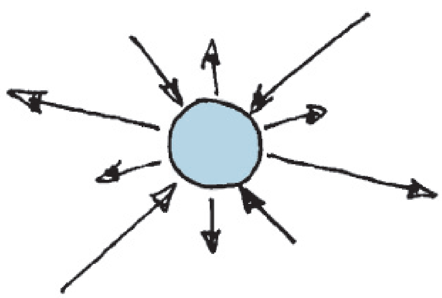

Fig. 2.80 Nella parte superiore della trave prevale una pressione in direzione orizzontale, nella parte inferiore una trazione.

Si potrebbe pensare che sia possibile continuare in questo modo, generando ulteriori valori di pressione in altre direzioni spaziali. Perché non cinque diverse pressioni (o trazioni) in cinque direzioni diverse, fig. 2.80? Perché non è possibile. La dimostrazione è piuttosto complessa. Accettiamo quindi semplicemente il risultato:

è possibile specificare pressioni o trazioni in tre direzioni perpendicolari tra loro.

Non appena si cerca di modificare la pressione in una quarta direzione, cambiano automaticamente anche le pressioni nelle prime tre direzioni.

Questo risultato vale per ogni punto all'interno di un corpo. Tuttavia, la tensione meccanica può variare da un punto all'altro. Nella spugna compressa della fig. 2.76, la pressione o la trazione al centro è sicuramente diversa da quella alle estremità superiore e inferiore.

Se la pressione in tre direzioni perpendicolari tra loro ha lo stesso valore, ad esempio 12 kPa, questa pressione, ovvero 12 kPa, è la pressione anche in tutte le altre direzioni spaziali.

Ogni materiale resiste solo a determinate sollecitazioni di compressione e trazione. Spesso un materiale è in grado di sopportare sollecitazioni di compressione molto più elevate rispetto a quelle di trazione.

Il calcestruzzo, ad esempio, sopporta sollecitazioni di compressione di circa 50 MPa, ma sollecitazioni di trazione pari solo a 1/20 di questo valore. A volte, tuttavia, una trave in calcestruzzo deve essere sottoposta a sollecitazioni di trazione in determinati punti. La fig. 2.81 mostra una trave in calcestruzzo che poggia alle estremità e sostiene un carico al centro: una situazione tipica. Il calcestruzzo nella parte superiore della trave è sottoposto a compressione in direzione orizzontale. Nella parte inferiore è sottoposto a trazione in direzione orizzontale. Poiché il calcestruzzo non è in grado di sopportare la sollecitazione di trazione, nelle zone di trazione viene rinforzato con acciaio. L'acciaio, infatti, è in grado di sopportare elevate sollecitazioni di trazione.

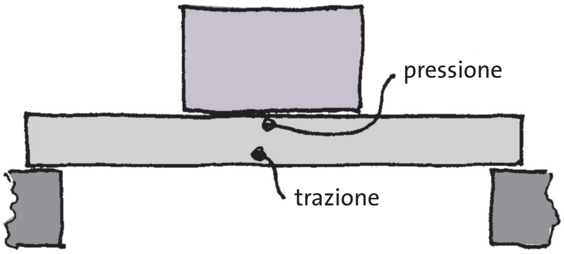

Fig. 2.81 Nella parte superiore della trave prevale una pressione in direzione orizzontale, nella parte inferiore una trazione.

Per lo stesso motivo, ovvero per aumentare la resistenza alla trazione del materiale, alcune materie plastiche vengono rinforzate con fibre di carbonio. Tali materiali vengono utilizzati, ad esempio, per la produzione di sci, trampolini per piscine e alianti.

Molti materiali non hanno la stessa resistenza in tutte le direzioni. Un esempio noto è il legno. Il legno di conifere sopporta una tensione di circa 10 MPa nella direzione delle venature, ma solo 1/20 di essa in direzione trasversale.

Compiti

1. Elenca i materiali che sopportano elevate sollecitazioni di trazione, ma solo lievi sollecitazioni di compressione.
2. Indica materiali che sopportano elevate sollecitazioni di compressione, ma solo lievi sollecitazioni di trazione.
3. Indica materiali che sopportano diverse sollecitazioni di compressione o trazione in diverse direzioni.

2.19 La pressione nei liquidi e nei gas

Finora abbiamo considerato la tensione meccanica negli oggetti solidi. (Anche una spugna è un oggetto "solido", poiché non è né liquido né gassoso.) Ora vogliamo mettere sotto pressione un liquido, ad esempio l'acqua. Inizialmente ci comportiamo in modo volutamente maldestro e proviamo a procedere in modo simile a quanto fatto con il blocco in fig. 2.70: premiamo l'acqua al centro dall'alto, fig. 2.82. Succede ciò che deve succedere: l'acqua scappa via lateralmente.

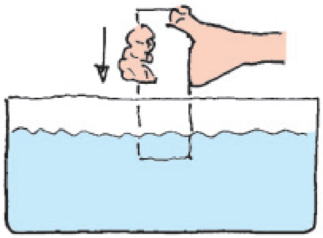

Fig. 2.82 In questo modo non è possibile mettere l'acqua sotto pressione. Essa scappa via lateralmente.

Quindi procediamo in modo diverso: blocchiamo l'acqua in modo che non possa fuoriuscire, fig. 2.83. Se la sezione trasversale del pistone è A = 5 cm^2 e l'intensità della corrente di quantità di moto è F = 200 N, si crea una pressione in direzione orizzontale di

$$p = \frac{F}{A} = \frac{200\ \text{N}}{0{,}0005\ \text{m}^2} = 400000\ \text{Pa} = 0{,}4\ \text{MPa}.$$

Poiché l'acqua tende a sfuggire nelle direzioni trasversali rispetto alla direzione di pressione del pistone, anche in queste direzioni trasversali si crea una tensione di compressione che ha lo stesso valore di quella nella

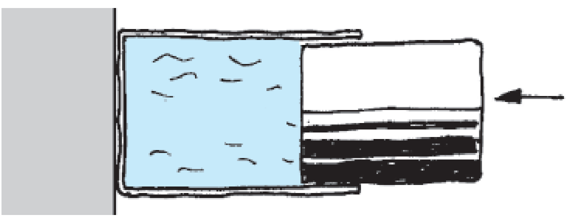

Fig. 2.83 Il pistone è sottoposto a pressione solo in direzione orizzontale, l'acqua in tutte le direzioni.

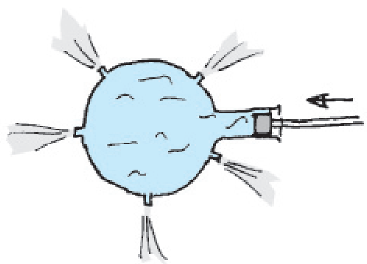

Fig. 2.84 Poiché la pressione è presente in tutte le direzioni, l'acqua schizza in tutte le direzioni.

direzione del pistone. In tutte le altre direzioni prevale una pressione dello stesso valore.

L'esperimento illustrato nella fig. 2.84 lo mostra in modo particolarmente chiaro.

Ciò vale anche per i gas, poiché anch'essi si spostano lateralmente se non vengono trattenuti.

> In qualsiasi punto di un liquido è presente la stessa pressione in tutte le direzioni.

2.20 La forza

Questa sezione tratta un altro termine per indicare un concetto ben noto.

Newton scrisse la sua grande opera, i "Principia Mathematica", in latino, come era consuetudine all'epoca. Quello che noi chiamiamo corrente di quantità di moto, lui lo chiamava "vis", in italiano "forza". Il simbolo *F* deriva dalla parola inglese "force".

Il nome "intensità di corrente di quantità di moto" per la grandezza *F* esiste solo dall'inizio del secolo scorso. Il nome "forza" per la grandezza *F* è ancora oggi molto diffuso, anzi è usato molto più spesso del nome "intensità di corrente di quantità di moto". Dobbiamo quindi abituarci al suo uso. Tuttavia, c'è un problema: sebbene "forza" indichi la stessa grandezza fisica di "intensità di corrente di quantità di moto", i due termini vengono utilizzati in modo molto diverso. Chiamiamo "modello di corrente di quantità di moto" una descrizione che utilizza correnti di quantità di moto e "modello di forza" una descrizione che utilizza forze.

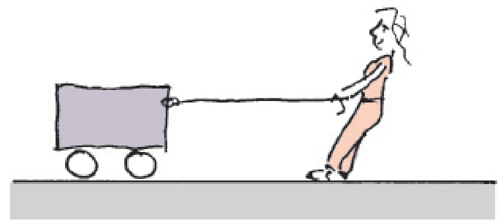

Fig. 2.85 Lilly esercita una forza sul carrello. In questo modo cambia la quantità di moto del carrello.

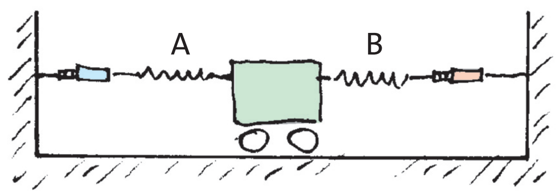

Fig. 2.86 La molla A esercita sul carrello una forza diretta verso sinistra, la molla B una forza diretta verso destra. Poiché queste forze hanno lo stesso valore, la quantità di moto del carrello non cambia.

Spieghiamo l'uso del modello di forza con l'aiuto delle fig. 2.85 e fig. 2.86. Nella fig. 2.85, Lilly tira un carrello, in modo che questo si muova verso destra. Innanzitutto, ricordiamo la descrizione nel modello della corrente di quantità di moto:

- Lilly pompa quantità di moto dalla Terra al carrello attraverso la fune. In questo modo la quantità di moto del carrello aumenta.

Con il modello di forza si descrive lo stesso processo in questo modo:

- Sul carrello agisce una forza. In questo modo aumenta la quantità di moto del carrello.

Ora consideriamo la situazione di fig. 2.86 prima con il modello della corrente di quantità di moto:

- Abbiamo un circuito chiuso. La quantità di moto fluisce da destra attraverso la molla nel carrello e fuoriesce nuovamente a sinistra. Poiché tutta la quantità di moto che entra nel carrello defluisce da esso, allora la quantità di moto del carrello non cambia.

Nel modello di forza la descrizione è leggermente più complessa:

- la molla A esercita sul carrello una forza diretta verso sinistra, mentre la molla B esercita sul carrello una forza diretta verso destra di uguale intensità. Poiché le forze hanno lo stesso valore ma agiscono in direzioni opposte, la quantità di moto del carrello non cambia.