

Heft 5

Herausgeber
G. Falk und
F. Herrmann

**Konzepte eines
zeitgemäßen
Physikunterrichts**

Klassische Mechanik
in moderner Darstellung

Schroedel Schulbuchverlag

Die Schriftenreihe **Konzepte eines zeitgemäßen Physikunterrichts** wendet sich an Naturwissenschaftler, insbesondere an Physiker, deren Aufgabe die Vermittlung physikalischen Wissens ist. Anders als eine Zeitschrift dient diese Reihe nicht der Veröffentlichung voneinander unabhängiger Einzelbeiträge, sondern der Vorstellung inhaltlich und didaktisch neuer Konzepte des Physikunterrichts. In erster Linie ist dabei an den Physikunterricht in den verschiedenen Schularten gedacht, aber auch an die Lehre im Fach Physik an den Universitäten.

Jedes Heft ist der Darlegung eines einzigen derartigen Konzepts oder Teilen davon gewidmet. Dabei soll klar werden, welchem Zweck das Konzept dient, welche inhaltlichen und didaktischen Vorteile es gegenüber herkömmlichen Verfahrensweisen hat oder zumindest, welche Änderungen es propagiert, und wie es sich, möglichst in Beispielen, realisieren läßt – kurz, es sollte seine wissenschaftliche wie didaktische Tragfähigkeit sichtbar werden.

ISSN 0722-7744
ISBN 3-507-76085-1

© 1982 Schroedel Schulbuchverlag GmbH, Hannover

Alle Rechte vorbehalten.

Die Vervielfältigung und Übertragung auch einzelner Textabschnitte, Bilder oder Zeichnungen ist – mit Ausnahme der Vervielfältigung zum persönlichen und eigenen Gebrauch gemäß §§ 53, 54 URG – ohne schriftliche Zustimmung des Verlages nicht zulässig. Das gilt sowohl für Vervielfältigung durch Fotokopie oder irgendein anderes Verfahren, als auch für die Übertragung auf Filme, Bänder, Platten, Arbeitstransparente oder andere Medien.

Satz: Bauer & Bökeler Filmsatz GmbH, Denkendorf
Druck und Einband: Konkordia GmbH für Druck und Verlag, Bühl/Baden

8210

Inhaltsverzeichnis

Übersicht	5
<i>G. Falk</i> Der Impuls als charakteristische Größe der Mechanik	7
<i>F. Herrmann</i> Der Impulsstrom	19
<i>F. Herrmann</i> Stromrichtung und Vorzeichen der Stromstärke ✓	26
<i>F. Herrmann und P. Schmälzle</i> Impulsströme in statischen Anordnungen	34
<i>W. Stöbel</i> Die Rolle der Energie in der Mechanik	42
<i>G. Falk, G. Heiduck und G. Bruno Schmid</i> ✓ Impulsströme im elektromagnetischen Feld . ✓	53
<i>F. Herrmann</i> Mechanik im Schulunterricht	65

Anschrift der Autoren:

Prof. Dr. G. Falk, G. Heiduck, Prof. Dr. F. Herrmann, P. Schmälzle, Dr. G. Bruno Schmid
Institut für Didaktik der Physik,

Prof. Dr. W. Stöbel
Institut für Angewandte Physik,

Universität Karlsruhe, Kaiserstraße 12, 7500 Karlsruhe 1, Physikhochhaus

Übersicht

Noch heute wird Mechanik im wesentlichen so gelehrt, wie sie seit mehr als 150 Jahren gelehrt wird, nämlich in der Form, wie sie von *Galilei*, *Descartes*, *Huygens*, *Leibniz* und vor allem von *Newton*, *Lagrange* und *Hamilton* entwickelt wurde. Liegt das etwa daran, daß die Mechanik in dieser Form schlechthin vollendet ist, also keine begriffliche Verbesserung zuläßt? Zumindest gibt es bis heute keine Formulierung, die es in Brauchbarkeit mit der traditionellen aufnehmen könnte, und daher sieht es so aus, als könnten wir allen Grund haben, mit dieser Tradition zufrieden zu sein. Dennoch: Sollten 150 Jahre physikalische Forschung keinen wesentlichen Beitrag auch zur Frage der begrifflichen Darstellung der Mechanik geleistet haben? In dieser Zeitspanne wurden nicht nur in anderen Gebieten der Physik Fortschritte erzielt, es wurden auch Entdeckungen gemacht und Theorien aufgestellt, die die Mechanik unmittelbar betreffen, wie Relativitätstheorie und Quantenmechanik. Daß auch der Einfluß der beiden letztgenannten Theorien auf die Darstellung der Mechanik so gering war, liegt wohl daran, daß beide Aussagen machen über Systeme in Zuständen, die wir als extrem empfinden, nämlich in Zuständen mit hohen Geschwindigkeiten, hohen Massendichten, kleinen Ausdehnungen.

Bereits die Elektrodynamik hätte einen Einfluß auf die Struktur der Mechanik nehmen können, wenn auch nicht in unmittelbarer praktischem, sondern mehr in begrifflichem Sinn. Die Elektrodynamik war nicht nur historisch die erste *Nahewirkungstheorie*, sie ist bis heute das Vorbild aller physikalischer Nahewirkungs- oder Feldtheorien geblieben. Die Mechanik hätte von ihr lernen können. Schließlich hatte *Newton* selbst schon seine Fernwirkungsformulierung der Gravitation als Provisorium empfunden. In einem Brief an *Bentley* schreibt er: „Die Behauptung, die Materie besitze eine eingeborene, inhärente und wesentliche Schwerkraft, so daß der eine Körper eine Fernwirkung auf den anderen ausüben kann, und zwar durch ein Vakuum, ohne die Vermittlung von irgendetwas, durch welches ihre Wirkung und Kraft vom einen zum anderen fortgepflanzt werden könnte, ist für mich eine derartige Absurdität, daß sie meines Erachtens einem fähigen Philosophen niemals in den Sinn kommen kann.“ [1].

Seit der Relativitätstheorie wissen wir, daß *Energie* und *Impuls* eigenständige *mengenartige Größen*

sind, die beide eine fundamentale Rolle in der ganzen Physik spielen. Trotzdem werden noch heute beide Größen auf andere, scheinbar fundamentalere (wie Geschwindigkeit und Masse) zurückgeführt. Die Quantentheorie hat schließlich gezeigt, daß *Energie*, *Impuls* und *Drehimpuls* auch im Mikroskopischen eine fundamentalere Bedeutung haben als etwa die Begriffe *Geschwindigkeit*, *Ort* oder *Bahn*.

Im vorliegenden Heft wird eine Neudarstellung der Mechanik vorgestellt, die diese Entwicklungen berücksichtigt. In ihr spielen die mengenartigen Größen *Impuls* und *Energie* die wichtigste Rolle: der *Impuls* als die die Mechanik charakterisierende Größe und die *Energie* als eine in allen Teilgebieten der Physik gleichermaßen wichtige Variable.

Beide Größen werden als mengenartige Größen behandelt, d. h. so, wie man es in der traditionellen Physik von der Masse und der elektrischen Ladung gewohnt ist. Zu jeder mengenartigen Größe gibt es einen Strom. Demnach folgen die Stromstärken von *Impuls-* und *Energiestrom* in ihrer Wichtigkeit gleich nach *Impuls* und *Energie* selbst.

Diese Darstellung ist zum traditionellen Aufbau insofern äquivalent, als es keine Fragestellung gibt, die in dieser neuen Darstellung gelöst, in der alten aber nicht gelöst werden kann und umgekehrt; denn in der mathematischen Fassung unterscheiden sich die beiden Darstellungen nicht. Sie unterscheiden sich dagegen in der verbalen Beschreibung und in den der Beschreibung zugrundeliegenden Bildern, ohne die ja keine Beschreibung auskommt. Die Vorteile der neuen Darstellung sind typisch didaktischer Art.

Welches sind diese Vorteile?

- Die Neudarstellung ist eine Formulierung im Sinn einer *Nahewirkungstheorie*. Felder erscheinen nicht als Hilfsmittel, um Kraftwirkungen auf Körper zu beschreiben, sondern als *physikalische Systeme*, die genauso real sind wie die Körper selbst.
- Da die *Mengenartigkeit* des Impulses (und auch der Energie) von Anfang an offensichtlich wird, wird die Beschreibung physikalischer Vorgänge einfacher, bildhafter und dadurch durchsichtiger als in der traditionellen Mechanik. Mechanische Vorgänge werden daher in weit größerem Maße als gewohnt mit dem Vokabular der normalen Umgangssprache beschreibbar. Mit den Wörtern *Impuls*

und Impulsstrom (= Kraft) geht man genauso um wie etwa mit den Wörtern Wasser und Wasserstrom. Insbesondere kommen Bezeichnungen, die zum Vokabular einer Fernwirkungstheorie gehören, nicht vor (wie z. B. Kraft, Arbeit, Leistung, Austausch, Wechselwirkung). Die Transparenz der Beschreibung führt dazu, daß der Lernende sehr früh Fragen stellt, die bei traditioneller Sprechweise nicht naheliegen. So liegt die Frage nach der Impulsstromverteilung etwa zwischen zwei elektrisch geladenen Körpern auf der Hand, wogegen dieselbe Frage in der Sprache der traditionellen Mechanik formuliert (als Frage nach dem „Spannungszustand des Raums“ zwischen den Körpern) sich kaum von selbst stellt.

- Die hier vorgestellte Mechanik ist in ihrer formalen Struktur anderen Teilgebieten der Physik sehr ähnlich, z. B. der Elektrizitätslehre, der Thermodynamik und der Chemie [2]. Diese Tatsache macht die Physik nicht nur ästhetischer, sie macht das Erlernen der Physik auch ökonomischer.

Das vorliegende Heft kann kein Lehrbuch der Mechanik ersetzen. Die Darstellungen sind zwangsläufig knapp und setzen eine gute Kenntnis der Mechanik voraus. Auf die Darstellung mancher Teilgebiete der Mechanik mußte aus Platzgründen verzichtet werden, so etwa auf die Mechanik der Drehbewegungen, also des Drehimpulses, oder auf die Mechanik der materiellen Kontinua.

Das vorliegende Konzept wurde auf verschiedenen Niveaus erprobt. Eine Version, die sich auf Drehbewegungen und Drehimpulsströmungen beschränkt, wurde mit sehr gutem Erfolg in Schulklassen der Orientierungsstufe erprobt [3]. Nach der im letzten Aufsatz des vorliegenden Heftes vorgeschlagenen Version wurde von den Herren *Fleig* und *Plappert* an zwei Schulen in elften Klassen unterrichtet. Wir danken beiden für ihre fruchtbaren Bemerkungen, die wir in diesem Heft verwenden konnten. In ausführlicher Form wurde diese Mechanik schließlich in der Anfängervorlesung Experimentalphysik I an der Universität Karlsruhe vorgestellt.

Nun zum Inhalt des vorliegenden Heftes: Im ersten Aufsatz wird der Impuls als eigenständige, fundamentale Größe eingeführt, für die Beziehungen gelten, die zu denen der elektrischen Ladung analog sind. Es wird gezeigt, daß eine Definition des Impulses als Produkt aus Masse und Geschwindigkeit weder vorteilhaft noch allge-

mein genug ist. Im zweiten Aufsatz wird gezeigt, daß die Größe Kraft identisch ist mit der Stromstärke eines Impulsstroms. Mit dieser Einsicht werden die Aussagen der *Newtonschen* Axiome nicht nur sehr einfach, sie werden zum Teil fast trivial.

Der ganze dritte Aufsatz behandelt Vorzeichenfragen. Daß das notwendig ist, liegt nur insofern an unserer Neudarstellung, als in ihr Vorzeichenfragen klarer formuliert werden können und dadurch bewußt werden. Jedes dort angesprochene Problem hat aber sein Analogon in der traditionellen Mechanik.

Der vierte Aufsatz behandelt statische Tragwerke. Die bekannte Regel vom Kräftedreieck erweist sich als eine „*Kirchhoffsche* Knotenregel“ für Impulsströme. Die Frage, welchen Weg Impulsströme in Tragwerken nehmen, führt zu interessanten Einsichten. Die Behandlung dieser Frage ist der Behandlung eines einfachen Sonderfalls des mechanischen Spannungstensors äquivalent. Der Aufsatz führt eine sehr anschauliche Darstellung dieses Tensors ein, die im sechsten Aufsatz wieder aufgegriffen wird.

Der fünfte Aufsatz behandelt die Rolle der Energie in der Mechanik. Die Energie wird konsequent als mengenartige Größe behandelt. Es wird die Unzweckmäßigkeit der Bezeichnung „potentielle Energie eines Körpers“ begründet.

Im Aufsatz 6 werden Impulsstromverteilungen in elektromagnetischen Feldern untersucht. Dieses Thema erscheint in seiner traditionellen Form als recht schwierig. Hier dagegen stellen sich Impulsstromdichten (= „mechanische Spannungen“) als etwas sehr natürliches dar. Die benutzte grafische Darstellung des Impulsstromdichtetensors gestattet es, zu einer anschaulichen Vorstellung dieser Ströme zu gelangen.

Im siebenten Aufsatz schließlich wird ein Unterrichtsgang für die Schule skizziert. Dieser setzt sehr wenig Mathematik voraus. Es wurde dabei an einen Unterricht in Klasse 11 gedacht. Eine Anpassung an die Mittelstufe dürfte aber keine großen Schwierigkeiten bereiten.

Literatur

- [1] *H. W. Turnbull*: „The Correspondence of Isaac Newton“ Newton to Bentley (1692) Volume III, University Press, Cambridge 1961 (S. 253/254)
- [2] *G. Falk, F. Herrmann*: „Konzepte eines zeitgemäßen Physikunterrichts“, Heft 3, Schroedel Verlag, Hannover 1979
- [3] *G. Falk, F. Herrmann*: NEUE PHYSIK, „Das Energiebuch“, Schroedel Verlag, Hannover 1981

Der Impuls als charakteristische Größe der Mechanik

1. Die Stellung der Mechanik in der Physik

Jeder, der Physikunterricht gehabt hat, weiß, daß die Physik mit der Mechanik beginnt. Danach folgen – oft in wechselnder Reihenfolge – Wärmelehre, Elektrizität und Optik, schließlich moderne Gebiete wie Atom- und Kernphysik. Auffallend sind dabei zwei Dinge. Einmal sind die einzelnen Gebiete relativ scharf gegeneinander abgegrenzt, sowohl durch die in ihnen behandelten Gegenstände und Vorgänge als auch durch die Art und Weise, wie diese begrifflich erfaßt werden. Zum zweiten steht die Mechanik am Anfang, während bei den übrigen Gebieten Vertauschungen der Reihenfolge durchaus vorkommen. Beruht diese Vorzugsstellung der Mechanik auf logischem Zwang oder handelt es sich um nicht mehr als eine eingefahrene Gewohnheit?

Zur Klärung dieser Frage werfen wir einen kurzen Blick auf die Beziehung der einzelnen Gebiete der Physik untereinander. Eine besonders einfache Beziehung ist z. B. folgende: Ist die Kenntnis eines Gebietes A ein ausgesprochener Vorteil oder gar notwendige Voraussetzung zum Verständnis eines Gebietes B oder ist das nicht der Fall? Ist beispielsweise die Kenntnis der Wärmelehre von Vorteil oder gar Voraussetzung zum Verständnis der Elektrizitätslehre? Nimmt man zur Entscheidung dieser Frage die gängigen Lehrbücher der Physik zur Hand, so genügt eine relativ oberflächliche Durchsicht, um sie klar mit nein zu beantworten. Ebenso wenig ist – nach diesen Verfahren geurteilt – die Kenntnis der Elektrizitätslehre von ausgesprochenem Vorteil für ein Verständnis der Wärmelehre. Fragt man dagegen, ob die Kenntnis der Mechanik von Vorteil ist zum Verständnis der Wärme- oder Elektrizitätslehre, so fällt die Antwort in beiden Fällen positiv aus: Ein Großteil der Wärmelehre besteht gewöhnlich aus einer eingehenden Schilderung des mechanischen Gasmodells; in der Elektrizitätslehre werden sowohl Ladungen als auch Felder durch Kraftwirkungen auf Körper nachgewiesen, die als mechanische Massenpunkte behandelt werden.

Diese wenigen Beispiele genügen bereits, um klarzumachen, warum die Mechanik am Anfang steht: Es gibt scheinbar so gut wie kein Gebiet der

Physik, in das die Mechanik nicht hineinspielt, in dem ihre Kenntnis nicht zumindest von Vorteil, wenn nicht gar Voraussetzung ist. Es sieht so aus, als wäre ihre Stellung am Anfang jedes Physikunterrichts unausweichlich.

Dennoch hat diese Antwort, so einleuchtend sie scheint, einen offensichtlichen Haken. Wir haben uns nämlich mit unserem Kriterium auf die gängigen Lehrbücher der Physik gestützt, d. h. auf eben jene Bücher, die selbst die Mechanik an den Anfang stellen. Selbstverständlich geht jedes Lehrbuch – nicht nur der Physik, sondern jedes Faches – so vor, daß es schon Gelerntes, in unserem Fall also die Mechanik, für die folgenden Lernschritte zu nutzen sucht, oftmals sogar um den Preis, ganze Fragenkomplexe, bei denen das nicht gelingt, fortzulassen. Als Beispiel aus der Physik erwähnen wir nur die Rolle chemischer Reaktionen bei elektrischen Vorgängen, die z. B. in Batterien oder in Lebewesen ablaufen. Obwohl die elektrische Batterie zu den technischen Dingen gehört, die jedes Kind kennt, sucht man ihre sachgemäße Behandlung vergeblich in dem Bereich, den die Physik als „Elektrizitätslehre“ anbietet – einfach weil es schwer gelingt, Batterien mit den gängigen elektromagnetischen Begriffen zu behandeln.

Vielleicht wird man sich zur Begründung der Sonderstellung der Mechanik berufen auf die historische Entwicklung und die gern als psychologische Wahrheit ausgegebene Behauptung, die historische Vorgehensweise sei auch didaktisch die beste. Aber auch das zieht nicht! Geschichtliche Entwicklungen folgen, im Rückblick gesehen, selten geraden Wegen. Was einer Zeit höchst naheliegend und einleuchtend erscheint, braucht für eine spätere Generation keineswegs mehr diesen Vorzug zu genießen.

Die Aufsätze dieses Heftes wollen klarmachen, daß nach unseren heutigen Einsichten die Vormachtstellung, die die Mechanik traditionell besitzt, keineswegs notwendig, ja nicht einmal berechtigt ist. Didaktisch ist sie sogar von Nachteil. Der Grund liegt darin, daß die Begriffe, mit denen die *Newtonsche* Mechanik Vorgänge beschreibt, nicht auf andere Gebiete der Physik übertragbar sind. Infolgedessen verhindert eine allzu große Betonung der Mechanik eine begriffliche Vereinheitlichung der Physik, wie sie mit Hilfe der men-

genartigen Größen gelingt [1]. Hat man sich aber die Sichtweise dieser Vereinheitlichung einmal zu eigen gemacht, so erkennt man, daß die Mechanik schwieriger ist als manches andere Teilgebiet der Physik, insbesondere schwieriger als die Elektrizitätslehre. Daher ist es in keinem Fall ratsam, die Mechanik an den Anfang des Physikunterrichts zu stellen.

2. Die traditionelle Aufbauweise der Mechanik

Um die Mechanik mit anderen Gebieten der Physik, insbesondere der Elektrizitätslehre zu vergleichen, rufen wir uns ihre gewohnte Aufbauweise kurz ins Gedächtnis. Gegenstand der Mechanik ist das *Problem der Bewegung*. In enger Anlehnung an unser unmittelbares Empfinden dessen, was „sich bewegen“ heißt, geht die Mechanik so vor, daß sie unsere intuitive Vorstellung vom bewegungsfähigen, individuellen Objekt in abstrakte Begriffe umsetzt. Zentral ist dabei der Begriff des beweglichen, stetig verfolgbaren Punkts. Die *mechanischen Prozesse* eines Objektes, eines Körpers, also das, was wir seine Bewegungen nennen, werden beschrieben durch die Angabe der Größen *Ort* $r(t)$ und *Geschwindigkeit* $v(t) = dr/dt$ des den Körper repräsentierenden Punkts als Funktionen der Zeit t . Durch die Angabe der *Masse* m des Objekts wird der Punkt zum „Massenpunkt“. Zwar wird die Masse m als physikalische Größe bezeichnet, aber operativ wird sie doch wesentlich anders gehandhabt als beispielsweise die Größen r und v . Während r und v nämlich ihre Werte ändern können, ohne den Massenpunkt als Individuum in Frage zu stellen, bildet eine Änderung von m ein (zumindest psychologisches) Problem: Im Gegensatz zum realen Objekt, bei dem eine Änderung seiner Masse keineswegs die Aufgabe der Individualität bedeutet (sonst dürfte niemand mehr sein Gewicht ändern), bleibt der Massenpunkt – schon deshalb, weil nach Auffassung der Mechanik die Masse die einzige Eigenqualität ist, die er besitzt – nicht derselbe. Der Wert m der Masse haftet dem Massenpunkt an wie ein wesensbestimmender Name, wie ein Symbol seiner individuellen Einmaligkeit.

Das Schicksal des Objekt-Darstellers „Massenpunkt“, d. h. seine Bewegungen – denn diese sind in der Mechanik sein einziges Schicksal – wird bestimmt durch die „auf ihn wirkende Kraft F “. Diese hat in jedem Augenblick t , an jedem Ort r

und bei jeder Geschwindigkeit v einen Wert $F(r, v, t)$, der durch alle übrigen Objekte der Welt, also alle anderen Massenpunkte in der Welt, bestimmt ist. Auf welche Weise F das Schicksal des Massenpunktes, also die zeitlichen Änderungen seines Orts r und seiner Geschwindigkeit v festlegt, regelt das 2. *Newtonsche Axiom*

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = F. \quad (1)$$

Neben den Größen r, v, m und F gibt es in der Mechanik zwar noch weitere physikalische Größen, aber im Grunde sind diese überflüssig, denn die Bewegung ist durch die angegebenen „primären“ Größen r, v, m und F bereits vollständig erfaßt. Alle weiteren physikalischen Größen haben demgemäß den Anstrich sekundärer Wichtigkeit, sie haben den Charakter von „Hilfsbegriffen“. Demgemäß werden sie auch mit Hilfe der primären Größen, r, v, m, F definiert. So sind der *Impuls* p , die *kinetische Energie* E_{kin} , die *potentielle Energie* E_{pot} erklärt durch die Beziehungen

$$p = mv, E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2, E_{pot}(r) = -\int_{r_0}^r F(r') dr'. \quad (2)$$

Die Summe

$$E = E_{kin} + E_{pot} \quad (3)$$

wird die *Gesamtenergie* des Massenpunktes genannt. Sie behält bei „ungestörten“ Bewegungen ihren Wert bei, sie bleibt, wie man kurz sagt, konstant.

Wir fügen noch zwei Bemerkungen an. Zunächst ist E_{pot} gemäß (2) nur erklärbar, wenn das Kraftfeld $F(r)$ die Eigenschaft hat, *konservativ* zu sein. Nun sind aber alle Reibungskräfte nicht-konservativ, so daß sich bei Berücksichtigung der in der physikalischen Realität überall und immer auftretenden Reibung E_{pot} und damit auch die Gesamtenergie E nach (2) und (3) streng genommen gar nicht definieren lassen. Das gelingt nur in einem idealen, reibungsfreien Abbild der Welt. Vom Standpunkt der Mechanik, d. h. der Beziehungen (2) und (3) aus betrachtet, können demnach die Größen E_{pot} und E gar keinen mit F vergleichbaren Fundamentalitätsanspruch erheben. Vermutlich ist das einer der Gründe, warum bis zur Mitte des vorigen Jahrhunderts weder die Größe E_{pot} noch die Gesamtenergie E explizit in der Mechanik auftraten. Dabei war E als „Integral der Bewegung“ in konservativen Kraftfeldern durchaus bekannt. Daß dieses Integral in der Himmelsmechanik praktisch sehr nützlich ist, die Kräfte der Himmelsmechanik also hinreichend konservativ sind, schien allerdings nicht viel mehr zu sein als ein Glücksfall. Jedenfalls kam es keinem der gro-

Ben Mathematiker und Physiker des 18. und 19. Jahrhunderts in den Sinn, in diesem Integral einen mit der Kraft ranggleichen Begriff zu erblicken. Noch 1847 stieß *Helmholtz*, als er die Energie E in den Rang erheben wollte, den wir ihr heute selbstverständlich zubilligen, zunächst auf Widerstand vor allem von Seiten der Physiker, für die die Mechanik das maßgebliche Vorbild dessen war, was Physik eigentlich ist. Tatsächlich ist es logisch unmöglich, die fundamentale Rolle der Energie E allein von Seiten der Mechanik her zu begreifen. Daher ist diese Reaktion der mechanisch geschulten Physiker kein Wunder; ebenso wenig ist es verwunderlich, daß die Entdeckung der zentralen Rolle der Energie vor allem mit Namen von Physikern verknüpft ist, die sich weniger mit mechanischen als mit anderen naturwissenschaftlichen Problemstellungen beschäftigten: mit der Wärme (*Carnot*, *Mayer*, *Joule*), der Elektrizität und deren Zusammenhang mit chemischen Reaktionen (*Joule*, *Helmholtz*), oder mit biologischen Phänomenen (*Mayer*).

Die zweite Bemerkung betrifft den Fernwirkungscharakter der Mechanik, vor allem einige daraus resultierende psychologische Gewohnheiten im Umgang mit physikalischen Größen. Die Kraft $F(\mathbf{r})$, die ein Massenpunkt der Masse m am Ort \mathbf{r} erfährt, wird, da ja in der Mechanik die ganze materielle Welt in Massenpunkte aufgelöst wird, von allen übrigen Massenpunkten in der Welt bestimmt, genauer von ihren Orten \mathbf{r}_i , ihren Geschwindigkeiten \mathbf{v}_i und ihren Massen m_i . Wie von Zauberhand geleitet stellt sich, wenn irgendwelche Massenpunkte in der Welt ihre Werte $\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i, m_i$ ändern, die auf den am Ort \mathbf{r} befindlichen Massenpunkt wirkende Kraft $F(\mathbf{r})$ auf den richtigen Wert ein. Das ist nicht nur im *Newtonschen* retardierungsfreien Gravitationsgesetz so, es bleibt auch so, wenn man die Retardierung berücksichtigt. Nach wie vor bleibt nämlich der mysteriöse (wenn auch eventuell mit Verzögerung wirksam werdende) Automatismus des aus der Ferne gesteuerten Einstellens von $F(\mathbf{r})$ auf den jeweils „richtigen“ Wert bestehen. Dieses Bild vom physikalischen Geschehen hat nun einige recht subtile und schwer erkennbare Folgen in der Vorstellung, die man mit dem Begriff der physikalischen Größe verbindet. So haben in der traditionellen Mechanik die „sekundären“ physikalischen Größen, wie die unter (2) und (3) genannten, keine sehr greifbare Existenz. Sie sind dem Massenpunkt nur „zugeordnet“ und zwar in einem Sinn, der keine anschauliche Seite besitzt. Zwar sagt man, das durch den Massenpunkt repräsentierte Objekt *habe* einen bestimmten Impuls, aber das

ist nicht sehr gegenständlich gemeint. Man frage nur, ob und wo bei einem Bewegungsvorgang der Impuls lokalisiert ist, genauer: Wie seine momentane räumliche Verteilung jeweils aussieht und wie er von Ort zu Ort gelangt. Man wird schnell eines anderen belehrt werden: Der Impuls ist nichts als das Produkt $m\mathbf{v}$ und dem Objekt nur im Sinn einer mathematischen Konstruktion zugeordnet. Er ist nichts, was eine anschauliche gegenständliche Vorstellung rechtfertigt. Ähnlich steht es mit der kinetischen Energie, obwohl man ihr vielleicht etwas mehr bildhafte Realität zuzugestehen bereit ist. Jedoch nur wenige werden sich soweit hinreißen lassen, der kinetischen Energie eine räumliche Verteilung und damit eine Dichte mit realer physikalischer Bedeutung zuzubilligen, so wie man das mit der *Massé* ganz selbstverständlich tut.

Dieser etwas distanzierte Umgang mit den physikalischen Größen äußert sich auch in der Gewohnheit, potentielle und kinetische Energie sprachlich gleich zu behandeln, also von der potentiellen Energie *eines Massenpunkts* oder eines Körpers ebenso zu sprechen wie von *seiner* kinetischen Energie. Würde man den Größen in (2) und (3) wirklich mehr physikalische Bedeutung zugeben als bloße „Zuordnung“ zu dem betrachteten Massenpunkt bzw. dem durch den Massenpunkt repräsentierten Objekt, so wäre diese sprachliche Gewohnheit bei der sonst in der Physik üblichen wissenschaftlichen Strenge nicht möglich. Da $F(\mathbf{r})$ die von der Außenwelt auf das Objekt ausgeübte Kraft repräsentiert, kann, wie das Integral in (2) unmittelbar deutlich macht, E_{pot} gar keine Eigenschaft des Objekts allein sein. Vielmehr ist E_{pot} seiner Konstruktion nach sowohl durch das Objekt als auch durch die ganze Außenwelt, also alle anderen Objekte in der Welt bestimmt. Daher ist von vornherein klar, daß sich E_{pot} gar nicht im Bereich des betrachteten Objekts lokalisieren lassen kann. Bei der kinetischen Energie ist die Situation völlig anders. Wie (2) deutlich zeigt, werden zur Bildung von E_{kin} nur Größen des durch den Massenpunkt repräsentierten Objekts selbst benutzt, dagegen keine Größen der restlichen Welt. Wenn trotzdem Physiker vom Rang eines *Helmholtz* (der aus der „Kraftfunktion“ oder dem „Potential“ der Mechanik den Begriff der potentiellen Energie gemacht hat) und eines *Jacobi* von der potentiellen Energie „eines Massenpunkts“ ebenso sprechen wie von „seiner“ kinetischen Energie, so beweist das nur, daß diese Größen nicht als lokalisierte Größen gesehen, sondern abstrakt aufgefaßt und ebenso abstrakt dem durch den Massenpunkt repräsentier-

ten Objekt „zugeordnet“ wurden. Das beweist aber gleichzeitig auch, wie wenig naheliegend es offenbar ist, auf dem Weg der *Newtonschen Mechanik* (d.h. auf einem Weg, der heute noch durchweg in den Lehrbüchern besprochen wird) eine gegenständliche Anschauung von den mengenartigen physikalischen Größen zu bekommen und Vertrauen in ihre einfache Handhabung zu gewinnen.

3. Der traditionelle Aufbau der Elektrizitätslehre

Die in der Elektrizitätslehre behandelten Prozesse, nämlich die elektromagnetischen Vorgänge werden mit Hilfe von Größen beschrieben, die an jedem Ort r und zu jedem Zeitpunkt t einen bestimmten Wert haben. Die Werte der einzelnen Größen sind jedoch nicht völlig unabhängig voneinander, sondern durch Relationen miteinander verknüpft. Eine dieser Relationen ist der als *Ladungserhaltung* bekannte Zusammenhang zwischen der Änderung der in einem räumlichen Gebiet \mathcal{Q} enthaltenen Ladung Q und dem durch die Oberfläche des Gebiets \mathcal{Q} herausfließenden Strom I :

$$\frac{dQ}{dt} + I = 0. \quad (4)$$

Verwendet man statt der Ladung Q die Ladungsdichte ρ und statt des Stroms I die Stromdichte \mathbf{j} , so nimmt dieser Zusammenhang die Gestalt der „Kontinuitätsgleichung“ an

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0. \quad (5)$$

(4) ist also die integrale Form von (5). Für den mathematisch weniger Geübten ist (4) sicher eine leichter faßbare Form der Ladungserhaltung als (5). Noch einfacher aber ist es, dieser Beziehung einen anschaulichen, jedermann verständlichen und trotzdem nicht weniger exakten Inhalt zu geben: Man stelle sich die Ladung als eine Art Substanz vor – und jeder Physiker tut das! –, dann kann diese Substanz nur dadurch irgendwo angehäuften werden, daß aus der Umgebung Substanz hinzuströmt. Analog gilt natürlich, daß eine lokale Verminderung der Substanz nur dadurch möglich ist, daß Substanz von der betreffenden Stelle in die Umgebung abfließt. Die Größe Ladung verhält sich so, wie man es von einer ordentlichen Substanz erwartet: Sie entsteht nicht aus dem

Nichts und sie verschwindet auch nicht einfach, ohne Spuren zu hinterlassen; sie wird im Raum nur hin- und hergeschoben.

Allerdings hat die „Substanz“ Ladung eine Besonderheit, die den Umgang mit ihr etwas komplizierter macht, als man im ersten Moment denkt: Sie kann nicht nur positive, sondern auch negative Werte haben. Das Zufließen von positiver Ladung und das Abfließen von negativer Ladung ist daher *derselbe* Vorgang. Es kann außerdem passieren, daß die Ladung in einem Gebiet des Raums insgesamt den Wert Null hat, ohne daß das bedeutet, es könne dann auch keinen Strom geben. Es gibt auch die Möglichkeit, „Substanz aus dem Nichts zu erzeugen“, nämlich die Ladung Null in ebensoviel positive wie negative Ladung zu trennen.

Das Beschreibungsverfahren der Elektrizitätslehre ist typisch für eine *Nahwirkungsauffassung* der Naturvorgänge, genauer für eine *lokale* Beschreibung, die sich nur des Zusammenhangs von Werten physikalischer Größen am *selben* Ort (und zur *selben* Zeit) bedient, nicht aber die Werte von Größen an unterschiedlichen Stellen des Raumes (und zu unterschiedlichen Zeiten). Die anschauliche Fassung des Inhalts von (4) bzw. (5) macht das unmittelbar klar: Wenn sich die in einem räumlichen Gebiet \mathcal{Q} enthaltene Ladung ändert (etwa verringert), so geschieht das dadurch, daß ein Strom durch die Oberfläche des Gebiets fließt. Was außerhalb des Gebiets \mathcal{Q} geschieht, wird in der Beschreibung nicht explizit benutzt, sondern wird nur wirksam durch den Strom, der durch die Oberfläche von \mathcal{Q} fließt. Analoges gilt auch für die übrigen Größen der Elektrizitätslehre.

4. Mengenartige Größen

Die kurze Übersicht über die Art und Weise, wie in der Mechanik einerseits und in der Elektrizitätslehre andererseits Naturvorgänge beschrieben werden, bringt noch einmal zu Bewußtsein, was jedem Physiker geläufig ist: Mechanik und Elektrizitätslehre verwenden ganz unterschiedliche mathematische Hilfsmittel. Daraus wird meist der Schluß gezogen, es gehe in beiden Gebieten eben um ganz unterschiedliche Züge der Natur. Das aber ist ein Fehlschluß! Ein und derselbe Erfahrungsbereich läßt sich nämlich befruchtlich mit ganz unterschiedlichen Mitteln erfassen.

sen, so daß man aus Unterschieden in der Beschreibung nicht einfach auf Unterschiede in der Struktur schließen darf [2]. In anderen Worten: Mathematische Relationen sagen nie, wie sie physikalisch zu lesen sind.

In den Aufsätzen dieses Heftes wird gezeigt, daß die Formeln und Sätze der Mechanik sich auch anders lesen lassen, als man es gewohnt ist, und zwar auf eine Weise, die unmittelbar an die Elektrizitätslehre erinnert. Mechanik und Elektrizitätslehre lassen sich so darstellen, daß eine begriffliche Strukturverwandtschaft zwischen ihnen erkennbar wird.

Die Idee, die den folgenden Betrachtungen zugrunde liegt, stützt sich auf die Erkenntnis, daß die *mengenartigen* Größen in der Physik eine gewisse Sonderstellung genießen insofern, als sie eine Beschreibung physikalischer Vorgänge erlauben, die in allen Gebieten der Physik, ja in der ganzen Naturwissenschaft von derselben formalen Struktur ist [1]. Eine Größe heißt dabei mengenartig, wenn sie im Raum verteilt sein kann, oder wissenschaftlich genauer, wenn es zu ihr eine *Dichte* und eine *Stromdichte* gibt. Die elektrische Ladung ist eine mengenartige Größe, was man im Auftreten der Ladungsdichte ρ und der Stromdichte j in der Theorie erkennt. Die Elektrizitätslehre wird also bereits traditionell so formuliert, daß eine mengenartige Größe, nämlich die Ladung, eine fundamentale Rolle in ihr spielt.

Wie steht es aber mit der Mechanik? Gibt es auch in ihr mengenartige Größen, und spielen sie ebenfalls eine fundamentale Rolle? Die im 2. Abschnitt skizzierte Aufbauweise der Mechanik zeigt, daß von den traditionell als „primär“, also als fundamental betrachteten Größen r, v, m und F nur die Masse m mengenartig ist. Zu ihr gibt es eine Dichte, die Massendichte, und ebenfalls eine Stromdichte, nämlich die Massenstromdichte. Letztere wird allerdings nicht sehr häufig verwendet. Die übrigen Größen r, v, F sind nicht mengenartig. Da die Masse aber, wie wir schon sagten, nur sehr eingeschränkt als veränderliche Größe behandelt wird – denn in den meisten mechanischen Problemen hat sie einen festen, unveränderlichen Wert –, tritt in der traditionellen Form der Mechanik der Begriff der mengenartigen Größe gar nicht hervor; daher hat er im Bewußtsein der Physiker auch nicht den Platz, der ihm eigentlich gebührt.

Das bedeutet jedoch nicht, daß es in der Mechanik gar keine mengenartigen Größen gibt. So ist zum Beispiel der *Impuls* mengenartig, ebenso die

kinetische Energie, ja die *Energie* überhaupt. Die Art und Weise, wie diese Größen aber traditionell in der Mechanik eingeführt werden, macht ihre Mengenartigkeit allerdings nur schwer erkennbar.

Man ist weder gewohnt, von der Impulsdichte noch von der Impulsstromdichte zu sprechen (ebenso nicht von der Energiedichte und der Energiestromdichte). Energiedichte und Energiestromdichte sind zwar bekannt, aber mehr durch ihr Auftreten in der Elektrodynamik als aus der Mechanik. Tatsächlich ist es auch nicht naheliegend, aus (2) und (3) die fraglichen Dichten zu bilden (und noch weniger die Stromdichten). Zwar ist es durchaus einleuchtend, der Größe „Massendichte · Geschwindigkeit“ den Namen Impulsdichte zu geben, aber es ist nicht leicht zu erkennen, wozu diese gut sein soll. Analoges gilt für die kinetische Energiedichte.

Ernsthafte Schwierigkeiten bereitet es dagegen, zu der potentiellen Energie eine Dichte zu bilden, denn in der Definition (2) der potentiellen Energie tritt gar kein Faktor auf, zu dem es eine Dichte gibt. Man wird daher ernsthafte Zweifel am Sinn eines Begriffs wie „Dichte der potentiellen Energie“ haben, und da die Energie selbst in der Mechanik gemäß (3) als Summe von kinetischer und potentieller Energie erklärt ist, übertragen sich diese Zweifel zwangsläufig auf die Energie. Solange man die Energie durch (3) definiert, ist der Sinn eines Begriffs wie „Energiedichte“ in der Tat nicht zu rechtfertigen. Infolgedessen kann sich auch kein überzeugendes Bild der Mengenartigkeit der Energie in der Mechanik einstellen. Auch die als „Energieerhaltung“ bezeichnete zeitliche Konstanz der Größe in (3) bei mechanischen Vorgängen kann daran nicht sehr viel ändern.

In krassem Gegensatz zu den Komplikationen und Zweifeln, die in der traditionellen Mechanik im Zusammenhang mit den Begriffen Impuls und Energie verbunden sind, steht die fundamentale Rolle dieser beiden Größen in der modernen Physik. Nicht von Geschwindigkeit und Kraft ist in der Quantenmechanik die Rede, sondern von den mengenartigen Größen Impuls und Energie und von deren Erhaltung. Daher liegt wohl nichts näher als zu fragen, wie sich denn die klassische Mechanik darstellt, wenn man auch in ihr Impuls und Energie als Fundamente benutzt, diese Größen also nicht als „sekundäre“ oder „abgeleitete“ Größen betrachtet, sondern als „primäre“ Größen einführt, deren Mengenartigkeit von Anfang an unterstellt wird.

5. Der Impuls als charakteristische Größe der Mechanik

Betrachtet man mit dieser Absicht die Grundrelationen der Mechanik, so fällt auf, daß das 2. *Newtonsche Axiom* (1) formal analog gebaut ist wie die integrale Form (4) der Ladungserhaltung. Setzt man nämlich $m\mathbf{v} = \mathbf{p}$ und $\mathbf{F} = -\mathbf{I}_p$, so lautet (1)

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} + \mathbf{I}_p = 0. \quad (6)$$

Genau genommen sind das drei Gleichungen für die drei Komponenten des Impulses und der Kraft bzw. der Größe \mathbf{I}_p . (6) hat offensichtlich dieselbe Gestalt wie (4). Daher liegt es nahe, sie auch so zu lesen, wie man (4) zu lesen gewöhnt ist, nämlich als (lokale) *Erhaltung des Impulses*: Die zeitliche Zunahme $d\mathbf{p}/dt$ des in einem räumlichen Gebiet \mathcal{Q} enthaltenen Impulses \mathbf{p} ist gleich der Stärke \mathbf{I}_p des durch die Oberfläche des Gebietes \mathcal{Q} in das Innere von \mathcal{Q} hineinströmenden Impulsstroms. \mathbf{I}_p ist also die Stärke des Impulsstroms und \mathcal{Q} das Gebiet, das von dem jeweils betrachteten Körper eingenommen wird. Der Vergleich von (6) mit (1) zeigt, daß bei dieser Interpretation des 2. *Newtonschen Axioms* das, was üblicherweise die auf einen Körper wirkende Kraft genannt wird, identisch ist mit dem durch die Oberfläche des Körpers fließenden Impulsstrom. So betrachtet entpuppen sich die *Newtonschen Axiome* lediglich als eine komplizierte, schwer durchschaubare Fassung der einfachen Feststellung, daß Bewegungsvorgänge so beschrieben werden können, daß die mengenartige Größe Impuls von einer Stelle des Raums zur anderen (oder wie wir lieber sagen, von einem Objekt zum anderen) strömt – analog der Beschreibung elektrischer Vorgänge, daß nämlich die mengenartige Größe Ladung von einer Stelle des Raums zur anderen strömt (oder wie es auch hier meist lieber ausgedrückt wird, von einem Körper zum anderen).

Im restlichen Teil dieses Aufsatzes sowie in den folgenden Aufsätzen wird im Einzelnen gezeigt, daß diese Auffassung der Mechanik nicht nur durchführbar, sondern sogar von großem Vorteil ist. Die Mechanik wird dadurch nicht nur den anderen Gebieten der Physik ähnlicher, sie wird auch durchsichtiger und damit einfacher. Der Impuls spielt, wie die bisherigen Betrachtungen erwarten lassen, für die Mechanik dabei eine ähnlich charakteristische Rolle wie die Ladung für die Elektrizitätslehre. Den Einbau des Impulses in die Mechanik wird man daher zweckmäßiger-

weise in Anlehnung an die Art und Weise vornehmen, wie die Ladung gewohnheitsgemäß in die Elektrizitätslehre eingebaut wird. Überhaupt ist es vorteilhaft, sich beim Neuaufbau der Mechanik an gewohnten Denk- und Vorstellungsweisen der Elektrizitätslehre zu orientieren.

Zunächst bedeutet das, daß der Impuls \mathbf{p} nicht wie gewöhnlich als Produkt zweier anderer Größen, nämlich der Masse m und der Geschwindigkeit \mathbf{v} eingeführt wird, sondern – wie die Ladung in der Elektrizitätslehre – von vornherein als eigenständige *mengenartige* Größe. Steht die Mengenartigkeit einer neuen Größe nämlich genügend stark im Vordergrund der Anschauung, so ist z. B. ihre Erhaltung keine Überraschung, sondern wird von vornherein erwartet – ähnlich wie in der Elektrizitätslehre die Erhaltung der Ladung keine überraschende Erkenntnis darstellt, sondern die Erfüllung einer Erwartung. Entsprechend wird im Aufbau der Elektrizitätslehre von der Ladungserhaltung auch recht wenig Aufhebens gemacht.

Daß es mit der Impulserhaltung im herkömmlichen Aufbau der Mechanik anders steht, liegt daran, daß der Impuls dort nicht primär als mengenartige Größe konzipiert, sondern mit Hilfe der Größen m und \mathbf{v} definiert wird. Sein Mengencharakter ist aus der Definition $m\mathbf{v}$ nur schwer erkennbar. Demgemäß wird seine Erhaltung auch nicht erwartet. Sie ist vielmehr das Resultat einer relativ langen, auf den *Newtonschen Axiomen* basierenden Schlußkette. Tatsächlich muß, wenn man den Impuls durch das Produkt $m\mathbf{v}$ erklärt, seine Erhaltung als ein merkwürdiges, nur schwer durchschaubares Zusammenspiel der Größen m und \mathbf{v} erscheinen.

Die Mengenartigkeit des Impulses aus dem Produkt $m\mathbf{v}$ abzulesen, entspräche der Aufgabe, die Mengenartigkeit der Ladung aus dem Produkt CU zu begreifen, wobei C die Kapazität und U die Spannung bezeichnet. Da nämlich im Vergleich von Mechanik und Elektrizitätslehre der Impuls \mathbf{p} und die Ladung Q in Analogie stehen, entsprechen sich die Beziehungen

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \leftrightarrow Q = CU. \quad (7)$$

Daß diese Behauptung zutrifft, erkennt man auch daran, daß U ebenso die zu Q gehörige intensive Variable ist wie \mathbf{v} die zu \mathbf{p} gehörige.

Der Vergleich (7) reicht sogar so weit, daß auch die Begrenzung der Anwendbarkeit der beiden Gleichungen Parallelen aufweist. Bei der Ladung weiß jeder Physiker, daß die Gleichung $Q = CU$

keine allgemeingültige Relation ist. Er weiß es dank der Gewohnheit, die Ladung von vornherein als mengenartige Größe anzusehen. Die Beziehung $Q = CU$ wird dadurch automatisch eine nur in bestimmten Situationen brauchbare Gleichung. Ganz anders verhält es sich dagegen mit dem Impuls. Dank seiner gewohnten Definition als mv macht beim Impuls die Einsicht, daß auch $p = mv$ eine spezielle und keineswegs immer gültige Beziehung ist, geradezu Mühe. Tatsächlich ist sie in ähnlichem Sinn speziell wie $Q = CU$. Um das einzusehen, hilft wieder die Elektrizitätslehre, genauer die *Maxwellsche Theorie*. Jeder Physiker weiß, daß die Energie im elektromagnetischen Feld räumlich verteilt ist, also durch eine Energiedichte $\hat{e}(r)$ beschrieben wird, die sich gemäß $\hat{e} = (\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2)/2$ aus den Feldstärken E und H berechnet. Weniger vertraut ist, daß analoges auch für den Impuls gilt. Auch der Impuls ist räumlich verteilt und wird demgemäß durch eine *Impulsdichte* $\hat{p}(r)$ beschrieben, die sich ebenfalls aus E und H berechnen läßt, nämlich

$$\hat{p} = \frac{1}{c^2} (E \times H). \quad (9)$$

Der Faktor $E \times H$ auf der rechten Seite dieser Gleichung ist als Poynting-Vektorfeld bekannt, das die Energiestromdichte im elektromagnetischen Feld angibt. Die Impulsdichte ist also bis auf den konstanten Faktor $1/c^2$ mit der Energiestromdichte identisch.

Die *Maxwellsche Theorie* kennt weder die Beziehung $p = mv$ noch $\hat{p} = \hat{m}v$; in ihr gibt es keine Massendichte. Zwar wird man vermuten, daß die Energiedichte \hat{e} nun die Rolle der Massendichte übernimmt, aber das trifft nicht zu, jedenfalls nicht in dem Sinn, daß die Beziehung „Impulsdichte = Energiedichte/ c^2 · Geschwindigkeit“, die nun die Rolle der Gleichung $\hat{p} = \hat{m}v$ übernimmt, generell richtig wäre. Die relativ geringe Vertrautheit von (9) führt allerdings leicht dazu, in ihr mehr eine mathematische Kuriosität als eine reale physikalische Aussage zu sehen. Daß das jedoch keineswegs so ist, müssen wir hier im Augenblick einfach hinnehmen (vgl. dazu z. B. [3]).

Die wichtigste Schlußfolgerung für uns ist die, daß die gewohnte Zerlegung des Impulses p in zwei Faktoren m und v durchaus analogen Beschränkungen unterworfen ist wie die Zerlegung der Ladung Q in die Faktoren C und U . Logisch wie didaktisch bildet die Einführung des Impulses durch das Produkt mv daher eine Klippe, die eine klare Einsicht nur erschwert. Der Impuls ist eine ebenso eigenständige, mengenartige Größe

wie die Ladung; daher ist es geradezu geboten, ihn als mengenartige Größe *primär* zu konzipieren. Nur so kann sich eine einfache Anschauung und ein Gefühl für seine Handhabung bilden.

Es sei übrigens noch erwähnt, daß nach *Einsteins allgemeiner Relativitätstheorie* der Impuls mit der Ladung sogar die Eigenschaft gemeinsam hat, Quelle eines Feldes zu sein. So wie die Ladung nämlich Quelle des elektrischen Feldes ist, bildet danach der Impuls, zusammen mit der Energie, die Quelle des Gravitationsfeldes. In den uns vertrauten Beispielen der Gravitation dominiert die Energie dabei allerdings so sehr, daß der Einfluß des Impulses gewöhnlich unerwähnt bleibt.

6. Die unmittelbare Anschaulichkeit des Impulses

Der unmittelbaren, also primären Einführung des Impulses steht die herkömmliche Überzeugung entgegen, daß der Impuls eine unanschauliche und deshalb schwierige Größe sei. Im Gegensatz dazu gilt der Impulsstrom, nämlich die Kraft, als einfache, manchmal geradezu als „natürlich“ gepriesene Größe. Angeblich haben wir für die Kraft, also den Impulsstrom, ein intuitiv ausgeprägtes Gefühl. Was hier als Brücke eines intuitiven Verstehens wirkt, ist wohl nichts anderes als die schlichte Tatsache, daß das Wort „Kraft“ zur Umgangssprache gehört. Demgemäß stellen sich mit ihm Assoziationen ein, von denen die eine oder andere brauchbar genug ist, um den physikalischen Kraftbegriff, also den Impulsstrom, als „anschaulich“ zu empfinden. Ähnlich steht es mit der Anschaulichkeit der beiden anderen bevorzugten Größen der Mechanik, nämlich der Masse und der Geschwindigkeit. Auch hier ist es kein Zufall, daß beide Wörter ebenfalls zur Umgangssprache gehören. Auch sie lösen Assoziationen aus, von denen sich einige didaktisch gut nutzen lassen.

Tatsächlich wird der Impuls eine ebenso anschauliche Größe, wenn man ihn mit dem „richtigen“, d. h. mit einem aus der Umgangssprache vertrauten Wort bezeichnet. Wir wählen dafür das jedermann geläufige Wort *Wucht* (oder Schwung). Die physikalische Größe Impuls p ist nichts anderes als ein quantitatives Maß dafür, was man mit dem Wort *Wucht* auszudrücken sucht. Jedem ist intuitiv klar, daß die *Wucht* eines Körpers mit zwei Dingen zusammenhängt: mit der Masse (im Sinn

der Umgangssprache also dem Gewicht) und mit der Geschwindigkeit des Körpers. Daß der Zusammenhang mit der Masse dabei linear, also eine Proportionalität ist, wird jeder als selbstverständlich empfinden: Daß zwei gleiche Körper, die sich mit derselben Geschwindigkeit bewegen, zusammengenommen die doppelte Wucht haben wie jeder einzelne, ist so evident, daß jedes „erklärende“ Wort hier eher verwirrend wirkt.

Was man hingegen lernen und üben muß, bis sich ein gewisses Vertrauen einstellt, ist, daß die Wucht nicht etwas ungreifbar Wesenloses ist, sondern etwas, das ein Körper im wahrsten Sinne des Wortes *enthält*: Wucht ist mengenartig. Die Wucht eines Körpers vergrößern (etwa durch Erhöhen seiner Geschwindigkeit) bedeutet, daß Wucht in den Körper hineinfließt. Wird seine Wucht, etwa durch Abbremsen, verkleinert, so fließt Wucht aus ihm heraus. Die Wucht läßt sich wie die elektrische Ladung behandeln, ja sie ist geradezu eine Art „Ladung“. Wie die Ladung hat sie auch positive und negative Werte, was zur Folge hat, daß das Hineinfließen von positiver Wucht dasselbe ist wie das Herausfließen von negativer. All dies macht man sich (und anderen) am besten klar, wenn man zunächst nur lineare Bewegungen, also Bewegungen längs einer Geraden betrachtet und die Wucht eines bewegten Körpers jeweils durch einen Pfeil in Richtung der Geraden repräsentiert; positive (negative) Werte durch Pfeile, die nach rechts (links) gerichtet sind. Bewegungen in 2 bzw. 3 Dimensionen wendet man sich zweckmäßigerweise erst zu, wenn die Idee, Bewegungen durch die Wucht und Bewegungsänderungen durch das Zu- und Abfließen von Wucht zu beschreiben, zur Überzeugung geworden ist und Fuß gefaßt hat.

Die Behauptung, daß man mit der Wucht umgehen kann wie mit der elektrischen Ladung, also wie mit einer Art Substanz, deren jeweils in einem Körper enthaltener Betrag die Wucht des Körpers mißt, stößt zunächst vermutlich auf Skepsis. Um so wichtiger ist es, die Richtigkeit dieser Behauptung an der eigenen Erfahrung und deren logischer Verarbeitung einzusehen. Auch hier dient die Elektrizitätslehre zweckmäßigerweise wieder als Orientierungsmittel. Wichtige Schritte des Einsichtsprozesses sind dabei folgende:

- Was man herkömmlich das Trägheitsgesetz nennt, ist nichts anderes als die Feststellung: Kann die Wucht eines Körpers nicht abfließen (und fließt auch keine zu), so bleibt die im Körper enthaltene Wucht unverändert. Elektrisches Analogon:

Kann die Ladung eines Körpers nicht abfließen (und fließt auch keine zu), so bleibt die Ladung des Körpers unverändert. Daraus resultiert die Einsicht: Was für eine elektrische Anordnung eine geringe Leitfähigkeit (gute Isolierung) ist, ist für eine mechanische eine geringe Reibung. Reibung, ja jede Verbindung zwischen Körpern, ist „Wuchtleitung“, oder physikalisch gesprochen *Impulsleitung*. Die Impulsleitung ist um so besser, je größer die Reibung, je fester die Verbindung ist. Eine starre Verbindung ist eine ideal gute Impulsleitung. Das Luftkissen eines Gleiters, Räder und Rollen dienen dazu, schlechte Impulsleitungen, also „Wuchtisolation“ herzustellen.

- Die Erde ist bei allen Vorgängen, bei denen Wuchtaustausch eine Rolle spielt, beteiligt, wenn sie über einen Wuchtleiter mit dem betrachteten Körper verbunden ist. Ein starr mit der Erde verbundener Körper ist „Wucht-geerdet“, er hat die Wucht Null, er ruht. Elektrisches Analogon: Elektrische Erdung.
- Die Masse eines Körpers ist ein Maß für sein „Fassungsvermögen für Wucht“, sie ist die Impulskapazität des Körpers: Um einen Körper auf eine vorgegebene Geschwindigkeit zu bringen, ist um so mehr Wucht erforderlich, je größer die Masse des Körpers ist, genau doppelt (dreimal, ...) soviel Wucht, wenn die Masse doppelt (dreimal, ...) so groß ist. Die Wucht eines Körpers mit doppelter Masse ist nämlich dieselbe wie die von zwei Körpern einfacher Masse, die dieselbe Geschwindigkeit haben. Die Impulskapazität der Erde ist sehr groß verglichen mit der Impulskapazität sonstiger Körper unserer Umgebung. Elektrisches Analogon: Um einen Körper auf dieselbe Spannung (gegen Erde) zu bringen, ist um so mehr Ladung erforderlich, je größer die Kapazität des Körpers ist.
- Um die Wucht eines Körpers vom Wert Null (Ruhe) auf einen von Null verschiedenen (z. B. positiven) Wert zu bringen, also den Körper zu beschleunigen, bedarf es stets eines zweiten Körpers, dessen Wucht dabei um den entgegengesetzt gleichen Betrag geändert wird. Qualitativer Ausdruck dieser Aussage ist die Alltagserfahrung: Einen Körper in Bewegung zu setzen gelingt nur, wenn ein zweiter da ist, der als Widerlager dienen kann. Elektrisches Analogon: Wird ein Körper geladen, so erhält gleichzeitig ein anderer Körper eine entgegengesetzte Ladung gleichen Betrags.

– Ein Stoß zwischen zwei Körpern, bei dem die Wucht nur zwischen diesen beiden Körpern fließen kann (nicht jedoch auch in einen dritten Körper, zum Beispiel die Erde), ist nichts anderes als eine Neuaufteilung der Summe der Anfangswucht der beiden Körper: $P_1(\text{Anfang}) + P_2(\text{Anfang}) = P_1(\text{Ende}) + P_2(\text{Ende})$. Man beachte, daß Stöße nicht frontal zu erfolgen brauchen, die Körper können sich auch parallel aneinander vorbeibewegen und dabei mittels einer impulsleitenden Verbindung Wucht aufeinander übertragen. Das elektrische Analogon ist die Umverteilung der Ladung zweier Körper, wie sie z. B. bei der elektrischen Schwingung erfolgt, wenn man diese in einem beliebigen Zeitpunkt unterbricht. Hält man die leitende Verbindung zwischen den Körpern hinreichend lange aufrecht, so stellt sich elektrisches Gleichgewicht ein: Die Spannung (= Potentialdifferenz) zwischen beiden Körpern wird Null. Das mechanische Analogon dieses Vorgangs ist der total inelastische Stoß: Die beiden stoßenden, d. h. impulsverteilenden Körper haben dabei am Ende dieselbe Geschwindigkeit, oder anders gesagt, ihre Geschwindigkeitsdifferenz ist Null.

Die Einsichten, die sich in den genannten Schritten gewinnen lassen, reichen vom ersten qualitativen Erfassen der Idee, Bewegungen überhaupt mit Hilfe der mengenartigen Größe Wucht = Impuls zu beschreiben, bis hin zur Messung dieser Größe. Didaktisch wichtig ist dabei, daß am Anfang unbedingt das gefühlsmäßige Erfassen der Größe Impuls und ihrer Mengenartigkeit stehen muß. Dazu sind qualitative Einsichten zu vermitteln, die zeigen, daß diese Beschreibung überhaupt funktionieren kann. Die quantitative Verschärfung der Größe Impuls dadurch, daß man ihre Werte in einer bestimmten Situation (in physikalischer Ausdrucksweise also in einem Zustand) *mißt*, ergibt sich dann ganz von selbst mit dem Bedürfnis einer genaueren Nachprüfung dieser Art und Weise, Bewegungsvorgänge zu beschreiben.

Mancher Leser mag das Wort Wucht (oder Schwung) gewohnheitsmäßig vielleicht lieber mit der kinetischen Energie verbinden als mit dem Impuls. Es ist ja durchaus möglich, dieselben sprachlichen Assoziationen zur Bildung einer Anschauung von ganz unterschiedlichen physikalischen Größen auszunutzen. Im Fall der Bewegung und der Ausnutzung des Wortes „Wucht“ stehen z. B. die Größen mv und $mv^2/2$ in Konkurrenz. Man sieht sich deshalb vor die Alternative

gestellt, entweder den Impuls zu begünstigen und damit gleichzeitig eine anschauliche Vorstellung der kinetischen Energie zu erschweren (denn das Wort „Wucht“ ist dann vorstellungsmäßig auf den Impuls fixiert), oder umgekehrt der kinetischen Energie den Vorzug zu geben und damit die Vorstellung vom Impuls zu blockieren. Von der Physik her gesehen ist die Entscheidung hier allerdings rasch gefällt und zwar zu Gunsten des Impulses: Der Impuls ist eine fundamentale, generelle Größe der Physik, die kinetische Energie hingegen eine Größe, die nur einen beschränkten Anwendungsbereich hat (nämlich für körperartige physikalische Systeme).

7. Werte des Impulses

Die Tatsache, daß in unserem Neuaufbau der Mechanik der Impuls eine primäre Größe ist, läßt es geboten erscheinen, ihm auch eine *eigene Einheit* zu geben. Wir wählen dazu das $H_y = \text{Huygens}$ und setzen diese Einheit – um sie in das SI-Einheitensystem einzupassen – so fest, daß ein Körper der Masse 1 kg, der sich mit einer Geschwindigkeit von 1 m/s bewegt, den Wucht- also den Impulsbetrag 1 H_y hat.

Die Proportionalität der Wucht, also des Impulses zur Masse liefert sofort die Aussage, daß ein Mensch von 75 kg, der sich mit einer Geschwindigkeit von 1 m/s = 3,6 km/h bewegt, den Impulsbetrag 75 H_y hat, und ein Auto von 1000 kg bei derselben Geschwindigkeit 1000 $H_y = 1 \text{ kHy}$ (Kilohuygens).

Wieviel Huygens hat aber ein Auto von 1000 kg, das mit 100 km/h = 27,8 m/s fährt? Diese Frage läßt sich nur experimentell beantworten. Zwar sagt die Anschauung des Begriffs „Wucht“, daß der Impuls p zur Masse m proportional ist, aber wie p von der Geschwindigkeit v abhängt, läßt sich nicht von vornherein sagen. Man weiß nur, daß es eine Beziehung der Form $p = mf(v)v$ gibt, worin $f(v)$ eine noch zu bestimmende Funktion von $|v|$ ist. Wie sieht nun ein Experiment aus, das diese Funktion liefert? Man kann sich dazu alle möglichen Anordnungen ausdenken. Eine relativ einfache ist die folgende: Man läßt unter möglicher Reibungsausschaltung einen Körper der Masse m_1 und der Geschwindigkeit v_1 , die irgendetwelche vorgegebenen Werte, z. B. 0,5 m/s, 2 m/s, ... hat, so gegen einen zweiten ruhenden Körper der Masse m_2 stoßen, daß beim Stoß zwischen beiden Körpern eine feste Verbindung (ide-

ale Impulsleitung) hergestellt wird, so daß sich am Ende beide Körper mit derselben Geschwindigkeit weiterbewegen (total inelastischer Stoß). Bei festgehaltenen Werten von m_1 und v_1 verändert man nun die Masse m_2 (etwa durch Aufsetzen von Zusatzgewichten auf den zweiten Körper) so lange, bis die Endgeschwindigkeit beider Körper zusammen 1 m/s beträgt. Der Körper mit der Masse m_1 und der Geschwindigkeit v_1 hatte dann vor dem Stoß den Impulsbetrag $[(m_1 + m_2)/\text{kg}]\text{Hy}$. Das Experiment liefert $f(v) = 1$, also $p = mv$.

Damit können wir unsere Eingangsfrage beantworten: Ein 1000 kg-Auto, das mit 100 km/h = 27,8 m/s fährt, hat einen Impuls von 27,8 kHy.

Wenn die Beziehung $p = mv$ für beliebige Werte der Geschwindigkeit zuträfe, hätte ein Körper mit der Masse $m = 0,1 \text{ g} = 10^{-4} \text{ kg}$, der sich mit Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ bewegt, etwa denselben Impulsbetrag wie das 1000 kg-Auto bei 100 km/h. Dieser Schluß trifft indessen, wie jeder weiß, nicht zu. Die bei relativ kleinen Geschwindigkeiten experimentell gefundene Abhängigkeit des Impulses von der Geschwindigkeit besagt nämlich nicht, daß auch für beliebig große Werte der Geschwindigkeit $f(v) = 1$ resultieren würde. Überhaupt führen Betrachtungen, die von der Geschwindigkeit ausgehen und damit von der impliziten Annahme, daß jeder beliebig vorgegebene Wert der Geschwindigkeit auch realisierbar ist, logisch leicht in die Irre. Die Voranstellung der Geschwindigkeit liefert nicht den geringsten Anhalt oder gar ein näheres Verständnis für die merkwürdige physikalische Tatsache, daß die Geschwindigkeit nicht beliebig große Werte annehmen kann, sondern daß es eine prinzipielle obere Grenze für sie gibt, nämlich die Lichtgeschwindigkeit c . Tatsächlich ist ja $f(v) = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$. Diese Beziehung besagt, daß mit unbegrenzt zunehmenden Werten des Impulses, also der Wucht, die Geschwindigkeit v keineswegs beliebig große Werte annimmt, sondern gegen den Wert c geht. Hierin offenbart sich wieder die Selbständigkeit und Überlegenheit des Impulsbegriffs gegenüber dem der Geschwindigkeit: Während der Wertevorrat des Impulses keinerlei Beschränkungen unterworfen ist, ist der Wertebereich der Geschwindigkeit auf ein endliches Intervall beschränkt: $0 \leq |v| \leq c$.

Es ist noch interessant, die Impulswerte der Körper unserer Alltagsumwelt mit dem Impuls von Licht zu vergleichen. Laserlicht mit einer Energiestromdichte von 1 kW/cm^2 hat nach (9) eine Impulsdichte von $(1 \text{ kW/cm}^2)/c^2 = 10^{-10} \text{ Hy/m}^3$. Ein Strahl von 1 cm^2 Querschnitt und

$10^{14} \text{ m} = 10^{11} \text{ km}$ Länge enthält also 1 Hy Impuls. Da das Licht etwa 4 Tage braucht, um diese Strecke zurückzulegen, erhält ein Körper, der das Laserlicht vollständig absorbiert, pro Stunde von dem Licht etwa 0,01 Hy. Da Sonnenlicht nur eine Energiestromdichte $1 \text{ kW/m}^2 = 10^{-4} \text{ kW/cm}^2$ hat, müßte bei gleichem Strahlquerschnitt der Lichtstrahl 10^4 mal länger sein als der zuvor betrachtete Laserstrahl, um ebenfalls 1 Hy Impuls zu enthalten. Bei der Absorption eines derartigen Sonnenstrahls bekommt ein Körper entsprechend 10^{-4} mal weniger Impuls pro Stunde als durch das Laserlicht.

Schließlich seien noch ein paar Vergleichswerte von Impulsdichten angegeben. Da die Massendichte von kondensierter Materie Werte der Größenordnung 1 bis 10 g/cm^3 , also 10^3 bis 10^4 kg/m^3 hat, findet man für die Impulsdichte von kondensierter Materie, die sich mit 1 m/s bewegt, Werte der Größenordnung 10^3 bis 10^4 Hy/m^3 . In einem Körper wie der Erde, die sich mit 30 km/s auf ihrer Bahn bewegt, ist die Impulsdichte somit von der Größenordnung 10^8 Hy/m^3 . Das auf die Erde fallende Sonnenlicht hat dagegen, wie wir schon angegeben haben, nur eine Impulsdichte von 10^{-14} Hy/m^3 . Diese Zahlen machen deutlich, wie ungleichförmig der Impuls gewöhnlich im Raum verteilt ist. Normalerweise ist er außerordentlich hoch konzentriert dort, wo Materie ist, so daß man nur zu leicht den Eindruck gewinnen kann, Impuls sei allein ein Kennzeichen von Materie.

8. Der Vektorcharakter des Impulses

In der Physik ist es üblich, die Größen in Skalare, Vektoren, Tensoren (2. Stufe) usw. einzuteilen. Diese Einteilung erfolgt nach der Anzahl der Zahlangaben, die man zur Festlegung eines Wertes der Größe braucht, sowie nach dem Verhalten dieser Zahlangaben gegenüber 3dimensionalen Transformationen. Meist beschränkt man sich dabei auf die 3dimensionalen Drehspiegelungen, da diese zur gewünschten Einteilung bereits ausreichen. Nach dieser Einteilungsweise gehören Masse und Ladung zu den Skalaren, während Impuls und Geschwindigkeit zu den Vektoren zählen.

In der Mathematik dagegen werden Vektoren ganz anders erklärt, nämlich als „Elemente eines Vektorraums“. Hier steht der Begriff des Vektorraums im Vordergrund, d.h. einer Gesamtheit von Dingen (diese werden dann Vektoren ge-

nant), die zwei Operationen unbeschränkt auszuführen gestatten: die *Addition* der Dinge und ihre *Multiplikation mit Zahlen*.

Zunächst ist festzustellen, daß es sich bei diesen beiden Erklärungen keineswegs um unterschiedliche Fassungen derselben Definition handelt, sondern um ganz verschiedene Begriffsbildungen. So kann eine physikalisch als Vektor klassifizierte Größe auch der mathematischen Definition nach ein Vektor sein, es kann aber auch passieren, daß es nicht so ist. Impuls \mathbf{p} und Geschwindigkeit \mathbf{v} bilden hierfür Beispiele. Der Impuls ist nämlich ein Vektor auch im Sinn der Mathematik, die Geschwindigkeit dagegen nicht. Letzteres folgt einfach aus der relativistischen Erkenntnis, daß der Wertebereich der Geschwindigkeit beschränkt ist. Die Summe zweier (physikalisch möglicher) Geschwindigkeiten ist nicht in jedem Fall wieder eine (physikalisch mögliche) Geschwindigkeit, und ebenso ist nicht jedes Zahlvielfache einer Geschwindigkeit wieder eine Geschwindigkeit. Physikalische Geschwindigkeiten können eben nicht unbeschränkt addiert und mit Zahlen multipliziert werden und dabei physikalische Geschwindigkeiten bleiben. Gewöhnlich wird diese Feststellung so umschrieben, daß für die Geschwindigkeiten ein besonderes, sonst in der Physik nicht übliches „Additionstheorem“ gilt.

Dessen Besonderheit liegt darin, daß zwei Geschwindigkeiten \mathbf{v}_1 und \mathbf{v}_2 zwar eine dritte Geschwindigkeit bestimmen, daß diese dritte aber nicht einfach die Summe $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ ist, sondern eine komplizierte Funktion von \mathbf{v}_1 und \mathbf{v}_2 , die nur im Fall $|\mathbf{v}_1|/c \ll 1$ und $|\mathbf{v}_2|/c \ll 1$ gegen die Summe geht.

Im Gegensatz zur Geschwindigkeit ist der Impuls auch ein Vektor im Sinn der Mathematik. Das ist für die Beschreibung von 2- und 3dimensionalen Bewegungsvorgängen von grundlegender Bedeutung. Schon bei der 1dimensionalen Bewegung haben wir ganz selbstverständlich von dem mathematischen Vektorcharakter des Impulses Gebrauch gemacht. Die Konzeption des Impulses als primäre, mengenartige Größe – und nicht als Produkt zweier Faktoren – ist nämlich gleichbedeutend damit, daß allein die Werte des Impulses von Bedeutung sind, nicht jedoch, ob ein derartiger Wert durch großes m und kleines \mathbf{v} oder kleines m und großes \mathbf{v} zustandekommt. Das ganze Konzept der grundlegenden Rolle mengenartiger Größen und ihrer Bilanzen in der Physik funktioniert überhaupt nur, wenn es gleichgültig ist, auf welche Weise ein bestimmter Wert einer mengenartigen Größe zustandekommt.

Der Impuls eines aus zwei Objekten 1 und 2 bestehenden Gesamtsystems ist immer $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$, gleichgültig, ob \mathbf{p}_1 und \mathbf{p}_2 durch zwei sich langsam bewegende Körper großer Masse realisiert werden oder durch Körper kleiner Masse, die sich fast mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, oder schließlich sogar durch zwei Lichtbündel mit den Impulswerten \mathbf{p}_1 und \mathbf{p}_2 . Diese Feststellung gilt nicht nur, wenn die Impulse \mathbf{p}_1 und \mathbf{p}_2 parallel sind, also bei 1dimensionalen Bewegungen, sondern bei beliebiger Richtung von \mathbf{p}_1 und \mathbf{p}_2 . Es ist auch gleichgültig, ob \mathbf{p}_1 und \mathbf{p}_2 die Impulse von zwei simultan betrachteten Objekten sind, oder ob es sich um Impulswerte handelt, die dasselbe Objekt nacheinander bekommt. Erhält also ein Körper zunächst den Impuls \mathbf{p}_1 und dann den Impuls \mathbf{p}_2 , so ist der Körper im selben Zustand, als wenn er zuerst den Impuls \mathbf{p}_2 und dann den Impuls \mathbf{p}_1 erhält: Er ist im Zustand mit dem Impuls $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$. Wieder ist es dabei gleichgültig, ob es sich bei \mathbf{p}_1 und \mathbf{p}_2 um kleine oder große Impulswerte handelt, und natürlich ist es auch gleichgültig, wie diese Impulswerte realisiert werden. Wichtig ist allerdings, daß alle Impulswerte im *selben Bezugssystem* zu nehmen sind, also zwischen zwei Impulsübertragungen kein Bezugssystemwechsel stattfindet.

Um sich den Vorteil dieser einfachen Regel für den Impuls vor Augen zu führen, braucht man nur danach zu fragen, ob es entsprechende Regeln für die Geschwindigkeit gibt und wie diese eventuell lauten. Dabei stößt man von vornherein auf begriffliche Schwierigkeiten, die daher rühren, daß die Geschwindigkeit keine mengenartige, sondern eine intensive Größe ist. So können Summenwerte nicht durch Bezugnahme auf Operationen der System-Zusammensetzung oder des Nacheinanderzuführens erklärt werden. Tatsächlich handelt das *Einsteinsche* Additionstheorem auch gar nicht von der Addition von Geschwindigkeitswerten im selben Bezugssystem, sondern gibt die Geschwindigkeitswerte \mathbf{v} und \mathbf{v}' an, die *derselbe* Körper in zwei mit einer Geschwindigkeit V gegeneinander bewegten Bezugssystemen hat. Es gibt also an, wie sich Geschwindigkeitswerte bei Bezugssystemwechsel transformieren, nicht aber, wie sie sich addieren. Wir wollen hier nicht weiter in Details und damit in weitere Verwicklungen eindringen, die nur zur ständigen Erhärtung der Feststellung führen, daß die Geschwindigkeit als Fundamentalbegriff der Physik nicht geeignet ist. Die Formeln, die die Beziehungen zwischen den Komponenten des Impulses p_x, p_y, p_z und den Komponenten der Geschwindigkeit v_x, v_y, v_z beschreiben, nämlich

$$p_x = \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1 - (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/c^2}},$$

$$p_y = \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1 - (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/c^2}}, \dots$$

bzw.

$$v_x = \frac{p_x}{\sqrt{m_0^2 + (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)/c^2}},$$

$$v_y = \frac{p_y}{\sqrt{m_0^2 + (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)/c^2}}, \dots$$

zeigen deutlich eine Art gegenseitigen Ausschlusses, was die Einfachheit angeht. Da nämlich jede Komponente von \mathbf{v} , etwa v_x , nicht allein von der korrespondierenden Komponente von \mathbf{p} , also nicht allein von p_x , sondern auch von p_y und p_z ab-

hängt und da umgekehrt entsprechendes gilt, ergibt sich folgende logische Alternative: Gelten für den Impuls einfache Additionsregeln, so können für die Geschwindigkeit keine einfachen Regeln existieren und umgekehrt. Da der Impuls aber einfachen Additionsgesetzen genügt, ist damit das Urteil über die Geschwindigkeit gesprochen.

Literatur

- [1] G. Falk, F. Herrmann: „Konzepte eines zeitgemäßen Physikunterrichts“, Hefte 1-4, Schroedel Verlag, Hannover 1977-1981
- [2] G. Falk: „Die begriffliche Struktur der Physik“. Heft 3 der „Konzepte eines zeitgemäßen Physikunterrichts“, Schroedel Verlag, Hannover 1979
- [3] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: Feynman-Vorlesungen über Physik, Band II, 17-4, 26-2, R. Oldenbourg Verlag, München-Wien 1971

Der Impulsstrom

1. Einleitung

Die traditionelle Darstellungsweise der Mechanik zeigt mehr die Denkweise der Physiker des 18. und 19. Jahrhunderts als die der heutigen Physik. Ein imaginärer Wissenschaftler unserer Zeit, der zwar die Physik, aus irgendeinem Grunde aber nicht die Mechanik gelernt hat, würde, wenn er die Mechanik zu erfinden hätte, auf Grund seiner heutigen wissenschaftlichen Erfahrungen sicher einen ganz anderen als den traditionellen Aufbau wählen. Ein derartiger Aufbau wird im vorliegenden Heft vorgestellt. Es wird für den Leser nicht ganz leicht sein, sich diese neue Mechanik zu eigen zu machen, denn er muß die Mechanik von Grund auf neu lernen – und das ist um so mühsamer, je besser er sie bereits kennt.

Daß das Umlernen schwer ist, ist um so überraschender, als die hier vorgeschlagenen Änderungen scheinbar minimal sind. Sie lassen sich in zwei Forderungen zusammenfassen:

- Man nehme den Impuls als eigene Größe ernst.
- Man ersetze das Wort Kraft überall durch das Wort Impulsstromstärke.

Abgesehen von den genannten Schwierigkeiten, die der Leser möglicherweise einfach deshalb hat, weil das Gelernte neu ist, kann man sagen, daß die hier dargestellte Mechanik zugleich leichter und schwerer ist als die traditionelle Mechanik.

Sie ist *leichter*, weil ihre Fundamentalgrößen mengenartige Größen sind. Das Operieren mit solchen Größen ist sehr bequem. Sie ist auch deshalb leichter, weil sie in ihrer Struktur anderen großen Teilgebieten der Physik, insbesondere der Thermodynamik und der Elektrodynamik verwandt ist.

Sie ist *schwieriger*, weil ihr Aufbau so durchsichtig ist, daß der Lernende in die Lage versetzt wird, Fragen zu stellen, die er bisher nicht stellte und die nicht immer leicht zu beantworten sind. Der verbale Apparat der traditionellen Mechanik, der viele vage, unanschauliche Termini enthält, hindert ihn einfach daran, eine Reihe fundamentaler Fragen zu stellen.

2. Die Übertragung von Impuls

Abb. 1 zeigt ein für die Demonstration der Übertragung von Impuls typisches Experiment in zwei Phasen: Ein bewegter Körper stößt gegen einen ruhenden. Nach dem Stoß hat auch derjenige Körper einen von Null verschiedenen Impuls, der vorher ruhte, es ist Impuls *übertragen* worden.

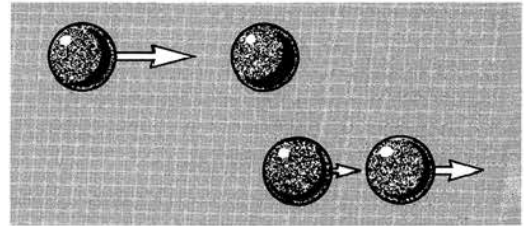


Abb. 1 Vor dem Stoß (oben) hat nur der linke Körper Impuls; nach dem Stoß (unten) haben beide Körper Impuls. Es ist Impuls übertragen worden.

Das Experiment ist so angelegt, daß die Aufmerksamkeit auf den Zustand vor und den Zustand nach dem Stoß gelenkt wird. Man möchte den Betrachter dazu anhalten, Bilanzen zu machen, indem man den Übertragungsvorgang selbst so undurchschaubar macht, daß man gar nicht erst darauf kommt, die Frage zu stellen: „Wie wird denn der Impuls übertragen?“ Die Dauer des Stoßes ist so kurz und der Bereich, in dem die Impulsübertragung vor sich geht, ist so klein, daß der Eindruck entsteht, über den zeitlichen und räumlichen Ablauf des Stoßes ließe sich gar nichts aussagen.

Genau dieser Übertragungsvorgang ist aber das Thema dieses Aufsatzes. Wir ändern das Experiment deshalb so, daß der Übertragungsvorgang besser durchschaubar wird.

Zunächst modifizieren wir dazu den Stoßprozeß so, daß der Impuls bei der Übertragung eine längere Strecke durchlaufen muß, Abb. 2. Dieses Experiment gestattet uns zu sagen, welchen Weg der Impuls bei der Übertragung nimmt: Er geht durch die Stange hindurch. Wir schließen daraus, daß Stangen Impuls übertragen können.



Abb. 2 Der Impuls durchläuft bei der Übertragung eine längere Strecke.

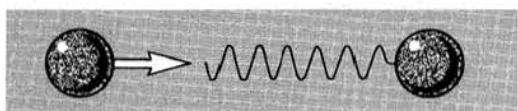


Abb. 3 Der Übertragungsvorgang dauert längere Zeit.

Aber auch das abgeänderte Experiment (Abb. 2) läuft noch so schnell ab, daß man den Übertragungsvorgang *zeitlich* nicht auflösen kann. Wir machen ihn nun dadurch langsam, daß wir statt der Stange eine weiche Feder zwischen die Körper einbauen, Abb. 3. Man sieht jetzt beim Stoß, daß der Impuls des einen Körpers langsam ab- und der des anderen langsam zunimmt. Außerdem sieht man, daß während des Übertragungsvorgangs die Feder verformt ist.

Wir haben für die Beschreibung der drei Versionen des Stoßexperiments bisher absichtlich ein Vokabular gewählt, das für die traditionelle Mechanik typisch ist. Der in der Einleitung erwähnte Physiker, der die Physik des 19. und 20. Jahrhunderts kennt, aber beim Studium die Mechanik versäumt hat, würde sich aber, wenn er die drei Experimente beschreiben sollte, vermutlich anders ausdrücken. Um das deutlich zu machen, wollen wir die Stoßexperimente zunächst in ihre elektrischen Analoga übersetzen, aber diese zunächst auch in der Sprache der Mechanik beschreiben.

Wir betrachten zwei Metallkörper, von denen der eine elektrisch geladen ist. In der ersten Version des Experiments bringen wir die beiden Körper in Berührung, Abb. 4. Dabei wird elektrische Ladung übertragen. Der Übertragungsvorgang selbst bleibt undurchsichtig. Wir modifizieren daher den Vorgang so, daß die elektrische Ladung

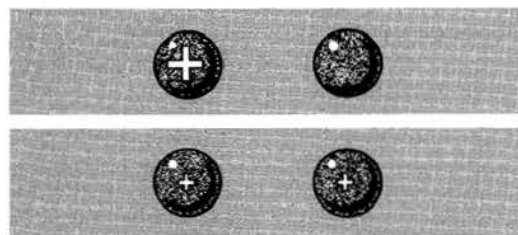


Abb. 4 Vor der Berührung (oben) hat nur die linke Kugel elektrische Ladung; nach der Berührung (unten) haben beide Kugeln elektrische Ladung.

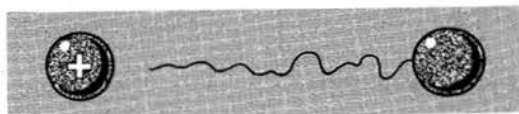


Abb. 5 Die elektrische Ladung durchläuft bei der Übertragung eine längere Strecke.

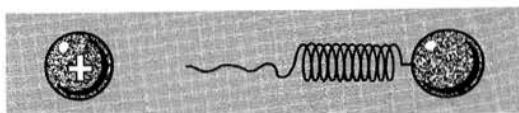


Abb. 6 Der Übertragungsvorgang dauert längere Zeit.

über eine längere Strecke hinweg übertragen wird: Wir verbinden die Körper mit Hilfe eines Drahts, Abb. 5, und lernen dabei, daß Drähte elektrische Ladung übertragen. Schließlich bauen wir in einem dritten Experiment zwischen die Körper eine Spule ein, Abb. 6. Die Ladung des einen Körpers nimmt nun langsam ab und die des anderen langsam zu.

Dem Leser wird aufgefallen sein, daß wir zur Beschreibung dieser elektrischen Vorgänge eine in der Elektrizitätslehre unübliche Sprache verwendet haben. Normalerweise spricht nämlich der Physiker nicht davon, daß Ladung *übertragen* wird, er sagt vielmehr, die Ladung *fließt* vom einen zum anderen Körper. Er stellt sich den Vorgang vor wie einen Strom von Wasser. Das Wort „Strom“ erzeugt dabei ein gegenständliches Bild des Vorgangs. Dieses Bild hat sich als sehr brauchbar und tragfähig erwiesen.

Dieselbe, für den heutigen Physiker natürliche Betrachtungsweise wollen wir auch für die Stoßexperimente der Abb. 1–3 adoptieren: Der Impuls des jeweils linken Körpers nimmt ab und der des rechten zu, weil zwischen den beiden Körpern ein *Impulsstrom fließt*. Der Impulsstrom fließt in Abb. 2 durch die Stange und in Abb. 3 durch die Feder. Der Feder sieht man an, wenn sie von Impuls durchflossen wird: Je stärker der Impulsstrom ist, desto stärker ist sie verformt.

Abb. 7 zeigt schließlich noch ein Experiment, bei dem ein zeitlich konstanter Impulsstrom realisiert wird: An einem Gleiter auf der Luftkissenbahn ist rechts ein Seil befestigt. An dem Seil wird so gezogen, daß die Auslenkung der Feder konstant bleibt. Durch das Seil fließt damit ein zeitlich konstanter Impulsstrom zum Körper. Als Folge davon nimmt der Impuls des Körpers mit konstanter Rate zu.

Wir haben gezeigt, daß durch eine ausgelenkte, d. h. eine gestauchte oder gedehnte Feder Impuls

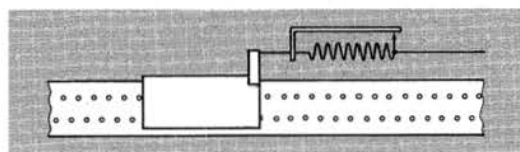


Abb. 7 An dem Seil wird so gezogen, daß die Auslenkung der Feder konstant bleibt. Durch Seil und Feder fließt ein zeitlich konstanter Impulsstrom.

fließt. Aus der Tatsache, daß man der Feder den Impulsstrom allein an der Auslenkung ansieht, folgt, daß auch durch solche ausgelenkte Federn Impuls fließt, deren beide Enden ruhen. Oder allgemeiner ausgedrückt: Durch jede unter mechanischer Spannung stehende Anordnung fließen Impulsströme, auch wenn alle Teile der Anordnung ruhen, wenn es sich also um eine sogenannte statische Anordnung handelt.

3. Die Messung der Impulsstromstärke

Als Nebenprodukt der Betrachtungen des vorigen Abschnitts haben wir ein Meßgerät für die Stärke I_p des Impulsstroms gefunden: die Feder. Das Ausmaß der Verformung einer Feder hängt von der Stärke des Impulsstroms ab, der sie durchfließt. Kehrt der Impulsstrom seine Richtung um, so ändert die Verformung ihr Vorzeichen: Aus der Kompression wird eine Dehnung oder umgekehrt.

Dieses Meßgerät wird genauso angeschlossen wie andere Strommeßgeräte auch: Die Leitung, durch die der Strom fließt, wird durchgetrennt, und die beiden neu entstandenen Leitungsenden werden mit den beiden Anschlüssen des Strommeßgeräts verbunden, so daß der Strom durch das Meßgerät hindurchfließen muß.

Damit die Feder zum Meßgerät wird, muß sie noch geeicht werden. Dazu benutzen wir eine „Einheitsfeder“, d. h. eine bestimmte Feder, durch die, wenn sie um einen bestimmten Betrag ausgelenkt ist, die Stromstärke-Einheit fließt, Abb. 8a. Um andere Stromstärkewerte zu realisieren, braucht man nun nur mehrere Einheitsfedern parallel zu schalten. Genauso wie n parallelschaltete Amperemeter, von denen jedes 1A anzeigt, insgesamt von einem Strom von nA durchflossen werden (Abb. 8b), fließt durch n parallele Federn, von denen jede um eine Stromstärke-Einheit ausgelenkt ist, das n -fache der Impulsstromstärke-Einheit. Wir können damit jede beliebige

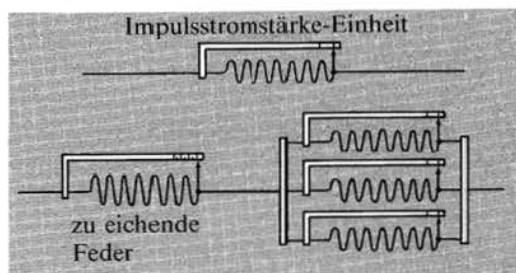


Abb. 8a Durch die zu eichende Feder fließen drei Impulsstromstärke-Einheiten.

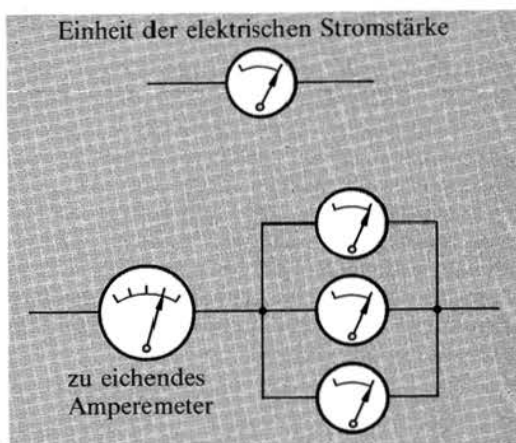


Abb. 8b Durch das zu eichende Amperemeter fließen drei Einheiten der elektrischen Stromstärke.

Feder oder jedes beliebige andere elastische Gebilde, also etwa auch einen Gummifaden eichen, d. h. wir können daran eine Skala anbringen, mit der die Stärke des Impulsstroms, der durch die Feder bzw. den Gummifaden hindurchfließt, abgelesen werden kann.

Der Leser hat wahrscheinlich längst bemerkt, daß das Gerät, das hier als Impulsstromstärke-Meßgerät vorgestellt wurde, normalerweise dazu benutzt wird, Kräfte zu messen. Wenn nun aber die Werte von zwei Größen nach demselben Verfahren gewonnen werden, so muß man schließen, daß es sich hier gar nicht um zwei verschiedene Größen handelt, sondern um ein und dieselbe Größe. Impulsstromstärke I_p (oder etwas ungenauer: Impulsstrom) und Kraft F sind lediglich zwei Namen für dieselbe Sache:

$$I_p \equiv F. \quad (1)$$

Im Prinzip hätten wir die Impulsstromstärke I_p auch mit der negativen Kraft $-F$ identifizieren können. Warum wir (1) den Vorzug geben, wird im nächsten Aufsatz zusammen mit anderen Vorzeichenfragen diskutiert.

4. Die Übersetzung von Lehrsätzen der Mechanik

Es wird sich im Verlauf dieses Aufsatzes und der folgenden Aufsätze zeigen, daß das Ersetzen des Wortes Kraft durch das Wort Impulsstromstärke weitreichende Konsequenzen hat. Den Wörtern Kraft und Impulsstrom liegen ganz unterschiedliche Auffassungen der Mechanik zu Grunde. Man sieht das bereits deutlich daran, daß das Ersetzen des einen Wortes durch das andere zur Folge hat, daß man auch Verben und Präpositionen ändern muß.

Statt „Eine Kraft wirkt auf einen Körper, oder wird auf ihn ausgeübt“ heißt es „Ein Impulsstrom fließt in den Körper“, oder auch einfach „Es fließt Impuls in den Körper“ (genauso wie man sowohl sagen kann „Das Wasser fließt“ als auch „Der Wasserstrom fließt“). Statt „Ein Körper übt auf einen anderen eine Kraft aus“ heißt es „Vom einen zum anderen Körper fließt Impuls“. Statt zu sagen „In einem Seil herrscht eine Kraft“ heißt es „Durch das Seil fließt Impuls“, oder „Im Seil fließt ein Impulsstrom“.

Die Formulierungen, bei denen das Wort Kraft gebraucht wird, lassen deutlich die Auffassung einer Fernwirkung erkennen: Die Betonung liegt auf den beiden *Körpern*. Bei der Impulsstrom-Formulierung dagegen wird die Aufmerksamkeit auch auf den *Raum zwischen* den beiden Körpern gelenkt. Auch das Wort „Wechselwirkung“ gehört zu den Wörtern, die durch die Fernwirkungsauffassung geprägt wurden. Es ist deshalb ratsam, auch dieses Wort zu vermeiden.

Nur in der Mechanik wird die Wirkung eines Systems auf ein anderes ohne Zuhilfenahme von Strömen beschrieben. Wenn die Temperatur eines Systems zu- und die eines anderen abnimmt, schließt man auf einen *Wärmestrom*. Man sagt nicht etwa, das erste System übe auf das zweite eine „thermische Wirkung“ aus. Wenn das elektrische Potential eines Körpers abnimmt und das eines anderen, der mit dem ersten durch einen Draht verbunden ist, zunimmt, schließt man auf einen *elektrischen Strom* und nicht auf eine elektrische Fernwirkung. Wenn die Konzentration eines Stoffes an einer Stelle ab- und an einer anderen zunimmt, schließt man auf einen *Stoffstrom*. Der Chemiker sagt nicht, hier werde Stoff vernichtet, um gleichzeitig dort neu zu entstehen.

Wir wollen nun daran gehen, die wichtigsten Lehrsätze der Mechanik aus der Sprache der Fernwirkung in die der Nahewirkung zu überset-

zen. Es wird sich zeigen, daß die Inhalte der Sätze dadurch leichter begreifbar werden. Der Inhalt mancher Sätze wird sich als so selbstverständlich offenbaren, daß man sie gar nicht mehr als Lehrsätze empfindet.

Das 2. Newtonsche Axiom

Bisherige Fassung:

Die zeitliche Änderung dp/dt des Impulses eines Körpers ist gleich der auf den Körper wirkenden Kraft F , als Formel:

$$F = \frac{dp}{dt} \quad (2)$$

Die Übersetzung lautet etwa:

Die zeitliche Änderung dp/dt des Impulses eines Körpers ist gleich der Stärke I_p des Impulsstroms, der in den Körper fließt:

$$I_p = \frac{dp}{dt} \quad (3)$$

Man sieht an der übersetzten Formulierung, daß das 2. *Newtonsche Axiom* das ist, was man in modernerer Ausdrucksweise eine Kontinuitätsgleichung (in „integraler“ Formulierung) nennt. Es ist damit Ausdruck der Impulserhaltung. Da die Gültigkeit der Gesetze der Mechanik nicht auf Körper beschränkt ist, können wir die verbale Formulierung von (3) noch etwas verallgemeinern:

Die Änderung des Impulsinhalts eines Raumbereichs ist gleich der Stärke des Impulsstroms durch die Begrenzungsfläche des Bereichs.

Das 3. Newtonsche Axiom

Wir geben zunächst drei Formulierungen wieder, wie sie wörtlich in Lehrbüchern zu finden sind:

Die Wirkung ist stets der Gegenwirkung gleich.

Jede Kraft erzeugt eine gleich große Gegenkraft.

Wirkt ein Körper A auf einen Körper B mit der Kraft F , so greift B an A mit der gleich großen, aber entgegengesetzt gerichteten Kraft $-F$ an.

Man nennt sie die *reactio* oder Gegenkraft zu F . Kräfte treten also immer paarweise auf.

Eine formale Übersetzung der ersten oder zweiten Version in die Sprache des Impulsstroms läßt zunächst gar nicht erkennen, was gemeint ist. Die Übersetzung der zweiten Version würde etwa lauten:

Jeder Impulsstrom erzeugt einen Gegenimpulsstrom der gleichen Stärke.

Aber was ist die Bedeutung von „Gegenimpulsstrom“? Einen Hinweis darauf gibt uns die dritte Version. Wir versuchen, sie zu übersetzen:

Fließt in einen Körper B ein Impulsstrom der Stärke I_p hinein, der vom Körper A kommt, so fließt in den Körper A ein gleichgroßer, entgegengesetzt gerichteter Impulsstrom hinein, der von B kommt. Man nennt ihn den Gegenimpulsstrom zu I_p . Impulsströme treten also immer paarweise auf.

Selbst in dieser Formulierung ist es nicht ganz leicht, zu erkennen, daß hier einfach die Stärke ein und desselben Stroms an zwei unterschiedlichen Stellen verglichen wird: Dort, wo er in den Körper B eintritt, und dort, wo er den Körper A verläßt. Daß die Stromstärke bei A das entgegengesetzte Vorzeichen von der bei B hat, liegt daran, daß man nicht sagt: „Der Impulsstrom, der A verläßt“, sondern „Der Impulsstrom, der in A hineinfließt“.

Wir wollen den Satz nun noch einmal so formulieren, daß man leichter erkennt, was er aussagen soll:

Fließt ein Impulsstrom von einem Körper A nach einem Körper B, so ist die Stromstärke beim Verlassen von A dieselbe wie die beim Eintritt in B.

In dieser Formulierung ist der Satz allerdings kaum noch wert, festgehalten zu werden, ist er doch nur eine triviale Folge der Impulserhaltung, die wir ja mit dem 2. Newtonschen Axiom bereits in voller Allgemeinheit ausgesprochen haben. Besonders kurios erscheint in diesem Licht die Definition des „Gegenimpulsstroms“ bzw. der „Gegenkraft“. Man zeichnet zwei Stellen auf dem Weg des Stroms aus und gibt ihm hier unterschiedliche Namen: Kraft und Gegenkraft. Genausogut könnte man ihm auch in der Mitte oder an irgendeiner anderen Stelle seines Wegs einen speziellen Namen geben, z. B. die Halbwegskraft.

Zur Erklärung des 3. Newtonschen Axioms wird manchmal ein Satz etwa in folgender Formulierung ausgesprochen:

Kraft und Gegenkraft greifen stets an verschiedenen Körpern an.

Dieser Satz ist sicher nützlich für den, der mit der Mechanik in ihrer traditionellen Darstellung operiert. Schließlich verwechselt man Kraft und Gegenkraft im 3. Newtonschen Axiom nur allzu

leicht mit den beiden Kräften, die manchmal an ein und demselben Körper angreifen und sich das Gleichgewicht halten. Nachdem wir aber Kraft und Gegenkraft entlarvt haben als Stärke desselben Stroms an zwei verschiedenen Stellen, würde dieser Satz in seiner Übersetzung so trivial, daß er eher verwirrend wirkte.

Der Satz vom Kräftegleichgewicht

Bisherige Formulierung z. B. so:

Wirken auf ein und denselben Körper zwei entgegengesetzt gerichtete Kräfte F_1 und F_2 von gleichem Betrag ($F_1 = -F_2$), so bleibt der Körper in Ruhe. An ihm herrscht Kräftegleichgewicht.

In der Übersetzung lautet dieser Satz:

Fließen auf ein und denselben Körper zwei Impulsströme der Stärken $I_{p,1}$ und $I_{p,2}$ vom gleichen Betrag, aber entgegengesetzten Vorzeichen ($I_{p,1} = -I_{p,2}$), so bleibt der Körper in Ruhe. An ihm herrscht Impulsstromgleichgewicht.

Weniger wörtlich, dafür aber sinngemäß besser übersetzt lautet der Satz:

Fließt in einen Körper ein Impulsstrom hinein und aus dem Körper ein Impulsstrom derselben Stärke heraus, so ändert sich der Impuls des Körpers nicht.

Auch dieser Satz ist wieder nur ein Spezialfall des Impulserhaltungssatzes. Wieder drückt er in unserer Darstellung etwas aus, was jedermann als Selbstverständlichkeit empfindet. Man erkennt das übrigens auch daran, daß man den analogen Satz der Elektrizitätslehre in keinem Lehrbuch findet.

5. Leiter und Nichtleiter des Impulsstroms

Wir haben bei unserer Darstellung der Mechanik bereits mehrfach die Elektrizitätslehre zum Vergleich herangezogen, und wir werden weiterhin von diesem Vergleich profitieren. Die Möglichkeit dieses Vergleichs beruht auf einer sehr weitgehenden Strukturverwandtschaft dieser beiden Gebiete. Ähnliche Analogien existieren auch zu anderen Teilgebieten der Physik. Sie wurden ausführlich in Heft 3 dieser Schriftenreihe behandelt. Grundlage der Analogie zwischen Elektrizitätslehre und Mechanik bildet eine Entsprechung der

mengenartigen Größen elektrische Ladung Q und Impuls p sowie der intensiven Größen elektrisches Potential φ und Geschwindigkeit v . Zu vielen Beziehungen, in denen die Größen Q oder φ auftreten, gibt es strukturgleiche mechanische Beziehungen, also solche, in denen p oder v vorkommen.

Im 1. Aufsatz dieses Heftes wurden bereits die beiden Gleichungen

$$Q = C U \text{ und } p = mv$$

gegenübergestellt. Dem elektrischen Kondensator entspricht also das mechanische Gebilde Massenpunkt. Im vorliegenden Aufsatz haben wir (in Abschnitt 2) andeutungsweise auf die Analogie zwischen dem elektrischen Bauelement Spule und dem mechanischen Bauelement Feder hingewiesen. Wir wollen nun einen weiteren Fall analoger Beziehungen betrachten.

Fließt durch einen Gegenstand ein stationärer elektrischer Strom, so besteht zwischen den Enden des Gegenstandes eine Potentialdifferenz oder eine elektrische Spannung. Ob bei gegebener Spannung die elektrische Stromstärke klein oder groß ist, kommt im elektrischen Widerstand R_Q des Gegenstandes zum Ausdruck, der definiert ist als

$$R_Q = \frac{U}{I_Q}. \quad (4)$$

Die hierzu analogen mechanischen Aussagen erhält man durch sinngemäßes „Übersetzen“ der vorangehenden Sätze:

Fließt durch einen Gegenstand ein stationärer Impulsstrom, so „besteht zwischen den Enden des Gegenstandes eine Geschwindigkeitsdifferenz“ (d.h. die Enden bewegen sich mit unterschiedlicher Geschwindigkeit). Ob bei gegebener Geschwindigkeitsdifferenz die Impulsstromstärke klein oder groß ist, kommt im Impulsstromwiderstand R_p des Gegenstandes zum Ausdruck, der definiert ist als

$$R_p = \frac{|\Delta v|}{|I_p|}. \quad (5)$$

Man erkennt, daß hier mit den Gegenständen keine Federn gemeint sind, denn die Stärke des Impulsstroms durch eine Feder hängt von der Auslenkung Δx der Feder ab, nicht aber vom Geschwindigkeitsunterschied Δv der beiden Federenden. (5) definiert vielmehr einen Impulsstromwiderstand für *viskose* Gegenstände. Ein dem elektrischen Bauelement „Widerstand“ entsprechendes mechanisches Gerät ist der Stoßdämpfer, Abb. 9.

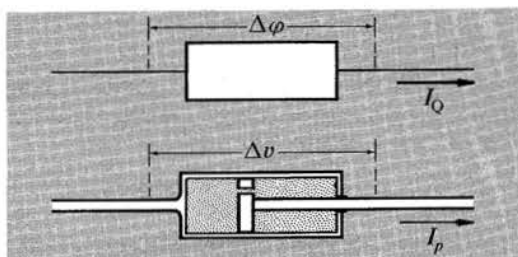


Abb. 9 Der Stoßdämpfer ist das mechanische Analogon zum Objekt „elektrischer Widerstand“.

Für einen homogenen elektrischen Leiter der Länge l und der Querschnittsfläche A gilt die einfache Beziehung (Abb. 10a):

$$R_Q = \frac{l}{\sigma A}.$$

wobei σ die elektrische Leitfähigkeit ist. Auch diese Gleichung hat ihr mechanisches Analogon, denn es gilt (Abb. 10b):

$$R_p = \frac{l}{\eta A}.$$

Hier ist η die Viskosität des Mediums, durch das der Impulsstrom fließt. Je höher die Viskosität eines Mediums ist, desto besser leitet es also den Impuls. Da die Viskosität von Festkörpern, und zwar nicht nur von starren, sondern auch von elasti-

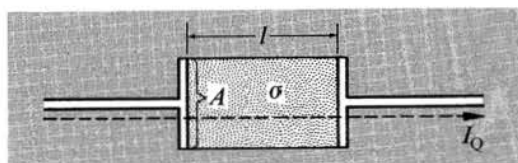


Abb. 10a Der elektrische Widerstand hängt ab von Länge l und Querschnitt A des elektrischen Leiters sowie von der elektrischen Leitfähigkeit σ des Materials.

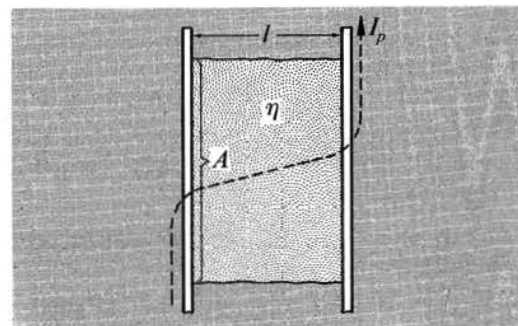


Abb. 10b Der Impulsstrom-Widerstand hängt ab von Länge l und Querschnitt A des Impulsleiters sowie von der Viskosität η des Materials.

schen Festkörpern, unendlich groß ist, haben diese Körper den Impuls widerstand Null, sie sind Impuls-Supraleiter.

Gase sind wegen ihrer geringen Viskosität gute Impulsisolatoren. Man nutzt das aus bei Luftkissenfahrzeugen. Hier soll möglichst wenig Impuls zur Erde abfließen. Man isoliert deshalb das Fahrzeug gegen die Erde durch eine Luftschicht.

6. Welche Geschwindigkeit hat ein Impulsstrom?

Zum Schluß wollen wir eine *Warnung* geben: Wir haben gezeigt, daß es möglich und sinnvoll ist, die Übertragung von Impuls von einem Körper A auf einen Körper B dadurch zu beschreiben, daß ein Impulsstrom zwischen den Körpern fließt. Indem wir sagen, zwischen den Körpern fließt ein Strom, machen wir uns ein Bild von dem Raum zwischen den Körpern. Wir sagen, der Zustand dieses Raumes habe etwas gemeinsam mit den Gebilden, die unsere anschauliche Vorstellung von Strömen geprägt haben, z. B. mit einem Wasserstrom.

Dafür, daß wir den Zustand mit dem Wort Strom beschreiben, haben wir zwei Argumente:

- Die Beschreibung gibt das Verhalten der Körper, zwischen denen der Strom fließt, richtig wieder, nämlich die Tatsache, daß der Impuls von A um denselben Betrag abnimmt, um den der von B zunimmt.
- Das Gebiet zwischen den Körpern erfährt eine beobachtbare Veränderung. Im Fall, daß die Körper durch ein Seil verbunden sind, ist dies die Verlängerung des Seils.

Weitere Gründe für unsere Annahme eines Stroms gibt es nicht. Es ist wichtig, sich das klarzumachen, denn das Wort „Strom“ im normalen Sprachgebrauch, etwa im Sinn eines Wasserstroms, beinhaltet viel mehr: In diesem Sinn drückt das Wort Strom nämlich eine Bewegung aus. Voraussetzung für eine Bewegung ist aber die Zerlegbarkeit dessen, was strömt, in individuell verfolgbare Teile.

Bei den Strömen des Physikers handelt es sich nie um Ströme von Stoffen oder Gegenständen, sondern stets um Ströme physikalischer Größen, wie z. B. um einen Strom von Masse, von elektrischer Ladung, von Entropie oder von Drehimpuls. Es

ist gar nicht zu erwarten, daß diese Ströme unserem Bild vom Strom so entsprechen, daß sich individuell verfolgbare Portionen der dem Strom zugeordneten physikalischen Größe angeben lassen.

Man macht sich das am besten dadurch klar, daß man versucht, die Geschwindigkeit einiger in der Physik etablierter Ströme anzugeben:

- elektrischer Strom in einem Metall;
- elektrischer Strom in einem p-Halbleiter;
- elektrischer Suprastrom;
- Entropiestrom beim Licht;
- Entropiestrom in einem „wärmeleitenden“ Kupferstab.

Auf die Frage nach der Geschwindigkeit des Impulsstroms in einem ruhenden festen Körper wollen wir mit einem Zitat von *Ostwald* antworten: „Um seinen Zustand mittels des mechanischen Denkmaterials beschreiben zu können, muß man ihm eine Bewegung andichten, und zwar, da man sie nicht sehen kann, eine unsichtbare. Eine jede Bewegung hat bestimmte Richtungen und Geschwindigkeiten; man muß also weiter der nicht sichtbaren Bewegung gewisse Richtungen und Geschwindigkeiten andichten, und da man diese nicht nachweisen oder messen kann, so entsteht das Problem, welches diese Bewegungen sind und wie man sie bestimmen kann. Wie man erkennt, ist dieses Problem gar nicht aus der Beschaffenheit der darzustellenden Erscheinung heraus entstanden, denn diese kann man, da sie keine Bewegung zeigt, ohne alle Rücksicht auf den Begriff der Bewegung darstellen. Das Problem ist vielmehr nur aus der willkürlichen Annahme entstanden, daß die nichtmechanische Erscheinung eine mechanische sei. Es ist ganz und gar ein Scheinproblem, nach dem zutreffenden Ausdruck von E. Mach.“ [1]

Wir wollen aus *Ostwalds* Bemerkungen allerdings nicht den Schluß ziehen, daß man die Beschreibung der Übertragung einer mengenartigen Größe durch Ströme lieber aufgeben sollte. Es war ja gerade das Ziel dieses Aufsatzes zu zeigen, wie gut dieses Bild ist. Es ist aber wichtig, daß man begreift, daß es ein Bild ist, und daß man es nicht mit der Wirklichkeit verwechselt.

Literatur

- [1] *W. Ostwald*: „Die Energie“, S. 93, Verlag von Johann Ambrosius Barth, Leipzig 1908

Stromrichtung und Vorzeichen der Stromstärke

1. Einleitung

Im vorangehenden Aufsatz wurde gezeigt, daß durch einen Körper, der unter Druck- oder Zugspannung steht, ein Impulsstrom fließt. Obwohl der Schluß auf einen solchen Impulsstrom im Rahmen der Überlegungen des vorigen Aufsatzes durchaus zwingend war, könnte man auf Grund eines anderen Arguments dennoch an seiner Richtigkeit zweifeln. Wir betrachten dazu die Anordnung der Abb. 1, bei der die Feder im oberen Teil unter Spannung stehen soll. Die Symmetrie der Anordnung legt den Schluß nahe, daß durch die Feder kein Impulsstrom fließen kann, daß also die Impulsstromstärke den Wert Null haben muß. Dieser Schluß ist jedoch falsch. Tatsächlich fließt ein Impulsstrom in einer wohl definierbaren Richtung. Das Problem der Richtung von Impulsströmen ist allerdings nicht ganz trivial. Wir wollen uns daher zunächst am etwas einfacheren analogen Problem in der Elektrizitätslehre orientieren.

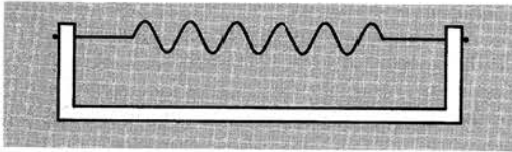


Abb. 1 Aus der Symmetrie dieser Anordnung scheint zu folgen, daß kein Impulsstrom fließt.

2. Stromrichtung und Vorzeichen der Stromstärke

Fragt man nach der Richtung des elektrischen Stroms an einer bestimmten Stelle eines Stromkreises, etwa des Stromkreises von Abb. 2, so erwartet man als Antwort einen Pfeil. Dieser Pfeil gibt die Richtung eines Vektors an: des Vektors der Stromdichte. Hat dieses Vektorfeld über einen größeren Bereich überall dieselbe Richtung, so ist der Pfeil für den ganzen Bereich repräsentativ. In Abb. 3 ist das für ein Stück Draht dargestellt. Wir wollen das in Form einer Regel festhalten:

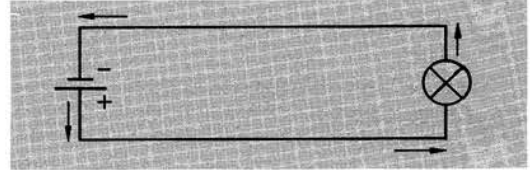


Abb. 2 Die Pfeile geben die Richtung der Stromdichtevektoren an.

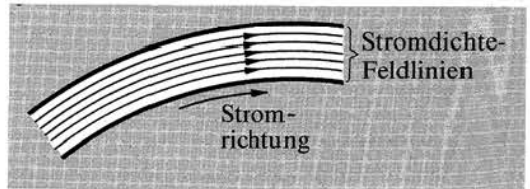


Abb. 3 Da das Stromdichtevektorfeld über den ganzen Querschnitt dieselbe Richtung hat, genügt zur Kennzeichnung der Richtung ein einziger Pfeil.

Unter der Stromrichtung an einer Stelle versteht man die Richtung des Vektorfeldes der Stromdichte an dieser Stelle.

Bei dem in der Einleitung zitierten Problem geht es uns genau genommen gar nicht um den ganzen Pfeil. Daß nämlich die Pfeile in Abb. 1 oder Abb. 2 parallel zu den jeweiligen Leitern liegen müssen, wird man wahrscheinlich für selbstverständlich halten. Das Problem besteht vielmehr darin, an welchem Ende sich die Pfeilspitze befindet. Wir können das auch so ausdrücken: Gegeben ist ein Stromlinienfeld, aber an den Feldlinien ist die Orientierung nicht markiert. Mit der Frage nach der Stromrichtung meinen wir die Frage nach der Orientierung der sonst bekannten Stromlinien.

Nicht zu verwechseln mit der Frage nach der *Stromrichtung* ist die Frage nach dem *Vorzeichen der Stromstärke*. Stromstärke I und Stromdichte j hängen zusammen über

$$I = \int_S j \, dA. \tag{1}$$

Man erkennt an dieser Beziehung, daß die *Stromstärke* eine Größe ist, die einer Fläche zugeordnet ist, der Fläche S , über die in (1) integriert wird. Das Vorzeichen von I hängt außer von der Orien-

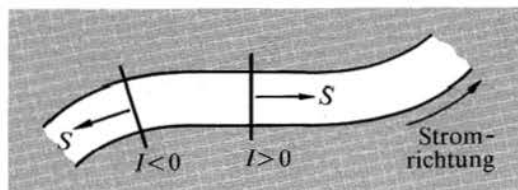


Abb. 4 Das Vorzeichen der Stromstärke hängt von der Orientierung der Fläche ab, auf die sie sich bezieht.

tierung von j noch von der Orientierung dieser Fläche ab, Abb. 4. Man sieht, daß die Frage „Wie groß ist die Stärke des Stromes im Draht?“ gar keine eindeutige Antwort besitzt. Sie unterstellt, daß man den Wert der Stromstärke eindeutig angeben kann, wenn die Stelle festgelegt ist, „an der der Strom vorbeifließt“, oder anders gesagt, wenn nur ein Querschnitt, also eine *nichtorientierte* Fläche angegeben wird. Korrekt gestellt müßte die Frage heißen: „Wie groß ist die Stärke des Stroms durch die und die orientierte Fläche?“ Die Antwort hierauf ist eindeutig. Der Wert der Stromstärke kann, je nach Wahl der Orientierung der Fläche, positiv oder negativ sein. Wir wollen als Regel festhalten:

Eine Stromstärke bezieht sich stets auf eine orientierte Fläche.

Daß man sich trotzdem verständlich macht, wenn man einfach von der Stromstärke „in einem Draht“ spricht, liegt daran, daß man meist von der stillschweigenden Voraussetzung ausgeht, daß nur der Betrag der Stromstärke interessiert.

Oft stellt sich die Frage nach der Stärke des Stroms durch eine *geschlossene* Fläche. In diesem Fall ist es möglich, eine Konvention über die Orientierung der Fläche zu treffen, z. B.:

Eine geschlossene Fläche ist so orientiert, daß der Flächennormalenvektor an jeder Stelle nach außen weist.

Damit läge das Vorzeichen der Stärke eines Stroms durch die Fläche eindeutig fest. Tatsächlich wird diese Konvention in der Theoretischen Physik befolgt. Sie hat zur Folge, daß die Kontinuitätsgleichung einer Erhaltungsgröße X in ihrer integralen Formulierung die Form annimmt:

$$\frac{dX}{dt} + I_X = 0. \quad (2)$$

Die zeitliche Änderung dX/dt der Größe in einem Raumbereich plus die Stärke I_X des Stroms der Größe X durch die den Raumbereich begrenzende geschlossene Fläche ist gleich Null. Für die elektrische Ladung lautet die Kontinuitätsgleichung bei Zugrundelegen dieser Konvention:

$$\frac{dQ}{dt} + I_Q = 0.$$

In vielen Experimentalphysikbüchern und insbesondere in Schulphysikbüchern wird allerdings die umgekehrte Konvention zugrunde gelegt:

Eine geschlossene Fläche ist so orientiert, daß der Flächennormalenvektor an jeder Stelle nach innen weist.

Daß von ihr Gebrauch gemacht wird, auch wenn sie nicht explizit ausgesprochen wird, erkennt man daran, daß Kontinuitätsgleichungen in der Form

$$\frac{dX}{dt} = I_X$$

geschrieben werden. So ist es z. B. üblich, den Zusammenhang zwischen der Änderung der Ladung dQ/dt in einen Raumbereich und der Stromstärke I_Q durch die Begrenzungsfläche des Raumbereichs zu schreiben:

$$\frac{dQ}{dt} = I_Q.$$

(Leider wird diese Gleichung manchmal als Definitionsgleichung der elektrischen Stromstärke mißverstanden). Dieselbe Vorzeichenkonvention liegt der üblichen Schreibweise des zweiten *Newtonschen* Axioms zugrunde:

$$\frac{dp}{dt} = F (= I_p).$$

3. Wodurch die Orientierung von Stromlinien festgelegt ist

Die Stromrichtung an irgendeiner Stelle eines einfachen elektrischen Stromkreises, etwa des in Abb. 2 wiedergegebenen, anzugeben, bereitet keine Schwierigkeiten. Man benutzt dazu die Regel, nach der in jedem *Ohmschen* Leiter (allgemeiner in jedem Verbraucher elektrische Energie) der Strom vom hohen zum niedrigen elektrischen Potential fließt.

Vermutlich wird man sich jedoch daran erinnern, gelernt zu haben, diese Regel stelle nur eine *Konvention* dar. Man hätte genausogut festlegen können, der Strom fließe vom Minuspol zum Pluspol. Manchmal hört oder liest man auch, diese Konvention sei getroffen worden, als man über Leitungsmechanismen noch nicht so gut Bescheid wußte wie heute, und daß es vernünftiger gewesen

wäre festzusetzen, der Strom fließe vom Minus zum Pluspol, da das ja in den meisten Fällen tatsächlich der Fall sei. Die Konvention sei also eigentlich unglücklich, was aber, Gott sei Dank, keinerlei schädliche Konsequenzen habe.

Es soll nun gezeigt werden, daß wir froh sein können, daß die Konvention so getroffen ist, wie es es ist, ja daß man hier von einer Konvention gar nicht sprechen sollte. Wir betrachten dazu Abb. 5.

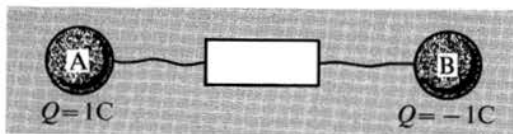


Abb. 5 Die elektrische Ladung von A nimmt ab, die von B zu. Es fließt also ein Strom von links nach rechts.

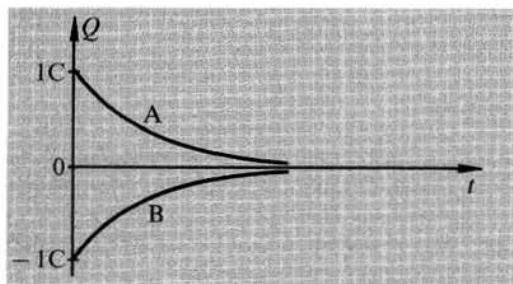


Abb. 6 Die Ladung der Gegenstände A und B in Abb. 5 als Funktion der Zeit.

Ein positiv geladener Gegenstand A ist über einen Widerstand mit einem negativ geladenen Gegenstand B verbunden. Zwischen A und B fließt ein elektrischer Strom, so daß die Ladung von A ab-, und die von B zunimmt, Abb. 6. Auf Grund der „Konvention“ über die Stromrichtung sagen wir, daß der elektrische Strom von A nach B fließt. Aus dem Körper, dessen Ladung *abnimmt*, fließt der Strom *heraus*, in den Körper, dessen Ladung *zunimmt*, fließt er *hinein*.

Wäre die Konvention umgekehrt getroffen worden, so nähme die Ladung des Körpers, in den der Strom *hineinfließt*, *ab* und die des Körpers, aus dem sie *herausfließt*, *zunahme*. Diese Aussage würde zwar nicht zu logischen Widersprüchen führen, man würde sie aber als sehr unnatürlich empfinden. Die physikalische Größe Stromstärke würde gerade das messen, was in unserer Anschauung das Negative der Stromstärke ist. Das wäre etwa so, als würde man die Dichte ρ_X einer mengenartigen Größe X als $\rho_X = -X/V$ definieren statt, wie es üblich ist, $\rho_X = +X/V$.

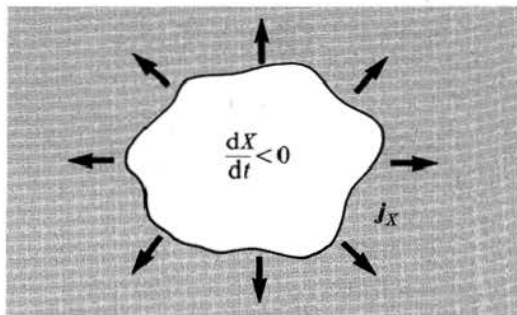


Abb. 7 Der Wert der Größe X nimmt in dem abgegrenzten Raumbereich ab. Da X eine Erhaltungsgröße ist, muß ein X -Strom aus dem Bereich herausfließen.

Wir wollen die, wie wir gesehen haben, vernünftige Festlegung der elektrischen Stromrichtung verallgemeinern und als Regel formulieren (siehe auch Abb. 7):

Nimmt in einem Raumbereich der Wert einer Größe X ab, so fließt aus dem Bereich ein X -Strom heraus.

Wir möchten den Leser noch auf eine Schwierigkeit aufmerksam machen, die ihm vielleicht entgangen ist und die immer dann auftritt, wenn von der Zu- oder Abnahme einer Größe die Rede ist, die nicht nur positive, sondern auch negative Werte annehmen kann. Wir haben die zeitliche Abnahme einer Größe X konsequent damit identifiziert, daß $dX/dt < 0$ ist. Das ist unabhängig davon, ob $X > 0$ oder $X < 0$ ist. In der Umgangssprache, ja sogar in einer etwas sorglosen Physikersprache ist aber ein anderer Brauch weit verbreitet: Spricht man von der zeitlichen Abnahme der mengenartigen Größe X , so meint man nicht, daß $dX/dt < 0$, sondern daß $d|X|/dt < 0$ ist. Es schockiert sicher keinen, wenn er hört, in Abb. 5 nehme die elektrische Ladung beider Körper ab, nicht nur die des Körpers A. Mit „elektrischer Ladung“ ist aber bei so einer Sprechweise „Betrag der elektrischen Ladung“ gemeint. In derselben Lage sind wir beim Impuls. Von einem bremsenden Fahrzeug sagen wir gewöhnlich leichtfertigerweise, sein Impuls nehme ab, gleichgültig, ob das Fahrzeug nach rechts oder links fährt.

Dieselbe Schwierigkeit äußert sich auch, wenn wir entscheiden sollen, welcher von zwei Werten einer Größe der größere ist. Welcher Körper hat die größere Ladung: der mit $Q = 1C$ oder der mit $Q = -2C$? Die Antwort heißt: Der Körper mit $Q = 1C$ hat die größere Ladung, denn $1C > -2C$. Unsere Neigung, die Entscheidung über das, was „größer“ und was „kleiner“ bedeutet, nur auf den

Betrag der Größe zu beziehen, hat ihren Ursprung wahrscheinlich in der Symmetrie der Effekte, die durch positive und negative Werte hervorgerufen werden. Es gibt übrigens eine Größe, bei der diese Effekte sehr unsymmetrisch sind: das Geld. Wenn man fragt: „Was ist mehr Geld, was repräsentiert den größeren Wert: + 10 000 DM oder -20 000 DM (d. h. 20 000 DM Schulden)?“, so wird sicher kein Mensch die Absolutbeträge dieser beiden Werte zur Entscheidung heranziehen.

4. Teilchenströme

Der Inhalt der im vorigen Abschnitt formulierten Regel steht im Widerspruch zu einer weit verbreiteten und offenbar sehr einleuchtenden Vorstellung: Außer der konventionellen gibt es noch eine wirkliche, physikalische Richtung des elektrischen Stroms, und diese ist, je nach Leitungsmechanismus, verschieden. In Metallen, sagt man, fließt der elektrische Strom von Minus nach Plus, in p-dotierten Halbleitern dagegen von Plus nach Minus. Man kann sogar, heißt es, einen Gegenverkehr von Strömen elektrischer Ladung antreffen.

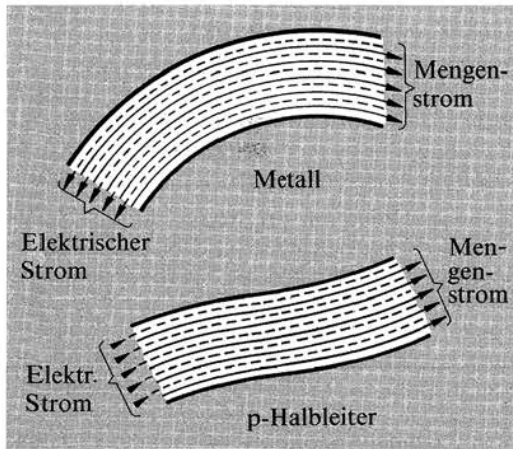


Abb. 8 In einem Metall haben elektrischer Strom und Mengenstrom der Ladungsträger entgegengesetzte, in einem p-Halbleiter dieselbe Richtung.

Diese Vorstellungen beruhen auf einem Fehler: der Verwechslung des elektrischen Stroms mit dem Strom der Ladungsträger. Ladungsträger können Elektronen, Defektelektronen, Ionen oder andere geladene Teilchen oder Stoffe sein. Das, was man den Ladungsträger nennt, wird re-

präsentiert durch den Strom der physikalischen Größe Menge (= Stoffmenge). Bei gegebener Richtung des elektrischen Stroms kann der Mengenstrom der Ladungsträger in die eine oder in die andere Richtung fließen, je nachdem, welches der Ladungsträger ist, Abb. 8. Bei Defektelektronen, positiven Ionen oder positiven Myonen haben elektrischer Strom und Mengenstrom dieselbe Richtung, bei Elektronen und allen anderen negativ geladenen Stoffen haben sie entgegengesetzte Richtung.

5. Das Vorzeichen der elektrischen Ladung – eine Konvention

In den Betrachtungen der vorangehenden Abschnitte spielte eine Konvention eine Rolle, von der bisher noch nicht die Rede war: Das Vorzeichen der elektrischen Ladung selbst ist durch eine Konvention festgelegt, die man z. B. so formulieren kann: „Die Ladung, die man auf einem Glasstab durch Reiben mit einem wollenen Tuch erzeugt, wird als positiv festgelegt.“ Als moderner Mensch würde man vielleicht lieber sagen: „Die Ladung der Atomkerne wird als positiv festgelegt“.

Beide Festlegungen sind zwar praktisch brauchbar, könnten aber im Prinzip durchaus zum falschen Ergebnis führen. Ein Antimensch (wir meinen einen Menschen, der aus Antimaterie besteht), der auf einem Antiplaneten wohnt und der diese Konvention liest, würde durch sie nämlich zum falschen Schluß gelangen. Er sitzt sozusagen nicht in demselben elektrischen Koordinatensystem (oder Bezugssystem) wie wir.

Wir wollen auf diese unwahrscheinliche Situation nicht durch eine verschärfte Neuformulierung unserer Konvention über das Vorzeichen der elektrischen Ladung Rücksicht nehmen. Bei der entsprechenden Konvention über das Vorzeichen des Impulses werden wir aber um die Festlegung des Bezugssystems nicht herumkommen.

Wir hatten in Abschnitt 3 an Hand von Abb. 5 auf die Stromrichtung geschlossen. Wir sehen jetzt, daß die Stromrichtung an der Konvention über das Koordinatensystem der elektrischen Ladung hängt. Wäre nämlich die Ladung von Körper A als negativ definiert worden und die von Körper B als positiv, so folgte, daß der Strom von B nach A fließt. Wir können also die folgende Regel formulieren:

Die Stromrichtung hängt von dem durch Konvention festgelegten Vorzeichen der elektrischen Ladung ab.

6. Die Richtung des Impulsstroms

Nach diesen Vorbereitungen können wir daran gehen, die in der Einleitung gestellte Frage zu beantworten: „In welcher Richtung fließt der Impulsstrom in Abb. 1?“

Bei der elektrischen Ladung mußte zunächst das (eindimensionale) Koordinatensystem, in dem die elektrische Ladung gemessen wird, durch Konvention festgelegt werden. Entsprechend müssen wir beim Impuls als erstes das Koordinatensystem festsetzen, in dem wir den Impuls messen wollen. Dieses ist, wie der Impuls selbst, dreidimensional und im Ortsraum orientiert. Außer der Orientierung müßte eigentlich auch noch der „Bewegungszustand“ des Bezugssystems festgelegt werden, oder besser der Nullpunkt des Impulses auf den drei Achsen (beim elektrischen Bezugssystem hatten wir diese Wahlfreiheit nicht). Für die Überlegungen dieses Aufsatzes spielt aber die Wahl des Nullpunkts keine Rolle.

Im Gegensatz zum elektrischen Bezugssystem, das man allgemein verbindlich festgelegt hat, wählt man das mechanische, also das Impuls-Bezugssystem von Fall zu Fall anders. Man orientiert die Impulsachsen so, daß die Beschreibung des betrachteten Problems möglichst einfach wird. Welche Seite einer Koordinatenachse die positive und welche die negative ist, folgt gewissen Gewohnheiten. Eine waagrecht liegende Achse bezeichnet man bekannterweise als x -Achse und ihre rechte Seite als die positive. Bei der senkrechten z -Achse sind sich wieder Theoretiker und Experimentalphysiker nicht einig. Bei den Theoretikern ist wie in diesem Heft oben positiv, bei den Experimentalphysikern unten. Nach solchen willkürlichen Festlegungen folgt die Richtung des Impulsstroms zwangsläufig. Um das zu sehen, beschränken wir uns zunächst auf Probleme, bei denen nur die x -Komponente des Impulses eine Rolle spielt.

Das zu Abb. 5 analoge mechanische Bild zeigt Abb. 9. Körper A hat positiven Impuls, er bewegt sich nach rechts, Körper B hat negativen, er bewegt sich nach links. A und B sind über eine Stange und einen Stoßdämpfer (einen „Impuls wider-

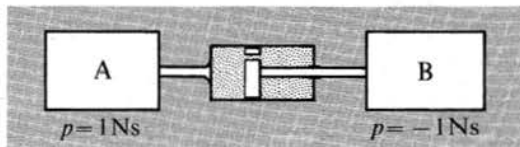


Abb. 9 Der Impuls von Körper A nimmt ab, der von Körper B zu. Es fließt also ein Impulsstrom durch den Stoßdämpfer von links nach rechts.

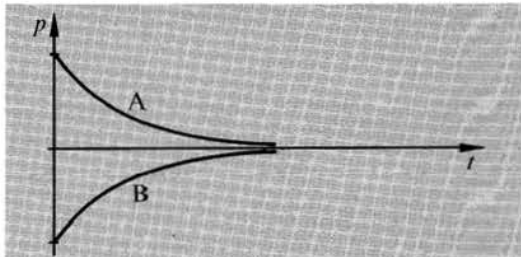


Abb. 10 Der Impuls der Körper A und B in Abb. 9 als Funktion der Zeit.

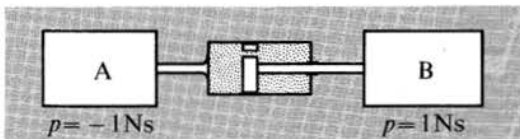


Abb. 11 Der Impuls von Körper B nimmt ab, der von Körper A zu. Der Impulsstrom fließt hier von rechts nach links.

stand“) miteinander verbunden. Der Impuls von A nimmt ab, der von B zu (Abb. 10), also fließt durch die Stange Impuls von A nach B, von links nach rechts. Bei der Anordnung von Abb. 11 fließt der Impuls in die entgegengesetzte Richtung: von rechts nach links.

In welche Richtung der Impuls in der Stange fließt, kann man nicht nur aus der Änderung des Impulses der Körper A und B schließen, man kann es auch direkt dem Spannungszustand der Stange entnehmen: Steht sie unter Druckspannung, so fließt der Impuls in die positive x -Richtung, steht sie unter Zugspannung, so fließt er in die negative x -Richtung. Wir wollen dieses Resultat auf beliebige Koordinatenrichtungen i verallgemeinern (wo i für x , y oder z steht):

Durch einen in i -Richtung orientierten Impulsleiter fließt i -Impuls in die positive i -Richtung, wenn der Leiter unter Druckspannung steht, und in die negative i -Richtung, wenn der Leiter unter Zugspannung steht.

Da Seil und Feder in Abb. 1 unter Zugspannung stehen, fließt der Impuls oben von rechts nach links. Folglich fließt er im linken Teil der Halte-

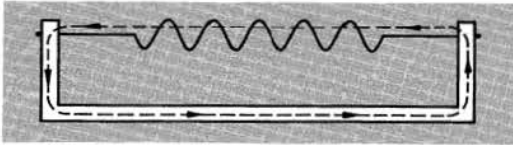


Abb. 12 Der Impulsstrom in der Anordnung der Abb. 1 fließt oben nach links und unten nach rechts. Die Zerstörung der Symmetrie beruht auf der Auszeichnung einer Raumrichtung als positive Impulsrichtung.

nung nach unten, im rechten nach oben und im unteren Teil der Halterung von links nach rechts, Abb. 12. Man erkennt jetzt auch, wodurch die Symmetrie dieser Anordnung zerstört wurde: durch die Auszeichnung einer Raumrichtung als positive Impulsrichtung. Hätten wir den Impuls nicht nach rechts, sondern nach links positiv gezählt, so wäre auch die entgegengesetzte Impulsstromrichtung herausgekommen.

7. Beispiele

Die Abbildungen 13 und 14 zeigen an Hand einiger Beispiele den Weg des Impulsstromes. In allen 4 Teilbildern von Abb. 13 wird der Körper nach rechts beschleunigt, d.h. sein x -Impuls nimmt zu. Folglich fließt durch die Zuleitung, gleichgültig, ob sie von rechts, von links, von oben

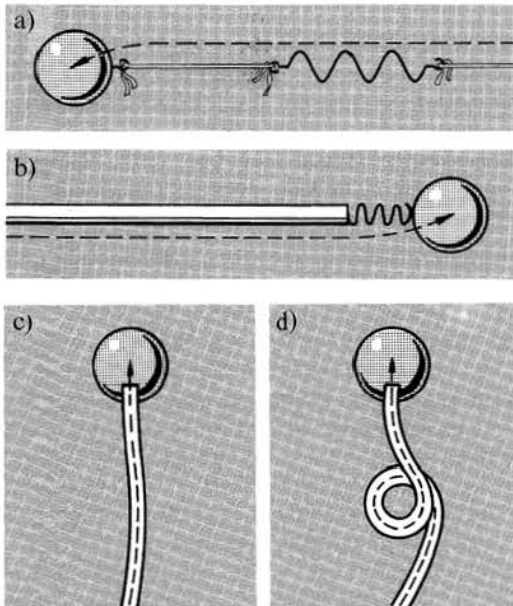


Abb. 13 In allen vier Teilbildern fließt durch die Leitung x -Impuls in den Körper hinein.

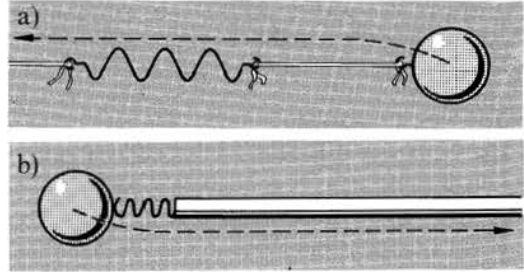


Abb. 14 In beiden Teilbildern fließt durch die Leitung x -Impuls aus dem Körper heraus.

oder unten kommt, ob sie gerade oder verbogen ist, x -Impuls in den Körper hinein.

In den Abbildungen ist der Weg des x -Impulses durch eine einzige, das ganze Stromlinienfeld repräsentierende gestrichelte Linie angedeutet. Wir werden im folgenden Aufsatz sehen, daß das komplette Stromlinienbild viel komplizierter aussehen kann. In dem Fall, daß der Impulsleiter unter Biegespannung steht, werden in ihm nämlich Kreisströme „angeworfen“, zusätzlich zu dem Impulsstrom, der durch den Leiter vom einen Ende bis zum anderen hindurchfließt.

Die Körper in Abb. 14 werden in x -Richtung verzögert oder in die negative x -Richtung beschleunigt, ihr x -Impuls nimmt also ab. Folglich fließt durch die Zuleitung in beiden Fällen x -Impuls aus den Körpern heraus.

8. Die drei Impulssorten

Bisher wurden nur Situationen betrachtet, bei denen Ströme einer einzigen Komponente des Impulses auftraten. Wir wollen nun unsere Überlegungen verallgemeinern. Um zu sehen, mit welcher Art Mathematik man es dabei zu tun hat, sind in Tabelle 1 elektrische und mechanische Größen gegenübergestellt.

Tabelle 1

mengenartige Größe	Q Skalar	p Vektor
Strom dieser Größe	I_Q Skalar	I_p Vektor
Stromdichte	j_Q Vektor	j_p Tensor

Da in der Mechanik die strömende Größe, nämlich der Impuls, ein Vektor ist, ist auch die Stromstärke ein Vektor. Man identifiziere die Richtung dieses Vektors auf keinen Fall mit der Stromrichtung! Die Stromrichtung ist ja, wie wir gesehen haben, die Richtung eines Stromdichtevektors.

Nach Tabelle 1 ist die Stromdichte beim Impuls aber kein Vektor, sondern ein Tensor. Dieser Tensor 2. Stufe ist in der Mechanik in traditioneller Darstellung als „Spannungstensor“ bekannt. Aus der Feststellung, daß \mathbf{j}_p ein Tensor ist, scheint zu folgen, daß eine einfache Darstellung des Impulsflusses durch Stromlinien, so wie sie in den beiden vorigen Abschnitten entwickelt wurde, dann nicht mehr möglich ist, wenn „mehrdimensionale“ Impulsströme auftreten, d. h. Impulsströme, bei denen mehr als eine Komponente von Null verschieden ist. Man könnte befürchten, daß die Darstellung eines Tensorfeldes zwangsläufig so unanschaulich ist, daß man ihr das Strömen gar nicht mehr ansieht. Tatsächlich kann man aber auch ein Tensorstromdichtefeld sehr anschaulich darstellen, wenn man nur eine Vorsichtsmaßregel beachtet. Wenn man nämlich ein einmal gewähltes Koordinatensystem konsequent beibehält, kann man das Strömen der vektoriellen Größe \mathbf{p} beschreiben als ein Strömen der drei voneinander unabhängigen skalaren Größen p_x , p_y und p_z . Zu jeder dieser Größen gibt es einen Strom mit einer skalaren Stromstärke I_{p_x} , I_{p_y} bzw. I_{p_z} und einer vektoriellen Stromdichte \mathbf{j}_{p_x} , \mathbf{j}_{p_y} bzw. \mathbf{j}_{p_z} . Jeder der drei Ströme ist mathematisch von derselben Natur wie der elektrische Strom. Die drei „Vektoren“ \mathbf{j}_{p_x} , \mathbf{j}_{p_y} und \mathbf{j}_{p_z} sind die Zeilen des Stromdichtetensors.

Wir wollen einige Beispiele betrachten. Abb. 15a zeigt einen Körper, der über ein Seil nach rechts oben beschleunigt wird. Sowohl die x - als auch die y -Komponente des Impulses des Körpers nimmt also zu. Daraus folgt, daß durch das Seil sowohl x -Impuls als auch y -Impuls in den Körper fließt. Durch das Seil fließen also zwei Ströme. Ihre Stromdichtefelder sind geometrisch gleich und haben dieselbe Orientierung.

Im Beispiel von Abb. 15b wird ein Körper nach rechts unten beschleunigt, sein x -Impuls nimmt zu, sein y -Impuls dagegen ab. Hier haben die Stromdichtefelder wieder dieselbe Form, sie sind aber entgegengesetzt orientiert.

Abb. 16 zeigt einen Körper, der in x -Richtung unter Druck- und in y -Richtung unter Zugspannung steht. Auch durch ihn fließen ein x - und ein y -Impulsstrom hindurch. Die beiden Stromdichtefelder stehen aber hier senkrecht aufeinander.

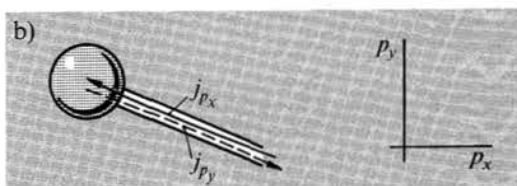
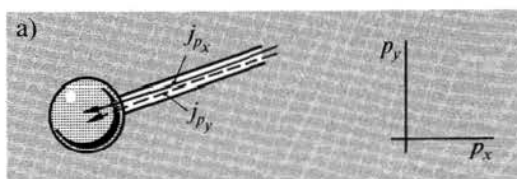


Abb. 15 In beiden Teilbildern steht die Impulsleitung unter Zugspannung. In a) fließen sowohl x - als auch y -Impuls zum Körper hin. In b) fließt x -Impuls in den Körper hinein und y -Impuls aus aus dem Körper heraus.

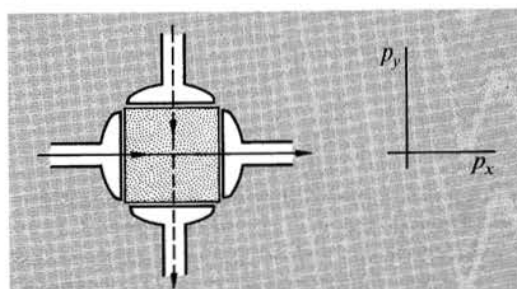


Abb. 16 Ein würfelförmiger Körper steht in x -Richtung unter Druck- und in y -Richtung unter Zugspannung. Die x - und die y -Impulsstromlinien stehen senkrecht aufeinander.

Die Mechanik der Tragwerke, die das Thema des nächsten Aufsatzes ist, befaßt sich mit dem Spezialfall, in dem der Impuls durch Seile oder durch Stäbe fließt, die nur auf Druck oder Zug in Stabrichtung beansprucht sind. Hier sind die Stromdichtefelder sehr einfach: Die Feldlinien verlaufen alle parallel zum Stab bzw. zum Seil.

Unsere Darstellung eines Tensorfeldes durch drei Vektorfelder soll nicht darüber hinwegtäuschen, daß es sich hier bei den Stromdichtefeldern nicht um Vektorfelder im Sinn der Mathematik handelt. Wäre das der Fall, so müßten die Felder invariant gegenüber Drehungen des Koordinatensystems sein. Daß sie das nicht sind, zeigt ein Vergleich von Abb. 17a mit 17b. Die Abbildungen stellen denselben Sachverhalt in verschiedenen Koordinatensystemen dar. In Abb. 17a fließt ein starker x -Impulsstrom, während die y -Impulsstromstärke Null ist. In Abb. 17b dagegen fließt ein x - und ein gleichstarker y -Impulsstrom. Beide sind dem Betrage nach kleiner als der x -Impulsstrom in Abb. 17a. Bei Drehungen des Koordina-

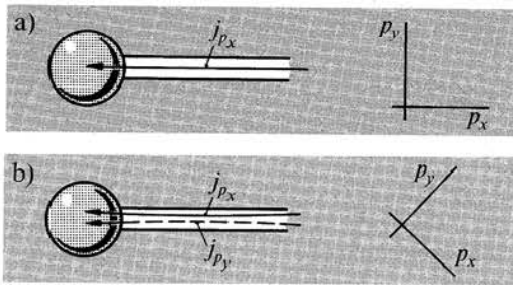


Abb. 17 Derselbe Sachverhalt ist in zwei verschiedenen Koordinatensystemen dargestellt. Die Stromdichtefelder sind nicht invariant gegenüber Drehungen des Koordinatensystems.

tensystems verändert sich also jedes Stromdichtefeld auf Kosten der beiden anderen. Die Beschreibung eines Tensors durch 3 Vektoren entspricht der Beschreibung eines Vektors durch drei Skalare, seine Komponenten.

9. Die Richtung des Stromstärkevektors

Wir haben gesehen, daß die Stromstärke des Impulses ein Vektor ist. Welche Richtung hat dieser Vektor für einen Impulsstrom, der durch einen Stab fließt, etwa den der Abb. 18a? Diese Frage

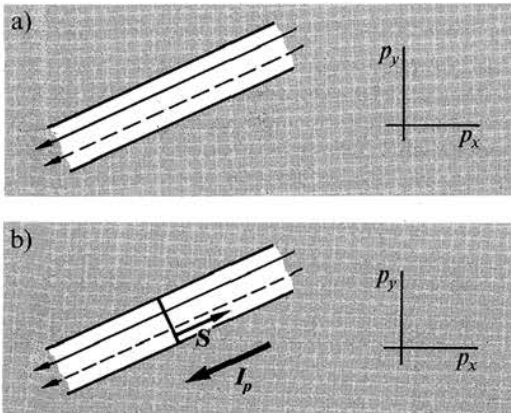


Abb. 18 Ohne Angabe einer orientierten Fläche ist die Richtung des Stromstärkevektors nicht definiert (a). Der zur Fläche S gehörende Stromstärkevektor weist nach links unten (b).

nach der Richtung des Stromstärkevektors ist äquivalent zur Frage nach den Vorzeichen der drei Komponenten des Vektors I_p oder nach den Vorzeichen der drei Teilstromstärken I_{px} , I_{py} und I_{pz} . Wie wir in Abschnitt 2 gesehen haben, kann man aber das Vorzeichen eines skalaren Stroms nur in Bezug auf eine orientierte Fläche angeben. Die oben gestellte Frage nach der Richtung des Stromstärkevektors ist also gar keine sinnvolle Frage. Eine beantwortbare Frage könnte dagegen lauten: „Welche Richtung hat die Stärke des Impulsstroms durch die Fläche S in Abb. 18b?“ Die Antwort auf diese Frage findet man durch komponentenweise Betrachtung:

$$I_{px} = \int_S j_{px} dA$$

$$I_{py} = \int_S j_{py} dA$$

Beide Stromdichtefelder j_{px} und j_{py} haben die zu S entgegengesetzte Richtung, folglich ist sowohl $I_{px} < 0$ als auch $I_{py} < 0$. Der Vektor I_p weist damit nach links unten. Hätten wir die Bezugsfläche S umgekehrt gewählt, so wäre die Stromstärke ein nach rechts oben weisender Vektor.

Beschränken wir die Wahl unseres Flächennormalenvektors auf die beiden Fälle, in denen er parallel zum Stab liegt, also entweder nach rechts oben weisend oder nach links unten, so können wir die folgende Regel formulieren:

In einem Stab oder Seil unter Zugspannung weist der Stromstärkevektor in die entgegengesetzte Richtung wie der Normalenvektor der durchströmten Fläche.

Entsprechend gilt:

In einem Stab unter Druckspannung weist der Stromstärkevektor in dieselbe Richtung wie der Normalenvektor der durchströmten Fläche.

In diesen Regeln kommt das zu ihrer Herleitung gewählte Koordinatensystem nicht mehr vor. Sie bleiben daher auch bei jeder anderen Wahl des Koordinatensystems gültig.

Impulsströme in statischen Anordnungen

1. Einleitung

Eine statische mechanische Anordnung ist dadurch gekennzeichnet, daß sich sämtliche Teile der Anordnung relativ zueinander in Ruhe befinden. In einem Bezugssystem, in dem ein Teil den Impuls Null hat, haben auch alle anderen Teile der Anordnung den Impuls Null. Ferner bleibt der Wert des Impulses zeitlich konstant, so daß alle Impulsänderungen dp/dt gleich Null sind. Hieraus folgt jedoch keineswegs, daß in einer solchen Anordnung keine Impulsströme fließen. Man kann daraus lediglich folgern, daß die Impulsströme so verteilt sind, daß nirgendwo Impuls angehäuft wird oder abnimmt. Es gibt also keine Quellen und keine Senken für den Impulsstrom. Die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{dp}{dt} = I_p$$

vereinfacht sich daher zu

$$I_p = 0,$$

wobei I_p die Gesamtstärke des Impulsstroms durch eine beliebige geschlossene Fläche ist.

Aus der Tatsache, daß der Impuls überall Null ist, folgt ferner, daß alle auftretenden Impulsströme Suprastrome sind, denn ein Normalstrom (d. h. ein Nicht-Suprastrom) fließt nur dann durch einen Leiter, wenn zwischen den Enden des Leiters eine Geschwindigkeitsdifferenz liegt.

Die Problemstellung statischer Anordnungen wird in diesem Aufsatz an Hand von zwei typischen Beispielen erörtert. Das erste und leichtere ist die bekannte an zwei Seilen hängende Straßenlaterne. Das zweite, etwas kompliziertere ist der Ausleger eines Baukrans. Beide Probleme werden üblicherweise mit Hilfe des Kräfte-dreiecks oder des Kräfte-vielecks gelöst. Wir werden zeigen, daß die Regel vom Kräfte-vieleck identisch ist mit einer „Kirchhoffschen Knotenregel“ für Impulsströme.

Bei der Lösung statischer Probleme in der Impulsstromdarstellung tritt eine neue Frage auf, eine Frage, deren Analogon in der Kräfte-darstellung nicht auf der Hand liegt: „Welchen Weg nimmt der Impulsstrom durch die statische Anord-

nung?“ Es wird sich zeigen, daß die Beantwortung dieser Frage für das Verständnis der betrachteten Anordnung sehr hilfreich sein kann.

2. Das Laternenproblem in alter und in neuer Darstellung

Ein Standardproblem, das man gewöhnlich mit Hilfe des Kräfte-dreiecks löst, stellt die an zwei Seilen aufgehängte Straßenlaterne dar, Abb. 1. Bei gegebenem Gewicht der Laterne wird nach Betrag und Richtung der Kräfte in den Seilen 1 und 2 gefragt. Die Lösung erhält man durch Konstruktion des Kräfte-dreiecks. Die Gewichtskraft $F(3)$ der Laterne muß durch die beiden Kräfte $F(1)$ und $F(2)$ kompensiert werden:

$$F(1) + F(2) = -F(3) \quad \sum_{i=1}^3 F(i) = 0.$$

Man darf diese Konstruktion des Kräfte-dreiecks zum Auffinden der Lösung benutzen, weil Kraftvektoren in Seilen parallel zur Seilrichtung liegen.

Das Lösungsverfahren im Rahmen unserer Darstellung der Mechanik ist hiermit identisch, nur ist seine Interpretation eine andere. Das, was in der gewöhnlichen Darstellung die Regel vom Kräfte-dreieck ist, erweist sich als eine „Kirchhoffsche Knotenregel“ für Impulsströme. Um das einzuse-

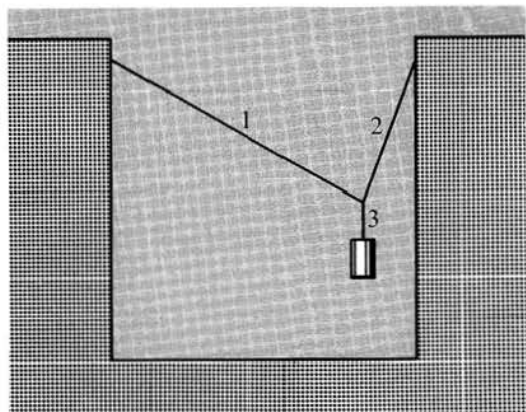


Abb. 1 Die Gewichtskraft in Seil 3 ist gegeben, die Kräfte in den Seilen 1 und 2 sind zu berechnen.

hen, betrachten wir zunächst die aus der Elektrizitätslehre bekannte analoge Situation. Treffen in einem elektrischen Netzwerk mehrere Drähte in einem sogenannten Knotenpunkt zusammen, so gilt der Satz:

Die Stärke des Gesamtstroms durch eine geschlossene Fläche S um den Knotenpunkt ist Null.

Dies ist die *Kirchhoffsche Knotenregel*. Meist wird sie in der Form

$$\sum_{k=1}^n I_Q(k) = 0. \quad (1)$$

angeben, wobei $I_Q(k)$ die Stärke des elektrischen Stroms ist, der im k ten Draht durch die geschlossene Fläche fließt, die man um den Knotenpunkt gelegt hat.

Die *Kirchhoffsche Knotenregel* ist ein Spezialfall der Kontinuitätsgleichung für die elektrische Ladung

$$\frac{dQ}{dt} = I_Q.$$

Sie bringt die Erhaltungseigenschaft der elektrischen Ladung Q zum Ausdruck. Da die um den Knotenpunkt gelegte geschlossene Fläche S keine Quellen oder Senken einschließt, ändert sich der Wert der Ladung innerhalb des von S umschlossenen Raumbereichs zeitlich nicht:

$$\frac{dQ}{dt} = 0.$$

Wegen der Kontinuitätsgleichung muß dann auch die Stärke des Gesamtstroms I_Q durch die Fläche S den Wert Null haben:

$$I_Q = 0.$$

Die *Kirchhoffsche Knotenregel* in der Form (1) gewinnt man hieraus, indem man den Gesamtstrom durch S in Teilströme zerlegt. Eine solche Zerlegung bietet sich an, wenn die Ladung nur in wohldefinierten Kanälen – nämlich den Schnittflächen der Drähte mit der geschlossenen Fläche S – in den Raumbereich um den Knotenpunkt hinein- und aus ihm herausfließen kann.

Die Kontinuitätsgleichung für den Impuls nimmt, wie wir in der Einleitung gezeigt haben, für statische Anordnungen die Form

$$I_p = 0$$

an. Der gesamte Impulsstrom durch die geschlossene Fläche S muß also die Stärke Null haben. Wenn der Impuls nur in wohldefinierten Kanälen, etwa in Seilen oder Stäben durch S hindurchströmt, kann man diese Gleichung, in Analogie zu

(1), auch in der Form schreiben:

$$\sum_{k=1}^n I_p(k) = 0. \quad (2)$$

Diese Gleichung wollen wir *Kirchhoffsche Knotenregel für Impulsströme* nennen. Dabei verstehen wir hier in der Mechanik unter einem Knotenpunkt eine Stelle, an der mehrere Impulsströme zusammenkommen – wie etwa im Falle des Laternenproblems der Punkt, an dem sich die drei Seile treffen. Während die elektrische *Kirchhoffsche Knotenregel* besagt, daß eine Summe von skalaren Größen gleich Null wird, wird hier die entsprechende Aussage über eine Vektorsumme gemacht. Der Vektor $I_p(k)$ gibt dabei die Stärke des Impulsstroms an, der im k ten Seil bzw. Stab durch die um den Knotenpunkt gelegte Fläche strömt. Bei einem Seil oder einem nur auf Zug oder Druck beanspruchten Stab liegt dabei $I_p(k)$ parallel zur Seil- bzw. Stabrichtung. Mit Hilfe der am Ende des vorigen Aufsatzes formulierten Regel kann man für diesen Fall auch die Orientierung von $I_p(k)$ angeben. Ist die um den Knotenpunkt gelegte Fläche nach innen orientiert, so folgt aus dieser Regel:

Bei Zugspannung im k ten Seil bzw. Stab weist $I_p(k)$ vom Knoten weg, bei Druckspannung zum Knoten hin.

Mit Hilfe dieses Resultats wollen wir nun den Lösungsgang des Laternenproblems in der Impulsstromdarstellung noch einmal zusammenhängend darstellen. Um die Stromstärken angeben zu können, legen wir um den Knotenpunkt eine geschlossene, nach innen orientierte Fläche, Abb. 2a. Die drei Seile sind auf Zug beansprucht, so daß jeder der drei Vektoren $I_p(k)$, $k = 1, 2, 3$ parallel zu einem Seil verläuft und vom Knoten wegweist. Die Masse m der Laterne ist bekannt

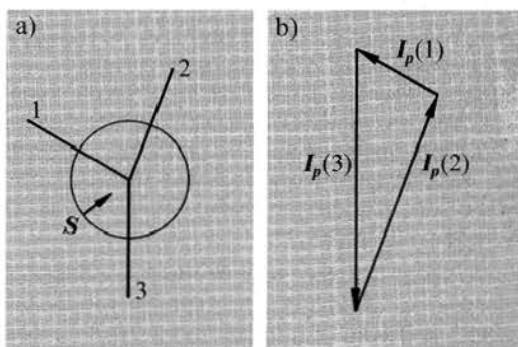


Abb. 2 a) Um den Knotenpunkt wird die nach innen orientierte Fläche S gelegt. b) Die Summe der Stromstärkevektoren ist der Nullvektor.

und damit auch der Betrag von $I_p(3)$:

$$|I_p(3)| = m g.$$

Mit Hilfe der Kirchhoffschen Knotenregel

$$\sum_{k=1}^3 I_p(k) = 0$$

können nun die Stromstärkevektoren $I_p(1)$ und $I_p(2)$ bestimmt werden, Abb. 2b.

3. Komponentenweise Behandlung des Laternenproblems

Mit der im vorigen Abschnitt angegebenen Konstruktionsvorschrift hat man das Laternenproblem gelöst. In der Fassung des Problems mittels Impulsströmen taucht jedoch nun eine zusätzliche Frage auf: Wie strömt denn der Impuls in der gesamten Anordnung? Die Antwort auf diese Frage kann je nach der Höhe der Ansprüche mehr oder weniger ausführlich ausfallen.

Eine vollständige Beantwortung würde in der Angabe des Stromdichtefeldes bestehen. Wie im vorigen Aufsatz gezeigt wurde, kann man dieses Tensorfeld durch die Angabe der (vektoriellen) Stromdichtefelder für x -Impuls, y -Impuls und z -Impuls veranschaulichen. Der Verlauf von j_{px} , j_{py} und j_{pz} verdeutlicht somit die vollständige Antwort auf die oben aufgeworfene Frage liefern.

In vielen Fällen wird man sich jedoch mit einer etwas weniger erschöpfenden Antwort begnügen. Kann nämlich der Impuls nur in ganz bestimmten Kanälen (Streben, Stäben, Seilen, ...) fließen, so ist man oft nur daran interessiert, auf welchem Weg, d. h. durch welche Stäbe oder Seile wieviel von jeder der drei Impulssorten strömt. Zu diesem Zweck braucht der genaue Verlauf der drei Stromdichtefelder nicht angegeben zu werden, es genügt eine einfachere Darstellung. Wir wollen diese Darstellung des Impulsstromverlaufs zunächst wieder für den elektrischen Strom erläutern. Abb. 3a zeigt einen verzweigten Stromkreis, bestehend aus einer Batterie und zwei Lampen. Die Abbildungen 3b und 3c zeigen zwei Möglichkeiten, den Verlauf des elektrischen Stroms in Abb. 3a darzustellen.

In der ersten Version, Abb. 3b, wird der Weg des elektrischen Stroms durch breite Striche dargestellt. Die Breite eines Strichs ist ein Maß für den Betrag der Stromstärke. Die Pfeilspitzen geben die Stromrichtung an, d. h. die Richtung der Stromdichtefeldlinien.

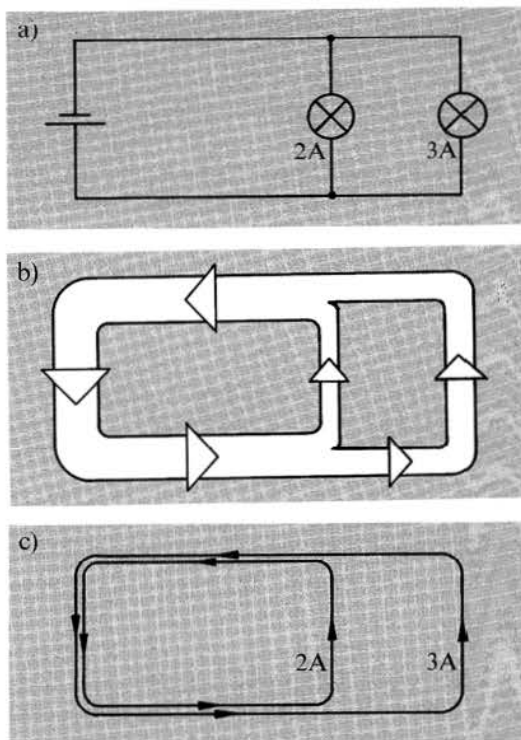


Abb. 3 a) Verzweigter elektrischer Stromkreis. b) Die Strichbreite ist ein Maß für die Stromstärke, die Pfeile geben die Stromrichtung an. c) Zerlegung des verzweigten Stromkreises in zwei unverzweigte Stromkreise.

Die zweite Version, Abb. 3c, ist zeichnerisch etwas bequemer. Hier wird der Strom zerlegt in überlagerte, unverzweigte Stromkreise. Jeder Stromkreis wird durch eine geschlossene Linie dargestellt. Die Pfeilspitzen auf den Linien geben wieder Auskunft über die Stromrichtung. Da man einer Linie den Stromstärkebetrag nicht ansieht, muß dieser zusätzlich für jede Linie angegeben werden.

Diese beiden Darstellungsmöglichkeiten sollen nun auf Impulsströme übertragen werden. Bei festem Koordinatensystem stellt jede der drei Impulskomponenten p_x, p_y, p_z eine Erhaltungsgröße dar – genau wie die elektrische Ladung. Die vektorielle Kirchhoffsche Knotenregel

$$\sum_{k=1}^n I_p(k) = 0$$

kann daher als Zusammenfassung der drei skalaren Knotenregeln

$$\sum_{k=1}^n I_{p_x}(k) = 0, \quad \sum_{k=1}^n I_{p_y}(k) = 0, \quad \sum_{k=1}^n I_{p_z}(k) = 0$$

aufgefaßt werden. Damit läßt sich das Strömen jeder der drei Impulssorten genauso beschreiben

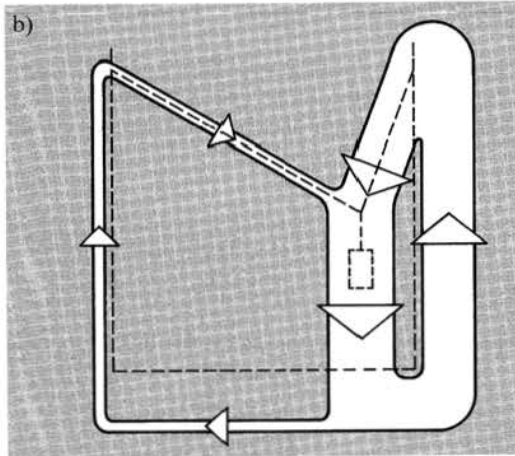
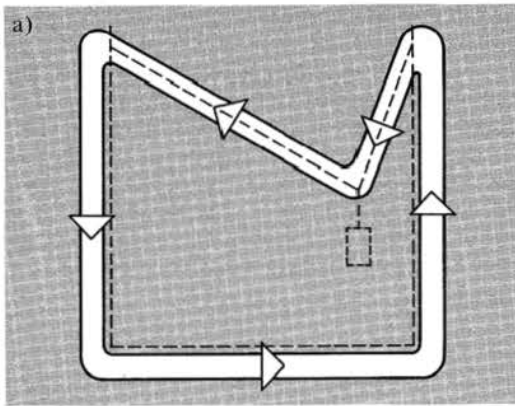


Abb. 4 Impulsströme beim Laternenproblem. a) x -Impulsstrom, b) z -Impulsstrom.

wie das Strömen von elektrischer Ladung. Insbesondere kann man für jede der Impulskomponenten die beiden oben erwähnten Arten von Flußbildern angeben.

Wir wollen dies für das Laternenproblem, bei dem nur x - und z -Impulsströme auftreten, durchführen. Die Flußbilder für I_{px} und I_{pz} in der ersten Darstellung zeigt Abb. 4. Die Breite der Linien wurde Abb. 2b entnommen. Sie ist jeweils durch den Betrag der x - und z -Komponente der entsprechenden Vektoren $I_p(k)$ gegeben. Abb. 5 zeigt die Flußbilder für den x - und den z -Impulsstrom in der zweiten Darstellung.

Die Orientierung der Linien erhält man aus dem Vorzeichen der x - bzw. der z -Komponente des entsprechenden I_p -Vektors. So ist die x -Komponente von $I_p(1)$ negativ (siehe Abb. 2b), d.h. $I_{px}(1) < 0$. Da außerdem der Flächennormalenvektor A zum Knotenpunkt hin weist, folgt mit

$$I_{px} = \int_S j_{px} dA,$$

daß j_{px} im Seil 1 vom Knoten weg weist.

Man kann die Orientierung der Stromlinien auf noch eine andere Weise, nämlich durch ein einfaches Gedankenexperiment erhalten: An die Stelle des Knotens wird ein Körper gesetzt. Dann werden alle Stäbe (oder Seile), die zum Knoten führen, durchgeschnitten, bis auf den, für den die Stromrichtung bestimmt werden soll. Herrscht nun in diesem übrigbleibenden Stab derselbe Spannungszustand wie vor unserem Eingriff, so wird sich der Impuls des Körpers im Knoten ändern. Im Fall von Abb. 6 nimmt der x -Impuls des Körpers ab, der z -Impuls zu. Folglich fließt in Seil 1 x -Impuls von rechts unten nach links oben und z -Impuls in die entgegengesetzte Richtung.

In den Abbildungen 4 und 5 erkennt man, daß der z -Impuls von der Laterne durch das Gravitationsfeld zur Erde fließt. Welchen Weg der Impulsstrom im Gravitationsfeld nimmt, erfordert umfangreichere Überlegungen. Impulsstromvertei-

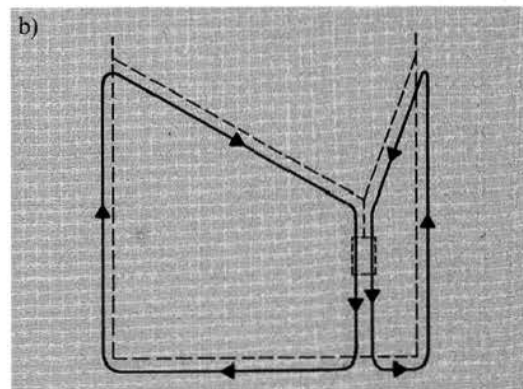
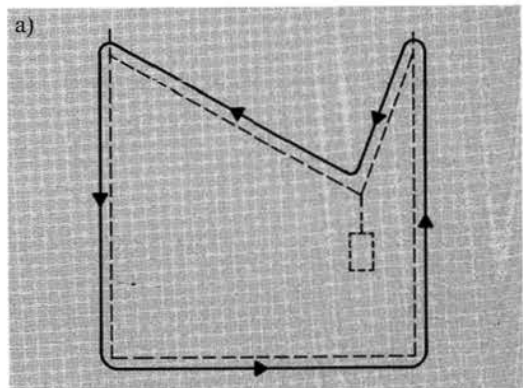


Abb. 5 Impulsströme beim Laternenproblem. a) x -Impulsstrom, b) z -Impulsstrom. Der verzweigte z -Impulsstromkreis wurde in zwei unverzweigte Stromkreise zerlegt.

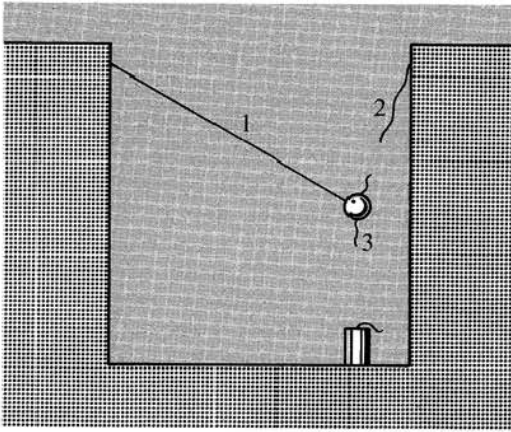


Abb. 6 Um die Stromrichtung in Seil 1 festzustellen, setzt man in Gedanken in den Knoten einen Körper und trennt die Seile 2 und 3 durch. Aus der Impulsänderung des Körpers schließt man, daß in Seil 1 x -Impuls von rechts unten nach links oben fließt und z -Impuls von links oben nach rechts unten.

lungen in Feldern sind das Thema von Aufsatz 6 dieses Heftes. Es sei aber hier schon erwähnt, daß der z -Impulsstrom nicht, wie es hier der Einfachheit halber dargestellt ist, aus dem Körper nach unten zur Erde fließt. Er fließt vielmehr nach oben weg und im Bogen, sozusagen „außen herum“ in die Erde hinein. Der x -Impuls fließt über die beiden Seile 1 und 2, die Hauswände und durch die Erde in einem unverzweigten Stromkreis. Die Erde erfährt dabei eine Druckbeanspruchung.

4. Der Kranausleger

Ein etwas komplizierteres Beispiel einer statischen Anordnung stellt der Kranausleger von Abb. 7a dar. In der üblichen Darstellung dieses

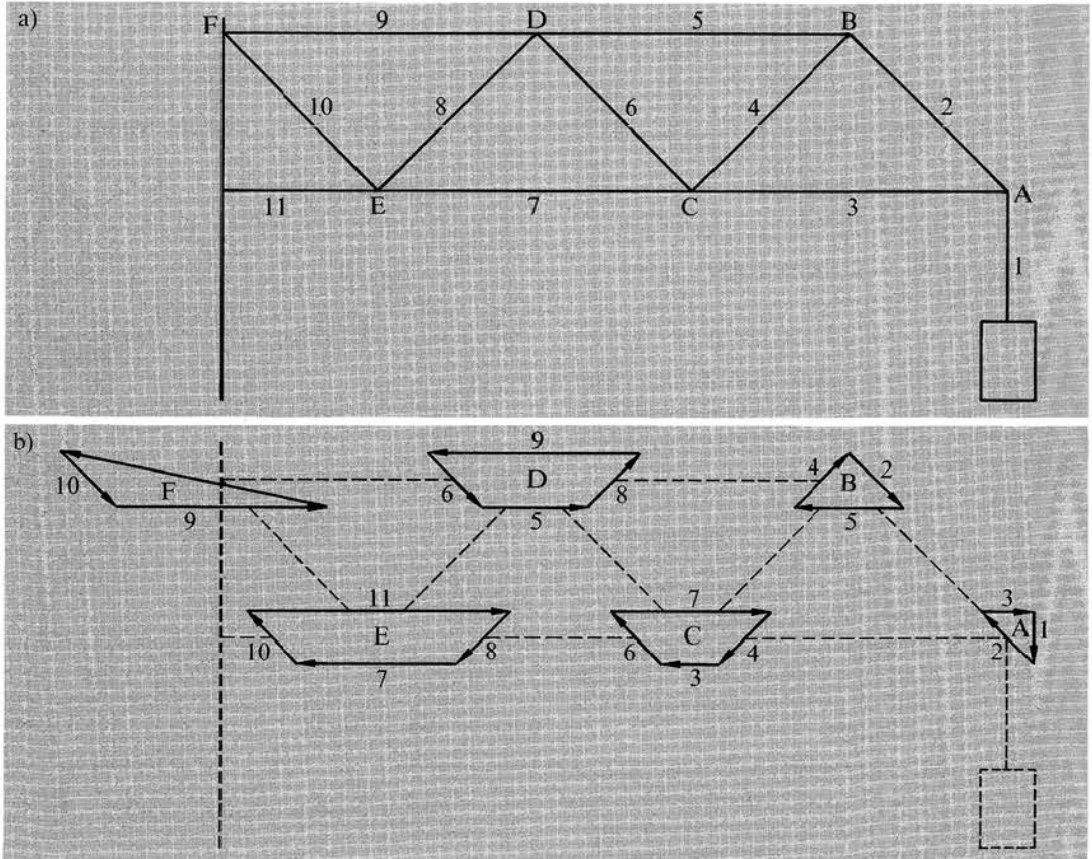


Abb. 7 a) Das Gewicht des am Kranausleger hängenden Körpers ist bekannt; Stärke und Richtung der Impulsströme in den Stäben 2 bis 11 sollen berechnet werden. **b)** Auf jeden der Knotenpunkte A bis F wird die Kirchhoffsche Knotenregel angewendet.

Problems wird die Masse m der Last als bekannt betrachtet, und man fragt nach den Kräften in den einzelnen Streben. Die Lösung erhält man durch wiederholtes Anwenden der Regel vom Kräfteviereck. Man darf diese Regel anwenden, weil das Tragwerk so konstruiert ist, daß sämtliche Streben nur auf Zug oder Druck, nicht aber auf Biegung beansprucht werden. Daher liegt der Kraftvektor in jeder Strebe parallel zum Verlauf der Strebe. Man erkennt das Fehlen von Biegebeanspruchungen daran, daß man die bei einem echten Kran fest verschweißten oder vernieteten Knotenpunkte durch Gelenke ersetzen kann, ohne daß sich dadurch an der Stabilität des Tragwerks etwas verändern würde.

Auch bei diesem Problem stimmt der Lösungsweg in der Impulsstrom-Darstellung formal mit dem klassischen Lösungsweg überein, nur die Interpretation ist wieder eine andere. Man erhält die Lösung, nämlich die Stärken der Impulsströme in

den Streben 2 bis 11, durch mehrfache Anwendung der *Kirchhoffschen* Knotenregel. Man konstruiert für sämtliche Knoten das Impulsstromdreieck bzw. Impulsstromviereck, wobei man rechts mit Knoten A beginnt und dann Schritt für Schritt nach links weitergeht.

Diese Konstruktionen sind in Abb. 7b dargestellt. Die Zahl an jedem Stromstärkevektor gibt an, in welcher Strebe der entsprechende Impulsstrom fließt. Jede Zahl taucht in zwei Impulsstromvierecken auf, da jede Strebe zwei Knoten miteinander verbindet. Die beiden, mit der gleichen Zahl gekennzeichneten Stromstärkevektoren sind stets entgegengesetzt gerichtet, denn die beiden Flächen, auf die sich diese Stromstärkevektoren beziehen, sind zum jeweiligen Knoten hin und damit entgegengesetzt zueinander orientiert. Wir wollen das Problem nun komponentenweise behandeln, da man so beim Kranausleger besonders anschauliche Resultate erhält.

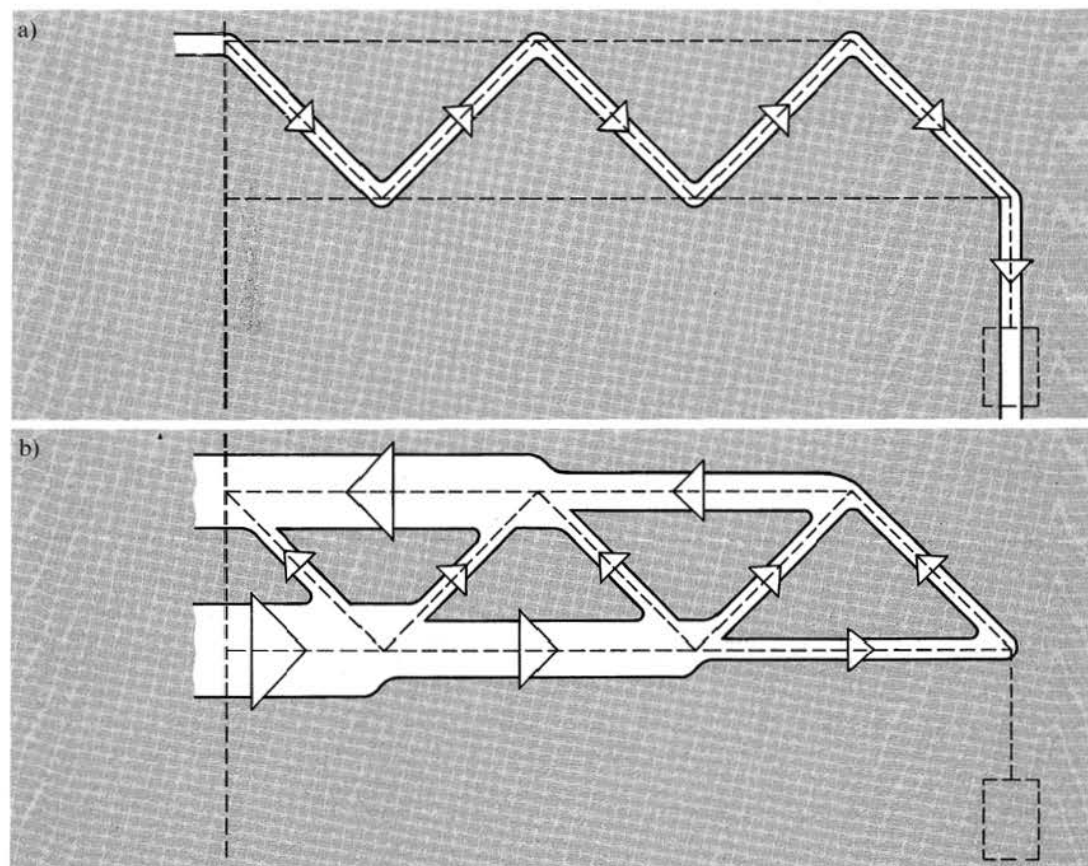


Abb. 8 Impulsströme im Kranausleger. a) z-Impulsstrom, b) x-Impulsstrom.

Wir beginnen mit dem Strom des z -Impulses. In dem auf Zug beanspruchten Seil fließt der z -Impuls in die negative z -Richtung. Da in sämtlichen waagrechten Streben des Auslegers die z -Stromstärke gleich Null ist (siehe Abb. 7b), kann der z -Impuls nur in den Diagonalstreben fließen, Abb. 8a. Da keine Verzweigungen vorhanden sind, hat der z -Impulsstrom überall die gleiche Stärke.

Unter Verwendung der in Abschnitt 2 angegebenen Regel über die Orientierung von $I_p(k)$ bei Knoten kann man Abb. 7b den Spannungszustand aller Streben entnehmen. Man erkennt insbesondere, daß die oberen waagrechten Streben auf Zug und die unteren auf Druck beansprucht sind. Damit fließt x -Impuls in den unteren Streben nach rechts und in den oberen nach links. Für die Angabe des kompletten Flußbildes des x -Impulsstroms fehlen nun nur noch die Beträge der Stromstärke in den einzelnen Streben. Auch diese kann man aber Abb. 7b entnehmen. Das vollständige Ergebnis für den x -Impuls ist in Abb. 8b dargestellt.

Die zweite Version der Darstellung des x - und des z -Impulsstroms zeigt Abb. 9.

Der x -Impulsstrom bildet einen Stromkreis, der durch die Halterung des Auslegers geschlossen wird. Dies erkennt man besonders gut, wenn man den symmetrischen Kranausleger von Abb. 10 betrachtet. Man sieht, daß im Tragwerk x -Impulsstromkreisläufe „angeworfen“ werden, damit der durch das Gewicht verursachte z -Impulsstrom im Ausleger des Krans in x -Richtung fließen kann.

5. Der auf Biegung beanspruchte Balken

Betrachtet man anstelle des Kranauslegers einen einseitig eingespannten Balken, an dem ein Gewicht hängt, so kann man den Spannungszustand des Balkens durch die eben angestellten Überlegungen verstehen. Auch hier muß der durch das

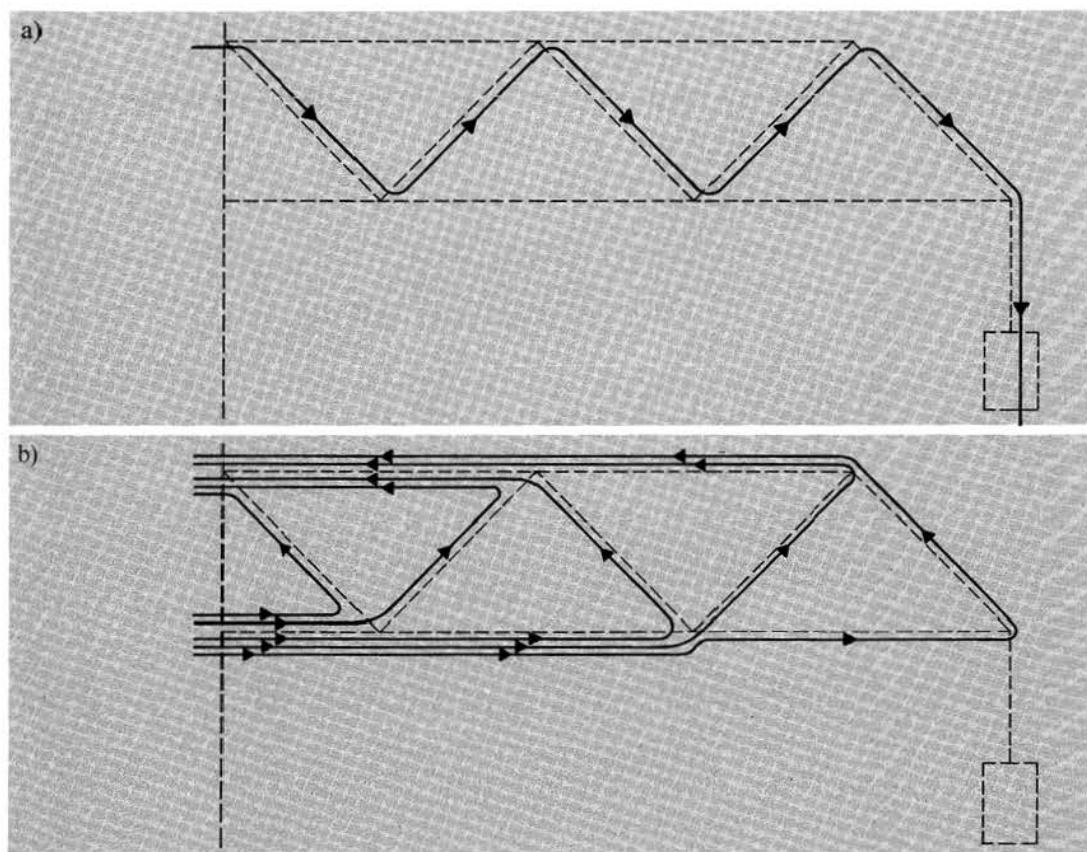


Abb. 9 Impulsströme im Kranausleger. a) z -Impulsstrom, b) x -Impulsstrom.

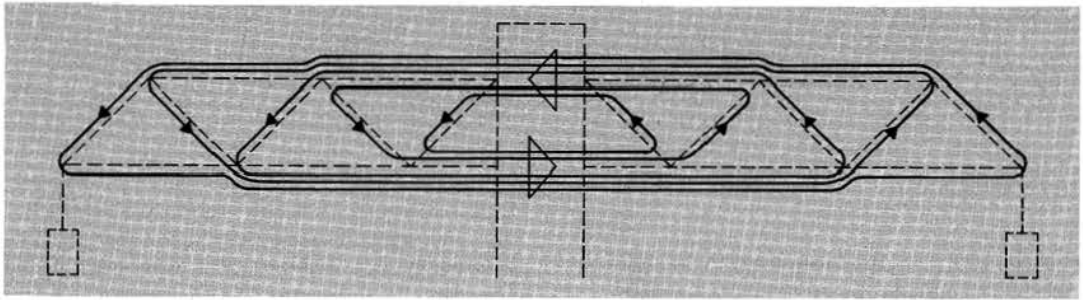


Abb. 10 Der Kranträger von Abb. 7a wurde durch einen zweiten, symmetrischen Ausleger ergänzt. Das Bild zeigt die x -Impulsstrom-Verteilung.

Gewicht bedingte z -Impulsstrom im Balken in x -Richtung fließen, und das ist nur möglich, wenn im Balken x -Impuls-Kreisströme angeworfen werden, Bild 11. Dies führt dazu, daß die Unterseite des Balkens auf Druck und die Oberseite auf Zug beansprucht ist. Diese Beanspruchung wird von rechts nach links bis zur Auflage hin immer stärker.

Der Kranträger stellt demnach ein vereinfachtes Modell eines homogenen Balkens dar – vereinfacht deshalb, weil beim Tragwerk ein singuläres Stromdichtefeld vorliegt: Die Impulsströme fließen durch wohldefinierte „Kanäle“ (die Streben des Tragwerks). Der Balken dagegen besitzt ein kontinuierliches Impulsstromdichtefeld, die Stromlinien laufen nicht nur parallel zur Balkenrichtung.

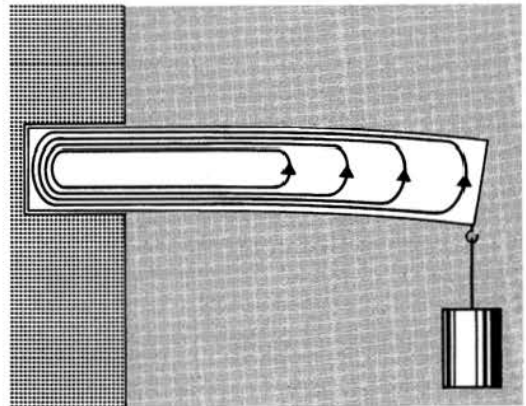


Abb. 11 In einem auf Biegung beanspruchten Balken werden, genauso wie im Kranträger, x -Impuls-Kreisströme angeworfen. Sie sind kontinuierlich über den Balken verteilt.

Die Rolle der Energie in der Mechanik

1. Einleitung

In den ersten beiden Aufsätzen dieses Heftes wurde gezeigt, daß die Mechanik bei der Wahl der Größen Impuls und Impulsstrom als primäre Größen (anstelle der herkömmlichen Grundgrößen Masse, Geschwindigkeit und Kraft) analog zur Elektrizitätslehre aufgebaut werden kann. Dabei entspricht dem Impuls die elektrische Ladung, dem Impulsstrom der elektrische Strom. Diese Analogie wird auch im folgenden benutzt, weil sie dem mit der Elektrizitätslehre vertrauten Leser den Zugang zu der neuen und damit ungewohnten Darstellung der Mechanik erleichtert.

Die Analogie zwischen Mechanik und Elektrizitätslehre ist allerdings insofern nicht perfekt, als der Impuls ein Vektor, die elektrische Ladung hingegen ein Skalar ist. Entsprechend verhält es sich mit der Impulsstromstärke I_p und der Ladungsstromstärke I_Q (elektrische Stromstärke). Die Mechanik hat demnach von Natur aus eine kompliziertere Struktur als die Elektrizitätslehre. In einer Einführung, der es nur auf die prinzipiellen Zusammenhänge ankommt, kann man diese Komplikation aber umgehen, indem man sich zunächst auf eine der drei Komponenten des Impulses beschränkt.

Die Aufsätze 1 bis 4 befassen sich mit dem Impuls und dem Impulsstrom. Es mag den Leser gewundert haben, daß in diesen Aufsätzen der Begriff Energie überhaupt nicht vorgekommen ist, während in der herkömmlichen Mechanik die Begriffe Impuls und kinetische Energie fast wie Zwillinge erscheinen, die beide mit Hilfe der Grundbegriffe Masse und Geschwindigkeit definiert werden. Im Gegensatz dazu wird die Energie in dem hier vorgestellten Aufbau der Mechanik analog wie der Impuls als Grundgröße eingeführt.

Die Energie ist keine spezifisch mechanische Größe; denn sie spielt in allen Gebieten der Physik eine gleichermaßen wichtige Rolle. Hier geht es um die Rolle der Energie in der Mechanik, insbesondere um den Zusammenhang zwischen Energiestrom und Impulsstrom.

Um herauszufinden, wie Impuls- und Energiestrom miteinander zusammenhängen, gehen wir

von einem einfachen Beispiel aus dem Alltag aus. Eine schwere Kiste werde auf horizontalem Boden mit konstanter Geschwindigkeit gezogen. Die Erfahrung lehrt, daß dazu Energie notwendig ist. Um den Transport von Impuls und Energie bei diesem Vorgang zu demonstrieren, ist es nützlich, die Energiequelle und den Energieempfänger deutlich voneinander zu trennen (Abb. 1a). Als Energiequelle dient ein Mensch, der mit Hilfe einer Kurbel ein Seil auf eine Rolle wickelt; das andere Ende des Seils ist an der Kiste befestigt. Empfänger der Energie ist nicht, wie man im ersten Moment glauben könnte, die Kiste – jedenfalls nicht, wenn sie sich, wie angenommen, gleichförmig bewegt –, sondern ein dünner Bereich zwischen Kiste und Boden. Dieser Bereich nimmt die Energie auf, was sich dadurch bemerkbar macht, daß er erwärmt wird. Man sagt, es entsteht Reibungswärme.

Die Energie fließt von der Quelle über das Seil zur Kiste. Die Erfahrung lehrt nun, daß Energie nie allein von einem Ort zu einem anderen strömt, sondern daß stets mindestens eine weitere mengenartige physikalische Größe gleichzeitig mit ihr fließt. Diese Tatsache gibt Anlaß zu einem anschaulichen Bild des Energietransports [1]: Wir sagen, die Energie wird von dieser mengenartigen Größe von einem Ort zum anderen *getragen*. Die gleichzeitig mit der Energie strömende mengenartige Größe nennen wir deshalb auch den *Energieträger*. Daß bei gegebener Stromstärke des Energieträgers ein größerer oder ein kleinerer Energie-

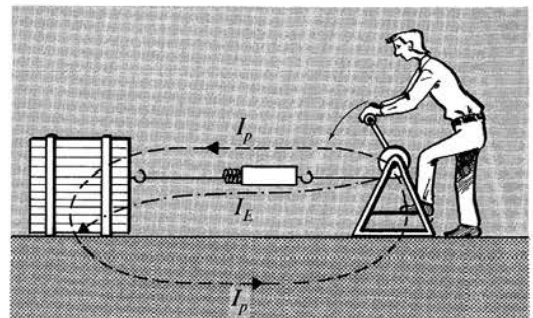


Abb. 1a Beim Betätigen der Winde fließt Energie von der Energiequelle „Mensch“ durch das Seil in den Energieempfänger „Kiste“ (strichpunktuelle Linie). Diese Energie wird von einem (geschlossenen) Impulsstrom getragen; sein Verlauf ist durch eine gestrichelte Linie angedeutet.

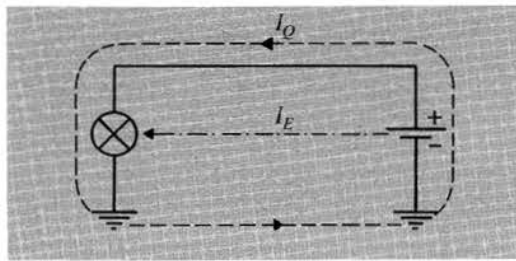


Abb. 1b Elektrisches Analogon zu Abb. 1a. Hier fließt Energie, die von einem elektrischen Strom getragen wird, von der Batterie zur Lampe.

strom fließen kann, drücken wir dadurch aus, daß wir sagen, der Energieträger sei mit mehr oder weniger Energie *beladen*.

Welcher Träger hat nun in unserem Experiment die Energie von der Seilwinde zur Kiste transportiert? Der Verdacht, hier die Trägerrolle zu spielen, fällt auf den Impuls; denn je stärker die in das Seil eingebaute Federwaage gedehnt ist, desto mehr Energie muß der kurbelnde Mensch pro Sekunde abgeben. In diesem Experiment spielt der Boden eine physikalisch sehr wichtige Rolle: Er dient als Rückleitung für den Impuls, dessen Strom ja einen geschlossenen Kreis bilden muß, solange sich nirgends Impuls anhäuft, die Kiste also ihre Geschwindigkeit und damit ihren Impuls nicht ändert. Beim Betrachten der Abb. 1a wird sich der Leser vielleicht fragen, ob nicht auch der durch den Boden zur Seilwinde zurückströmende Impuls Energie mit sich trägt. Das ist nicht der Fall, und zwar deshalb, weil der Boden die Geschwindigkeit $|v| = 0$ hat. Eine Begründung dafür wird in Abschnitt 2 gegeben.

Abb. 1b zeigt das elektrische Analogon für den in Abb. 1a dargestellten mechanischen Vorgang. Energiequelle ist hier eine Batterie, Empfänger eine Lampe. Der Ladungsstrom trägt den Energiestrom von der Batterie zur Lampe. Der Ladungsstrom fließt durch die „Erde“ von der Lampe zurück zur Batterie.

2. Die Stärke des von einem Impulsstrom getragenen Energiestroms

Mit Hilfe einer Stromverzweigung kann man zeigen, daß die Stärke des Energiestroms proportional ist zur Stärke des ihn tragenden Impulsstroms. Hierzu betrachten wir Abb. 2a. Sie zeigt

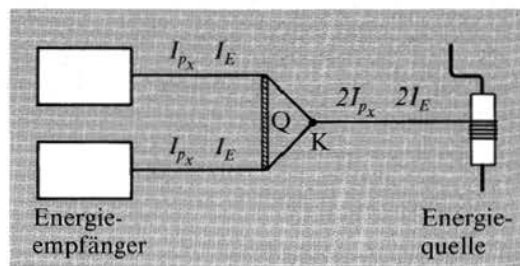


Abb. 2a Die Ströme von x -Impuls und Energie teilen sich im Knotenpunkt K in zwei gleich starke Ströme auf (Kirchhoffsche Knotenregel). Daraus schließt man, daß die Stärke des Energiestroms der Impulsstromstärke proportional ist.

zwei Kisten, deren Zugseile im Knotenpunkt K zusammengeführt werden. Eine Querstange Q spreizt die beiden Seile, so daß die Kisten in einem festen Abstand parallel zueinander über den Boden gezogen werden können.

Am Knotenpunkt K verzweigen sich die von der Winde kommenden Ströme des Impulses und der Energie. Da für den Impuls p_x und die Energie E Erhaltungssätze gelten und sich weder p_x noch E im Knotenpunkt anhäufen können, gilt die aus der Elektrizitätslehre bekannte Kirchhoffsche Knotenregel: Die Summe der Stromstärken der in den Knoten hineinlaufenden Ströme ist gleich der Summe der Stromstärken der aus dem Knoten herauskommenden Ströme. Das gilt für Impuls- und Energiestrom genauso wie für den elektrischen Strom. In Abb. 2a haben sowohl die Impulsstromstärken als auch die Energiestromstärken in den beiden zu den Kisten laufenden Seilen aus Symmetriegründen denselben Wert. Nach der Kirchhoffschen Knotenregel sind dann Impuls- und Energiestromstärke in dem vom Knotenpunkt zur Winde führenden Seil genau doppelt so groß wie in jedem der zu den Kisten führenden Seile. Da diese Überlegung für beliebige Stärken der beiden Ströme gilt, folgt daraus, daß die Energiestromstärke der Impulsstromstärke proportional ist:

$$I_E \sim I_{p_x} \quad (1)$$

Aus den physikalischen Dimensionen von I_{p_x} und I_E sieht man sofort, daß der Proportionalitätsfaktor die Dimension einer Geschwindigkeit haben muß. Diese Geschwindigkeit stellt ein Maß dar für die Beladung des Impulsstroms mit Energie; denn je größer der Proportionalitätsfaktor in (1) ist, desto größer ist der von einem gegebenen Impulsstrom getragene Energiestrom, oder anders ausgedrückt: Desto stärker ist der Impulsstrom mit Energie beladen.

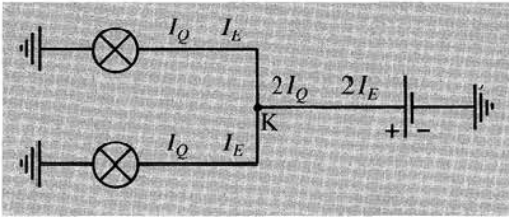


Abb. 2b Elektrisches Analogon zu Abb. 2a. Wie in der mechanischen Anordnung von Abb. 2a teilen sich der elektrische Strom und der Energiestrom am Knotenpunkt K in je zwei gleich starke Teilströme auf.

Abb. 2b zeigt wieder das elektrische Analogon. Auch hier ist die Energiestromstärke (herkömmlich Leistung genannt und mit P bezeichnet) der Trägerstromstärke, nämlich der elektrischen Stromstärke, proportional. Das Beladungsmaß ist die Spannung zwischen den Leitungen und der Erde. Für den Energiestrom gilt dann die vertraute Beziehung $I_E = U I_Q$.

Um welche Geschwindigkeit handelt es sich bei dem Proportionalitätsfaktor in (1)? Um das zu erkennen, führen wir den Versuch mit der Kiste noch einmal aus, diesmal aber mit einem Flaschenzug. Abb. 3a zeigt die Anordnung mit Angabe der Impulsstromstärken und der Geschwindigkeiten, mit denen sich die Seile bewegen. Im oberen und im unteren Teil des über die Rolle laufenden Seils fließt jeweils ein Impulsstrom der Stärke $I_{px}/2$. Beide Ströme vereinigen sich in der Rolle zu einem Impulsstrom der Stärke I_{px} (Kirchhoffsche Knotenregel), der dann wie im ersten Experiment zur Kiste strömt und durch den Boden zurückfließt. Im Gegensatz zum ersten Experiment teilt er sich aber im Boden in je $I_{px}/2$ auf, um zu den beiden Enden des über die Rolle führenden Seils zu strömen. Die Kiste wird, wie vorher, mit der Geschwindigkeit v_x bewegt. Aus geometrischen Gründen muß das Seil aber jetzt mit der Geschwindigkeit $2v_x$ auf die Winde gewickelt werden. Der untere Teil des über die Rolle laufenden Seils hat natürlich die Geschwindigkeit Null.

Das an der Kiste befestigte Seil hat die Geschwindigkeit v_x , der in ihm fließende Impulsstrom der Stärke I_{px} trägt einen Energiestrom der Stärke I_E . Das zur Winde führende Seil wird von einem nur halb so starken Impulsstrom $I_{px}/2$ durchflossen, der aber denselben Energiestrom trägt, also doppelt so stark mit Energie beladen ist. Die Geschwindigkeit dieses Seils ist aber ebenfalls doppelt so groß wie die des an der Kiste befestigten. Daraus sieht man, daß das Energiebeladungsmaß des Impulsstroms hier die Geschwindigkeit des

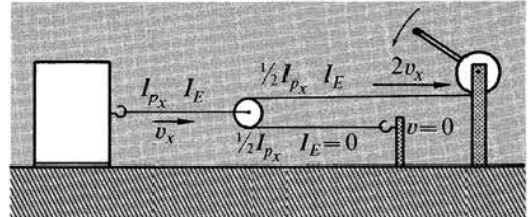


Abb. 3a Die Kiste wird mit einem Flaschenzug über den Boden gezogen. Der Impulsstrom ist nur dann von einem Energiestrom begleitet, wenn das Seil, in dem beide Ströme fließen, sich (relativ zum Beobachter) bewegt. Die Geschwindigkeit des Seils ist die Proportionalitätskonstante zwischen Energie- und Impulsstromstärke.

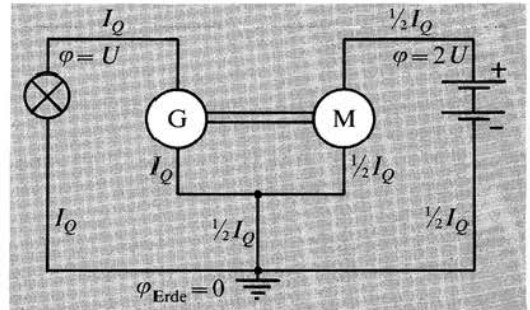


Abb. 3b Elektrisches Analogon zu dem in Abb. 3a dargestellten Flaschenzug. Die Funktion der Rolle übernimmt hier die Kombination Motor-Generator, die die zur Geschwindigkeit der Seile des Flaschenzugs analoge Größe, nämlich die (elektrische) Spannung, um den Faktor 2 herabsetzt; gleichzeitig wird die Stromstärke um den Faktor 2 vergrößert. Der Energiestrom von der Batterie über den Motor und den Generator zur Lampe bleibt dabei konstant.

Gegenstands ist, in dem dieser Impulsstrom fließt. Wenn man das Produkt aus Geschwindigkeitseinheit und Impulseinheit als Energieeinheit wählt, kann man also schreiben:

$$I_E = v_x I_{px}. \quad (2)$$

Mißt man die Geschwindigkeit in Meter/Sekunde, den Impulsstrom in Huygens/Sekunde = Newton, so erhält man den Energiestrom in Joule/Sekunde = Watt.

Abb. 3b zeigt wieder das elektrische Analogon zu Abb. 3a. Die Funktion der Rolle wird von einem Umformer, nämlich einer Kombination aus Motor und Generator übernommen. Er setzt die Spannung $2U$ an der Batterie auf die Spannung U am Generator herab, vermindert also das Beladungsmaß um einen Faktor 2 wie die Rolle im mechanischen Versuch. Entsprechend wird die elektrische Stromstärke I_Q um den Faktor 2 vergrößert. Die Energiestromstärke bleibt dabei unverändert.

3. Energiespeicher

Bei dem im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Experiment lädt der Impulsstrom beim Übergang von der Kiste zum Boden die von ihm getragene Energie auf einen anderen Träger, nämlich auf Entropie um. Herkömmlich sagt man: „Die Energie wird in Reibungswärme umgewandelt“. Das ist aber nicht die einzige Möglichkeit, wie ein Impulsstrom die ihm aufgeladene Energie loswerden kann. Der Trägerstrom kann die Energie auch in einem geeigneten physikalischen System abladen und darin speichern, während er selbst weiterfließt. Schließlich ist es möglich, daß der Trägerstrom selbst in dem physikalischen System endet, d. h. daß außer der Energie auch der Träger in diesem System gespeichert wird.

Die Feder

Als erstes Beispiel eines Systems, das Energie speichert, betrachten wir eine Feder. In Abb. 4 ist die Dehnung einer Spiralfeder mit Hilfe eines Elektromotors dargestellt, der als Energiequelle dient. Das rechte Ende der Feder wird mit der Geschwindigkeit v_x nach rechts bewegt, während das linke Ende der Feder ruht, weil es fest mit der Erde verbunden ist. Die Dehnung $(x-x_0)$ der Feder sei der Stärke des Impulsstroms proportional, der durch sie hindurchfließt („lineare“ oder *Hooke'sche* Feder):

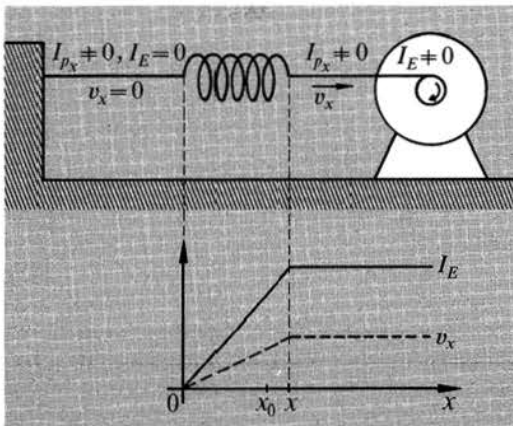


Abb. 4 Eine Feder wird mit Hilfe eines Elektromotors gedehnt, wobei ein Impulsstrom von rechts nach links durch die Feder fließt. Das Diagramm im unteren Teil zeigt, wie der von diesem Impulsstrom getragene Energiestrom in der Feder versickert, weil dort das Energie-Beladungsmaß, nämlich die Geschwindigkeit der Feder, nach links auf den Wert Null abnimmt. (x_0 = Länge der Feder im entspannten Zustand)

$$I_{px}(x) = D(x-x_0). \quad (3)$$

Der von rechts in die Feder fließende Impulsstrom ist mit Energie beladen, nämlich gemäß seinem Beladungsmaß v_x . Er trägt also einen Energiestrom der Stärke $I_E = v_x I_{px}$ in die Feder hinein. Der Impulsstrom durchfließt die Feder und verläßt sie an ihrem linken Ende mit derselben Stärke, die er beim Hineinfließen gehabt hat. Jetzt ist der Impulsstrom aber nicht mehr mit Energie beladen, denn das Beladungsmaß am linken Ende der Feder, nämlich die Geschwindigkeit, ist dort ja Null. Der von rechts in die Feder hineinfließende Energiestrom ist im Innern der Feder „versickert“; mit anderen Worten: Der Impulsstrom hat in der Feder die von ihm getragene Energie abgeladen; die Feder speichert diese Energie, während der Impulsstrom weiterfließt.

Wir fragen nun nach dem quantitativen Zusammenhang zwischen der in der gespannten Feder gespeicherten Energie und dem durchfließenden Impulsstrom oder der Dehnung der Feder. Von rechts fließt nach (2) der Energiestrom

$$I_E = v_x I_{px} = \frac{dx}{dt} D(x-x_0) \quad (4)$$

in die Feder hinein. Im letzten Schritt von (4) wurde (3) benutzt. Dieser Energiestrom führt zur Zunahme ΔE der Energie der Feder:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \int_0^t I_E dt' = \int_{x_0}^x D(x'-x_0) dx' \\ &= \frac{D}{2} (x-x_0)^2 = \frac{1}{2D} I_{px}^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Die Feder nimmt also den Energiebetrag auf:

$$\Delta E = \begin{cases} \frac{D}{2} (x-x_0)^2, & (6a) \\ \frac{1}{2D} I_{px}^2. & (6b) \end{cases}$$

Für ΔE ist der Name „Spannungsenergie“ gebräuchlich. Manchmal wird damit die Vorstellung verbunden, es handle sich dabei um eine besondere Art gespeicherter Energie. Das ist jedoch nicht der Fall. Das Wort Spannungsenergie bezeichnet nicht eine besondere Art von Energie – denn die gibt es gar nicht –, sondern gibt an, daß ein Energiebetrag in einem bestimmten physikalischen System, nämlich der Feder, gespeichert ist, dem unausgesprochen nur bestimmte Zustandsänderungen, nämlich Dehnung und Kompression (bei konstanter Temperatur) erlaubt sind.

Daß die gespeicherte Energie nicht von besonderer Art ist, zeigt sich daran, daß man die durch Spannen einer Feder zugeführte Energie auch auf

andere als „mechanische“ Art, etwa durch Tempern oder Auflösen in Säure, der Feder wieder entziehen kann. Diese Tatsache läßt sich am Kondensator, dem nächsten Beispiel für einen Energiespeicher, einfacher und deutlicher zeigen. Deshalb wird hier nicht näher darauf eingegangen.

Der Kondensator

Auch der Kondensator ist ein Energiespeicher. Ihm kann die Energie nicht nur „elektrisch“, nämlich mit dem Träger Ladung zugeführt und entzogen werden, sondern auch „mechanisch“, nämlich wie der Feder mit dem Träger Impuls.

Wir denken uns einen Plattenkondensator, dessen mit $+Q$ und $-Q$ geladene Platten einen sehr kleinen Abstand haben. Die Ladungen befinden sich räumlich sozusagen am selben Ort, so daß kein elektrisches Feld E vorhanden ist. Nun mögen mit einer Anordnung, wie Abb. 5 sie zeigt, die Platten mit der Geschwindigkeit v_x auf den endlichen Abstand x auseinandergezogen werden. Während dieses ganzen Vorgangs fließt ein Impulsstrom vom Motor durch die mechanische Verbindung zur rechten Kondensatorplatte, dann – da sich nirgends Impuls anhäuft – durch das elektrische Feld des Kondensators zur linken Platte und von dort durch die Erde zurück zum Motor. Die Stärke I_{px} dieses Impulsstroms ist unabhängig von x , solange der Abstand x der Platten klein ist gegen die Ausdehnung der Platten senkrecht zu x . Mit dem Impulsstrom fließt ein Energiestrom $I_E = v_x I_{px}$ vom Motor zum Kondensator. Im Kondensator wird die Energie abgeladen, da die linke Platte des Kondensators die Geschwindigkeit Null hat, der dort fließende Impulsstrom also keine Energie trägt. Der im Kondensator gespeicherte Energiebetrag ist somit

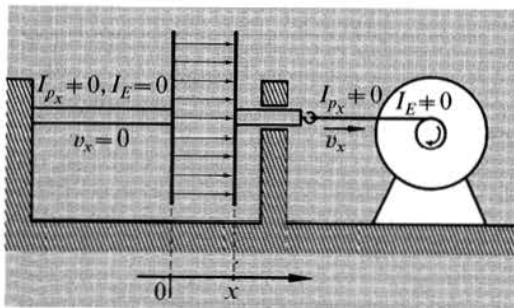


Abb. 5 Ein Kondensator mit variablem Plattenabstand. Die Anordnung gestattet, dem elektrischen Feld zwischen den Kondensatorplatten Energie mit dem Träger Impuls zuzuführen. Man beachte die Analogie zur Feder in Abb. 4.

$$\Delta E = \int_0^t I_E dt' = \int_0^t I_{px} \frac{dx}{dt'} dt' = I_{px} x, \quad (7)$$

wobei x den zur Zeit t erreichten Plattenabstand bezeichnet. Erweitert man die rechte Seite von (7) mit dem Flächeninhalt A der Platten und beachtet man, daß $A \cdot x = V$ das Volumen des von den Platten begrenzten Raumstücks ist, so besagt (7), daß

$$\Delta E = \frac{I_{px}}{A} V = j_{px} V, \quad (8)$$

d. h. im Raum zwischen den Platten ist die Impulsstromdichte j_{px} – die „Zugspannung“ im elektrischen Feld – gleich der Energiedichte. (8) macht eine weitere sehr anschauliche Aussage: Die beim Auseinanderziehen der Platten in den Kondensator strömende Energie wird immer gerade in dem hinter der bewegten Platte neu erzeugten Raumstück gespeichert, während die bereits vorher vorhandene Energiedichte nicht geändert wird: Die Energie wird im neu geschaffenen Feld deponiert.

Ganz anders ist es dagegen bei der *Hookeschen* Feder: Bei ihr wird die zu jeder weiteren Dehnung aufgewendete Energie immer wieder über die ganze Feder verteilt.

Dem Kondensator ist nicht anzusehen, ob die in ihm gespeicherte Energie in der geschilderten „mechanischen“ Weise zugeführt wurde oder ob das „elektrisch“ geschehen ist, indem man die Kondensatorplatten mit einer Batterie verbindet. In diesem Fall ist die Ladung der Energieträger, der im Gegensatz zum Impuls ebenfalls gespeichert wird. Geschieht letzteres bei $x = \text{const.}$, so findet man $\Delta E = QU/2$, wobei U die elektrische Spannung zwischen den Platten ist. Mit Hilfe der durch $C = Q/U$ definierten Kapazität eines Kondensators kann man diese Formel in eine vertrautere Gestalt bringen:

$$\Delta E = \begin{cases} \frac{Q^2}{2C} & (9a) \\ \frac{1}{2} CU^2 & (9b) \end{cases}$$

Die Betrachtungen zeigen, daß man der in einem Kondensator gespeicherten Energie nicht ansehen kann, wie, d. h. mit welchem Träger sie in den Kondensator gelangt ist. Wenn man trotzdem von „elektrischer“ Energie spricht, so läßt sich das nur dadurch rechtfertigen, daß „elektrisch“ nicht eine besondere Energie bezeichnet, sondern nur den Namen desjenigen Systems, in dem die Energie gespeichert ist, nämlich das elektrische Feld des Kondensators.

Die Spule

Ebenso wie der Kondensator ist auch die Spule ein Energiespeicher. Allerdings wird bei der Verwendung normalleitenden Drahtes diese Eigenschaft gewöhnlich etwas in den Hintergrund gedrängt durch den zum Betrieb notwendigen dissipierten Energiestrom. Um letzteren zu unterdrücken und damit die Eigenschaft der Spule als Energiespeicher deutlich hervortreten zu lassen, muß man sich supraleitenden Materials bedienen. Mit einer derartigen Spule lassen sich die Überlegungen zum Plattenkondensator fast wörtlich wiederholen. Um ein homogenes Feld zu erhalten, betrachten wir eine lange Spule, die außerdem so gebaut sei, daß ihr Auseinanderziehen beim Strom $I_Q = 0$ keine Energie kostet (Abb. 6). Nun hat ein supraleitender Stromkreis die Eigenschaft, den magnetischen Fluß $\Phi = BA$ durch ihn, d. h. die Anzahl der von dem Stromkreis umfaßten B -Linien, konstant zu halten. Das hat zur Folge, daß beim Auseinanderziehen der beiden Spulenteile das B -Feld konstant bleibt, solange x klein ist gegen den Spulendurchmesser. Damit bleibt auch der vom Motor zur Spule fließende Impulsstrom der Stärke I_{px} konstant, denn analog zum Kondensator gilt hier

$$I_{px} = j_{px} A = \left(\frac{1}{2\mu_0} B^2\right) A. \quad (10)$$

Da beim Auseinanderziehen der Spulen nirgends Impuls angehäuft wird, bildet der Impulsstrom einen geschlossenen Kreis: Er fließt von der rechten Spule durch das Magnetfeld zur linken Spule und von dort durch die Halterung und die Erde zurück zum Motor. Da die rechte Spule sich mit der Geschwindigkeit v_x bewegt, fließt mit dem Impulsstrom ein Energiestrom der Stärke $I_E = v_x I_{px}$ vom Motor in die aus den beiden Teilspulen bestehende Gesamtspule. In der Spule (ge-

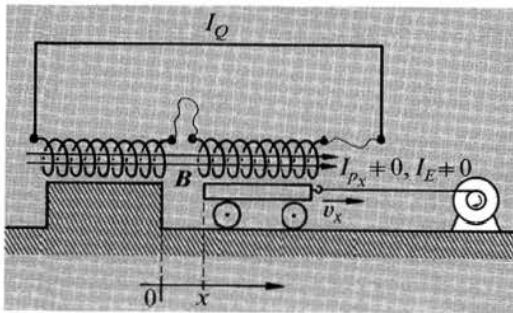


Abb. 6 Die Auftrennung einer langen Spule in zwei gegeneinander bewegliche Teilspulen gestattet, einem Magnetfeld Energie mit dem Träger Impuls zuzuführen. Diese Anordnung ist der in Abb. 5 gezeigten völlig analog.

nauer: in dem beim Auseinanderziehen der beiden Spulenteile neu geschaffenen Zwischenraum zwischen den sich voneinander entfernenden Spulenden) wird der Energiebetrag ΔE gespeichert:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \int_0^x I_{px} \frac{dx}{\Phi^2} dt = I_{px} x = \frac{B^2}{2\mu_0} Ax \\ &= \frac{\Phi^2}{2\mu_0 A} x. \end{aligned} \quad (11)$$

Hierin ist Φ der (bei dem Vorgang konstant bleibende) magnetische Fluß. Beachtet man ferner, daß der Selbstinduktionskoeffizient einer langen Spule gegeben ist durch $L = \mu_0 N^2 A / l$, wobei N die Windungszahl und l die Länge der Spule ist, so ergibt sich als Änderung der Selbstinduktion durch Auseinanderziehen $dL = -(\mu_0 N^2 A / l^2) dl = -(\mu_0 N^2 A / l^2) x = -(L^2 / \mu_0 N^2 A) x$. Somit ist nach (11)

$$dE = -N^2 \frac{\Phi^2}{2L^2} dL, \quad (12)$$

oder integriert

$$\Delta E = E - E_0 = \frac{(N\Phi)^2}{2L}. \quad (13)$$

Dabei ist E_0 die Energie der Spule bei $\Phi = 0$. Vertrauter wird dem Leser der Ausdruck sein

$$\Delta E = \frac{1}{2} L I_Q^2. \quad (14)$$

Für uns wichtig ist vor allem wieder die Einsicht, daß die in einer Spule gespeicherte „magnetische“ Energie sich nicht nur „elektrisch“, sondern auch „mechanisch“ zuführen läßt. Der gespeicherten Energie ist also auch hier nicht mehr anzusehen, mit welchem Träger sie in die Spule gelangt ist. Will man die in einer Spule gespeicherte Energie „magnetisch“ nennen, so läßt sich das wieder nur dadurch rechtfertigen, daß das Adjektiv magnetisch das System, nämlich das Magnetfeld, bezeichnet, in dem die Energie gespeichert ist, und nicht etwa eine besondere „Form“ der Energie.

Der bewegte Körper

Man kann mit der in einer Feder gespeicherten Energie einen Körper in Bewegung setzen, d. h. die Energie dem Körper zuführen (Abb. 7). Als Träger der Energie dient dabei der Impulsstrom. Der obere Teil der Abb. 7 zeigt eine zusammengedrückte und in diesem Zustand durch einen Faden fixierte Feder. Der Impulsstrom fließt in der Feder nach rechts, im Faden nach links und bildet so einen geschlossenen Stromkreis. Wird nun der

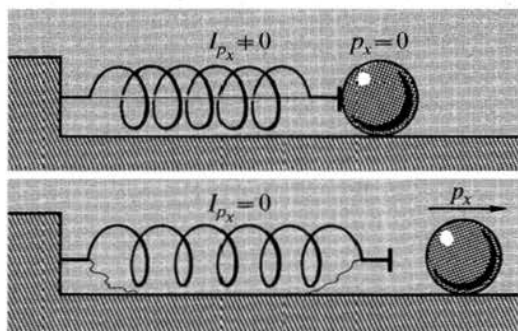


Abb. 7 Beim Entspannen der Feder fließen Energie und Impuls in den rechts neben der Feder liegenden Körper; dort häufen sich beide Größen an.

Faden durchgetrennt, so wird der Impulsstromkreis unterbrochen (unterer Teil der Abb. 7). Da die Feder im ersten Moment nach dem Unterbrechen des Stromkreises sich nach wie vor im zusammengedrückten Zustand befindet, fließt in ihr weiterhin der Impulsstrom nach rechts. Der von diesem Strom transportierte Impuls p_x häuft sich in dem rechts neben der Feder liegenden Körper an, was sich darin äußert, daß der Körper sich in Bewegung setzt. Da die Geschwindigkeit des Körpers von Null verschieden ist, fließt auf ihn neben dem Impulsstrom gleichzeitig auch ein Energiestrom der Stärke $I_E = v_x I_{p_x}$. Dieser Prozeß ist zu Ende, wenn die ursprünglich in der Feder gespeicherte Energie ΔE vollständig aus ihr herausgeflossen ist. Die Energie des Körpers hat dann von ihrem Anfangswert E_0 um den Betrag ΔE zugenommen:

$$\Delta E = \int_0^t I_E dt' = \int_0^t \frac{p_x}{m} \frac{dp_x}{dt'} dt' = \frac{p_x^2}{2m} \quad (15)$$

Gleichzeitig hat sich der x -Impuls

$$p_x = \int_0^t I_{p_x} dt' \quad (16)$$

in dem Körper angehäuft.

In (15) wurde neben $v_x = p_x/m$ noch $dp_x/dt = I_{p_x}$ benutzt. Sie drückt die Impulserhaltung aus: Der Impuls eines Körpers kann sich nur dadurch ändern, daß ein Impulsstrom im Körper endet (oder beginnt). Die Feder braucht übrigens nicht eine *Hook'sche* Feder zu sein; der in ihr fließende Impulsstrom kann beliebig von der Dehnung ($x-x_0$) abhängen.

Im Elementarunterricht verwendet man an Stelle von (15) für die in einem bewegten Körper gespeicherte Energie ΔE meist die Gleichung

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v^2 \quad (17)$$

und nennt die rechte Seite von (17) kinetische Energie. Mit dem Begriff kinetische Energie wird oft die Vorstellung verbunden, es handle sich um eine bestimmte, von anderen unterschiedliche „Form“ der Energie. Das ist ebensowenig der Fall wie bei der „Spannungsenergie“, der „elektrischen“ oder der „magnetischen“ Energie. Auch hier gibt das Wort „kinetisch“ nur die Art des physikalischen Systems an, in dem der fragliche Energiebetrag gespeichert ist, nämlich im bewegten Körper. Die Speicherung der Energie erfolgt hier, im Gegensatz zur Feder, zusammen mit der Speicherung des Impulses, also des Trägers, mit dem die Energie dem Körper zugeführt wurde.

Ein Vergleich von (15) und (17) mit (9a) und (9b) zeigt, daß die Masse für den bewegten Körper dieselbe Rolle spielt wie die Kapazität für den Kondensator.

Das Gravitationsfeld

In jeden Körper, der sich im Gravitationsfeld der Erde befindet, fließt ständig ein Impulsstrom. Diesen Impulsstrom kann man experimentell leicht nachweisen, indem man den Körper an einem Seil aufhängt. Das Koordinatensystem sei so gewählt, daß die z -Achse senkrecht nach oben zeigt. Positiver z -Impuls ist dann ebenfalls nach oben gerichtet. Die Tatsache, daß das Seil gespannt ist, zeigt an, daß in ihm Impuls p_z nach unten strömt. Dieser Impulsstrom fließt von der Erde über die Aufhängung und das Seil in den Körper. Wieder schließt man aus der Tatsache, daß sich nirgends Impuls anhäuft, auf einen geschlossenen Impulsstromkreis; d. h. auch im Raum zwischen der Erde und dem Körper fließt ein Impulsstrom.

Experimentell findet man, daß die Impulsstromstärke I_{p_z} proportional zur Masse des Körpers ist und daß (in der Nähe der Erdoberfläche) I_{p_z} nicht von der Höhe über dem Erdboden abhängt, in der sich der Körper befindet. Man kann also schreiben:

$$I_{p_z} = g m. \quad (18)$$

Die Proportionalitätskonstante g hat die Dimension einer Beschleunigung und wird unglücklicherweise meist Schwerebeschleunigung genannt. Da diese Konstante die Impulsstromstärke pro Masse an der Oberfläche der Erde darstellt, ist die Bezeichnung *Gravitationsfeldstärke* vorzuziehen.

Um einen Körper von der Erdoberfläche hochzuheben, ist Energie erforderlich. Wie in den vorangegangenen Beispielen soll ein Motor die not-

wendige Energie liefern, um den Körper in eine größere Höhe zu heben. Sobald sich der Körper und das Seil nach oben bewegen, fließt vom Motor zum Körper Energie, die von dem Impulsstrom in dem Seil getragen wird. Wird der Motor wieder ausgeschaltet, so befindet sich der Körper in einer größeren Höhe über der Erdoberfläche in Ruhe. Die in den Körper geflossene Energie hat sich in ihm aber nicht angehäuft. Das äußert sich darin, daß in einem Gravitationsfeld ein Körper überall dieselbe Masse m und damit dieselbe Ruheenergie $E_0 = mc^2$ hat. Daraus muß man schließen, daß die Energie in das Gravitationsfeld weitergeflossen und dort gespeichert worden ist.

Der Betrag der beim Heben eines Körpers von der Erdoberfläche $z = 0$ auf die Höhe z in das Gravitationsfeld fließenden und dort gespeicherten Energie ergibt sich wieder aus der Dauer des Vorgangs und der Stärke des Energiestroms $I_E = v_z I_{p_z}$:

$$\Delta E = \int_0^t I_E dt' = \int_0^t \frac{dz}{dt'} mg dt' = mgz. \quad (19)$$

Der Vergleich dieser Beziehung mit der in einem Kondensator oder in einer Spule gespeicherten Energie (7) bzw. (11) zeigt, daß das Gravitationsfeld eine „Feder“ vom gleichen Typ ist wie der Kondensator bzw. die Spule, nämlich eine Feder, bei der der Impulsstrom (die Rückstellkraft) unabhängig ist von der Dehnung, die hier durch den Abstand zwischen Erde und Körper gemessen wird. Das gilt natürlich nur in hinreichender Nähe der Erdoberfläche.

Herkömmlich wird die im Gravitationsfeld gespeicherte Energie (19) „potentielle“ Energie genannt. Überdies benutzt man unglücklicherweise diesen Begriff in derselben Art und Weise wie den Begriff kinetische Energie; man spricht von der potentiellen Energie *des Körpers* ebenso wie von der kinetischen Energie des Körpers. Potentielle Energie wird deshalb oft fälschlicherweise als ein Energiebetrag angesehen, den ein Körper in ähnlicher Weise besitzt wie kinetische Energie. Ein Körper kann aber niemals potentielle Energie in dem Sinn besitzen, daß diese Energie in ihm enthalten ist. Tatsächlich bedeutet, wie wir gesehen haben, das Wort „potentiell“ wieder ein physikalisches System, in dem dieser Energiebetrag gespeichert ist, nämlich das Gravitationsfeld. An die Stelle des Gravitationsfeldes kann auch das elektromagnetische Feld treten; denn bei der Bewegung eines elektrisch geladenen Körpers im Feld eines anderen spricht man oft ebenfalls von der potentiellen Energie des Körpers. Hierbei han-

delt es sich um die im elektrischen Feld gespeicherte Energie. Allgemein benutzt man das Wort „potentiell“ immer dann, wenn es sich um die in einem Feld gespeicherte Energie handelt.

Bemerkung über den Betrag gespeicherter Energie

Jeder Gegenstand, ja jedes Volumen, das wir uns in Gedanken abgegrenzt denken und das mit irgendwelchen Gegenständen und Substanzen angefüllt ist, hat einen bestimmten Energieinhalt; es enthält zu jedem Zeitpunkt einen bestimmten „Vorrat“ an Energie, der einen positiven Wert hat. Im Prinzip ist es sehr leicht möglich, diesen Energiebetrag zu messen, nämlich durch eine Messung der Masse m des fraglichen physikalischen Systems; denn seine Energie ist ja $E = mc^2$. Die in den vorangegangenen Abschnitten betrachteten Energiespeicher enthalten vor der Speicherung bereits die Energie E_0 , die dann beim Füllen des Speichers mit zusätzlicher Energie um den Betrag ΔE erhöht wird.

In realen Experimenten – im Gegensatz zu Gedankenexperimenten – ist ΔE meist sehr klein gegen E_0 . Als Beispiel möge ein Auto der Masse $m = 1000$ kg dienen, das mit der Geschwindigkeit $v = 72$ km/h = 20 m/s fährt. Die in ihm gespeicherte kinetische Energie $\Delta E = \frac{1}{2}mv^2 = 200$ kJ ist verschwindend klein gegenüber seiner Ruheenergie $E_0 = mc^2 = 9 \cdot 10^{16}$ kJ. Die relative Energieänderung $\Delta E/E_0$ kann man deshalb leicht mit einer Genauigkeit von 10^{-16} messen, was sonst in der Physik nur bei wenigen Größen und mit großem experimentellen Aufwand möglich ist. Voraussetzung dafür ist allerdings, daß die Ruhemasse sehr genau konstant bleibt. Schon eine zusätzliche Mücke der Masse $\Delta m = 1$ mg an der Windschutzscheibe bewirkt eine Änderung von E_0 um $9 \cdot 10^7$ kJ!

Ganz anders liegen die Verhältnisse jedoch, wenn man beim Speichern von Energie in einem elektrischen Feld die experimentellen Hilfsmittel, nämlich die zum räumlichen Fixieren der Ladungen als Quellen des Feldes notwendigen Kondensatorplatten, nicht mit zu dem physikalischen System „elektrisches Feld“ rechnet. Dann kann man $E_0 \ll \Delta E$ leicht erreichen.

4. Freier Fall

In dem Abschnitt über das Gravitationsfeld als Energiespeicher haben wir gezeigt, daß in einen an einem Seil aufgehängten Körper aus dem Gra-

vitationsfeld ein Impulsstrom fließt, der über Seil, Aufhängung und Erde einen geschlossenen Stromkreis bildet. Wird das Seil zur Zeit $t = 0$ durchgetrennt, so häuft sich Impuls in dem Körper an, weil der Impulsstromkreis unterbrochen worden ist. Die Erfahrung zeigt, daß sich die Stärke des Impulsstroms in den Körper während des Fallens nicht ändert. Das schließt man aus der Tatsache, daß beim reibungsfreien Fallen der Impuls p_z des Körpers – und wegen $p_z = mv_z$ auch seine Geschwindigkeit v_z – linear mit der Zeit zunehmen:

$$p_z(t) = I_{p_z} t = -gmt = mv_z. \quad (20)$$

In diesem speziellen Fall hat die Beschleunigung des Körpers gerade den Wert g .

Mit der Änderung des Impulses des Körpers beim Fallen vom Wert Null auf den Wert p_z muß sich auch seine Energie ändern, und zwar gemäß (15) um den Betrag $p_z^2/2m$ vergrößern. Diese Energie fließt aus dem Gravitationsfeld in den Körper. Anders ausgedrückt: Beim freien Fall werden zwei Energiespeicher miteinander gekoppelt, der bewegte Körper und das Gravitationsfeld der Erde. Aus dem Speicher „Gravitationsfeld“ fließt Energie in den Speicher „bewegter Körper“, die Summe der Energien beider Speicher bleibt bei diesem Vorgang konstant:

$$\frac{p_z^2}{2m} + mgz = 0, \quad (21)$$

wenn man den Nullpunkt der z -Achse in den Ausgangspunkt der Fallbewegung legt, wo der Körper vor dem Experiment in Ruhe war.

Bisher wurde der *Einfluß der Luft* auf das Fallen des Körpers ignoriert. Dieses Vorgehen liefert eine quantitativ gute Beschreibung des Fallvorgangs, solange die Fallgeschwindigkeit nicht zu groß ist. Leider gibt es kein einfaches Kriterium für eine „kritische“ Fallgeschwindigkeit; ihr Wert hängt vielmehr in komplizierter Weise von der Gestalt und der Oberflächenrauigkeit des fallenden Körpers ab. Man erkennt diesen Sachverhalt am besten durch den Vergleich von zwei Experimenten.

Eine Metallkugel mit der Masse $m = 100$ kg werde von einem Flugzeug aus einer Höhe von 500 m abgeworfen. In die Kugel fließt ein konstanter Impulsstrom der Stärke $|I_{p_z}| = gm \approx 1000$ N. z -Impuls häuft sich auf der Kugel an, und bis zum Aufschlag auf der Erdoberfläche gilt in guter Näherung $p_z = I_{p_z} t$. Die Geschwindigkeit beim Aufschlag hat ungefähr den Wert $|v_{z,0}| = |p_{z,0}|/m \approx 100$ m/s. Hängt die Kugel dagegen an einem Fallschirm, so hat der Impulsstrom zwar dieselbe

Stärke $|I_{p_z}| = gm$ wie im ersten Experiment, Fallschirm und Kugel sinken aber jetzt mit konstantem Impuls zur Erdoberfläche. Der Wert dieses Impulses hängt von der Größe des Fallschirms ab; er liegt in der Größenordnung von etwa 1000 Ns = 1 kHy. Die konstante Sinkgeschwindigkeit $|v_z| = |p_z|/m = 10$ m/s ist also zehnmal kleiner als die Aufschlaggeschwindigkeit, die die Kugel ohne Fallschirm erreicht.

Beim Vergleich dieser beiden Experimente sollte sich der Leser vor allem vergegenwärtigen, daß die Impulsströme, die aus dem Schwerfeld in die Kugel fließen, in beiden Fällen dieselbe Stärke haben. Da die am Fallschirm hängende Kugel sehr viel länger unterwegs ist, fließt auf sie viel mehr Impuls als auf die ohne Schirm fallende Kugel. Wo bleibt dieser Impuls? Die straff gespannten Schnüre, an denen die Kugel am Fallschirm hängt, zeigen an, daß der Impulsstrom nicht in der Kugel endet, sondern weiter zum Fallschirm fließt. Von dort fließt er in die Luft und schließlich zurück zur Erde.

Der Impulsstrom auf die Kugel ist natürlich mit Energie beladen, und zwar fließt ein Energiestrom der Stärke $I_E = v_z I_{p_z}$ auf die am Fallschirm hängende Kugel. Diese Energie wird während des Fallens mit konstanter Geschwindigkeit nicht in der Kugel gespeichert, sondern fließt durch die Aufhängeschnüre in den Fallschirm und schließlich in die Luft. Dort wird die Energie dissipiert, d. h. unter Erzeugung von Entropie in der Luft gespeichert.

Beim Fallen eines Körpers in einem Gas (oder einer Flüssigkeit) wird demnach noch ein dritter Energiespeicher angekoppelt, eben dieses Gas. In einer ersten Phase der Fallbewegung, solange ihre Beschleunigung noch merklich von Null verschieden ist, wird die aus dem Gravitationsfeld in den Körper fließende Energie zum Teil in diesem gespeichert, zum Teil fließt sie weiter in das Gas und wird dort gespeichert. Während des Fallens mit konstanter Geschwindigkeit wird der Energiespeicher „bewegter Körper“ nicht weiter gefüllt, sondern die Energie fließt vollständig weiter in das Gas.

5. Energie- und Impulsströme in drei Dimensionen

Die bisherigen Betrachtungen haben sich auf den Fall beschränkt, daß der Körper sich in der Rich-

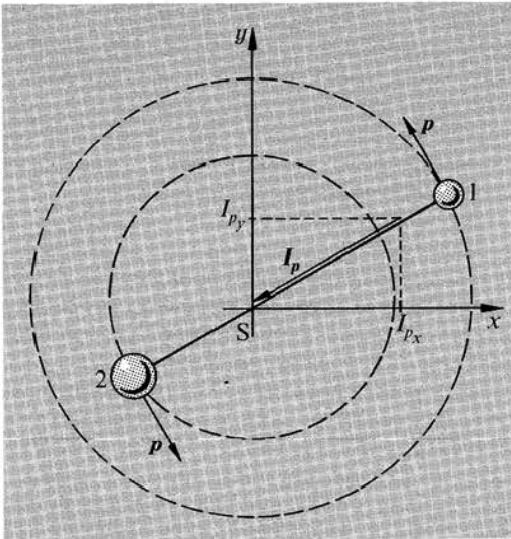


Abb. 8 Der Impulsstrom durch das Seil zwischen den um ihren gemeinsamen Schwerpunkt S rotierenden Kugeln 1 und 2 ist *nicht* von einem Energiestrom begleitet, weil das Seil sich senkrecht zu dem in ihm fließenden Impulsstrom bewegt.

tion (oder in Gegenrichtung) des Impulsstromstärkevektors bewegt. Es bleibt noch der Fall zu untersuchen, welche Stärke der Energiestrom hat, wenn sich der Körper senkrecht zu dem in ihm fließenden Impulsstrom bewegt.

Dazu betrachten wir zwei durch ein Seil verbundene Kugeln, die um ihren gemeinsamen Schwerpunkt kreisen (Abb. 8). Das Seil ist gespannt, also

fließt in ihm ein Impulsstrom. Dieser Impulsstrom ändert zwar nicht den Betrag des Impulses der beiden Kugeln, wohl aber dessen Richtung im Raum. Während einer halben Periode der Kreisbewegung fließt x -Impuls von der Kugel 1 zur Kugel 2, während der nächsten Halbperiode in umgekehrter Richtung. Der y -Impuls verhält sich ebenso, nur ist dessen Oszillation zwischen den beiden Kugeln um eine Viertelperiode phasenverschoben.

Für unser Problem sind zwei Tatsachen wichtig:

- Die Energie der Kugeln bleibt während ihrer Kreisbewegung konstant. Deshalb fließt durch das Seil kein Energiestrom: $I_E = 0$.
- Die Geschwindigkeit v , mit der sich das Seil bewegt, steht stets senkrecht auf dem Stromstärkevektor I_p des Impulsstroms, der durch das Seil fließt. Die Impulsstromstärke ist ein Vektor, dessen eine Komponente die Stärke I_{px} des p_x -Stroms ist und dessen andere die Stärke I_{py} des p_y -Stroms.

Es liegt deshalb nahe, zur mathematischen Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Energie- und Impulsstromstärke das Skalarprodukt zu verwenden:

$$I_E = v_x I_{px} + v_y I_{py} + v_z I_{pz} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{I}_p. \quad (22)$$

Die Aussage von (22) soll am Beispiel der *Kepler*-Bewegung demonstriert werden. Abb. 9 zeigt die Bewegung der beiden Sterne eines Doppelstern-

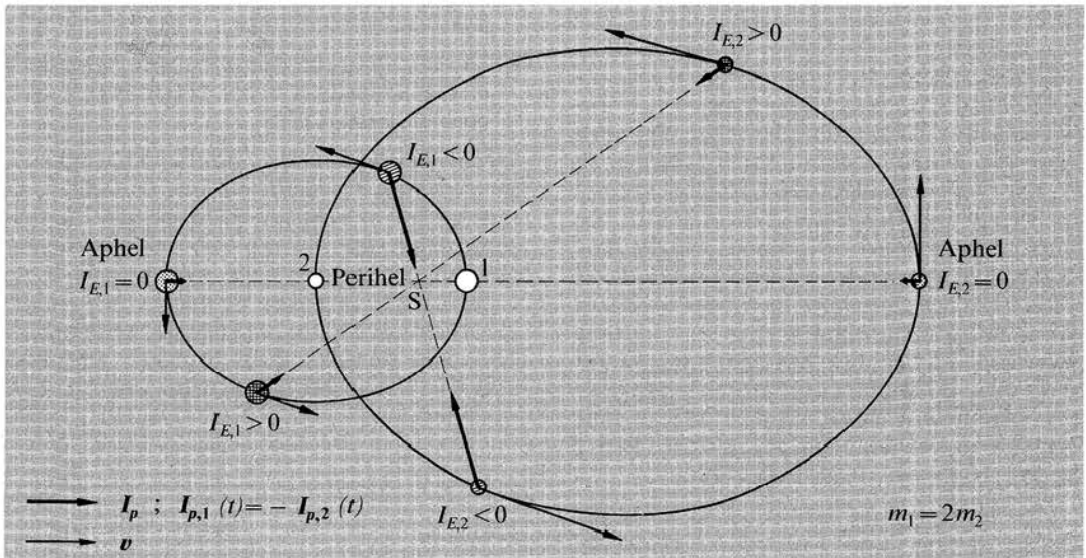


Abb. 9 Bewegung der beiden Sterne eines Doppelsternsystems auf zwei geometrisch ähnlichen *Kepler*-Ellipsen. Um der Deutlichkeit der Zeichnung willen wurden die Vektoren v und I_p in der Perihelstellung weggelassen. I_E ist die Stärke des Energiestroms aus dem Gravitationsfeld in einen Stern.

systems auf zwei geometrisch ähnlichen *Kepler*-Ellipsen; der Schwerpunkt *S* der beiden Sterne fällt mit je einem Brennpunkt der beiden Ellipsen-Bahnen zusammen. Die Masse von Stern 1 sei doppelt so groß wie die von Stern 2; dann durchläuft der erste Stern eine halb so große Ellipse wie der zweite, und die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 der beiden Sterne an entsprechenden Punkten ihres elliptischen Umlaufs stehen im selben Verhältnis $|v_1| : |v_2| = 1 : 2$. Für drei willkürlich herausgegriffene Zeiten sind die Positionen der beiden Sterne auf ihrer Bahn, ihre Geschwindigkeitsvektoren und die Stromstärkevektoren des aus dem Gravitationsfeld auf die Sterne fließenden Impulsstroms eingezeichnet.

Wenn beide Sterne im Aphel (oder im Perihel) stehen, ist nur die *x*-Komponente der Impulsstromstärke von Null verschieden. Diese ist für Stern 2 negativ, also fließt im Aphel negativer *x*-Impuls in den Stern 2; sein *x*-Impuls wechselt im Aphel gerade sein Vorzeichen von negativen zu positiven Werten. Auch in den anderen Punkten der Bahn kann man sich die anschauliche Bedeutung der Impulsstromstärke entsprechend durch Zerlegen in *x*- und *y*-Komponenten klarmachen. Die Stromstärken der in die beiden Sterne fließenden Impulsströme sind übrigens zu jeder Zeit entgegengesetzt gleich. Das Gravitationsfeld ändert seinen Impuls also nicht.

Im Aphel stehen die Vektoren v (Geschwindigkeit) und I_p (Impulsstromstärke) beider Sterne senkrecht aufeinander, also fließt gemäß (22) in diesem Zeitpunkt kein Energiestrom aus dem Gravitationsfeld in die Sterne. Im weiteren Verlauf der Bewegung durchläuft der Stern 1 die untere Hälfte der kleineren, Stern 2 die obere Hälfte der größeren Ellipse. Dabei werden für beide Sterne die Winkel zwischen v und I_p kleiner als 90° , also fließt jetzt ein (positiver) Energiestrom in die Sterne: Der Impulsstrom trägt Energie aus dem Gravitationsfeld in die Sterne. Aus der Abb. 9 kann man ablesen, in welchem Verhältnis die Stärken der Energieströme in die beiden Sterne stehen: Wie oben gezeigt wurde, ist $|v_2|$ doppelt so groß wie $|v_1|$, die Beträge der Impulsstromstärken sind gleich, die Winkel zwischen den beiden Vektoren ebenfalls, weil die Ellipsen ähnlich sind. Daraus folgt, daß der Energiestrom in den Stern 2 doppelt so stark ist wie der in den Stern 1.

Laufen die Sterne auf das Perihel zu, so vergrößert sich der Winkel zwischen v und I_p wieder, der Energiestrom in die Sterne wird kleiner (obwohl die Beträge von v und I_p wachsen!) und erreicht im Perihel den Wert Null. Während der zweiten

Hälfte der Umlaufdauer ist der Winkel zwischen v und I_p stets größer als 90° , der Energiestrom fließt aus den Sternen zurück in das Gravitationsfeld.

6. Zusammenfassung

In diesem Heft wird die Mechanik im Sinne einer *Nahwirkungstheorie* (Feldtheorie) dargestellt. Demgemäß wird die Änderung der Energie eines physikalischen Systems durch das Ein- und Ausströmen von Energie durch die Begrenzung des Systems beschrieben. Ein Energiestrom ist stets vom Strom mindestens einer weiteren mengenartigen Größe begleitet, dem Träger der Energie. Bei Vorgängen, die traditionell „mechanisch“ genannt werden, spielt der Impuls die Rolle des Energieträgers; wir sagen, die Energie wird von einem Impulsstrom von einem physikalischen System in ein anderes getragen. Die Stärke der Beladung des Impulsstroms mit Energie ist proportional zur Geschwindigkeit des Mediums, in dem der Impulsstrom fließt, genauer: Die Energiestromstärke ist das Skalarprodukt dieser Geschwindigkeit mit der Impulsstromstärke.

Die von einem Impulsstrom in ein physikalisches System getragene Energie kann auf verschiedene Weise in diesem System gespeichert werden:

- Der Impulsstrom lädt Energie ab und fließt mit weniger Energie beladen wieder aus dem Energiespeicher hinaus.
- Der Impulsstrom endet wie der Energiestrom in dem Speicher, d. h. der Träger Impuls wird ebenfalls gespeichert.

Diese Möglichkeiten der Speicherung von Energie wurden an Beispielen erläutert. Obwohl die in verschiedenen Systemen gespeicherte Energie physikalisch nicht unterscheidbar ist, wird sie traditionell mit verschiedenen Namen belegt. Es wurde gezeigt, daß diese Bezeichnungen für gespeicherte Energie nur sinnvoll sind, wenn man in ihnen eine Benennung des Speichers sieht und nicht eine Unterscheidung verschiedener „Arten“ von Energie.

Literatur

- [1] *G. Falk, F. Herrmann*: „Konzepte eines zeitgemäßen Physikunterrichts“, Heft 3, Aufsatz 2 und 3, Schroedel Verlag, Hannover 1981

Impulsströme im elektromagnetischen Feld

1. Einleitung: Impuls und Impulsstrom

Wie in den vorangegangenen Aufsätzen gezeigt wurde, läßt sich der Bewegungszustand eines Körpers durch die mengenartige Größe Impuls beschreiben. Diese Beschreibung weist dem Impuls, also der mit der Bewegung eines Körpers verbundenen Wucht eine physikalisch grundlegendere Rolle zu als der Geschwindigkeit. Mit der Mengenartigkeit des Impulses ist gemeint, daß es einen Sinn hat zu fragen, wie der Impuls in jedem Augenblick im Raum verteilt ist. Bei einem bewegten Körper sieht diese Verteilung so aus, daß der Impuls in jedem Augenblick nur in demjenigen Teil des Raumes von Null verschieden ist, der gerade von dem Körper eingenommen wird.

Mit dem Impuls eng verknüpft ist eine Stromgröße, nämlich der Impulsstrom. Mit seiner Hilfe läßt sich ausdrücken, wie die räumliche Verteilung des Impulses sich mit der Zeit ändert. Der enge Zusammenhang zwischen Impuls und Impulsstrom manifestiert sich im Impulssatz, der in lokaler Formulierung besagt, daß der in einem Raumbereich enthaltene Impuls seinen Wert nur dadurch ändern kann, daß ein Impulsstrom in dem Raumbereich beginnt oder endet. Die Stärke des Impulsstroms gibt dabei an, wieviel Impuls pro Zeit die Oberfläche des Raumbereichs, den der Körper einnimmt, durchströmt.

Die Stärke des Impulsstroms, der in einem Körper beginnt oder endet, ist identisch mit dem, was man herkömmlich die Kraft nennt, die auf den Körper wirkt. Impulsstromstärke und Kraft sind somit zwei Namen für dieselbe Sache. Daher ist einer von beiden überflüssig und sollte, wenn es um Einfachheit und Klarheit geht, fortgelassen werden. Im Gegensatz zur traditionellen Sprachgewohnheit lassen wir hier das Wort „Kraft“ weg und sprechen – von gelegentlichen Erklärungen für den an den herkömmlichen Sprachgebrauch gewöhnten Leser abgesehen – nur vom Impulsstrom und seiner Stärke.

Die physikalischen Charakteristika der Kraft, wie die, daß sie den Bewegungszustand von Körpern ändert oder Körper verformt, treffen natürlich auch für den Impulsstrom zu. Nur wird das anders ausgedrückt. Daß ein Impulsstrom den Be-

wegungszustand eines Körpers ändert – nämlich dann, wenn er im Körper beginnt oder endet – stellt ja gerade die Aussage des Impulssatzes dar. Daß der Impulsstrom etwas mit Verformungen zu tun hat, findet seinen Ausdruck darin, daß Zug- oder Druckspannungen in einem Medium gleichbedeutend damit sind, daß dieses von einem Impulsstrom durchflossen wird. Wie im zweiten Aufsatz dieses Heftes gezeigt wurde, ist die elastische Feder direkt ein Impulsstrom-Meßgerät: Die Längenänderung der Feder gegenüber ihrer Länge im unverspannten Zustand gibt den Betrag (einschließlich des Vorzeichens), ihre Richtung die Richtung des sie durchfließenden Impulsstroms an.

Im Fall zeitlicher Stationarität bedeutet die Impulserhaltung, daß ein Impulsstrom nirgendwo anfangen und enden kann. Wird die Impulsstromdichte durch Feldlinien dargestellt, sind diese also geschlossen.

Im folgenden werden wir zeigen, daß auch in elektrischen und magnetischen Feldern Impulsströme fließen. Genauer gilt: Überall dort, wo die elektrische oder die magnetische Feldstärke E bzw. H einen von Null verschiedenen Wert haben, hat auch die Impulsstromdichte einen von Null verschiedenen Wert. Diesen Zusammenhang werden wir aus qualitativen Anfängen bis in quantitative Einzelheiten hinein verfolgen.

2. Impulsströme im Kondensatorfeld

Wir betrachten einen geladenen Kondensator und fragen, ob und gegebenenfalls wie Impulsströme in ihm fließen. Da die geladenen Platten in gewohnter physikalischer Sprache „sich anziehen“ oder „eine Kraft aufeinander ausüben“, muß zwischen ihnen ein Impulsstrom fließen. Um diesen Impulsstrom in Stärke und Richtung nachzuweisen, denken wir uns eine Anordnung, wie sie schematisch in Abb. 1 dargestellt ist. Die Dehnung der die Platten auf Distanz haltenden Federn zeigt an, daß in den Federn ein Impulsstrom fließt, und zwar – wenn wir uns der in den vorangegangenen Aufsätzen getroffenen Festsetzungen anschließen – von rechts nach links. Da

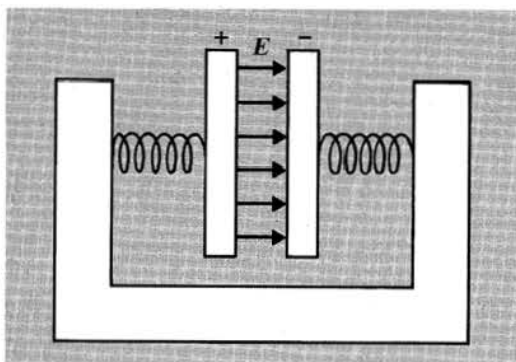


Abb. 1 Kondensator, dessen Platten durch Joch und Federn auf Distanz gehalten werden.

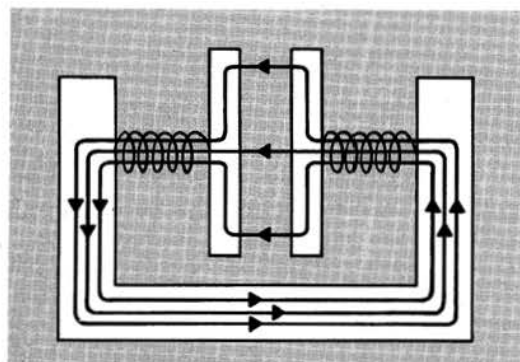


Abb. 2 Geschlossener x -Impulsstrom, der in den Federn und im Kondensatorfeld ein Zug-Impulsstrom, im unteren Teil des Jochs ein Druck-Impulsstrom ist.

die ganze Anordnung zeitlich stationär ist, kann der durch die Federn fließende Impulsstrom nirgendwo enden oder anfangen, seine Feldlinien müssen also geschlossen sein, qualitativ somit die in Abb. 2 skizzierte Gestalt haben.

Für uns wichtig ist vor allem die Einsicht, daß der Impulsstrom nicht nur in den materiellen Teilen des Kondensators fließt, sondern auch in dem von Materie freien Gebiet zwischen den Platten. Wie Abb. 2 zeigt, ist seine Richtung dort ebenfalls von rechts nach links, also dieselbe wie in den Federn. Die Stärke des Impulsstroms hängt offensichtlich von der elektrischen Feldstärke E ab, denn wenn E große Werte hat, werden auch die Federn stärker gedehnt; das wiederum zeigt an, daß der Impulsstrom stärker ist. Der von dem elektrischen Feld erfüllte Raum zwischen den Kondensatorplatten verhält sich also ähnlich wie ein unter Zugspannung stehendes Medium: Es herrscht in ihm, wie *Faraday*, der Urheber dieser Betrachtungsweise es ausdrückte, in Richtung der E -Linien eine Zugspannung.

Faraday hat überdies erkannt, daß auch senkrecht zu den E -Linien ein Impulsstrom fließt. Dieser ist so gerichtet, daß man, flösse er in einem elastischen Material, gewohntermaßen von einer Druckspannung sprechen würde. Dieser Impulsstrom wäre uns in ähnlicher Weise direkt bewußt wie der, der sich in der Anziehung der Platten äußert, wenn die Platten des Kondensators nicht aus festem Material bestünden, sondern in der Plattenebene deformierbar wären. Die Platten würden dann die Tendenz zeigen, ihren Flächeninhalt mit wachsender E -Feldstärke zu vergrößern. Abb. 3 zeigt eine Anordnung, nämlich einen Kondensator mit teleskopartig verschiebbaren Platten, bei dem diese Tendenz zur Vergrößerung des Flächeninhalts der Platten und damit der behauptete Impulsstrom quer zur Richtung des E -Feldes in der Zugbeanspruchung der eingebauten Federn sichtbar wird. Außer dem in Abb. 2 darge-

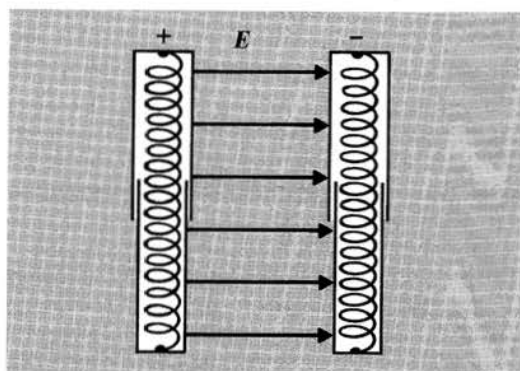


Abb. 3 Die Spannung der Federn, die in die teleskopartig ineinander verschiebblichen Platten eines Kondensators eingebaut sind, zeigt einen Zug-Impulsstrom an.

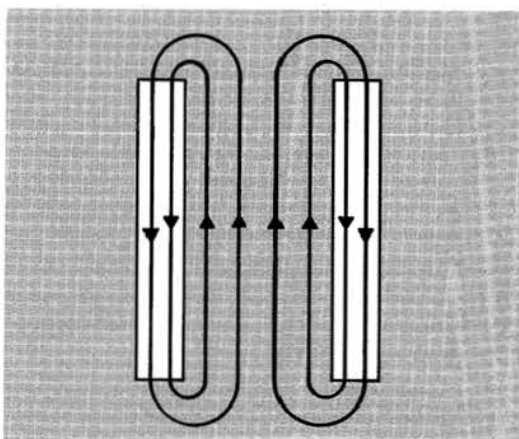


Abb. 4 Geschlossener y -Impulsstrom, der im Kondensatorfeld ein Druck-Impulsstrom, im Innern der Platten ein Zug-Impulsstrom ist.

stellten Impulsstrom fließen also auch noch Impulsströme senkrecht zur Richtung von E , wie Abb. 4 es veranschaulicht.

Das Beispiel des Plattenkondensators macht eine typische, zunächst befremdlich wirkende Eigenschaft von Impulsströmen und ihrer Darstellung deutlich, nämlich daß es – anders als beim elektrischen Strom – nicht ein einziges Feldlinienbild gibt, sondern drei, die alle gleichzeitig zu benutzen sind. Das hängt damit zusammen, daß der Impuls ein Vektor ist und kein Skalar (siehe hierzu die Aufsätze 3 und 4 dieses Heftes).

3. Die Impulsstromdichte im elektrischen Feld, Maxwellsche Spannungen

Da der Impuls p ein Vektor ist, sind seine Werte durch die Angabe von drei Zahlen festgelegt, etwa der drei Komponenten p_x, p_y, p_z . Die *Impulsdichte* \hat{p} wird dementsprechend durch drei Funktionen $\hat{p}_x(\mathbf{r}, t), \hat{p}_y(\mathbf{r}, t), \hat{p}_z(\mathbf{r}, t)$ repräsentiert. Die zugehörige *Impulsstromdichte* an jedem Ort \mathbf{r} und zu jeder Zeit t ist dann ein von \mathbf{r} und t abhängiger symmetrischer Tensor $j_{ik} = j_{ki}$, wobei i, k für die x -, y - und z -Richtung stehen. Dieser Tensor wird herkömmlich als *Spannungstensor* bezeichnet.

Für unsere Zwecke ist es vorteilhaft, die Koordinatenachsen durch aufeinander senkrecht stehende Einheitsvektoren $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ festzulegen. Nun bestimmt jeder Einheitsvektor \mathbf{a} eine Richtung und damit eine Komponente der Impulsdichte sowie drei Komponenten der Impulsstromdichte. Diese drei Komponenten denken wir zusammengefaßt zu einem „Vektor“ \mathbf{j}_a , den wir kurz die \mathbf{a} -Impulsstromdichte nennen. Der Tensor der Impulsstromdichte besteht aus drei derartigen Vektoren, die zu Einheitsvektoren gehören, die aufeinander senkrecht stehen.

In Anwendung auf das Kondensatorfeld bezeichnen der Einheitsvektor \mathbf{a}_1 die Richtung senkrecht zu den Kondensatorplatten, \mathbf{a}_2 und \mathbf{a}_3 entsprechend zwei aufeinander senkrechte Richtungen parallel zu den Kondensatorplatten. Die \mathbf{a}_1 -Impulsstromdichte \mathbf{j}_{a_1} hat wegen der Symmetrie des Problems die Richtung von \mathbf{a}_1 selbst, d. h. es ist

$$\mathbf{j}_{a_1} = j_1 \mathbf{a}_1. \quad (1)$$

Da die Impulsstromdichte j_1 = (Stärke des Impulsstroms auf die Platte)/(Flächeninhalt der Platte) = (Kraft auf die Platte)/(Fläche der Platte) ist, fragen wir nach der Kraft, mit der die Kon-

densatorplatten sich anziehen. Diese erhält man z. B. durch Ableitung der Energie des Kondensators nach dem Plattenabstand x :

$$\begin{aligned} \text{Kraft} &= \text{Impulsstromstärke} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{2C} \right) \\ &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2 x}{2\epsilon_0 A} \right) = -\frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{Q}{\epsilon_0 A} \right)^2 A = -\frac{\epsilon_0}{2} E^2 A. \end{aligned}$$

Somit ist die Impulsstromdichte gleich $-\epsilon_0 E^2/2$. Damit lautet (1) also

$$\mathbf{j}_{a_1} = -\frac{\epsilon_0}{2} E^2 \mathbf{a}_1. \quad (2)$$

Das negative Vorzeichen drückt aus, daß \mathbf{a}_1 und die \mathbf{a}_1 -Impulsstromdichte entgegengesetzte Richtung haben. Das bedeutet, daß es sich um eine „Zugspannung“ handelt. Wir sprechen kurz von einem „Zug-Impulsstrom“.

Wegen der Symmetrie der Kondensatoranordnung muß ferner alles, was sich über das Stromdichtefeld \mathbf{j}_{a_2} aussagen läßt, sinngemäß auch für \mathbf{j}_{a_3} zutreffen. Es genügt daher, eines von beiden zu betrachten. Wir wählen \mathbf{j}_{a_2} . Die Anordnung der Abb. 3 zeigt, daß der Impulsstrom durch die Federn (d. h. die Kraft, mit der die Federn die Platten zusammenhalten) berechnet werden kann gemäß

$$\begin{aligned} \text{Impulsstromstärke} &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{2C} \right) \\ &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2 x}{2\epsilon_0 zy} \right) = \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{Q}{\epsilon_0 A} \right)^2 (xz) = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 (xz). \end{aligned}$$

Die Variable y mißt dabei die Ausdehnung der Platten in \mathbf{a}_2 -Richtung. Die Impulsstromdichte ist, wie man sieht, gleich $\epsilon_0 E^2/2$, so daß

$$\mathbf{j}_{a_2} = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \mathbf{a}_2, \quad \mathbf{j}_{a_3} = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \mathbf{a}_3. \quad (3)$$

Damit ist das zweite *Faradaysche* Resultat bewiesen: Der Impulsstrom quer zum E -Feld ist ein „Druck-Impulsstrom“, d. h. der Einheitsvektor \mathbf{a} und die zugehörige Impulsstromdichte haben dieselbe Richtung.

Die Stromdichte des Impulses einer beliebigen, durch den Einheitsvektor

$$\mathbf{a} = \alpha_1 \mathbf{a}_1 + \alpha_2 \mathbf{a}_2 + \alpha_3 \mathbf{a}_3, \quad \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1$$

gegebenen Richtung ist somit gegeben durch

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_a &= \frac{\epsilon_0}{2} E^2 [-\alpha_1 \mathbf{a}_1 + \alpha_2 \mathbf{a}_2 + \alpha_3 \mathbf{a}_3] \\ &= \frac{\epsilon_0}{2} E^2 [\alpha_1 \mathbf{a}_1 + \alpha_2 \mathbf{a}_2 + \alpha_3 \mathbf{a}_3] - \epsilon_0 E^2 \alpha_1 \mathbf{a}_1 \\ &= \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \mathbf{a} - \epsilon_0 (\mathbf{E} \cdot \mathbf{a}) \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (4)$$

Im letzten Schritt haben wir dabei Gebrauch gemacht davon, daß \mathbf{a}_1 und \mathbf{E} dieselbe Richtung haben, d. h. $\mathbf{E} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{E}(\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}) = E\alpha_1$.

Obwohl wir zur Herleitung dieser Gleichung das homogene Kondensatorfeld benutzt haben, gilt diese Beziehung für jedes elektrische Feld \mathbf{E} . Das liegt einfach daran, daß (4) eine lokale Beziehung ist: $\mathbf{j}_a(\mathbf{r}, t)$ ist nur von der Feldstärke \mathbf{E} an der Stelle \mathbf{r} abhängig, nicht aber von den Werten, die \mathbf{E} in der Nachbarschaft von \mathbf{r} hat. Also ist es gleichgültig, wie das \mathbf{E} -Feld in der Nachbarschaft von \mathbf{r} aussieht, ob es homogen ist oder nicht.

Die Impulsstromdichten (4) werden in der Literatur als "Maxwellsche Spannungen" bezeichnet, weil Maxwell sie als mechanische Spannungen eines den Raum erfüllenden physikalischen Systems „Äther“ zu deuten versuchte. Wie man erkennt, handelt es sich dabei um die in einem elektrischen Feld fließenden Impulsströme.

Analoge Überlegungen mit dem Magnetfeld \mathbf{H} liefern entsprechende Ausdrücke, in denen nur \mathbf{E} durch \mathbf{H} und ϵ_0 durch μ_0 ersetzt werden. Insgesamt ist die \mathbf{a} -Impulsstromdichte im elektromagnetischen Feld somit gegeben durch

$$\mathbf{j}_a = \left(\frac{\epsilon_0}{2} E^2 + \frac{\mu_0}{2} H^2 \right) \mathbf{a} - \epsilon_0 (\mathbf{E} \cdot \mathbf{a}) \mathbf{E} - \mu_0 (\mathbf{H} \cdot \mathbf{a}) \mathbf{H}. \quad (5)$$

4. Feldlinien des Impulsstroms

Wir wenden uns nun der Frage zu, wie die Formeln des letzten Abschnitts in Form von Feldlinienbildern der Impulsstromdichte zu veranschaulichen sind. Zunächst gibt es für jede festgehaltene Richtung \mathbf{a} , also jeden Impuls fester Richtung \mathbf{a} , ein eigenes Vektorfeld der Impulsstromdichte \mathbf{j}_a und damit ein eigenes Stromlinienbild. Es ist daher angebracht, in einem \mathbf{j}_a -Linienbild die zugehörige Richtung \mathbf{a} stets mit zu vermerken. Das kann zum Beispiel so geschehen, daß man den Vektor \mathbf{a} unter dem Stromlinienbild angibt, oder, wie wir es tun wollen, die Richtung \mathbf{a} als Schar paralleler Geraden in das \mathbf{j}_a -Linienbild selbst einzeichnet. Aus einem derartigen Bild läßt sich folgendes sofort ablesen: Überall, wo \mathbf{j}_a dieselbe Richtung hat wie \mathbf{a} , ist der \mathbf{a} -Impulsstrom ein Druck-Impulsstrom, wo \mathbf{j}_a entgegengesetzte Richtung hat wie \mathbf{a} ein Zug-Impulsstrom. Im allgemeinen hat \mathbf{j}_a weder dieselbe noch die entgegengesetzte Richtung wie \mathbf{a} . Wichtig für uns ist, daß die \mathbf{j}_a -Linien angeben, wie \mathbf{a} -Impuls im Raum strömt.

(5) gilt für beliebige zeitabhängige oder zeitunabhängige Felder \mathbf{E} und \mathbf{H} sowie beliebig vorgegebene Richtungen \mathbf{a} . Wir beschränken uns hier jedoch auf elektrostatische und magnetostatische Felder, d. h. auf die Fälle, in denen (4) gilt bzw. die Gleichung, die aus (4) dadurch hervorgeht, daß \mathbf{E} durch \mathbf{H} und ϵ_0 durch μ_0 ersetzt werden. Dann gelten, wie man aus (4) abliest, folgende Regeln:

Der Betrag der Impulsstromdichte \mathbf{j}_a ist unabhängig von \mathbf{a} und an jeder Stelle \mathbf{r} gleich der Energiedichte an dieser Stelle:

$$|\mathbf{j}_a(\mathbf{r})| = \epsilon_0 E^2(\mathbf{r})/2 \text{ bzw. } |\mathbf{j}_a(\mathbf{r})| = \mu_0 H^2(\mathbf{r})/2.$$

Überall, wo \mathbf{E} bzw. \mathbf{H} parallel oder antiparallel zu \mathbf{a} sind, ist der \mathbf{a} -Impulsstrom ein Zug-Impulsstrom, d. h. es ist dort

$$\mathbf{j}_a = -(\epsilon_0 E^2/2) \mathbf{a} \text{ bzw. } \mathbf{j}_a = -(\mu_0 H^2/2) \mathbf{a}.$$

Überall, wo \mathbf{E} bzw. \mathbf{H} senkrecht auf \mathbf{a} stehen, ist der \mathbf{a} -Impulsstrom ein Druck-Impulsstrom, d. h. es ist dort

$$\mathbf{j}_a = +(\epsilon_0 E^2/2) \mathbf{a} \text{ bzw. } \mathbf{j}_a = +(\mu_0 H^2/2) \mathbf{a}.$$

Überall, wo \mathbf{E} bzw. \mathbf{H} mit \mathbf{a} einen Winkel von $\pi/4$ oder $3\pi/4$ bilden, (d. h. $\mathbf{E} \cdot \mathbf{a} = \pm E/\sqrt{2}$ bzw. $\mathbf{H} \cdot \mathbf{a} = H/\sqrt{2}$), steht \mathbf{j}_a senkrecht auf \mathbf{a} .

Mit diesen Regeln läßt sich für ein gegebenes \mathbf{E} - oder \mathbf{H} -Feld relativ leicht ein Eindruck vom Verlauf der \mathbf{a} -Impulsstromlinien gewinnen. Die Abb. 5a und 5b zeigen Bilder von \mathbf{a} -Impulsstromlinien für das \mathbf{E} -Feld einer Punktladung und unterschiedliche Richtungen \mathbf{a} . Auf den ersten Blick mag überraschen, daß die Feldlinien der Impulsstromdichte nicht dieselbe Symmetrie haben wie die des \mathbf{E} -Feldes. Das ist aber durchaus nicht überraschend, denn jedes Feldlinienbild einer Impulsstromdichte \mathbf{j}_a gehört ja zu einer vorgegebenen Richtung \mathbf{a} , und diese bestimmt ihrerseits die Symmetrie des Feldlinienbildes natürlich mit. Die Zentralsymmetrie des \mathbf{E} -Feldes in den Abbildungen 5 äußert sich darin, daß die Orientierung der \mathbf{a} -Impulsstromlinien relativ zur \mathbf{a} -Richtung in beiden Abbildungen dieselbe ist: Abb. 5b geht aus 5a einfach durch eine Drehung um die Punktladung hervor. Die Feldlinien der Impulsstromdichte \mathbf{j}_a sind übrigens Kreise, die alle durch die punktförmige Quelle des \mathbf{E} -Feldes laufen und deren Mittelpunkte auf einer Geraden liegen, die ebenfalls durch die Quelle läuft und senkrecht auf \mathbf{a} steht.

Es ist bemerkenswert, daß die Feldlinien der Impulsstromdichte (im Gegensatz zu den Feldlinien des \mathbf{E} -Feldes) ganz im Endlichen verlaufen. Ihre Quellen und Senken liegen also stets im Endlichen. Daß das durch (4) erklärte \mathbf{j}_a -Feld keine

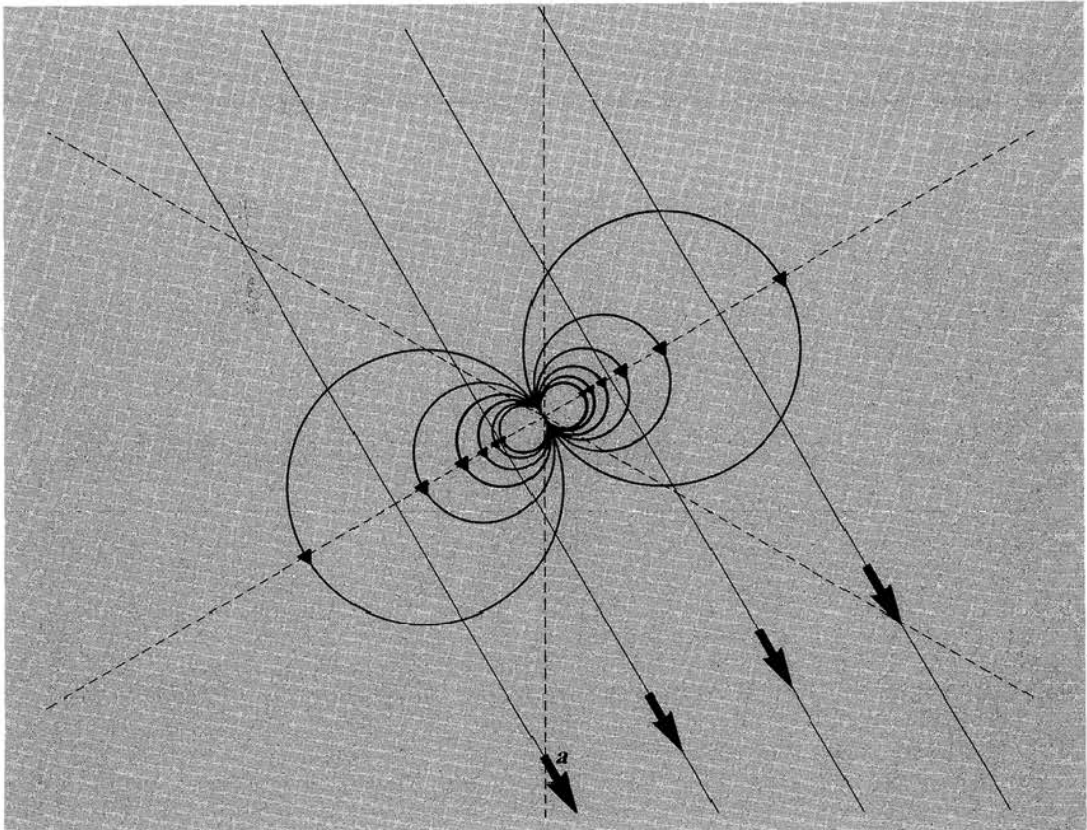
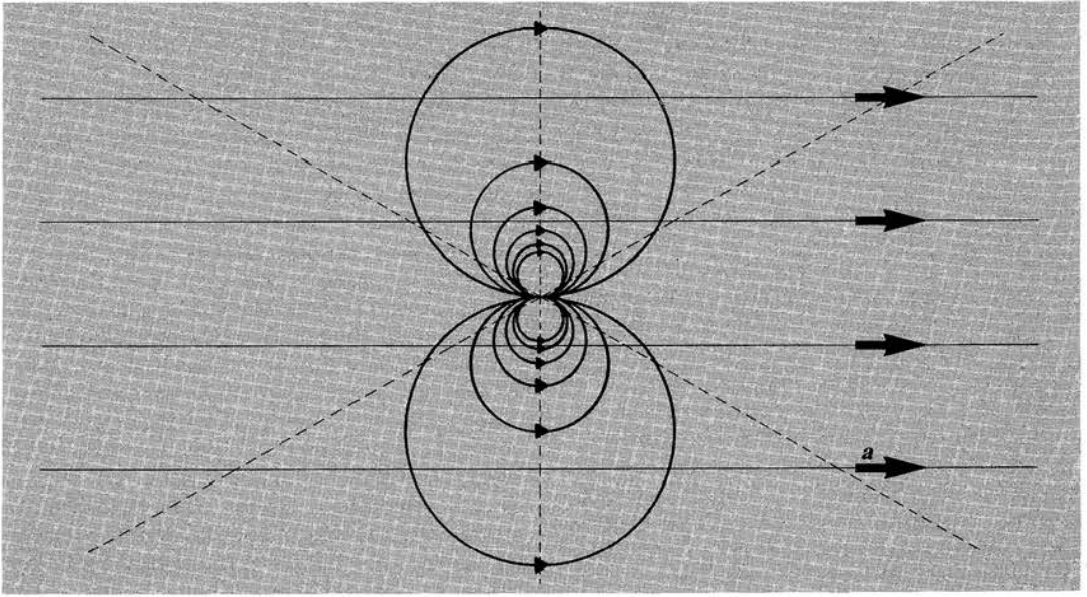


Abb. 5 \mathbf{a} -Impulsstromlinien (durchgezogen) und elektrische Feldlinien (gestrichelt) einer Punktladung. Das Feldlinienbild der Impulsstromdichte \mathbf{j}_a hängt ab von der Richtung des Einheitsvektors \mathbf{a} .

geschlossenen Feldlinien (wie die Abb. 5 es suggeriert), sondern Quellen und Senken hat, ist in Abb. 6 deutlich gemacht. Diese Abbildung zeigt die \mathbf{j}_a -Linien einer oberflächengeladenen Kugel. Außerhalb der Kugel ist das \mathbf{E} -Feld und damit auch das Feld der \mathbf{a} -Impulsstromlinien identisch mit dem der Abb. 5a. Innerhalb einer Kugel ist dagegen $\mathbf{E} = 0$, was nach (4) $\mathbf{j}_a = 0$ liefern würde. Demgemäß befinden sich auf der linken Kugelhälfte Quellen, auf der rechten Senken der durch (4) erklärten Impulsstromdichte \mathbf{j}_a . Da Kugel und elektrisches Feld aber eine zeitlich stationäre Anordnung bilden, müssen die Feldlinien des Impulsstroms geschlossene Linien sein. Die Feldlinien der Impulsstromdichte des elektrischen Feldes \mathbf{j}_a (Feld), wie sie durch (4) definiert wird, müssen deshalb im Innern der Kugel fortgesetzt werden durch die Feldlinien eines Impulsstromdichtefeldes \mathbf{j}_a (Materie), das dort, wo \mathbf{j}_a (Feld) Senken hat, Quellen besitzt und umgekehrt. Der Verlauf der Feldlinien der Impulsstromdichte im materiellen Innern der Kugel ist in Abb. 6 eingezeichnet für den Fall, daß die Kugel materiell homogen ist. Würde man die Kugel durch einen vertikalen Schnitt halbieren, so bedeutete das eine Unterbrechung des Impulsstroms, als dessen Folge in der rechten Kugelhälfte der \mathbf{a} -Impuls zunehmen und in der linken abnehmen würde, in gewohnter

Sprache: Die rechte Kugelhälfte würde sich in Richtung von \mathbf{a} , also nach rechts, die linke entgegen \mathbf{a} , also nach links in Bewegung setzen.

Die Abb. 6 stellt nicht nur die Feldlinien des \mathbf{j}_a - und des \mathbf{E} -Feldes einer kugelförmigen Ladungsverteilung dar, sondern auch die einer Oberflächenladung auf einem dicken Draht. Liest man Abb. 6 in dieser Weise, so zeigen die Abb. 6 und 7 zwei Beispiele, in denen die Feldlinien des \mathbf{j}_a -Feldes dieselbe Gestalt haben, sich aber in der Richtung (\mathbf{j}_a also im Vorzeichen) unterscheiden. Das wird durch \mathbf{E} - und \mathbf{H} -Felder bewirkt, deren Feldlinien orthogonale Kurvenscharen bilden: In Abb. 6 liegt, wie gesagt, das zylindersymmetrische \mathbf{E} -Feld (gestrichelt) eines oberflächengeladenen dicken Drahtes vor, in Abb. 7 das ebenfalls zylindersymmetrische, zu den \mathbf{E} -Linien der Abb. 6 überall orthogonale \mathbf{H} -Feld eines Oberflächenstroms längs desselben Drahtes (der supraleitend zu denken ist, denn im Suprazustand fließt der Strom nur auf der Oberfläche). Ähnlich wie in Abb. 6 offenbaren sich auch in Abb. 7 die Quellen und Senken der Impulsstromdichte \mathbf{j}_a (Feld); letztere wird fortgesetzt durch die Impulsstromdichte \mathbf{j}_a (Materie) im Innern des Drahtes.

Die Abb. 8 zeigt die \mathbf{j}_a -Feldlinien und die \mathbf{E} -Feldlinien zweier gleichnamig geladener Drähte und

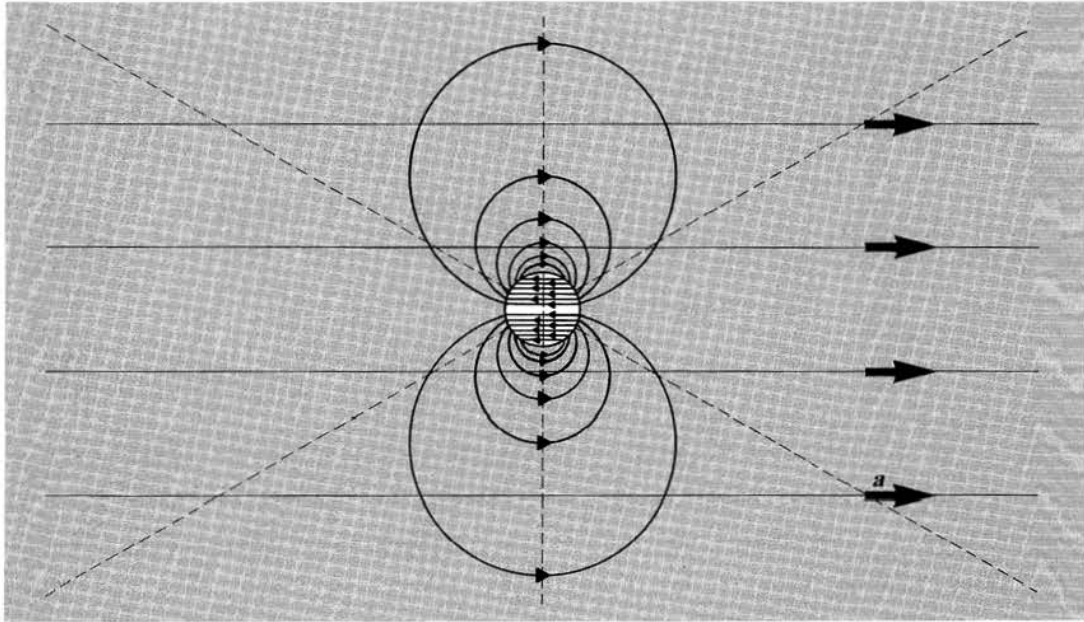


Abb. 6 \mathbf{a} -Impulsstromlinien (durchgezogen) und elektrische Feldlinien (gestrichelt) einer oberflächengeladenen Kugel. Im Gebiet außerhalb der Kugel sind die \mathbf{a} -Impulsstromlinien identisch mit denen in Abb. 5, im Kugelinern repräsentieren sie die Zugspannung im homogenen Kugelmateriale.

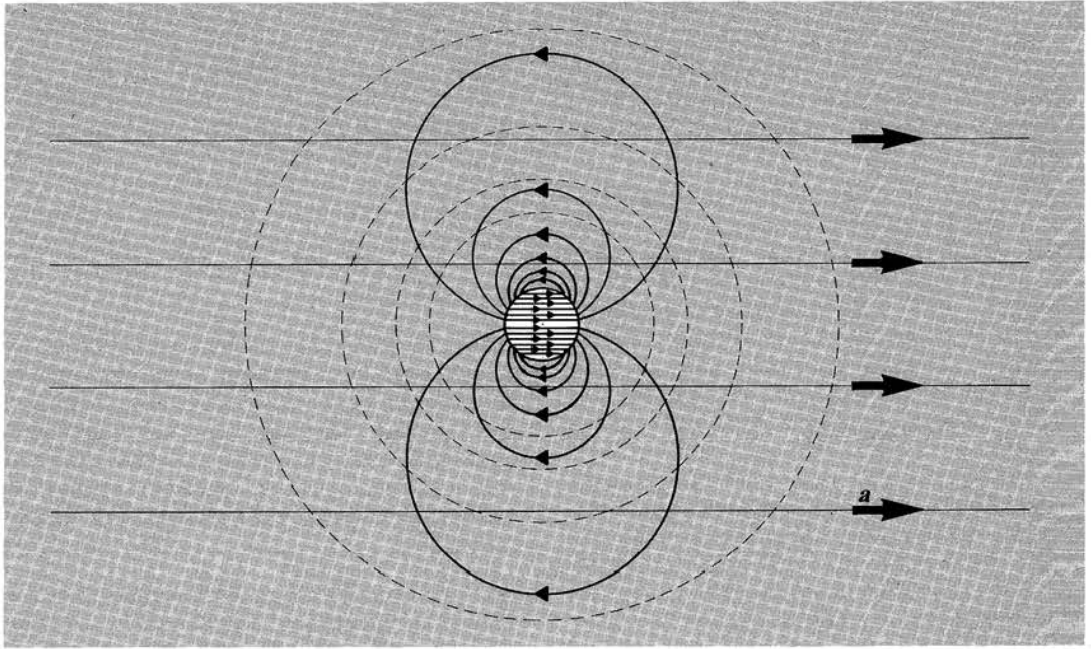


Abb. 7 a -Impulsstromlinien (durchgezogen) und magnetische Feldlinien (gestrichelt) eines dicken Drahtes, der von einem Oberflächenstrom durchflossen wird (magnetisches Analogon zu Abb. 6). Die Impulsstromlinien unterscheiden sich von denen der Abb. 6 nur im Richtungssinn. Das Drahtinnere steht demgemäß unter Druckspannung. Die elektrischen Feldlinien in Abb. 6 und die magnetischen in Abb. 7 bilden zusammen ein orthogonales Liniennetz.

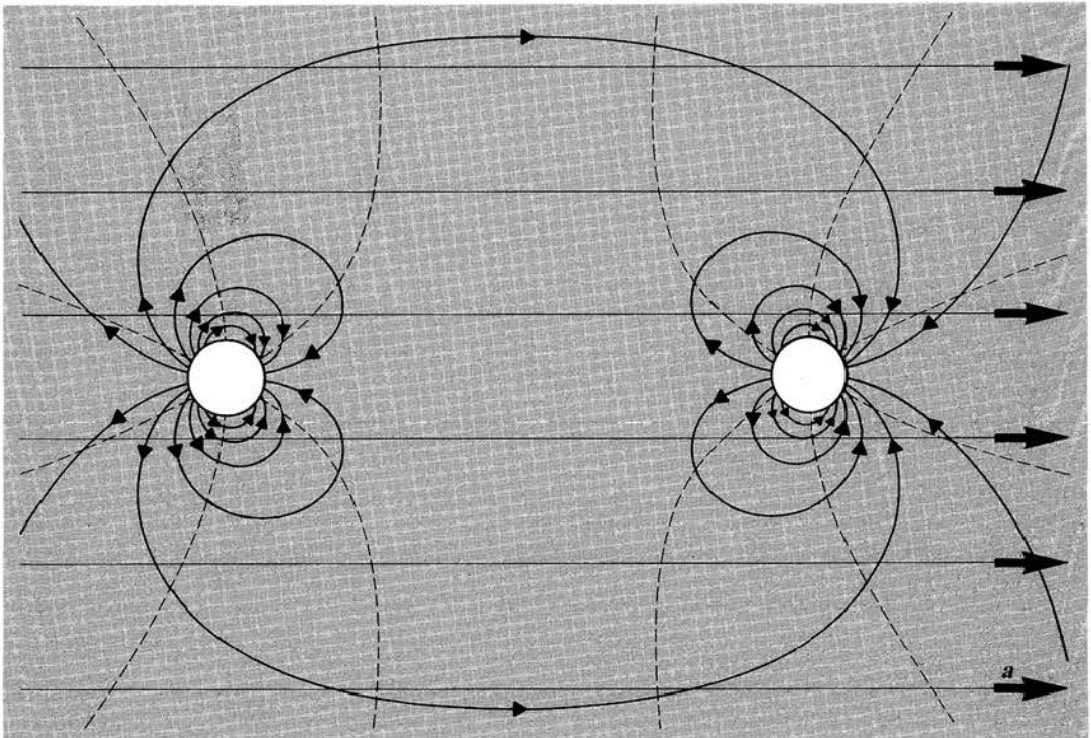


Abb. 8 a -Impulsstromlinien (durchgezogen) und elektrische Feldlinien (gestrichelt) zweier gleichnamiger Oberflächenladungen auf zwei parallelen Drähten. Die Drähte werden durch das elektromagnetische Feld voneinander weggezogen.

Abb. 9 das korrespondierende Feldlinienbild zweier von Strömen gleicher Stärke und Richtung durchflossener paralleler Drähte. Wieder erkennt man die Gestaltgleichheit der \mathbf{j}_a -Linien in diesen Beispielen und die Gegensätzlichkeit ihrer Richtungen.

Auf der Oberfläche des linken Drahtes in Abb. 8 entspringen mehr Feldlinien von \mathbf{j}_a (Feld), als dort enden. Die überzähligen dieser Feldlinien laufen vom linken zum rechten Draht, so daß auf der Oberfläche des rechten Drahtes mehr Feldlinien von \mathbf{j}_a (Feld) enden als entspringen. Das bedeutet: Entweder wird im linken Draht \mathbf{a} -Impuls abgebaut und im rechten angehäuft, der linke Draht also in zu \mathbf{a} entgegengesetzte Richtung und der rechte in \mathbf{a} -Richtung in Bewegung gesetzt, oder – wenn das verhindert werden soll – es müssen die beiden Drähte durch einen Stab verbunden sein, über den die vom linken zum rechten Draht laufenden \mathbf{a} -Impulsstromlinien des elektromagnetischen Feldes geschlossen werden können. In dem Stab fließt dann ein Zug-Impulsstrom. In diesem Impulsstrom äußert sich die vertraute „Abstoßung“ der beiden Drähte. Die Richtung der Feldlinien von \mathbf{j}_a (Feld) an der Oberfläche der Drähte

zeigt jedoch, daß die beiden Drähte nicht *abgestoßen*, sondern vom elektromagnetischen Feld *auseinandergezogen* werden. Die Anzahl der \mathbf{a} -Impulsstromlinien, die die vertikale Symmetrieebene zwischen den beiden Drähten durchsetzen, also der Fluß des Vektorfeldes \mathbf{j}_a (Feld) durch diese Fläche, ist der gesamte, von einem Draht zum anderen durch das elektromagnetische Feld fließende \mathbf{a} -Impulsstrom (in gewohnter Sprache: die \mathbf{a} -Komponente der Kraft, die ein Draht auf den anderen ausübt).

Für die in Abb. 9 dargestellte Anordnung gelten ganz analoge Feststellungen, es müssen nur alle die Richtung der \mathbf{a} -Impulsstromlinien betreffenden Aussagen umgekehrt werden. Von gleichgerichteten Strömen durchflossene Drähte ziehen sich demgemäß nicht an, sondern werden vom elektromagnetischen Feld aufeinander zu gedrückt.

Die Abb. 10 und 11 zeigen die Analoga zu den beiden vorangegangenen Abbildungen, wenn die Ladungen der beiden Drähte entgegengesetztes Vorzeichen und die Ströme entgegengesetzte Richtung haben. Auch jetzt ist ein Stab oder eine

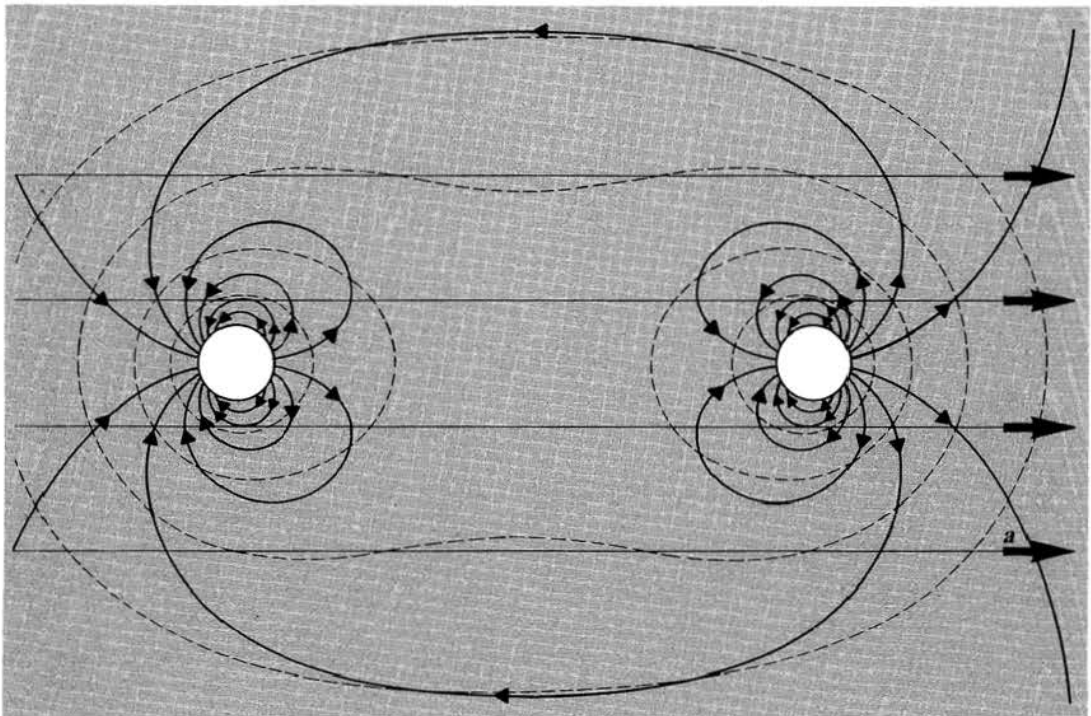


Abb. 9 \mathbf{a} -Impulsstromlinien und magnetische Feldlinien gleichgerichteter Oberflächenströme auf zwei parallelen Drähten (magnetisches Analogon zu Abb. 8). Die Impulsstromlinien unterscheiden sich von denen der Abb. 8 nur im Richtungssinn. Die beiden Drähte werden durch das elektromagnetische Feld aufeinander zu gedrückt.

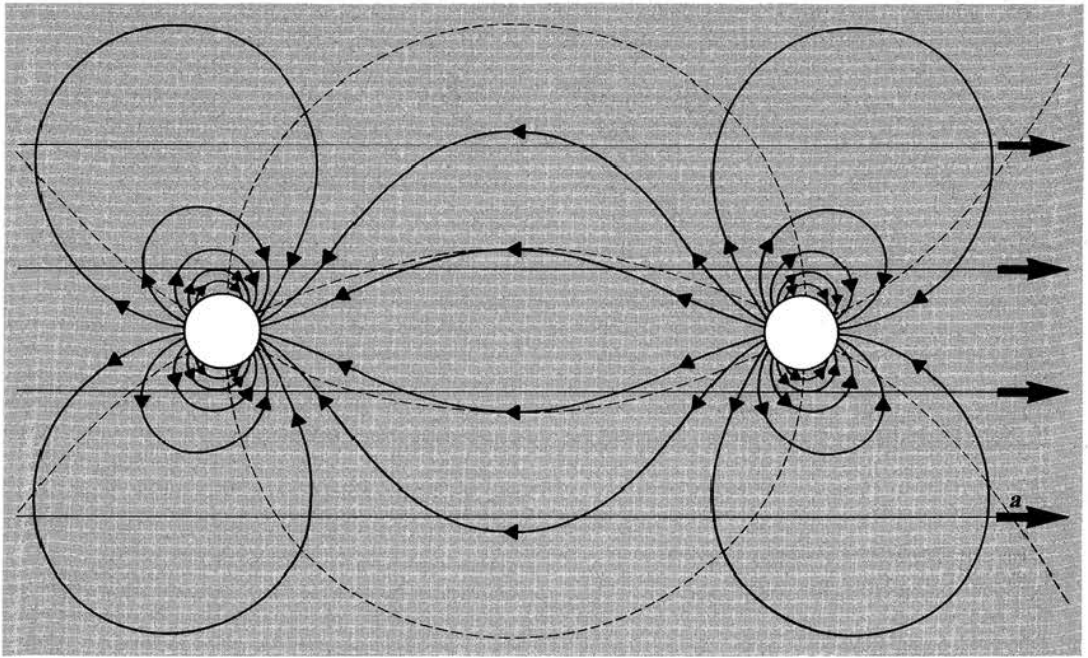


Abb. 10 *a*-Impulsstromlinien und elektrische Feldlinien zweier entgegengesetzter Oberflächenladungen auf Drähten. Die Drähte werden durch das elektromagnetische Feld aufeinander zu gezogen.

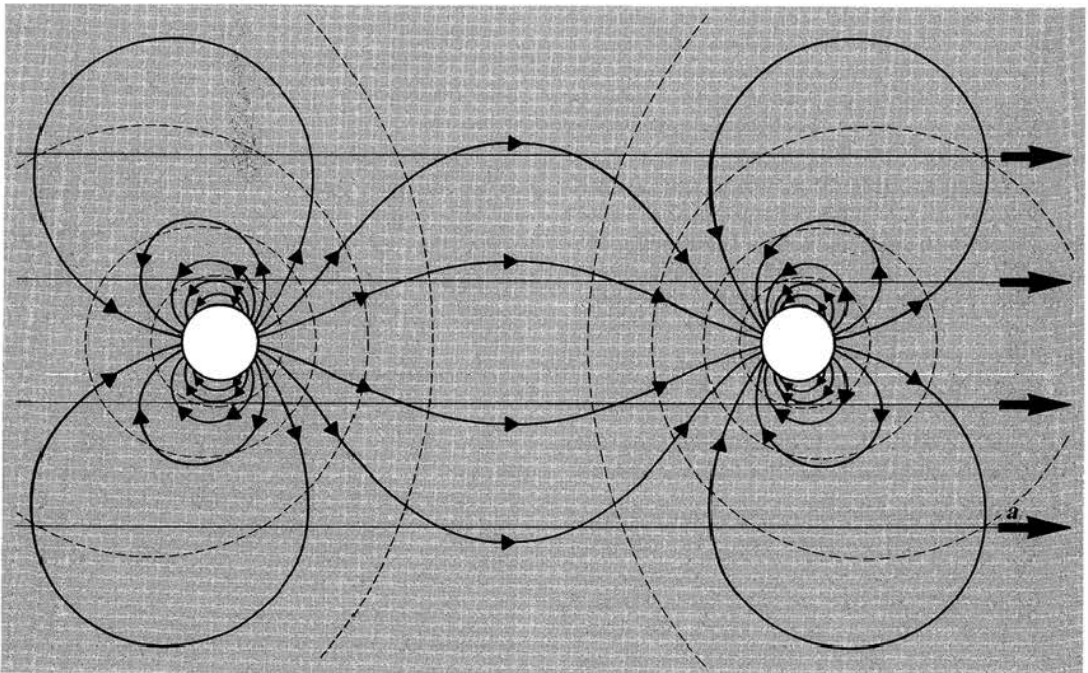


Abb. 11 *a*-Impulsstromlinien und magnetische Feldlinien entgegengesetzter Oberflächenströme auf zwei Paralleldrähten. Die Impulsstromlinien unterscheiden sich von denen der Abb. 10 nur im Richtungssinn. Die Drähte werden durch das elektromagnetische Feld voneinander weggedrückt.

Feder nötig, wenn die Drähte ruhen bleiben sollen und die in Abb. 10 vom rechten zum linken und in Abb. 11 vom linken zum rechten Draht laufenden Feldlinien von \mathbf{j}_a (Feld) durch die Materie des Stabs wieder zurückgeführt werden müssen. Im ersten Fall wird der Stab von einem Druck-Impulsstrom, im zweiten von einem Zug-Impulsstrom durchflossen. Diesmal werden die beiden entgegengesetzt geladenen Drähte – in Übereinstimmung mit der gewohnten Sprechweise – vom elektromagnetischen Feld tatsächlich aufeinander zu gezogen, während die von entgegengesetzten Strömen durchflossenen Drähte voneinander weggedrückt werden, so daß sie sich, ebenfalls in Übereinstimmung mit der gewohnten Sprechweise, tatsächlich abstoßen.

5. Das physikalische System „Elektromagnetisches Feld“

Die Beispiele der Abb. 6 bis 11 machen deutlich, daß die Formel (4) – wie auch die allgemeinere Formel (5) – nur einen Teil des gesamten Impulsstromdichtefeldes liefert, nämlich nur den Teil, der von den Feldstärken \mathbf{E} und \mathbf{H} abhängt. Daneben tritt, wie wir gesehen haben, ein zweiter, von der Materie abhängiger Teil, der nur dort von Null verschieden sein kann, wo Materie ist. In den Abbildungen sind der Einfachheit wegen die Bedingungen möglichst so gewählt, daß im Inneren der Materie $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ und $\mathbf{H} = \mathbf{0}$ ist, so daß die beiden Anteile \mathbf{j}_a (Feld) und \mathbf{j}_a (Materie) der Impulsstromdichte getrennten Raumbereichen zugeordnet werden. Das ist natürlich nur ein Sonderfall; im allgemeinen werden auch im Inneren der Materie die Feldstärken \mathbf{E} und \mathbf{H} von Null verschieden sein. Ebenso wenig wird sich die Materie immer auf einen abgegrenzten, endlichen Raumbereich beschränken lassen, so daß auch \mathbf{j}_a (Materie) im ganzen Raum von Null verschieden sein kann. Im allgemeinen treten die beiden Teile \mathbf{j}_a (Feld) und \mathbf{j}_a (Materie) der Impulsstromdichte also durchaus an denselben Stellen des Raumes auf.

Für uns wichtig ist die Einsicht, daß die Formel (4) bzw. (5) keineswegs die ganze Impulsstromverteilung im Raum beschreibt, sondern nur den „elektromagnetischen“, nämlich von \mathbf{E} und \mathbf{H} abhängigen Anteil \mathbf{j}_a (Feld). Dazu tritt immer noch ein zweiter Anteil \mathbf{j}_a (Materie), den wir kurz den „materiellen“ Impulsstrom nennen wollen. Diese beiden Anteile des gesamten Impulsstroms sind Äußerungen zweier verschiedener Systeme,

nämlich des Systems „Elektromagnetisches Feld“ und des Systems „Materie“. Diese beiden Systeme stehen miteinander so in Kontakt, daß der Impulsstrom von dem einen abgegeben und von dem anderen aufgenommen wird. Unter stationären Bedingungen hat der Impulsstrom des einen Systems deshalb dort Quellen, wo der des anderen Senken hat und umgekehrt. Die Kontaktstellen, an denen der Impulsstrom vom System „Elektromagnetisches Feld“ an das System „Materie“ abgegeben wird oder umgekehrt von der Materie an das elektromagnetische Feld, werden durch die Ladungen und Ströme (sowie die Quellen und Senken von Polarisation und Magnetisierung) dargestellt. In diesem anschaulichen Sinn haben Ladungen und Ströme also die Bedeutung von Impulsstrom-Kopplungsstellen der beiden Systeme „Elektromagnetisches Feld“ und „Materie“.

Dieses Bild der beiden miteinander gekoppelten Systeme wollen wir anhand der Abb. 6 noch etwas konkreter machen. Dazu verändern wir Abb. 6 zunächst insofern, als wir statt des einzelnen Drahtes einen Zylinderkondensator betrachten, Abb. 12. Das \mathbf{E} -Feld ist dadurch auf einen endlichen Raumbereich beschränkt, allerdings um den Preis, daß nun nicht nur Ladungen auf der Oberfläche des inneren Zylinders, sondern entgegengesetzte Ladungen auch auf der Innenseite des Außenzylinders auftreten. An den Stellen, wo die Ladung sitzt, also in der Grenzzone zwischen den metallischen Elektroden und dem vom \mathbf{E} -Feld eingenommenen Raumstück, geht der Impuls-

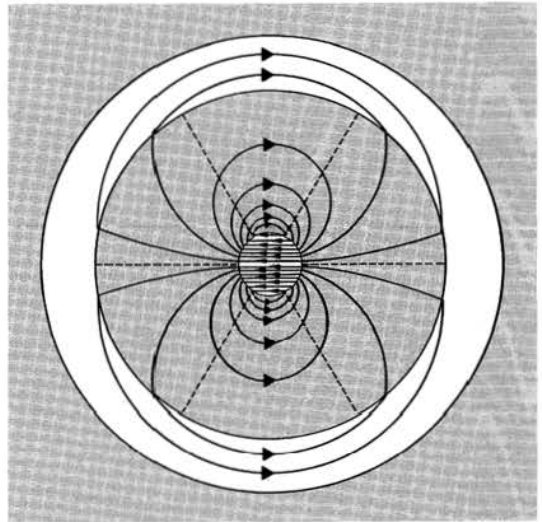


Abb. 12 Zylinderkondensator: \mathbf{j}_a -Impulsstromlinien und elektrische Feldlinien im Raum zwischen den Elektroden, sowie die \mathbf{j}_a -Impulsstromlinien im Inneren der Elektroden.

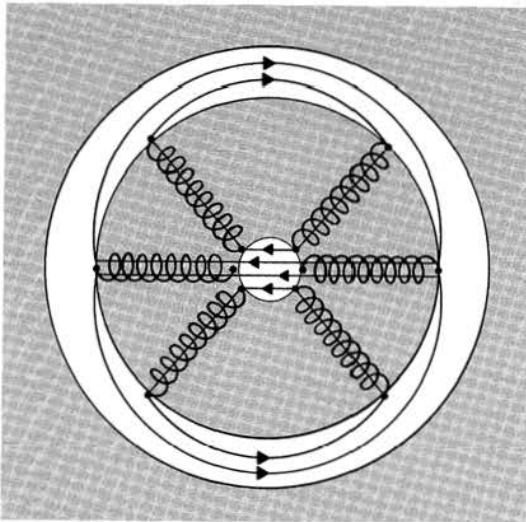


Abb. 13 Angenäherte Realisierung der \mathbf{a} -Impulsstromlinien eines Zylinderkondensators mittels mechanischer Federn.

strom vom elektromagnetischen Feld auf die Materie über und umgekehrt. Wir können nun, ohne daß die Materie des inneren als auch des äußeren Zylinders etwas davon spürt, das elektromagnetische Feld durch ein anderes System, nämlich das mechanische System „elastische Federn“ ersetzen, wie es Abb. 13 veranschaulicht. Die radial verlaufenden Federn ziehen die Oberfläche des Zentralzylinders nach außen und die innere Oberfläche des Außenzylinders nach innen. Im Innern des Zentralzylinders herrscht somit eine Zugspannung, dort ist also die Zug-Impulsstromdichte dieselbe wie in der Anordnung der Abb. 12. In der Wand des äußeren Zylinders fließt ebenfalls wie im Zylinderkondensator ein Druck-Impulsstrom. Das \mathbf{j}_a -Feldlinienbild der Abb. 12 unterscheidet sich von dem der Abb. 13 allerdings darin, daß der Druck-Impulsstrom nicht nur in der Materie des äußeren Zylinders fließt, sondern auch senkrecht zu den \mathbf{E} -Linien, also im Gebiet zwischen den Kondensatorflächen. Um das darzustellen, müßte man in Abb. 13 noch Federn senkrecht zu den Radialfedern einbauen, die unter Druckspannung stehen.

Auch diejenigen Zustände des Systems „Elektromagnetisches Feld“, die wir gewohntermaßen \mathbf{H} -Felder nennen, können durch ein Feder-Modell dargestellt werden. Besonders einfach gelingt das für ein Koaxialkabel, das heißt für die Reduzierung von Abb. 7 auf ein Gebiet endlichen Querschnitts. Man erhält dann wieder die Impulsstromlinien der Abb. 12, nur mit umgekehrter Richtung. Im Gegensatz zum Beispiel der Abb.

13, in der die Radialfedern unter Zugspannung stehen, hat man sich die Federn nun also unter Druckspannung stehend vorzustellen. Sie werden also jetzt von einem Druck-Impulsstrom durchflossen. Entsprechend herrscht auch im Innern des Zentraldrahtes ein Druck-Impulsstrom und im äußeren Mantel des Kabels wie auch in eventuell kreisförmig angebrachten Federn ein Zug-Impulsstrom. Der Zentraldraht eines Koaxialkabels steht somit unter Druckspannung, der Mantel des Kabels unter Zugspannung.

Die wenigen Beispiele machen bereits deutlich, daß das elektromagnetische Feld mit demselben Recht ein physikalisches System genannt wird wie wir materielle Körper als physikalische Systeme bezeichnen. Was wir \mathbf{E} -Felder oder \mathbf{H} -Felder oder auch kombinierte $\mathbf{E-H}$ -Felder nennen, sind nichts anderes als unterschiedliche Zustände dieses Systems „Elektromagnetisches Feld“ – so wie auch Zugspannungs- oder Druckspannungsverteilungen in einem materiellen Medium nur unterschiedliche Zustände sind, in die das Medium gebracht werden kann, und zwar dadurch, daß unterschiedliche Impulsströme von anderen Systemen auf das Medium übergehen. Gewöhnlich spricht man in diesem Zusammenhang bei materiellen Medien wie auch beim elektromagnetischen Feld von unterschiedlichen „Randbedingungen“.

Obwohl sich eine Reihe von Zuständen des Systems „Elektromagnetisches Feld“, wie wir gesehen haben, näherungsweise durch mechanische Felder analogisieren lassen, kann keine Rede davon sein, daß es generell möglich ist, ein mechanisches System zu finden, das hinsichtlich der möglichen Impulsstromverteilungen im Raum dieselben Eigenschaften hat wie das System „Elektromagnetisches Feld“. Diese Tatsache hat historisch eine große Rolle gespielt. *Faraday* und *Maxwell* hatten klar erkannt, daß das elektromagnetische Feld ein physikalisch eigenständiges System ist, das Energie und Impuls ganz ähnlich aufzunehmen, abzugeben und zu transportieren vermag wie die Materie. Als *Maxwell* auch noch das Licht in die Theorie des Elektromagnetismus einbezogen hatte, war es für ihn sehr naheliegend, dem System „Elektromagnetisches Feld“ den älteren Namen „Äther“ zu geben, nämlich den Namen, den man bereits einige Jahrzehnte zuvor dem Träger der Lichtwellen gegeben hatte. *Maxwell* hat lange versucht, eine mechanische Konstruktion zu finden, die die gleichen Impulsstromverteilungen, also die gleichen Spannungen aufweisen sollte wie die „*Maxwellschen* Spannungen“.

gen“ des Systems „Äther“. Diese Bemühungen blieben jedoch ohne Erfolg; heute wissen wir, daß sie ohne Erfolg bleiben mußten. Noch *Drudes* Lehrbuch der Elektrodynamik von 1894 trägt den Titel „Physik des Äthers“. Gemeint waren die physikalischen Eigenschaften des Systems „Elektromagnetisches Feld“. Unglücklicherweise hat sich mit dem Namen „Äther“ gleichzeitig aber die Vorstellung verknüpft, dieses System müsse ein

absolutes Bezugssystem im Raum abgeben. Als die Unhaltbarkeit eines solchen Bezugssystems durch die Relativitätstheorie offenbar wurde, geriet auch das Wort „Äther“ in Verruf und als Folge davon leider auch die Einsicht, daß es gleichzeitig der Name eines physikalischen Systems war, das nicht weniger Existenzberechtigung hat als jedes materielle Gebilde, das ganz selbstverständlich einen eigenen Namen trägt.

Mechanik im Schulunterricht

Einleitung

In diesem Aufsatz wird ein Mechanikkurs für Anfänger vorgestellt und begründet. Differential- und Integralrechnung sind für den Kurs nicht erforderlich. Was an Vektorrechnung benötigt wird, kann im Physikunterricht selbst erarbeitet werden.

Wegen der Knappheit des Raumes mußte auf die Darstellung der Mechanik der Drehbewegungen, in der die mengenartige Größe Drehimpuls die entscheidende Rolle spielt, verzichtet werden.

Die Darstellung eines physikalischen Sachgebietes für den Unterricht ist einer strengen Bedingung unterworfen: Da der Unterricht eindimensional abläuft, muß das komplizierte, vieldimensionale Netzwerk der physikalischen Beziehungen in eine eindimensionale, logisch zusammenhängende Kette aufgelöst werden. Daher ist die Neudarstellung eines physikalischen Gebietes ein kompliziertes kombinatorisches Problem. Die traditionelle Schulmechanik hat ihre jetzige Form erhalten in einem jahrzehnte-, ja jahrhundertelangen Prozeß des vorsichtigen, stetigen Veränderns und Optimierens. Jeder, der eine größere Veränderung daran zu machen versucht, wird feststellen, daß er schnell in logische Schwierigkeiten gerät.

Viele Entscheidungen über die Anordnung der Teile des hier vorliegenden Kurses wurden auf Grund solcher Konsistenz-Forderungen getroffen. Die wichtigsten dieser Entscheidungen werden in Teil I dieses Aufsatzes erläutert. Außerdem enthält dieser Teil andere, den ganzen Kurs betreffende Bemerkungen.

In Teil II wird der Ablauf des Kurses beschrieben. Gelegentlich werden auch hier noch Begründungen für das Vorgehen gegeben. Sie sind nicht selbst Themen des Unterrichts und sind daher durch Kursivdruck gekennzeichnet.

Teil I

1. Die Stellung der Mechanik im Physikkurs

Es ist üblich, die Mechanik an den Anfang des Physikunterrichts zu setzen. Die Gründe hierfür wurden im ersten Aufsatz dieses Heftes analysiert. Wir empfehlen dagegen, die Mechanik *nach* der Elektrizitätslehre zu unterrichten, denn die Elektrizitätslehre ist aus mehreren Gründen leichter als die Mechanik:

- Die charakteristische mengenartige Größe der Elektrizitätslehre, die elektrische Ladung Q , ist ein Skalar, die der Mechanik, nämlich der Impuls p , ist ein Vektor.
- Der Impuls hat keine der Anziehung und Abstoßung zwischen Ladungen analoge Eigenschaft (wenigstens ist solch eine Eigenschaft nicht meßbar).
- Im einzigen Fall, in dem der Impuls im Anfängerunterricht von Bedeutung ist, gilt $p = mv$. Diese Tatsache ist hinderlich bei dem Versuch, eine eigene Anschauung von p zu bilden.
- Da p ein Vektor ist, der im *Ortsraum* orientiert ist, stellt die Impulsstromrichtung (= Kraft-richtung) ein schwierigeres Problem dar als die elektrische Stromrichtung. Man bringt leicht die Stromrichtung mit der Richtung der strömenden Größe durcheinander.

Da die Mechanik in der hier dargestellten Form dieselbe Struktur hat wie die Elektrizitätslehre (so wie sie traditionell unterrichtet wird) und zudem die Elektrizitätslehre leichter begreifbar ist als die Mechanik, stellt die Elektrizitätslehre eine hervorragende Vorbereitung für den Mechanikunterricht dar.

2. Impuls oder Impulsstrom zuerst?

Bevor man die Elektrizitätslehre im Unterricht behandelt, muß man sich entscheiden, womit man

beginnt: mit der elektrischen Ladung, also mit der Elektrostatik, oder mit dem elektrischen Strom. Keiner dieser beiden Wege hat entscheidende Vorteile gegenüber dem anderen. Im Schulunterricht bevorzugt man heute, mit dem elektrischen Strom zu beginnen, da die elektrischen Phänomene, die uns am häufigsten begegnen, mit fließender und nicht mit gespeicherter Ladung zusammenhängen.

Man könnte meinen, beim Unterrichts der Mechanik stehe man vor derselben Alternative: Soll man beginnen mit angehäuften Impuls, also mit sich bewegenden Körpern, oder mit Impulsstromkreisen, also Anordnungen, in denen ein Impulsstrom fließt, aber kein Impuls angehäuft wird. Tatsächlich sind das aber nicht die einzigen Möglichkeiten, zwischen denen man wählen kann. Man könnte nämlich außerdem noch so verfahren, daß man die gespeicherte mengenartige Größe *gleichzeitig* mit ihrem Strom einführt. Wir wollen zunächst zeigen, warum man diesen 3. Weg in der Elektrizitätslehre nicht geht.

Die Experimente der Elektrostatik beruhen darauf, daß sich geladene Körper anziehen oder abstoßen. Die Ladung der Körper beträgt in diesen Experimenten größenordnungsmäßig 10^{-5} C . Größere Ladungen sind experimentell kaum zu realisieren, da man weder die Spannung noch die Kapazität der verwendeten Geräte wesentlich erhöhen kann. Die Experimente mit fließender elektrischer Ladung beruhen auf Wirkungen des Stroms, die in deutlich sichtbarer Weise bei Stromstärken der Größenordnung von 1 A auftreten. Ein auf 10^{-5} C geladener Körper kann aber einen Strom von 1 A nur 10^{-5} s lang liefern. Es ist daher praktisch unmöglich, die Erscheinungen der Elektrostatik und die der fließenden Ströme gemeinsam zu untersuchen. Man behandelt deshalb beide Bereiche zunächst getrennt und schafft dann auf recht kümmerliche Weise, nämlich mit Hilfe der bekannten Glimmlämpchenversuche, eine Verbindung zwischen beiden.

Bei der Mechanik sind wir in einer glücklicheren Lage. In typischen Experimenten mit gespeichertem Impuls, also in Stoßexperimenten, beträgt der Impuls der Körper größenordnungsmäßig 1 Ns. Läßt man diesen Impuls abfließen, so kann man z. B. 1s lang einen Impulsstrom von 1 N erhalten. Dieser Strom ist genügend stark und er fließt genügend lange, um seine Wirkungen deutlich zu erkennen. Wir brauchen also beim Mechanikunterricht die mengenartige Größe und den Strom dieser Größe nicht in ganz getrennten Erscheinungsbereichen zu untersuchen, wir können

sie gemeinsam einführen. Die Vorstellungen vom einen und vom anderen bilden und stützen sich dabei gegenseitig.

Wir machen von diesem Vorteil in dem hier beschriebenen Mechanikkurs Gebrauch: Eine ganze Reihe von Eigenschaften von Impulsströmen werden behandelt, bevor in Abschnitt 8 geschlossene Stromkreise eingeführt werden. Der Impuls fließt zunächst einfach von einem Reservoir durch eine Leitung in ein anderes.

3. Die Rolle des Impulssatzes

Welche Rolle soll der Impulssatz im Unterricht spielen? Diese Frage kann man nur beantworten, wenn man entschieden hat, wie man überhaupt mit dem Impuls umgehen will: wie üblich als Abkürzung für das Produkt mv oder als selbständige Größe mit eigenen Eigenschaften.

Im ersten Fall ist der Impulssatz etwas Überraschendes. Er ist Ausdruck der sonderbaren Beobachtung, daß die Größen m und v gerade so zusammenspielen, daß ihr Produkt konstant bleibt. In dieser Darstellung der Mechanik erscheinen der Impulssatz und damit auch die *Newtonschen* Axiome als eine interessante, nicht von vornherein zu erwartende Erfahrung.

Hat man dagegen den Impuls eingeführt als eine eigene mengenartige Größe in derselben Art, wie man es mit der elektrischen Ladung zu tun gewohnt ist, so ist die Impulserhaltung etwas, das vom Lernenden als Selbstverständlichkeit erwartet wird. Daß nicht nur Schüler, sondern auch Lehrer so denken, sieht man daran, daß in den Lehrbüchern die Erhaltung der elektrischen Ladung kaum einer Bemerkung gewürdigt wird.

Natürlich kann und sollte man trotzdem den Schülern bewußt machen, daß die Impulserhaltung keine Selbstverständlichkeit ist – man sollte dasselbe aber auch mit der Ladungserhaltung und der Massenerhaltung tun.

Da wir in unserem Kurs besondere Sorgfalt darauf legen, den Impuls als eigene mengenartige Größe einzuführen, werden wir die Impulserhaltung genauso handhaben wie Ladungs- oder Massenerhaltung: Wir gehen mit dem Impuls von vornherein so um wie mit einer Erhaltungsgröße. Damit sind aber auch die *Newtonschen* Axiome kein wesentliches Unterrichtsziel mehr. Mit dieser Entscheidung ist für den Aufbau des Mechanikkurses viel Freiheit gewonnen.

4. Verallgemeinerung auf drei Dimensionen

Bei der Anordnung der Einzelthemen der Mechanik wurde soweit wie möglich das folgende Prinzip angewendet: *Komplikationen werden erst dann eingeführt, wenn man sie unbedingt braucht.* Das bedingt z. B., daß zunächst nur eindimensionale Bewegungsvorgänge betrachtet werden. Die Verallgemeinerung auf drei Dimensionen beginnt erst in Abschnitt 16. In den ersten 15 Abschnitten wird mit dem Impuls daher wie mit einem Skalar operiert, so daß diese Abschnitte in ihrer Struktur und im Schwierigkeitsgrad mit der Elektrizitätslehre vergleichbar sind.

5. Die Rolle der Energie

Bei der Behandlung der Energie in einem Mechanikkurs ist auf drei Dinge zu achten:

- Es darf nicht der Eindruck entstehen (wie es aber leider meist geschieht), die Energie sei eine für die Mechanik charakteristische Größe, so daß immer, wenn die Energie in anderen physikalischen Bereichen auftritt, auf eine mechanische Anschauung von der Energie zurückgegriffen wird.
- Impuls und kinetische Energie eines Körpers hängen beide von Masse und Geschwindigkeit des Körpers ab. Von den Relationen $p = mv$ und $E_{\text{kin}} = mv^2/2$ ist die erste die wichtigere, da sie m und v mit einer fundamentalen physikalischen Größe verknüpft. E_{kin} hingegen ist nur einer von mehreren möglichen von der Gesamtenergie abspaltbaren Anteile. Was ein fahrendes Auto vor einem ruhenden auszeichnet, ist vor allem sein Impuls und nicht unbedingt die Energie. Das mit gefülltem Tank ruhende Auto hat viel mehr Energie als das fahrende Auto, dessen Tank leer ist.
- Physikalische Systeme können Energie speichern. Ein Körper speichert z. B. Energie, wenn man ihm Impuls zuführt. Das Gravitationsfeld zwischen zwei Körpern speichert Energie, wenn man die Körper voneinander entfernt. An den Ausdrücken $p^2/2m$ und ghm erkennt man, wie voll die Speicher sind. Das, was in den Speichern steckt, ist aber beide Male dasselbe: Energie. Kinetische und potentielle Energie sind nicht irgendwelche Energiearten oder -formen; sie sind nur Ausdrücke, die angeben, wie voll ein Energiespeicher ist.

Teil II

1. Impuls = Schwung

In den Abschnitten 1 bis 4 werden Körper, die Impuls haben, und Übertragungsvorgänge von Impuls qualitativ untersucht. In diesen Abschnitten soll bei den Schülern die Vorstellung vom Impuls als von etwas Mengenartigem gebildet werden. Man sollte hier auf keinen Fall schon die Beziehung $p = m v$ erarbeiten. Sie wird noch nicht gebraucht und sie ist bei der Bildung einer Vorstellung vom Impuls als einer eigenen mengenartigen Größe eher hinderlich.

Damit der Impuls auch wirklich als mengenartige Größe begriffen wird, ist es wichtig, daß man nicht sagt, Impuls werde von einem Körper auf einen anderen übertragen, sondern „Der Impuls fließt vom einen zum anderen Körper“.

Ein Körper, der sich bewegt, hat Wucht, oder Schwung, oder (wie der Physiker sagt) Impuls. Man betrachtet ein möglichst großes fahrendes Objekt, das ohne Antrieb fährt, ohne merklich langsamer zu werden, etwa einen Radfahrer (wenn der Platz im Klassenraum reicht). Das Fahrzeug hat Schwung oder Impuls. Wenn es gut gelagert ist, behält es ihn auch. Man betrachtet ein besonders gut gelagertes „Fahrzeug“: einen Gleiter auf der Luftkissenbahn. Einmal angestoßen behält er seinen Impuls über die ganze Bahnlänge. Man vermeide zunächst „Reflexionen“ an den Enden der Bahn.

Impuls kann von einem Körper auf einen anderen übergehen, er kann von einem zum anderen Körper fließen. Auf der Luftkissenbahn werden verschiedene Stoßexperimente gemacht, bei denen einer der Gleiter vor dem Stoß ruht: Stöße zwischen gleichschweren und verschieden schweren Gleitern, elastische, halbelastische und inelastische Stöße. In jedem Fall fließt Impuls von einem Körper zum anderen.

Impuls kann von einem auf einen anderen Körper fließen.

Man läßt einen Gleiter einmal von links nach rechts und einmal von rechts nach links gleiten. Worin unterscheiden sich die Impulse in den beiden Fällen? Wir sagen, der Impuls ist positiv, wenn sich der Körper von links nach rechts bewegt, und negativ, wenn er sich von rechts nach links bewegt. Er ist Null, wenn der Körper ruht.

Es gibt positiven und negativen Impuls.

Man macht einen total inelastischen Stoß zwischen zwei gleichen Körpern, die sich mit entgegengesetzter gleicher Geschwindigkeit aufeinander zu bewegen. Die beiden Körper kommen zur Ruhe. Der neue, aus beiden Einzelkörpern zusammengesetzte Körper hat den Impuls Null.

Positiver und negativer Impuls heben sich auf.

Das ist genauso, wie sich positives und negatives Geld, nämlich Schulden und Guthaben, oder positive und negative elektrische Ladung zu Null addieren können.

Wir kennzeichnen den Impuls eines Körpers durch einen Pfeil, der in die Bewegungsrichtung des Körpers weist.

2. Leiter und Isolatoren

Bei einem Stoß fließt Impuls von einem Körper zum anderen. Wie muß eine Leitung beschaffen sein, durch die der Impuls fließen kann? Welche Gegenstände leiten Impuls, welche Gegenstände leiten ihn nicht?

Man läßt bei einem Stoß den Impuls durch eine dünne Stange fließen, Abb. 1, und stellt fest:

Feste, steife Gegenstände leiten den Impuls.

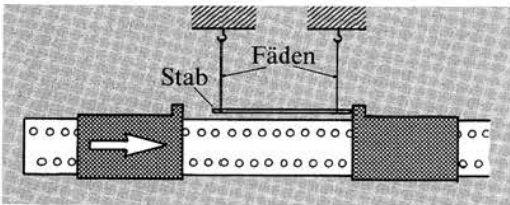


Abb. 1 Durch den an 2 Fäden aufgehängten Stab fließt ein Impulsstrom vom linken zum rechten Gleiter.

Man verbindet 2 Gleiter mit einem durchhängenden Faden und macht einen Stoß, Abb. 2.

Seile leiten den Impuls nur in einer Richtung.

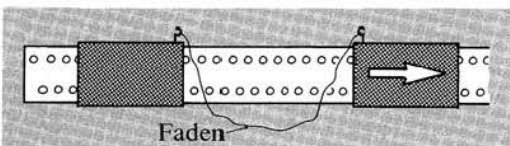


Abb. 2 Sobald der Faden gespannt ist, fließt ein Impulsstrom vom rechten zum linken Gleiter.

Solange sich die Körper nicht berühren, fließt kein Impuls. Luft leitet den Impuls also nicht, oder allgemeiner:

Gase leiten den Impuls nicht.

Man befestigt an 2 Gleitern je einen Magneten so, daß sich gleiche Pole gegenüberstehen, und macht einen Stoßversuch. Offenbar befindet sich zwischen den Magneten etwas, das den Impuls leitet: Wir nennen es ein Magnetfeld.

Magnetfelder leiten den Impuls.

Die Feststellungen über die Leitfähigkeit haben ihre Grenzen. Gase, die in einem Zylinder mit beweglichem Kolben eingeschlossen sind, leiten den Impuls. Man wird aber auf solche Probleme hier noch nicht eingehen. Bei der Betrachtung der elektrischen Leitfähigkeit beginnt man ja auch mit Aussagen, die nur in begrenztem Maß zutreffen (z. B. Luft ist ein Nichtleiter).

3. Der Impulsstrom zur Erde

Man läßt einen Gleiter einen total inelastischen Stoß mit einem Ende der Luftkissenschiene machen. Wo ist nun der Impuls geblieben? Die Schiene muß ihn bekommen haben. Steckt er aber jetzt in der Schiene? Hat die Schiene jetzt Wucht? Nein, sie hat sie an die Erde weitergegeben.

Man schaltet das Luftkissen ab, während sich ein Gleiter auf der Schiene bewegt. Der Gleiter hält an. Wo ist sein Impuls geblieben? Vorher war zwischen Körper und Schiene keine leitende Verbindung. Luft ist ja für Impuls ein Isolator. Nach dem Abschalten ist eine leitende Verbindung hergestellt. Der Impuls ist in die Schiene und von dort in die Erde abgeflossen. Dieser Vorgang hat sein Analogon in der Elektrizitätslehre: Verbindet man eine elektrisch geladene Kugel über einen Draht mit der Erde, so fließt die Ladung von der Kugel in die Erde.

Wo bleibt der Impuls eines bremsenden Autos? Er fließt in die Erde. Die Räder eines Wagens sind dazu da, den Wagen von der Erde zu isolieren. Beim Bremsen soll aber ein Impulsstrom zwischen Wagen und Erde fließen. Die Isolation, die man durch die Radlager erreicht, wird mit der Bremse „überbrückt“.

Räder sind dazu da, daß kein Impuls vom Fahrzeug zur Erde fließt. Beim Bremsen eines Fahrzeugs fließt der Impuls des Fahrzeugs in die Erde.

4. Die Verformung eines Körpers durch den Impulsstrom

Man beschleunigt einen Gleiter, an dem ein Faden befestigt ist, auf der Luftkissenbahn, indem man am Faden zieht. Der Impuls fließt jetzt von der Erde durch den Körper dessen, der zieht, und durch den Faden zum Gleiter. Wir wollen den Faden genauer betrachten. Sieht man es dem Faden an, daß er von Impuls durchströmt wird? Der Faden ist gespannt. Im Prinzip wird er als Folge der Spannung sogar eine ganz kleines Stück länger. Will man diese Dehnung besser sehen, so muß man eine Verbindung nehmen, die dehnbarer ist als ein gewöhnlicher Faden, etwa ein dünnes Gummiband. Macht man das Experiment mit dem Gummiband, so sieht man deutlich, ob ein Impulsstrom fließt oder nicht. Man sieht an der Dehnung des Gummibandes, ob der Strom stark oder schwach ist, d. h., ob er eine große oder kleine Stromstärke hat.

Ein elastischer Körper wird um so stärker verformt, je stärker der Impulsstrom ist, der durch ihn hindurchfließt.

Zieht man an dem Faden nach rechts, so nimmt der positive Impuls des Körpers zu. Durch die Leitung (den Faden) fließt also positiver Impuls von rechts nach links, Abb. 3a. Drückt man von links mit Hilfe eines Stabes, so nimmt der positive Impuls des Körpers auch zu. Durch den gedrückten Stab fließt positiver Impuls von links nach rechts, Abb. 3b.

Durch eine gedehnte Impulsleitung fließt positiver Impuls von rechts nach links, durch eine gestauchte von links nach rechts.

Wir können aber auch genauso gut sagen: Durch eine gedehnte Impulsleitung fließt *negativer* Impuls von *links nach rechts*, Abb. 4a, und durch eine gestauchte von rechts nach links, Abb. 4b. Wenn wir in Zukunft von Impuls sprechen, ohne eines der Adjektive „negativ“ oder „positiv“ anzufügen, so meinen wir positiven Impuls, genauso wie man positiven Geldwert meint, wenn man einfach von Geld und nicht von Guthaben oder Schulden spricht.

1. Der in Abb. 3a dargestellte Sachverhalt wird durch den Satz „Die Stärke des Stroms durch eine nach links orientierte Fläche ist positiv“ genau-

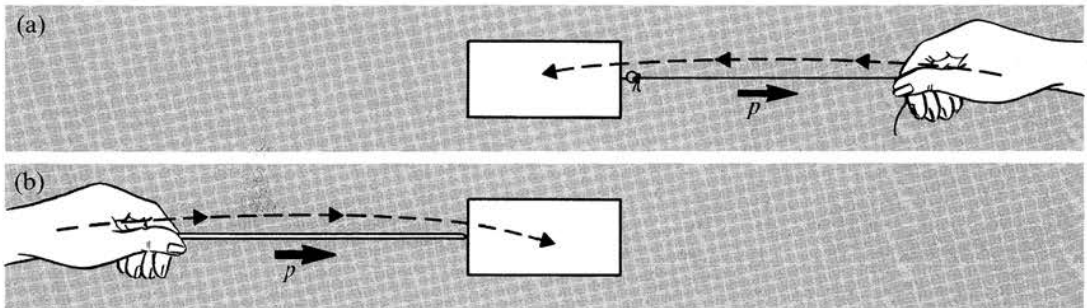


Abb. 3 Zieht man an dem Faden (a) oder drückt gegen den Stab (b), so fließt (positiver) Impuls von der Hand durch den Faden bzw. Stab in den Gleiter.

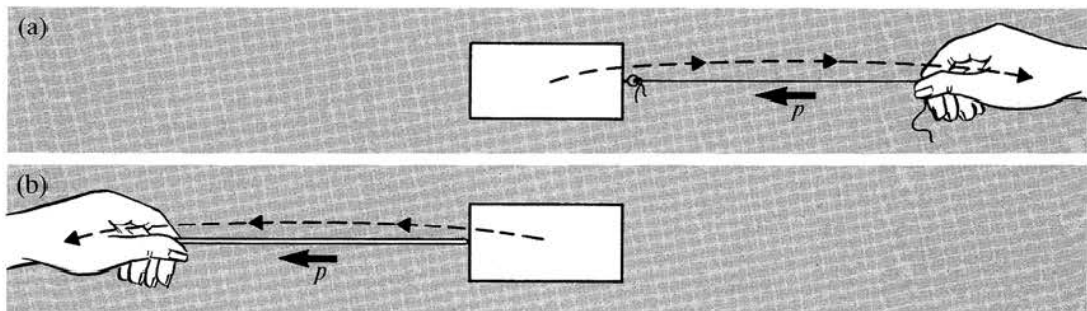


Abb. 4 Dieselbe Situation wie in Abb. 3 wird hier anders beschrieben: Durch den Faden (a) und den Stab (b) fließt negativer Impuls vom Gleiter zur Hand.

so gut beschrieben wie durch „Die Stärke des Stroms durch eine nach rechts orientierte Fläche ist negativ“. Wir drücken diesen Sachverhalt aber hier auf eine weniger formal wirkende Art aus „Es fließt positiver Impuls von rechts nach links“ oder hierzu äquivalent „Es fließt negativer Impuls von links nach rechts“. Beim Strom einer Größe, die nur positive Werte annehmen kann, würde die letzte Formulierung sehr unnatürlich wirken („negatives Wasser fließt rheinaufwärts“). Bei Größen, die zweierlei Vorzeichen fähig sind (wie der elektrischen Ladung) oder die sogar unendlich viele Richtungen annehmen können (wie dem Impuls) ist sie dagegen sehr zweckmäßig.

Die gestrichelte Linie in Abb. 3 und Abb. 4 gibt nicht, wie im 3. Aufsatz dieses Heftes, die Richtung des Stromdichtefeldes an, sondern die Richtung orientierter Flächen, auf die sich der Stromstärkevektor neben der Leitung bezieht.

2. Das, was in der Elektrizitätslehre gewöhnlich unter dem Thema „die Wirkungen des elektrischen Stroms“ betrachtet wird, hat seine Entsprechung bei den Impulsströmen. Dem Magnetfeld beim elektrischen Strom entspricht beim Impulsstrom die Verformung. Beide Erscheinungen werden zur Messung der entsprechenden Ströme herangezogen.

Der sogenannten Wärmewirkung des elektrischen Stroms entspricht beim Impulsstrom die Wärmeerzeugung durch Reibung. Auf die Reibung kommen wir später noch zu sprechen.

5. Impulsstrommesser

Man kann dehnbare elastische Körper als Impulsstromstärkemesser, oder kurz Impulsstrommesser verwenden. Die Federwaage ist ein Impulsstrommesser. Der dehnbare Körper ist hier eine Feder. Die Maßeinheit der Stromstärke ist das Newton.

Man geht mit einem Impulsstrommesser um wie mit anderen Strommessern auch, Abb. 5. Wie ein Amperemeter oder ein Wasserstrommesser hat der Impulsstrommesser 2 Anschlüsse. Zum Messen trennt man die Leitung, durch die der Impuls hindurchströmt, durch, so daß zwei neue Enden entstehen. Diese Enden verbindet man mit den Anschlüssen des Impulsstrommessers. Der Impulsstrom muß jetzt durch das Meßgerät hindurchfließen. Vertauscht man die Anschlüsse

(ohne dabei das ganze Gerät umzudrehen), so fließt der Strom andersherum durch das Gerät hindurch, es schlägt in die entgegengesetzte Richtung aus, Abb. 6.

Die Stärke eines Impulsstroms kann man mit einer Federwaage messen. Die Maßeinheit der Impulsstromstärke ist das Newton.

Leider gestatten die handelsüblichen Federwaagen dieses Umpolen nicht. Man kann die Anschlüsse nur dadurch vertauschen, daß man das ganze Gerät umdreht. Vertauschen und Umdrehen zusammen bewirken aber, daß der Impulsstrom durch die Feder wieder in der ursprünglichen Richtung fließt.

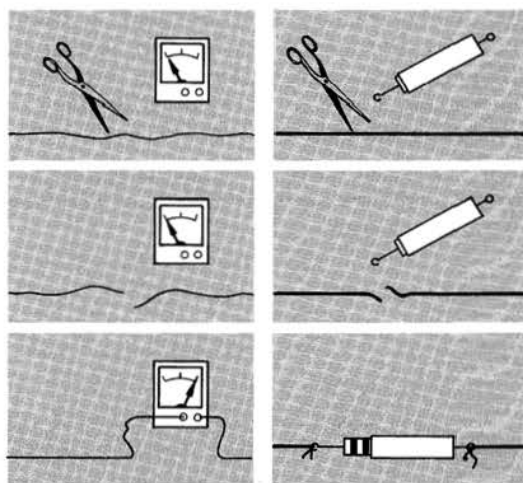


Abb. 5 Um eine Stromstärke zu messen, schneidet man die Leitung, durch die der Strom fließt, durch und verbindet die beiden neu entstandenen Enden mit den beiden Anschlüssen des Meßgeräts.

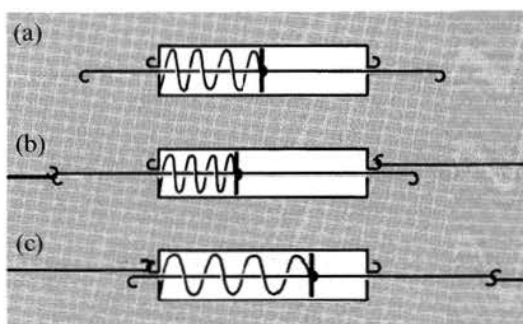


Abb. 6 (a) Impulsstrommesser, den man umpolen kann. (b) Der Impulsstrom fließt rechts am äußeren Anschluß in das Gerät hinein und links am inneren Anschluß heraus. (c) Der Impulsstrom fließt rechts am inneren Anschluß hinein und links am äußeren heraus.

6. Die Anhäufung von Impuls bei konstantem Strom

Läßt man einen Wasserstrom konstanter Stärke I_W , z. B. einen Strom von 2 Liter pro Sekunde, in einen Behälter fließen, so nimmt die Wassermenge im Behälter gleichmäßig zu. Nach einer Sekunde sind 2 Liter im Behälter, nach 2 Sekunden 4 Liter usw. Für die Wassermenge W gilt also

$$W = I_W t.$$

Man kann dasselbe Experiment mit dem Impuls machen: Man läßt einen Impulsstrom konstanter Stärke I_p in einen Körper fließen. Dann ist die im Körper zur Zeit t enthaltene Impulsmenge

$$p = I_p t.$$

Als Maßeinheit des Impulses ergibt sich Newtonsekunde (Ns). Hierfür führen wir einen neuen Namen ein:

$$1 \text{ Ns} = 1 \text{ Huygens (Hy)}.$$

Damit kann man die Einheit der Impulsstromstärke auch schreiben:

$$1 \text{ Newton} = 1 \text{ Huygens pro Sekunde}.$$

Für die Durchführung des Experiments, bei dem ein konstanter Impulsstrom auf einen Körper fließt, gibt es verschiedene Möglichkeiten:

- Man hängt an einen Gleiter auf der Luftkissenbahn eine Federwaage und zieht am anderen Ende so, daß der Ausschlag der Federwaage beim Ziehen konstant bleibt.
- Man überträgt über einen Expander Impuls auf ein Fahrrad (mit Fahrer). Dabei zieht man so am Expander, daß dessen Auslenkung konstant bleibt.
- Man benutzt eine impulsstromstabilisierte Energiequelle, um einen Gleiter auf der Luftkissenbahn mit Impuls zu laden.* Eine solche Quelle (in herkömmlicher Sprechweise: ein kraftstabilisierter Antrieb) ist im Prinzip ein Kästchen, das man an einem Ende der Luftkissenbahn befestigt, und aus dem ein Faden herauskommt, Abb. 7. Ein Mechanismus im Kästchen kann den Faden aufrollen. Er zieht dabei so, daß der Impulsstrom durch den Faden unabhängig von Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung des herausragenden Fadenendes ist.

* Eine impulsstromstabilisierte Energiequelle wird demnächst von der Fa. Phywe, Göttingen, angeboten.

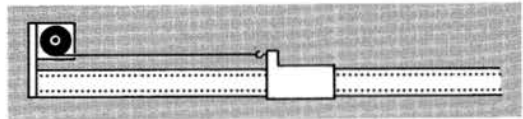


Abb. 7 Eine impulsstromstabilisierte Quelle ist im Prinzip ein Kästchen, das einen Faden aufrollen kann. Ein Mechanismus im Kästchen sorgt für einen konstanten Impulsstrom im Faden.

Die Gleichung $p = I_p t$ ist ein Spezialfall der Kontinuitätsgleichung für den Impuls. Sie enthält damit eine Konvention über das Vorzeichen der Stromstärke des Stroms durch eine geschlossene Fläche. In der Theoretischen Physik ist es üblich, die Kontinuitätsgleichung der Erhaltungsgröße X in integraler Form so zu schreiben:

$$\frac{dX}{dt} + I_X = 0.$$

Diese Schreibweise beinhaltet, daß Ströme durch eine geschlossene Fläche positiv gezählt werden, wenn sie von innen nach außen fließen – in anderen Worten, daß der Flächennormalenvektor nach außen weist. Hält man sich an diese Konvention, so ist in unserem Fall nicht $p = I_p t$, sondern $p = -I_p t$. In dieser Form macht die Gleichung eine Aussage über Impuls, der vom Körper weg- und nicht zum Körper hinfließt, und gibt dadurch leicht Anlaß zu physikalisch unergiebigem Diskussionen über Vorzeichen.

Wir legen deshalb fest, daß ein Strom positiv zu zählen ist, wenn er in eine geschlossene Fläche hineinfließt. Flächennormalenvektoren weisen nach dieser Festlegung bei geschlossenen Flächen nach innen.

7. Die Impulskapazität

Die Impulsmenge, die ein bestimmter Körper enthält, hängt mit seiner Geschwindigkeit zusammen. Je größer die Geschwindigkeit v ist, desto mehr Impuls p besitzt der Körper. Wie ist aber der genaue Zusammenhang zwischen p und v ? Bei den folgenden Experimenten werden total inelastische Stöße zwischen identischen Körpern durchgeführt. Die Geschwindigkeiten der Stoßpartner werden vor und nach dem Stoß gemessen, Abb. 8.

Ein Luftkissen-Gleiter stößt gegen einen anderen ruhenden Gleiter. Der ursprüngliche Impuls p_0 des ersten Gleiters ist nach dem Stoß auf beide Körper gleichmäßig verteilt, jeder Körper hat also

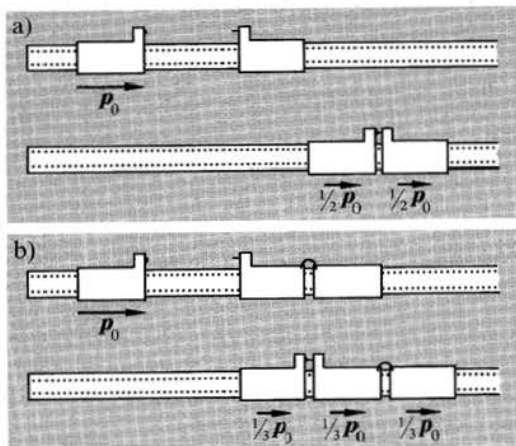


Abb. 8 (a) Der Impuls p_0 des linken Körpers vor dem Stoß verteilt sich beim Stoß zu gleichen Teilen auf beide Körper. (b) Der Impuls p_0 verteilt sich zu gleichen Teilen auf die drei Körper.

den Impuls $p = p_0/2$, Abb. 8a. War die Geschwindigkeit vorher v_0 , so ist sie nachher, wie die Messung ergibt $v_0/2$. Stößt ein Gleiter mit p_0 und v_0 gegen zwei fest aneinander gekoppelte ruhende Gleiter, so ist der Impuls p_0 nach dem Stoß auf drei Gleiter gleichmäßig verteilt. Nach dem Stoß hat also jeder Gleiter $p_0/3$, Abb. 8b. Die Messung der Geschwindigkeit ergibt in diesem Fall $v_0/3$. Wir schließen, daß der Impuls eines Körpers proportional zu seiner Geschwindigkeit ist.

Der Impuls eines Körpers ist proportional zu seiner Geschwindigkeit: $p \sim v$.

Verschiedene Körper können bei gleicher Geschwindigkeit verschieden viel Impuls haben. Zwei gleichartige Körper, die sich mit derselben Geschwindigkeit bewegen, kann man als einen einzigen Körper auffassen. Der Impuls dieses großen Körpers ist selbstverständlich doppelt so groß wie der eines einzelnen.

Es liegt nahe zu vermuten, daß der Impuls eines Körpers einfach von seiner Masse abhängt, nicht aber etwa von seiner chemischen Zusammensetzung. Wenn das zutrifft, muß bei einem total elastischen Stoß eines Körpers gegen einen anderen ruhenden gleichschweren, aber aus einem anderen Stoff bestehenden Körper die Geschwindigkeit des weglafenden Körpers gleich der des ankommenden vor dem Stoß sein, und der stoßende Körper muß nach dem Stoß ruhen. Experimente zeigen, daß das der Fall ist.

Ein Körper enthält bei einer bestimmten Geschwindigkeit um so mehr Impuls, je größer seine Masse ist: $p \sim m$.

Die Masse eines Körpers hat also die Bedeutung eines Fassungsvermögens des Körpers für Impuls. Wir bezeichnen daher die Masse auch als die Impulskapazität des Körpers. Wir fassen die beiden Beziehungen $p \sim v$ und $p \sim m$ zusammen zu

$$p \sim mv.$$

Die Maßeinheiten von Impuls und Impulsstromstärke sind gerade so gewählt, daß das Proportionalitätszeichen durch das Gleichheitszeichen ersetzt werden kann. Es gilt also

$$p = mv.$$

1. Wir wollen noch eine andere Möglichkeit der Herleitung der Beziehung $p = mv$ andeuten. Diese ist gedanklich einfacher als die oben dargestellte, aber technisch etwas schwieriger. Sie erfordert eine impulsstromstabilisierte Energiequelle, die man über ein definiertes Zeitintervall einschalten kann, Abb. 7.

Man stellt an der Quelle eine bestimmte Impulsstromstärke I_p ein und läßt den Strom über einen Faden während eines wohldefinierten Zeitintervalls Δt auf einen Gleiter fließen. Auf den Gleiter fließt damit ein definierter Impulsbetrag $p = I_p \cdot \Delta t$. Man macht dieses Experiment mit Gleitern verschiedener Masse und aus verschiedenen Materialien, und man variiert den Impulsbetrag, etwa indem man Δt verändert. Aus diesen Experimenten schließt man leicht auf $p \sim mv$.

2. Es wäre logisch einfacher, die Masse als Impulskapazität zu definieren, statt, wie es hier geschieht, die Tatsache, daß Masse gleich Impulskapazität ist, als Erfahrung darzustellen. Wir glauben aber, es wäre unaufrichtig, hier nicht an die Erfahrung oder Überzeugung der Schüler anzuknüpfen, daß ein Körper eine Eigenschaft hat, die man in kg mißt und die unveränderlich ist, die er also z. B. auch dann noch hat, wenn man ihn auf den Mond bringt.

Daß die Wirkung, an der der Schüler diese Eigenschaft erkennt, nämlich der Impulsstrom zur Erde (die Gewichtskraft), gar nicht unveränderlich ist, wird später (in Abschnitt 11) behandelt.

8. Impulsstromkreise

Die bisher betrachteten Impulsströme waren stets so beschaffen, daß Impuls von einem Körper auf einen anderen floß. Vor Ablauf des betrachteten Vorgangs steckte Impuls im ersten Körper, danach im zweiten. Man kann nun aber Impuls auch

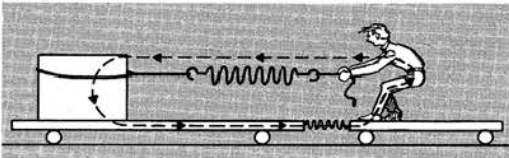


Abb. 9 Geschlossener Impulsstromkreis. Der Impuls fließt vom Mann durch das Seil zur Kiste und durch das Brett zurück zum Mann. Die Federn zeigen Stärke und Richtung des Impulsstroms an. Die Rollen isolieren den Stromkreis gegen die Erde.

„im Kreis herum“ fließen lassen, also so, daß er nirgends abnimmt und sich nirgends anhäuft. Abb. 9 zeigt einen solchen Impulsstromkreis. Ein Mann zieht eine Kiste mit konstanter Geschwindigkeit über den Boden.

Daß Impuls fließt, erkennt man an den beiden Federn. Die obere Feder ist gedehnt. In ihr und im Seil fließt also Impuls von rechts nach links, vom Mann zur Kiste. Die Feder zwischen den Brettern ist gestaucht. In ihr fließt der Impuls von der Kiste zurück zum Mann. Die Rollen unter den Brettern sind nur dazu da, daß kein Impuls zur Erde abfließt. Sie isolieren den Impulsstromkreis gegen die Erde. Wenn sich Mann und Kiste auf der Erde befänden, wäre der Impulsstromkreis über die Erde geschlossen (elektrische Stromkreise werden auch manchmal über die Erde geschlossen).

Es werden andere Impulsstromkreise besprochen, etwa beim Treibriemen, Abb. 10, beim Skilift oder beim Dampfzug.

Fließt Impuls, ohne daß sich der Impuls irgendeines Körpers ändert, so muß er in einem geschlossenen Stromkreis fließen.

Der Kran, der eine Last trägt oder hebt, ist auch ein Beispiel für einen geschlossenen Impulsstromkreis. Er wird aber hier noch nicht besprochen, da der Impulsstrom durch das Gravitationsfeld Thema eines anderen Unterrichtsabschnitts ist.

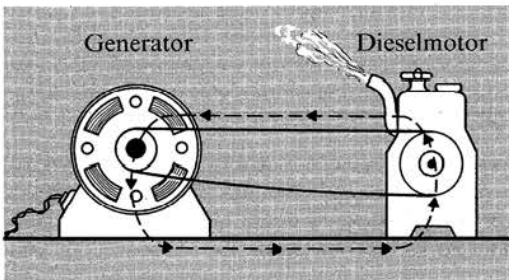


Abb. 10 Geschlossener Impulsstromkreis. Der Impuls fließt vom Dieselmotor durch den gespannten Teil des Treibriemens zum Generator und von dort durch die Erde zurück zum Motor.

9. Impulsstrom und Energiestrom

In den Beispielen des vorigen Abschnitts floß außer dem Impulsstrom noch ein Energiestrom. Energie und Impuls gehen aber nur auf einem Teil ihres Weges gemeinsam. In Abb. 9 etwa beginnt die Energie ihren Weg in den Muskeln des Mannes. Sie fließt zusammen mit dem Impuls bis zur Kiste, genauer: bis zur Unterseite der Kiste. Wir sagen auch, der Impuls trägt die Energie vom Mann zur Kiste. Der Impuls ist hier der *Energie-träger*.

Beim Rutschen der Kiste auf dem Brett werden Brett und Kiste erwärmt. Hier trennen sich die Wege von Energie und Impuls. Der Impuls fließt ohne Energie durch das Brett zurück zum Mann, die Energie fließt mit einem anderen Träger, der Entropie, in die verschiedensten Richtungen.

Ganz ähnlich steht es bei der Anordnung von Abb. 10. Der Impuls fließt durch den gespannten Teil des Treibriemens zusammen mit Energie vom Dieselmotor zum Generator. Von hier aus fließt der Impuls durch die Fundamente zurück zum Motor, während die Energie durch das Kabel wegfällt.

Ersetzt man den Generator durch etwas, das keine Energie verbraucht, z. B. einfach ein frei laufendes Rad, so fließt auch kein Impuls mehr. Der Treibriemen bewegt sich, aber er ist entspannt.

Damit durch ein Seil Energie fließt, muß
 – Impuls durch das Seil fließen
 – sich das Seil bewegen.

Wir untersuchen, wie Impulsstromstärke I_p und Energiestromstärke I_E miteinander zusammenhängen. Man sieht leicht, daß die Energiestromstärke zur Impulsstromstärke proportional ist. Man braucht dazu nur die Anordnung von Abb. 10 zweimal nebeneinander aufzubauen. Es fließt dann doppelt so viel Impuls wie bei einer einzigen Anordnung, aber auch doppelt so viel Energie. Es gilt also:

$$I_E \sim I_p.$$

Wir haben schon bemerkt, daß die Energiestromstärke von der Geschwindigkeit des Seils abhängt. Je größer die Geschwindigkeit ist, desto größer ist auch die Energiestromstärke. Wie I_E genau von v abhängt, sieht man, wenn man das Experiment von Abb. 11 macht. Die Kiste wird mit einem Flaschenzug über den Boden gezogen. Die Federwaagen in den Seilen 1 und 2 zeigen dieselbe Impulsstromstärke an. Der Impulsstrom in Seil 3

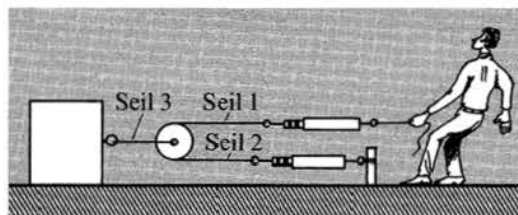


Abb. 11 Durch Seil 1 und 2 fließen gleichstarke Impulsströme nach links. Sie vereinigen sich in der Rolle zu dem Strom in Seil 3. Die Energie fließt vom Mann durch Seil 1 und dann durch Seil 3 zur Kiste. Durch Seil 2 fließt keine Energie.

kommt also zu gleichen Teilen aus Seil 1 und aus Seil 2:

$$I_{p1} = I_{p2} = I_{p3}/2.$$

Geometrische Betrachtungen zeigen, daß andererseits die Geschwindigkeit von Seil 1 doppelt so groß ist wie die von Seil 3.

Die Energie fließt vom Mann zur Kiste zuerst durch Seil 1, dann durch Seil 3. Damit $I_{E1} = I_{E3}$ ist, muß also $I_E \sim v I_p$ sein. Die Maßeinheit der Energie ist so gewählt, daß diese Beziehung als Gleichung geschrieben werden kann:

$$I_E = v I_p.$$

Diese Gleichung wird auf Hebel und kompliziertere Flaschenzüge angewendet. Für Hebel und Flaschenzüge ist die Stärke des hineinfließenden Energiestroms gleich der des herausfließenden. Ein- und Ausgang unterscheiden sich dagegen in der Stromstärke I_p des Energieträgers. Hebel und Flaschenzug haben damit eine zum elektrischen Transformator analoge Funktion. Auch beim Transformator sind hinein- und herausfließender Energiestrom gleich stark, während der Strom des Energieträgers, d.h. der elektrische Strom, an Ein- und Ausgang verschieden ist.

10. Impulsströme ohne Antrieb

Der Impulsstrom im Stromkreis von Abb. 9 fließt nicht von allein. Er braucht als Antrieb eine Energiequelle, genauso wie Wasser, das durch ein Rohr strömen soll, zum Antreiben eine Pumpe oder wie der elektrische Strom eine „Stromquelle“ braucht. Der Mann in Abb. 9 ist also eine „Impulspumpe“. Ein Antrieb wird gebraucht, weil der Stromkreis oder ein Teil davon dem Strom einen Widerstand entgegengesetzt. Einen Impuls-widerstand stellt in Abb. 9 die Berührungsfläche zwischen Kiste und Boden dar.

Abb. 12 zeigt einen Impulsstromkreis, in dem der Impuls ohne Antrieb fließt. Daß er fließt, erkennt man an den beiden Federn: Die obere ist gedehnt, die untere gestaucht. Hier fließt also ein Impulsstrom, obwohl der Impuls selbst überall im Stromkreis den Wert Null hat. Aus der Tatsache, daß der Impuls in Abb. 12 ohne Antrieb fließt, folgern wir, daß die Leitungen dem Impulsstrom keinen Widerstand entgegengesetzt. Man sagt auch, die Leitungen *haben* für den Impuls keinen Widerstand.

Da sich keine der Leitungen bewegt, also überall $v = 0$ ist, fließt nirgends im Stromkreis Energie.

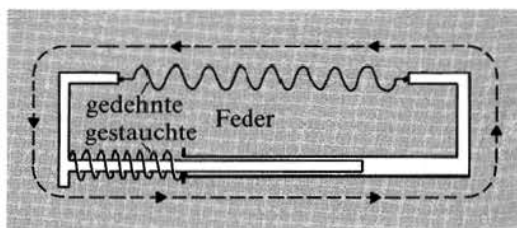


Abb. 12 In dieser Anordnung fließt ständig ein Impulsstrom ohne Antrieb.

Nicht nur Impulsströme können ohne Antrieb fließen. Ein Reifen, den man in den leeren Welt-raum gebracht und in Drehung versetzt hat, dreht sich andauernd weiter. Er stellt einen Massenstrom dar, der ohne Antrieb fließt. Bei sehr tiefen Temperaturen kann man auch erreichen, daß ein elektrischer Strom ohne Antrieb andauern fließt. Der Leiter, durch den er fließt, hat den elektrischen Widerstand Null. Man nennt ihn einen Supraleiter.

Was beim Massen- und beim elektrischen Strom die Ausnahme ist, ist beim Impulsstrom die Regel: Impulsströme setzen alle festen, elastischen Materialien keinen Widerstand entgegen.

Auch der Stromkreis von Abb. 9 besteht zum größten Teil aus Impuls-Supraleitern. Die beiden einzigen Stellen, an der ein Widerstand für den Impuls auftritt, sind die Berührungsfläche zwischen Kiste und Brett und das Innere des Mannes.

Feste und elastische Stoffe haben für den Impuls keinen Widerstand. Aus ihnen kann man Stromkreise aufbauen, in denen ein Impulsstrom ohne Antrieb andauernd fließt.

1. Der Impuls-widerstand wird hier nur als Erscheinung, nicht aber als physikalische Größe eingeführt. Als Größe würde man ihn, in Analogie

zum elektrischen Widerstand, als $R_p = \Delta v / I_p$ definieren. Diese Größe charakterisiert das, was wir Reibung nennen. Wir führen R_p im Unterricht aber nicht als Größe ein, da sie nur eine geringe praktische Bedeutung hat. Wir wollen das begründen.

In der Elektrizitätslehre gibt es ein sehr wichtiges und sehr häufig verwendetes Bauelement, dessen Widerstand ungleich Null und ungleich unendlich ist: das Objekt „Widerstand“. Ein entsprechendes Objekt der Mechanik ist etwa der Stoßdämpfer. Es wäre nicht gerechtfertigt, diesem im Unterricht einen dem elektrischen Widerstand vergleichbaren Platz einzuräumen.

Die Größe $R = U / I_Q$ ist auch deshalb bemerkenswert, weil sie für viele Materialien näherungsweise unabhängig von der elektrischen Stromstärke ist. In der Mechanik dagegen sind die technisch interessanten Widerstände sehr stark geschwindigkeitsabhängig – etwa die Luftreibung eines Autos.

2. Daß die Muskeln des Mannes einen Impuls widerstand haben, der größer als Null ist, erkennt man daran, daß der Mann Energie braucht, wenn er an einem Seil zieht, das an einer Wand befestigt ist. Es fließt dann durch das Seil zwar ein Impulsstrom, aber kein Energiestrom. Die Energie wird in den Muskeln des Mannes dissipiert. Man erhält die analoge elektrische Situation, wenn man eine Batterie kurzschließt. Im äußeren Teil des Stromkreises fließt dann zwar ein elektrischer Strom, aus der Batterie fließt aber kein elektrischer Energiestrom heraus. Es wird aber Energie am Innenwiderstand der Batterie dissipiert.

11. Das Gewicht

Jeder Körper hat „Gewicht“. Umgangssprachlich meint man damit, daß er auf seine Unterlage drückt oder an seiner Aufhängung zieht, Abb. 13a. Daß der Körper in Abb. 13a an seiner Aufhängung zieht, bedeutet, daß durch die Aufhängung ein Impulsstrom vom Körper weg durch die Aufhängung fließt.

Da der Körper selbst in Ruhe bleibt, sein Impuls sich also nicht ändert, muß ein gleichstarker Impulsstrom in ihn hineinfließen. Nun ist eine zweite Leitung für diesen zum Körper hinfließenden Strom nicht sichtbar. Es fließt also ein Impulsstrom von der Erde zum Körper durch den „leeren“ Raum. Die Luft kommt hier als Impuls-

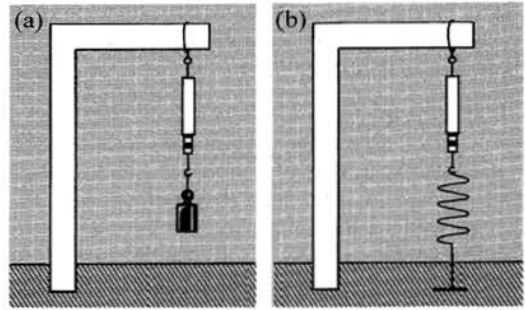


Abb. 13 a) Von der Erde fließt ein Impulsstrom durch das Gravitationsfeld zum Körper. Durch die Aufhängung fließt er wieder vom Körper ab. b) Von der Erde fließt ein Impulsstrom durch die Feder in die Aufhängung.

stromleiter nicht in Betracht, denn der Impulsstrom in der Aufhängung fließt auch dann noch, wenn die Luft entfernt würde. Wir schließen daher, daß sich in diesem Raum etwas befindet, das zwar unsichtbar ist, aber Impulsströme leiten kann. Wir nennen dieses Etwas „Gravitationsfeld“. Das Gravitationsfeld verhält sich ähnlich wie eine zwischen Körper und Erde gespannte Feder, Abb. 13b.

Daß man von der Existenz eines Dinges überzeugt ist, das man nicht sehen kann, ist nicht überraschend. Auch Luft, α -Strahlen, in Tee gelöster Zucker oder Radiowellen sind unsichtbar, haben aber durchaus bemerkbare Wirkungen. In Abschnitt 2 hatten wir auch schon gesehen, daß durch den „leeren Raum“ zwischen zwei Magneten, also durch das Gebilde Magnetfeld, ein Impulsstrom fließt.

Statt zu sagen, ein Körper hat Gewicht, können wir also auch sagen, es fließt ein Impulsstrom von der Erde zum Körper. Es wird festgestellt, daß die Stärke I_p dieses Impulsstroms proportional zur Masse des Körpers ist. Im Gegensatz zu einer Feder ist sie unabhängig von der Entfernung zwischen Körper und Erdoberfläche, wenigstens so lange man nicht zu weit von der Erdoberfläche weggeht:

$$I_p \sim m.$$

Der Proportionalitätsfaktor beträgt, wie man leicht feststellen kann,

$$g = 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}.$$

Also gilt

$$I_p = gm.$$

Bringt man denselben Körper mit derselben Masse auf den Mond, so fließt ein Impulsstrom vom

Mond zum Körper. Dieser ist aber kleiner als der Impulsstrom auf der Erde. Der Körper ist auf dem Mond leichter als auf der Erde. Auf dem Mond ist $I_p = g' m$ mit $g' = 1,62 \text{ N/kg}$.

Man kann somit die Masse mit Hilfe eines Impulsstrommessers, also zum Beispiel mit einer Federwaage messen. Nur muß man aufpassen, wenn man die Wägung auf dem Mond durchführt: Um hier die Masse zu bekommen, muß man die Impulsstromstärke mit einem anderen Proportionalitätsfaktor multiplizieren.

Unter dem Gewicht eines Körpers versteht man die Stärke des Impulsstroms, der von der Erde in den Körper fließt (oder auch vom Mond in den Körper).

1. Ein wichtiges Anliegen dieses Kurses ist es, Felder als physikalische Systeme und nicht, wie sonst üblich, als mathematische Beschreibung einer Eigenschaft des Raumes einzuführen.

2. Wir haben hier wieder eine Konvention getroffen, die allgemein unüblich ist: Wir haben nach unten weisenden Impuls positiv gezählt. Verführe man umgekehrt, so wäre der Impulsstrom, der in den Körper hineinfließt, negativ, was ein Minuszeichen an vielen anderen Stellen zur Konsequenz hätte.

3. Der Impulsstrom fließt in Abb. 13a nicht, wie man annehmen könnte, auf dem kürzesten Weg von der Erde zu dem aufgehängten Körper. Er fließt vielmehr im weiten Bogen von oben her in den Körper hinein.

12. Verzweigte Impulsstromkreise

Wie für den elektrischen Strom kann man auch für den Impulsstrom kompliziertere, nämlich verzweigte Stromkreise aufbauen, Bild 14.

Im oberen Teil des Bildes ist der Impulsstrom von rechts nach links gerichtet. Im „Knotenpunkt“ A teilt er sich, im Knotenpunkt B kommen die beiden Teilströme wieder zusammen. Man macht für einen der Knotenpunkte, etwa für Punkt A eine Strombilanz. Dabei zählen wir Stromstärken von Strömen, die zum Knoten hinfließen, positiv, und von solchen, die vom Knoten wegfließen, negativ. I_{p1} ist also positiv, I_{p2} und I_{p3} negativ. Für den Knotenpunkt muß gelten

$$I_{p1} + I_{p2} + I_{p3} = 0.$$

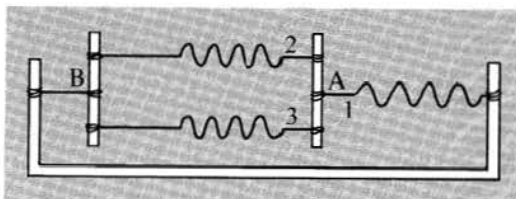


Abb. 14 Durch die rechte Feder fließt ein Impulsstrom von rechts nach links. Im „Knotenpunkt“ A verzweigt er sich. Die beiden Teilströme fließen im Punkt B wieder zusammen.

Wenn z. B. $I_{p2} = -5 \text{ N}$ und $I_{p3} = -5 \text{ N}$ ist, so muß $I_{p1} = 10 \text{ N}$ sein. Das Experiment bestätigt diese Regel.

Die Summe der Stromstärken aller Ströme, die zu einem Knoten hinfließen, ist Null. Stromstärken von Strömen, die zum Knoten hinfließen, zählt man positiv.

Diese Knotenregel ist ein Sonderfall des Impulssatzes. Wie die anderen Formulierungen des Impulssatzes ist sie intuitiv sofort einleuchtend und braucht eigentlich gar nicht als gesonderter Lehrsatz formuliert zu werden.

Unter Verwendung der Knotenregel wird ein Impulsstrommesser geeicht. Als Impulsstrommesser nimmt man zum Beispiel ein dickes Gummiband. Als Einheit wird ein um einen bestimmten Betrag gedehnter dünner Gummiring verwendet. Parallelschalten von zwei, drei usw. solcher „Einheitsgummiringe“ liefert den doppelten, dreifachen usw. Impulsstrom, Abb. 15.

Auf dieselbe Art wird auch eine Feder geeicht. Es wird festgestellt, daß für die Feder die Auslenkung x proportional zur Stärke des Impulsstroms I_p ist. Diesen Zusammenhang nennt man das Hookesche Gesetz.

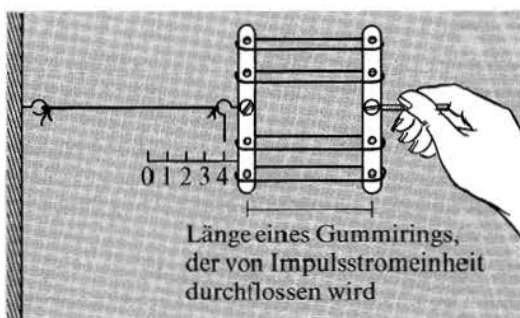


Abb. 15 Das Gummiband links wird geeicht, damit es als Impulsstrommesser benutzt werden kann. Jeder der Gummiringe im rechten Teil der Abbildung wird, wenn er um einen definierten Betrag ausgelenkt ist, von der Impulsstromeinheit durchflossen.

Für Federn ist $I_p \sim x$.

Man kann diese Beziehung auch als Gleichung schreiben:

$$I_p = D x.$$

Den Proportionalitätsfaktor nennt man die Federkonstante der Feder.

Als zu eichendes Impulsmeßgerät wird als erstes ein Gummiband und nicht eine Feder genommen, damit deutlich wird, daß $I_p \sim x$ nicht der Regelfall ist.

13. Mechanische Energiespeicher

In den Abschnitten 13 und 14 wird das abgehandelt, was unter den Stichwörtern kinetische Energie, Spannenergie und potentielle Energie bekannt ist. Um die Gemeinsamkeit der drei Möglichkeiten des Energiespeicherns zu betonen, werden sie in Abschnitt 13 zunächst alle nebeneinander qualitativ behandelt. Erst in Abschnitt 14 werden quantitative Ausdrücke für die Menge der gespeicherten Energie hergeleitet. Eigene Namen für diese Energieanteile werden nicht eingeführt, um nicht den Eindruck zu erwecken, es gebe verschiedene Arten oder gar physikalische Größen „Energie“. Der Unterschied zwischen den drei Fällen besteht einfach darin, daß die Energie in drei unterschiedlichen physikalischen Systemen gespeichert ist. Daß man ein und derselben physikalischen Größe nicht verschiedene Namen gibt, nur weil sie in verschiedenen Systemen gespeichert ist, macht man sich leicht an folgendem Beispiel klar: Ein Gas, zum Beispiel Stickstoff, werde einmal in einem Plastiksack gespeichert und einmal in einer Druckflasche. Im ersten Fall ist die Menge n des Stickstoffs proportional zum Volumen des Sacks, in zweiten zum Druck. Im ersten Fall gibt also das Volumen an, wie voll der Stoffmengenspeicher ist, im zweiten der Druck. Trotzdem gibt man der Stoffmenge n keine unterschiedlichen Namen. Man spricht nicht von „Stoff-Formen“.

Fließt durch ein Seil ein Impulsstrom der Stärke I_p und bewegt sich das Seil gleichzeitig mit der Geschwindigkeit v , so fließt durch das Seil ein Energiestrom der Stärke

$$I_E = v I_p.$$

Es werden die Anordnungen von Abb. 16 betrachtet. In jedem der drei Fälle fließt durch das Seil Energie weg vom Motor. Wohin fließt diese

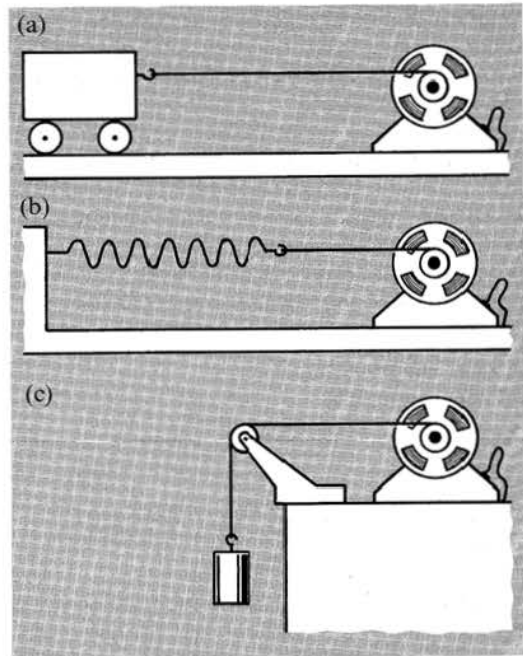


Abb. 16 Die durch das Seil vom Elektromotor wegfließende Energie wird gespeichert: a) in einem Körper, der Impuls hat; b) in einer ausgelenkten Feder; c) im Gravitationsfeld.

Energie? Keine der Anordnungen hat einen sichtbaren Ausgang für Energie. Sie muß also gespeichert werden. Jede der 3 Anordnungen erfährt eine Veränderung, während die Energie hineinfließt. An dieser Veränderung erkennt man, ob viel oder wenig Energie gespeichert ist.

Im Fall von Abb. 16a nimmt der Impuls des Körpers zu. Je mehr Impuls ein Körper hat, desto mehr Energie muß er also auch haben. Daß er die Energie wirklich hat, kann man daran erkennen, daß er, sobald man ihm den Impuls wegnimmt, auch Energie abgibt. Wird zum Beispiel ein rollendes Auto (dessen Motor ausgekuppelt ist) gebremst, d. h. nimmt man ihm seinen Impuls ab, so gibt es gleichzeitig Energie ab. Das erkennt man daran, daß seine Bremsen warm werden. Zur Erwärmung braucht man bekanntlich Energie.

In einem Körper, in dem Impuls gespeichert ist, ist auch Energie gespeichert. Läßt man den Impuls herausfließen, so fließt auch die Energie heraus.

Bei der Anordnung von Abb. 16b wird eine Feder gespannt, wenn der Motor das Seil aufwickelt. In die Feder fließt Energie und Impuls hinein. Der Impuls fließt am linken Ende wieder aus der Feder heraus. Wir betrachten die Feder genauer.

Rechts fließt ein Energiestrom der Stärke $I_E = vI_p$ hinein. Links ist der Energiestrom $0 \cdot I_p = 0$. Die Mitte der Feder bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v/2$, also ist hier $I_E = v/2 I_p$. Die Energie „versickert“ also in der Feder, sie wird über die ganze Feder gleichmäßig verteilt oder „abgelagert“. Daß die Energie in der gespannten Feder wirklich drinsteckt, sieht man daran, daß man sie wieder herauslassen kann. Durch Entspannen der Feder kann man etwas in Bewegung versetzen, erwärmen, oder man kann einen Dynamo antreiben.

In einer ausgelenkten Feder ist Energie gespeichert.

Wir betrachten schließlich Abb. 16c. Durch das Seil fließt Energie zum Körper. Wir können auch hier die Energie leicht zurückbekommen, indem wir den Körper zum Beispiel über eine Rolle einen Dynamo antreiben lassen.

Wo genau steckt hier aber die Energie? An dem Körper selbst hat sich durch das Speichern der Energie nichts verändert. Das Einzige, was sich geändert hat, ist seine Lage in Bezug auf seine Umgebung. Wir haben es hier wieder mit dem unsichtbaren Ding zu tun, das sich zwischen Körper und Erde befindet, dem Gravitationsfeld. Die Energie wird hier gar nicht im Körper gespeichert. Der Körper gibt vielmehr die Energie, die er über das Seil bekommt, gleich weiter an das Gravitationsfeld. Das Gravitationsfeld können wir uns vorstellen wie eine unsichtbare Feder, die den Körper nach unten ziehen möchte.

Im Gravitationsfeld ist Energie gespeichert. Die Energie fließt heraus, wenn sich der Körper der Erde nähert.

14. Wieviel Energie in einem Speicher steckt

Den drei Energiespeichern von Abb. 16 sieht man leicht an, ob sie viel oder wenig Energie enthalten. Der Körper in Abb. 16a enthält viel Energie, wenn sein Impuls p groß ist. Die Feder in Bild 16b enthält viel Energie, wenn sie stark ausgelenkt ist, wenn also x groß ist, und das Gravitationsfeld in Abb. 16c enthält viel Energie, wenn sich der Körper in großem Abstand h von der Erde befindet.

Es wird nun ausgerechnet, wie die gespeicherte Energie E quantitativ von p , x bzw. h abhängt, und wovon sie noch abhängt.

1. Im Fall des Speichers von Abb. 16a stellen wir uns vor, daß während eines definierten Zeitintervalls Δt durch das Seil ein Impulsstrom konstanter Stärke geschickt wird, Abb. 17a. Dabei nimmt die Energie im Speicher zu. Welcher Energiebetrag steckt nach Ablauf von Δt im Speicher?

Fließt in den Körper ein konstanter Impulsstrom, so nimmt der Impuls des Körpers, und wegen $p = m v$ auch seine Geschwindigkeit gleichmäßig zu, Abb. 17b. Nach Ablauf der Zeit Δt beträgt der Impuls des Körpers

$$p = I_p \Delta t.$$

Wegen $I_E = v I_p$ nimmt damit auch der Energiestrom gleichmäßig zu, Abb. 17c. I_E ist also in jedem Augenblick bekannt.

Was wir suchen ist aber nicht der Energiestrom, sondern die Energie selbst. Wäre der Energiestrom konstant, wie in Abb. 18, so könnten wir den Energieinhalt des Speichers leicht angeben. Nach Ablauf der Zeit Δt wäre:

$$E = I_E \Delta t.$$

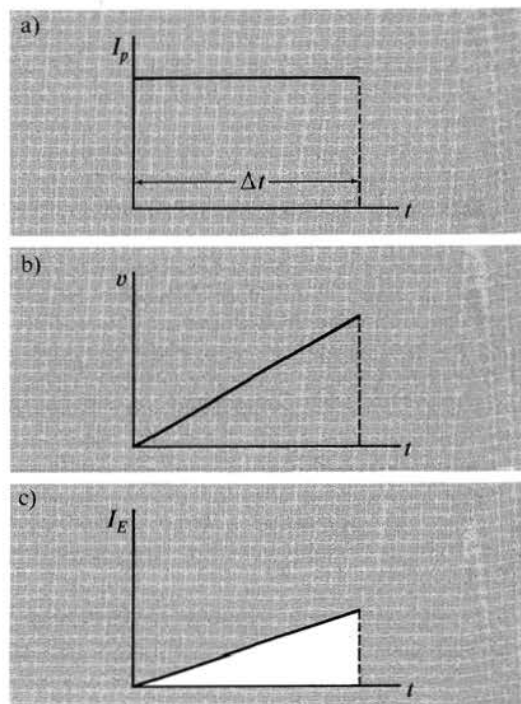


Abb. 17 Auf den Körper der Abb. 16a fließt während der Zeit Δt ein konstanter Impulsstrom (a). Dabei nimmt seine Geschwindigkeit gleichmäßig zu (b). Wegen $I_E = v I_p$ nimmt auch der Energiestrom gleichmäßig zu (c). Die dreieckige Fläche unter der I_E - t -Kurve stellt die Energie dar, die nach der Zeit Δt im Körper steckt.

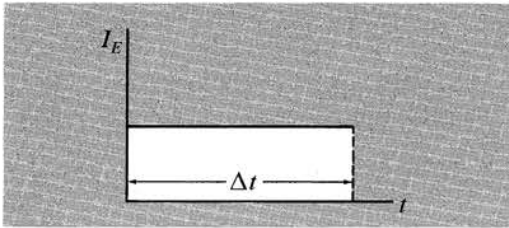


Abb. 18 Die Fläche unter der I_E - t -Kurve stellt die gesamte gespeicherte Energie dar. Sie ist hier gleich dem Produkt aus I_E und Δt .

Mit Hilfe von Abb. 18 erkennt man, daß die Energie gerade gleich der Fläche unter der $I_E(t)$ -Linie ist. In unserem Beispiel, Abb. 17c, können wir diese Fläche aber auch leicht angeben. Hier ist nämlich

$$E = \frac{1}{2} I_E \Delta t,$$

wobei I_E die Energiestromstärke am Ende des Zeitintervalls Δt ist.

Wir setzen nun ein:

$$E = \frac{1}{2} I_E \Delta t = \frac{1}{2} v I_p \Delta t = \frac{1}{2} v \frac{p}{\Delta t} \Delta t.$$

$$E = \frac{1}{2} v p.$$

Mit $p = m v$ erhält man hieraus

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

oder

$$E = \frac{p^2}{2m}.$$

Diese Gleichungen werden diskutiert.

2. Für den zweiten Speicher in Abb. 16 wird die Rechnung am bequemsten, wenn man zum Aufladen des Speichers am Seil während einer bestimmten Zeit Δt mit konstanter Geschwindigkeit zieht, Abb. 19a. Damit nimmt die Auslenkung x der Feder und wegen $I_p = Dx$ auch die Stärke des Impulsstroms durch die Feder gleichmäßig zu, Abb. 19b. Nach Ablauf der Zeit Δt beträgt die Auslenkung

$$x = v \Delta t.$$

Da $I_E = v I_p$ ist, nimmt auch der Energiestrom gleichmäßig zu, Abb. 19c. Dieselbe Überlegung wie vorher führt auf

$$E = \frac{1}{2} I_E \Delta t.$$

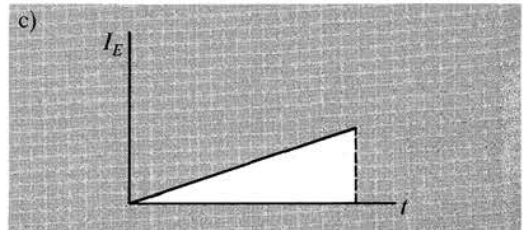
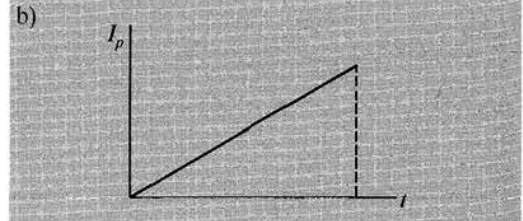
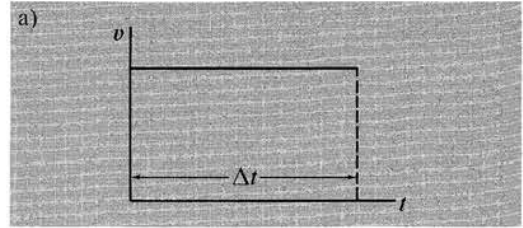


Abb. 19 Das Ende der Feder der Abb. 16b wird während der Zeit Δt mit konstanter Geschwindigkeit bewegt (a). Dabei nehmen Impulsstrom und Energiestrom zur Feder gleichmäßig zu (b und c).

Wir setzen wieder ein:

$$E = \frac{1}{2} I_E \Delta t = \frac{1}{2} v I_p \Delta t = \frac{1}{2} \frac{x}{\Delta t} Dx \Delta t.$$

$$E = \frac{1}{2} Dx^2.$$

3. Die Berechnung des Energieinhalts des dritten Speichers, Abb. 16c, ist leichter. Wir laden ihn, indem wir am Seil während eines Zeitintervalls Δt mit konstanter Geschwindigkeit $v = h/\Delta t$ ziehen, Abb. 20 a. Die Beziehung

$$I_p = g m$$

sagt uns, daß dabei auch die Impulsstromstärke konstant ist, Abb. 20b. Wegen $I_E = v I_p$ ist damit auch die Energiestromstärke während des Zeitintervalls Δt konstant, Abb. 20c, so daß $E = I_E \Delta t$ ist. Durch Einsetzen findet man

$$\begin{aligned} E &= v I_p \Delta t \\ &= \frac{h}{\Delta t} g m \Delta t. \end{aligned}$$

$$E = g h m.$$

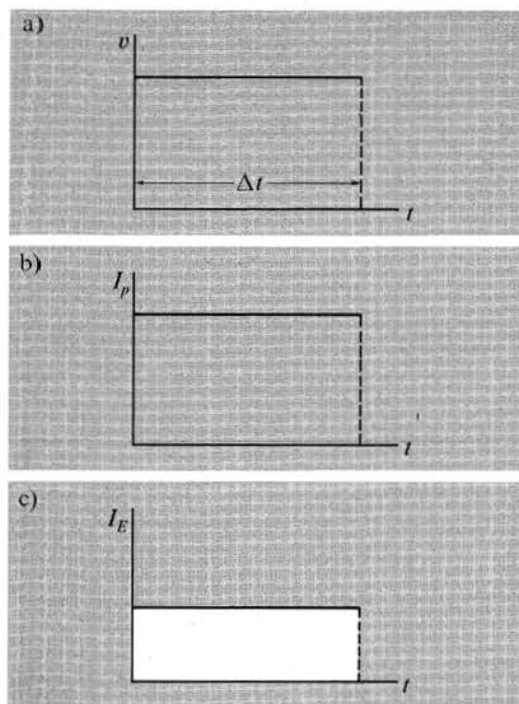


Abb. 20 Der Körper in Abb. 16c wird mit konstanter Geschwindigkeit nach oben bewegt (a). Dabei fließt durch das Seil ein konstanter Impulsstrom (b) und ein konstanter Energiestrom (c).

15. Freies Fallen und Fallen mit Reibung

In den aufgehängten Körper in Abb. 13 a fließt ein Impulsstrom hinein, der von der Erde kommt. Durch die Aufhängung fließt dieser Impuls wieder aus dem Körper heraus. Schneidet man die Aufhängung durch, so kann der Impuls nicht mehr abfließen. Der Impulsstrom von der Erde zum Körper hält aber an. Der Impuls des Körpers muß daher zunehmen – und das beobachtet man auch: Der Körper fällt nach unten.

Der Impulsstrom von der Erde zum Körper hat die Stärke $I_p = g m$, ist also zeitlich konstant. Daher ist der Impuls des Körpers $p = I_p t = m g t$.

Der Impuls des Körpers nimmt also gleichmäßig zu, Abb. 21a. Damit nimmt auch die Geschwindigkeit gleichmäßig zu:

$$v = \frac{p}{m} = \frac{m g t}{m}$$

$$v = g t .$$

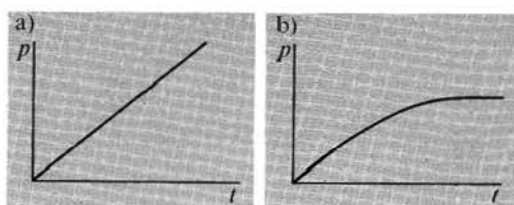


Abb. 21 a) Der Impuls eines frei fallenden Körpers nimmt gleichmäßig zu. b) Fällt der Körper in Luft, so gibt er mit zunehmender Geschwindigkeit immer mehr von dem aufgenommenen Impuls an die Luft weiter. Sein Impuls nimmt schließlich gar nicht mehr zu.

Bei einem frei fallenden Körper nehmen Impuls und Geschwindigkeit gleichmäßig zu: $p = m g t$ und $v = g t$.

Wir haben bisher so getan, als müsse sich der ganze von der Erde kommende Impuls im Körper ansammeln. Tatsächlich fließt aber, sobald sich der Körper bewegt, Impuls an die Luft ab. Man sagt, es gebe Luftreibung. Je höher die Geschwindigkeit ist, desto stärker ist dieser an die Luft abfließende Impulsstrom, der von der Erde kommt, vom Körper in die Luft ab, so daß der Impuls des Körpers nicht weiter zunimmt. Der Körper wird nicht mehr schneller, Abb. 21b. Das sieht man besonders gut bei großen leichten Gegenständen, zum Beispiel bei einem mit Luft gefüllten Ballon: Läßt man ihn los, so nimmt sein Impuls zunächst zu, nähert sich aber bald einem Grenzwert.

Ein Fallschirmspringer hat kurz vor dem Öffnen des Fallschirms einen großen Impuls. Nachdem der Fallschirm geöffnet wurde, fließt ein Impulsstrom an die Luft ab. Dieser ist größer als der, der von der Erde nachkommt. Der Impuls des Fallschirmspringers nimmt daher ab. Das bedeutet, daß seine Geschwindigkeit geringer wird. Damit nimmt aber auch die Luftreibung, d. h. der abfließende Impulsstrom ab. Diese Abnahme hört auf, wenn zu- und abfließender Impulsstrom gleich stark sind.

Wir betrachten noch die Energieströme beim Fallen. Solange sich ein Körper in großer Höhe befindet, ist viel Energie im Gravitationsfeld gespeichert. Beim Fallen fließt diese Energie aus dem Feld in den Körper. Die Energie des Körpers nimmt zu. Das sieht man daran, daß der Impuls größer wird. Der Inhalt des einen Speichers, nämlich des Gravitationsfeldes, nimmt ab. Dafür wird der andere Speicher, der Körper, gefüllt.

Im Fall, daß Reibung vorliegt, nimmt der Impuls und damit auch die Energie schließlich nicht

mehr zu. Trotzdem fließt weiterhin ständig Energie aus dem Feld heraus. Diese Energie wird dazu benutzt, die Luft beim Fallen zu erwärmen, sie fließt also in die Luft.

Beim freien Fallen fließt Energie aus dem Gravitationsfeld in den fallenden Körper. Wenn Reibung vorliegt, fließt ein Teil der Energie aus dem Feld über den Körper in die Luft. Dadurch wird die Luft erwärmt.

1. Wir haben vermieden, die komplizierte kinematische Größe Beschleunigung einzuführen. Statt zu sagen, die Beschleunigung ist konstant, sagen wir lieber: Die Geschwindigkeit nimmt gleichmäßig zu.

2. Man könnte bedauern, daß hier ein Satz wie „Ein Körper fällt, weil ihn die Erde anzieht“, keinen Platz mehr hat. Dieser Satz ist doch schließlich sehr einleuchtend. Wir glauben aber, es ist ebenso einleuchtend, wenn man sagt: „Von der Erde fließt Impuls (oder Schwung) auf den Körper, der Impuls des Körpers nimmt also zu“. Dieser zweite Satz ist eine Formulierung im Sinne einer Nahwirkungstheorie, nicht aber der erste.

3. Im Zusammenhang mit dem freien Fall wurden die gespeicherte Energie als Funktion der Höhe und der Impuls als Funktion der Zeit behandelt. Beide Beziehungen sind linear und anschaulich leicht zu fassen. Der Impuls oder die Geschwindigkeit als Funktion der Höhe und die Energie als Funktion der Zeit dagegen sind komplizierter. Sie wurden deshalb vermieden.

16. Impuls in drei Dimensionen

Bei den bisherigen Betrachtungen gab es positiven und negativen Impuls. Dabei haben wir uns auf eine ganz bestimmte Richtung festgelegt. Wir betrachten nun zwei gleiche Autos, die beide mit 60 km/h in zwei senkrecht aufeinanderstehenden Richtungen fahren, Abb. 22. Haben beide denselben Impuls? Sicher nicht. Die Impulse haben zwar denselben Betrag, aber da die Autos verschiedene Richtungen haben, sagen wir, auch die Impulse der Autos haben verschiedene Richtungen. Um den Impuls eines Körpers anzugeben, reicht es also nicht, anzugeben, wieviel Huygens er hat. Man muß zusätzlich noch die Richtung angeben. Wir sehen, daß es nicht nur positiven und negativen Impuls eines bestimmten Betrags gibt. Es gibt Impuls jeder beliebigen Richtung. Wir sa-

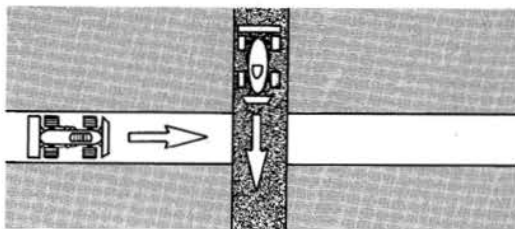


Abb. 22 Die Impulse der Autos sind vom gleichen Betrag, die Impulsrichtungen sind verschieden.

gen auch, es gibt verschiedene *Impulssorten*. Besonders bequem läßt sich der Impuls eines Körpers geometrisch durch einen Pfeil darstellen. Als Pfeilrichtung nimmt man die Bewegungsrichtung des Körpers, die Pfeillänge stellt den Impulsbetrag dar. Physikalische Größen, die man wie den Impuls durch Richtung und Betrag beschreiben kann, nennt man Vektoren.

Der Impuls ist ein Vektor. Er kann durch einen Pfeil dargestellt werden.

Stoßen zwei Körper mit unterschiedlichem Impuls zusammen, so ist der Impuls nach dem Stoß anders auf die Körper verteilt, als er es vorher war.

Haben die Impulsveile der Körper vor und nach dem Zusammenstoß dieselbe oder entgegengesetzte Richtung, so ist die Summe der Impulsweite vor dem Stoß gleich der Summe der Impulsweite nach dem Stoß. Impulse einer gemeinsamen Richtung werden addiert wie Zahlen. Was passiert aber, wenn zwei Körper mit ganz verschiedenen Impulssorten zusammenstoßen?

Wir betrachten zunächst zwei Körper, die nach dem Stoß zusammenkleben – etwa zwei Stabmagnete, die an zwei Fäden aufgehängt sind. Nach dem Stoß bilden die beiden Körper einen neuen, großen Körper, Abb. 23. Dieser große Körper

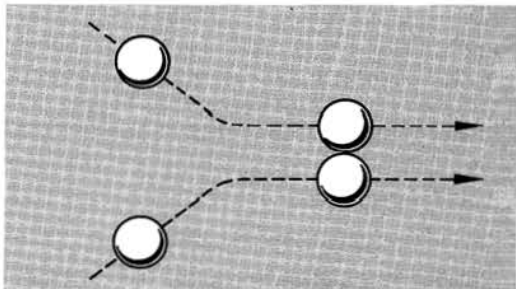


Abb. 23 Zwei aus verschiedenen Richtungen kommende Körper stoßen zusammen und bleiben aneinander hängen. Der so entstandene große Körper bewegt sich langsamer als jeder der beiden Einzelkörper von dem Stoß.

fliegt nach rechts weg, und zwar bewegt er sich langsamer als die beiden Einzelkörper vor dem Stoß. Es ist leicht, den Impuls dieses Körpers zu konstruieren: Man setzt die Impulspeile der Einzelkörper aneinander und verbindet den Anfang des einen mit dem Ende des anderen. Der so erhaltene Pfeil ist der Impuls des großen Körpers nach dem Stoß.

Was wir hier getan haben, nennt man Vektoraddition. Wir haben die Impulsvektoren der Körper vor dem Stoß addiert, um den Impulsvektor des Körpers nach dem Stoß zu erhalten. Für den Fall, daß alle beteiligten Körper vor und nach dem Stoß nur Impuls einer Sorte haben, geht die Vektoradditionsregel über in die Regel für die Addition von gewöhnlichen Zahlen oder Skalaren, wie man sagt. Läßt man zwei Körper gegeneinander stoßen, ohne daß sie nach dem Stoß aneinanderhängen, so muß die Vektorsumme der Impulse vor dem Stoß gleich der Vektorsumme der Impulse nach dem Stoß sein.

Es werden verschiedene Beispiele untersucht, etwa drei Körper, die aus drei symmetrischen Richtungen mit dem gleichen Impuls aufeinander zu kommen und aneinander hängen bleiben (zum Beispiel zwischen drei an der Decke aufgehängten Sandsäckchen).

Als konkrete Beispiele werden Autozusammenstöße und das Billardspiel diskutiert.

Zwei Vektoren werden addiert, indem man das Ende des zweiten an die Spitze des ersten hängt. Die Summe ist der Pfeil, der vom Ende des ersten zur Spitze des zweiten läuft.

17. Der Impulsstrom als Vektor

Aus der Tatsache, daß es verschiedene Impulssorten gibt, folgt, daß es auch verschiedene Sorten von Impulsströmen gibt. Zu jeder Impulssorte gibt es eine Impulsstromsorte. Abb. 24 zeigt, wie man einen Impulsstrom bildlich darstellen kann, so daß man sieht

- was für Impuls fließt,
- wieviel Impuls pro Sekunde fließt,
- welchen Weg der Impuls fließt.

Der Weg ist dem Impulsstrom durch die Anordnung vorgegeben. Wir stellen ihn durch eine mit einer Pfeilspitze versehene gestrichelte Linie dar.

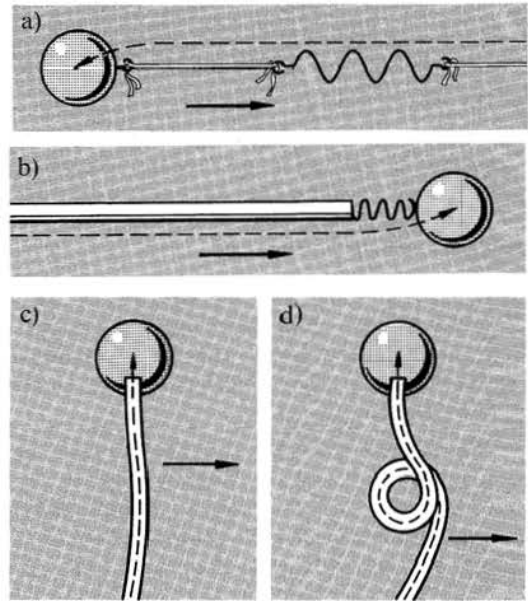


Abb. 24 In allen vier Teilbildern fließt (nach rechts weisender) Impuls in eine Kugel hinein. Die gestrichelte Linie deutet den Weg des fließenden Impulses an. Der dicke Pfeil neben jeder der Leitungen ist der Impulsstromstärkevektor. Seine Richtung ist die Richtung des fließenden Impulses, seine Länge gibt die Stromstärke an.

Falls in den impulsstromführenden Bauteilen kein Platz für diese Linie ist, wird sie ganz dicht daneben gezeichnet.

Außerdem wird neben den Weg ein Pfeil gezeichnet, dessen Richtung und Länge Richtung und Betrag des Impulsstromvektors angibt. Dieser Pfeil stellt wieder einen Vektor dar. Wir nennen ihn den Impulsstromstärkevektor.

Die Impulsstromstärke ist ein Vektor.

In Abb. 24 fließt in allen vier dargestellten Fällen nach rechts gerichteter Impuls durch die Leitung in den Körper. Deshalb nimmt auch der nach rechts gerichtete Impuls des Körpers zu. Man sieht, daß Leitungen, durch die der Impuls quer zu seiner eigenen Richtung fließt, unter Biegespannung stehen.

Statt zu sagen, durch die Leitungen in Abb. 24 fließe nach rechts gerichteter Impuls in die Körper hinein, kann man auch sagen, nach links gerichteter fließt aus den Körpern heraus (siehe dazu auch die Abb. 3 und 4).

Durch die Leitungen in Abb. 25 fließen Impulse verschiedener Richtungen.

Wir erkennen jetzt, daß uns eine Feder nicht nur die Impulsstromstärke und die Stromrichtung an-

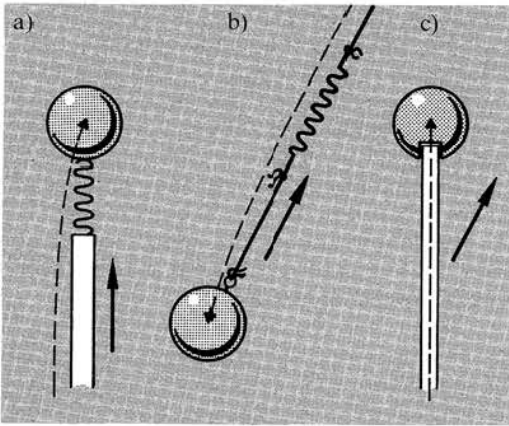


Abb. 25 In den Teilbildern a) und b) fließt Impuls anderer Richtungen als in Abb. 24. In c) fließt Impuls, der nicht dieselbe Richtung hat wie die Leitung. Man beachte, daß die Leitung hier nicht nur auf Druck oder Zug, sondern auch auf Biegung beansprucht ist.

zeigt. Sie sagt uns auch, was für Impuls durch sie hindurchfließt. Da sie keine Biegespannung aufnehmen kann, zeigt der Vektor des durchfließenden Impulses parallel zur Feder. Dasselbe gilt auch für Seile.

Durch Seile und Federn kann nur solcher Impuls fließen, der dieselbe Richtung hat wie das Seil bzw. die Feder.

In Abb. 26 ist der Impulsstrom in einem geschlossenen Stromkreis dargestellt. Was für Impuls fließt, erkennt man hier nicht an der Impulszunahme eines Körpers, sondern allein am Spannungszustand der Leitungen.

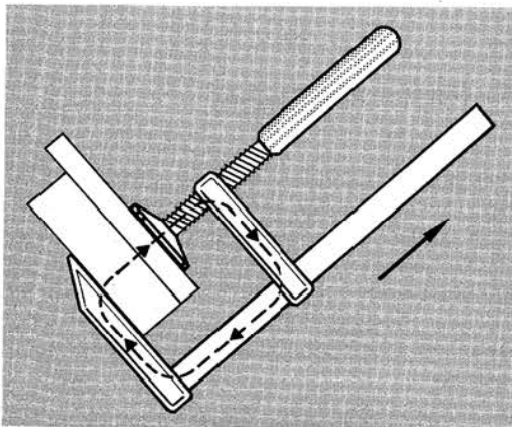


Abb. 26 Geschlossener Impulsstromkreis. Der strömende Impuls weist nach rechts oben.

1. Die zeichnerische Darstellung wurde bereits früher erläutert: Die orientierte gestrichelte Linie gibt an, wie die Flächen orientiert sind, auf die sich der Stromstärkevektor bezieht.

2. In der herkömmlichen Darstellung der Mechanik spricht man von Kräften, die auf einen Körper wirken. Die Aussage „auf einen Körper“ ist äquivalent zum Festlegen einer orientierten Fläche um den Körper herum, sie legt daher das Vorzeichen der Kraft eindeutig fest. Die ebenfalls anzutreffende Formulierung „in dem Seil herrscht eine Kraft von 100 N“ dagegen legt das Vorzeichen der Kraft nicht fest.

18. Noch einmal verzweigte Impulsstromkreise

In Abschnitt 12 wurden bereits verzweigte Impulsstromkreise diskutiert. Allerdings floß dort in allen Leitungen Impuls derselben Sorte. Abb. 27 zeigt nun eine Anordnung, bei der in jeder Leitung Impuls einer anderen Richtung, also einer anderen Sorte fließt. Daß das so sein muß, erkennt man daran, daß die Lampe an Seilen hängt: Durch Seile kann nur solcher Impuls fließen, der dieselbe Richtung hat wie das Seil. In unserem Beispiel fließt von der Erde nach unten weisender Impuls zur Lampe und von dort zum Knotenpunkt.

Im Knoten passiert nun etwas ähnliches wie bei einem Stoß, bei dem Körper 3 gegen zwei ruhende Körper 1 und 2 so stößt, daß der stoßende Körper

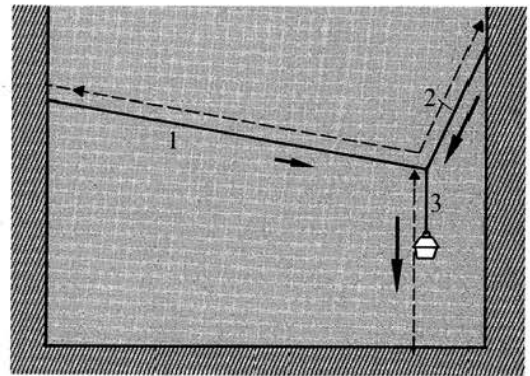


Abb. 27 Durch das Gravitationsfeld fließt ein Impulsstrom zur Lampe und von dort weiter zum Knotenpunkt. Hier verteilt sich der Strom auf die beiden Seile 1 und 2. In jedem der drei Seile fließt aber Impuls einer anderen Richtung.

nach dem Stoß ruht, Abb. 28. Der Impuls von Körper 3 hat sich auf die Körper 1 und 2 verteilt.

Ein ähnlicher Vorgang spielt sich auch in Abb. 29 ab. Drei auf dem Boden liegende Körper, etwa Holzklötze, sind durch Bindfäden miteinander verbunden. Körper 3 wird angeschoben. Sobald sich alle 3 Seile straffgezogen haben, fließt durch die Seile Impuls von Körper 3 auf die Körper 1 und 2. Da ein Seil nur solchen Impuls übertragen kann, der dieselbe Richtung hat wie das Seil, bewegen sich die beiden Körper 1 und 2 nach dem Stoß in Richtung der Seile, an denen sie angehängt sind. Daß alle Körper nach dem Übertragungsvorgang sehr schnell zur Ruhe kommen, liegt an der Reibung: Der Impuls fließt schnell in die Erde ab. Der Impuls, der von Körper 3 durch das Seil zum Knotenpunkt geflossen ist, hat sich im Knotenpunkt auf die beiden Seile 1 und 2 verteilt. Diese Aufteilung geschieht selbstverständlich nach den Regeln der Vektoraddition.

Im Fall der aufgehängten Lampe, Abb. 27, passiert nun genau dasselbe, nur hört hier der Impulsstrom nicht wieder auf zu fließen. In jeder Sekunde kommt durch Seil 3 eine bestimmte Menge Im-

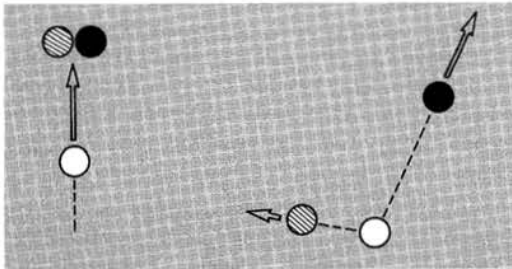


Abb. 28 Bei dem dargestellten Stoß treten drei Impulsvektoren auf. Jeder der drei Impulse hat eine andere Richtung.

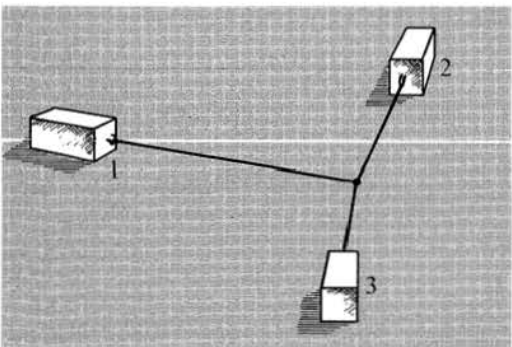


Abb. 29 Schubst man Körper 3 an, so spannen sich die Seile und es fließt Impuls von Körper 3 über den Knoten zu den Körpern 1 und 2. Der fließende Impuls hat dieselbe Richtung wie das entsprechende Seil.

puls im Knotenpunkt an, und in jeder Sekunde fließt durch die Seile 1 und 2 eine bestimmte Menge Impuls vom Knoten weg. Da sich im Knoten kein Impuls anhäuft, muß der durch Seil 3 zufließende Impuls gleich der Summe der durch die Seile 1 und 2 wegfließenden Impulse sein. Weil Impulsmenge pro Zeit = Impulsstromstärke ist, gilt das Entsprechende auch für die Stromstärken der drei Impulsströme. Wir können daher die Regel der Vektoraddition gleich auf die Stromstärken anwenden, Abb. 30.

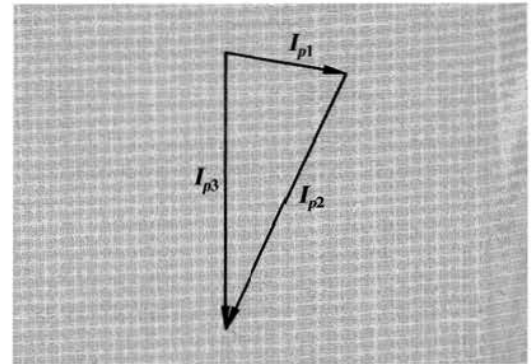


Abb. 30 Die Impulsstromstärkevektoren der Impulsströme, die in einem Knoten zusammenfließen, addieren sich zum Nullvektor.

Man sieht an dem Bild, daß man, wenn man die drei Seilrichtungen und einen der Stromstärkebeiträge kennt, die beiden anderen Stromstärkebeiträge berechnen kann.

Die Vektorsumme der Stromstärken der in einem Knotenpunkt hineinfließenden Impulsströme ist gleich der Vektorsumme der Stromstärken der herausfließenden Ströme.

19. Die Planetenbewegung

Zwischen zwei Körpern der Massen m_1 und m_2 fließt ein Impulsstrom. Je größer die Massen sind, desto größer ist die Stromstärke. Zwischen zwei gewöhnlichen Körpern auf der Erde ist der Impulsstrom so klein, daß man ihn nicht bemerkt. Ist aber einer der beiden Körper die Erde selbst, so ist der Impulsstrom beobachtbar: Er äußert sich im Gewicht.

Noch viel stärker ist der Impulsstrom zwischen der Sonne und jedem der Planeten. Er hat zur Folge, daß sich der Planet auf einer Ellipsenbahn um

die Sonne bewegt. Das Gebilde, das den Impuls von der Sonne zum Planeten leitet, ist das Gravitationsfeld. Das Gravitationsfeld verhält sich so, als wäre zwischen Sonne und Planet ein elastisches Seil gespannt. Durch das Seil fließt nämlich nur solcher Impuls, der die Richtung der Verbindungslinie zwischen Sonne und Planet hat, Abb. 31. Im Gegensatz zu einem gespannten Seil fließt

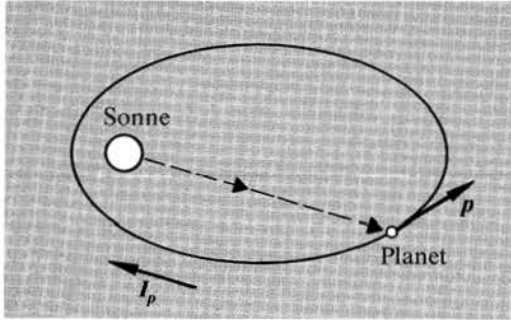


Abb. 31 Von der Sonne fließt ein Impulsstrom durch das Gravitationsfeld zu einem Planeten. Der fließende Impuls hat die Richtung der Verbindungslinie zwischen Sonne und Planet.

der Impuls aber nicht nur entlang der Verbindungslinie. Das Stromlinienfeld erstreckt sich vielmehr über den ganzen Raum. In Abb. 31 ist auch der Impuls des Planeten eingezeichnet.

Wenn nun ständig Impuls, dessen Pfeilspitze nach innen, zur Sonne hin zeigt, auf den Planeten fließt und sich zu dem Impuls des Planeten hinzuaddiert, so beschreibt der Planet eine zur Sonne hin gekrümmte Bahn, eine Ellipse. Durch diesen Impulsstrom ändert sich nicht nur ständig der Impuls des Planeten, sondern in demselben Maß auch der Impuls der Sonne. Auch die Sonne bewegt sich daher auf einer Ellipse. Da die Masse der Sonne aber viel größer ist als die des Planeten, bewirkt dieselbe Impulsänderung bei der Sonne eine viel kleinere Geschwindigkeitsänderung, so daß die Ellipse, die die Sonne beschreibt, viel kleiner ist als die des Planeten.

Zwischen zwei Körpern fließt ständig ein Impulsstrom. Er ist um so stärker, je größer die Massen der beiden Körper sind. Der fließende Impuls hat die Richtung der Verbindungslinie der beiden Körper.

Falk · Herrmann

NEUE PHYSIK

Herausgegeben von:

Gottfried Falk
Friedrich Herrmann

Das Energiebuch

Schülerbuch für den Physik / Chemie-Unterricht
im 5./6. Schuljahr

Bestell-Nr. 76090

Bearbeitet von:

Gottfried Falk
Friedrich Herrmann
Dieter Plappert
Verlagsredaktion Physik

Warum „Neue Physik“?

Physik als Unterrichtsfach in der Schule bedeutet, Physik als Teil einer Allgemeinbildung zu vermitteln. FALK und HERRMANN haben angesichts dieser Aufgabe eine Neudarstellung der Physik entwickelt, die folgenden Ansprüchen genügt:

- Sie ist schülergemäß, also begrifflich einfach und anschaulich und dabei doch wissenschaftlich exakt.
- Sie zeigt von vornherein strukturgleiche Gesetzmäßigkeiten unterschiedlicher Naturvorgänge auf und baut so auch Brücken zur Biologie und Chemie.
- Sie ist tragfähig von der Schule bis hin zur Hochschule.

Die physikalisch-didaktischen Vorstellungen von FALK und HERRMANN werden in der Schriftenreihe „Konzepte eines zeitgemäßen Physikunterrichts“ (bisher 5 Hefte) veröffentlicht.

Als Anfang einer geplanten Schulbuchreihe, die bis zur Sekundarstufe II reichen wird, wurde ein Lehrbuch für die Orientierungsstufe entwickelt. Dieses Buch liegt nun in dem „Energiebuch“ der Reihe „Neue Physik“ vor.

Das Energiebuch

Dem Titel gemäß spielt in diesem Buch die Energie die wesentliche Rolle. Zwei Gründe sind dafür maßgebend:

- Für ein Verständnis des Alltags, ja unserer ganzen Welt, ist die Energie von grundlegender Bedeutung.
- Die Energie ist bei vielen naturwissenschaftlichen Fragestellungen von zentraler Wichtigkeit.

Das „Energiebuch“ ist das Ergebnis einer 4jährigen Erprobung mit etwa 700 Kindern. Jeder Schüler ist dem Kurs 2 Jahre lang (im 5. und 6. Schuljahr) gefolgt. Der Kurs ist für einen Physik/Chemie-Unterricht mit 1 bis 2 Wochenstunden angelegt. Das Konzept dieses Anfangskurses wird ausführlich in Heft 3 der Schriftenreihe „Konzepte eines zeitgemäßen Physikunterrichts“ erläutert.

Das Lehrerheft

Bestell-Nr. 76091

Zum „Energiebuch“ gehört ein ausführliches Lehrerheft. Es gibt dem Lehrer wertvolle Hinweise zum didaktischen Aufbau. Es bietet eine praktische Unterrichtshilfe mit Beschreibungen der Experimente, möglichen Erweiterungsvorschlägen und schließlich Lösungen der Aufgaben.

Konzepte eines zeitgemäßen Physikunterrichts

ISSN 0722-7744

Heft 1: **Thermodynamik – nicht Wärmelehre, sondern Grundlage der Physik**

1. Teil: Energie und Entropie
ISBN 3-507-76081-9 56 Seiten (erschienen 1977)

Es wird ein Weg in die Physik vorgestellt, bei dem als Fundament Begriffsbildungen Verwendung finden, die traditionell zur Thermodynamik gezählt werden. Diese Begriffe, die im Laufe des letzten Jahrhunderts entwickelt worden sind, haben sich als besonders tragfähig erwiesen und erlauben eine weitgehend einheitliche Beschreibung der unterschiedlichsten Naturvorgänge. Sie eignen sich daher besonders gut dazu, die Grundlage der heutigen Physik zu bilden. Aus der Reihe dieser Begriffe werden hier zunächst die Größen Energie und Entropie behandelt. Wegen ihrer zentralen Rolle in der Physik werden sie nicht, wie es üblich ist, über komplizierte Hilfskonstruktionen, wie Kraft und Verschiebung oder Wärme und Temperatur eingeführt, sondern direkt und unter Betonung einer Anschaulichkeit, die auf einfachen Bilanzen beruht.

Heft 2: **Thermodynamik – nicht Wärmelehre, sondern Grundlage der Physik**

2. Teil: Das Größenpaar Menge und chemisches Potential
ISBN 3-507-76082-7 80 Seiten (erschienen 1978)

Mit diesem zweiten Heft wird das Generalthema des ersten fortgesetzt, nämlich zu zeigen, daß die traditionell zur Thermodynamik gerechneten Begriffe zu den Fundamenten der ganzen Physik gehören. Im ersten Heft ging es um die beiden Größen Energie und Entropie, hier geht es um die Größen Stoffmenge, oder kurz Menge, und chemisches Potential.

Heft 3: **Ein moderner Physikkurs für Anfänger und seine Begründung**

ISBN 3-507-76083-5 92 Seiten (erschienen 1979)

Es wird ein Weg in die Physik vorgestellt, der nicht nur den Ansprüchen der wissenschaftlichen Physik genügt, sondern überdies wirklichkeitsnaher und elementarer ist als die traditionellen Wege. Der Weg ist geeignet für Anfänger unterschiedlicher Schulbildung und Altersstufen und ist fortsetzbar bis zum Studium.

Heft 4: **Reaktionen in Physik, Chemie und Biologie**

ISBN 3-507-76084-3 112 Seiten (erschienen 1981)

In physikalisch konsequenter Sicht sind Reaktionen generell Vorgänge, die mit Wertänderungen der physikalischen Größe „Menge“ verknüpft sind. Die so charakterisierte Klasse von Vorgängen umfaßt gewohnte chemische Stoffumwandlungen ebenso wie Bewegungsvorgänge, elektrochemische Prozesse in Lösungen und elektronische in Festkörpern sowie den Zerfall und die Bildung der Elemente in Sternen, schließlich auch Vorgänge in biologischen Systemen. Die Art und Weise, wie diese Vorgänge im Rahmen der Allgemeinen Dynamik beschrieben werden, ist immer dieselbe, wobei neben der Größe Menge als zentrales Hilfsmittel vor allem der physikalische Begriff des chemischen Potentials dient. Die weitreichende Anwendungshäufigkeit dieser Größe auf der einen Seite und ihre einfache Anschaulichkeit auf der anderen wird an Beispielen und Problemstellungen der Physik, Chemie und Biologie auseinandergesetzt.

Heft 5: **Klassische Mechanik in moderner Darstellung**

ISBN 3-507-76085-1 88 Seiten (erschienen 1982)