

Praxis der Naturwissenschaften

Physik in der Schule

1995
bis
2009

Ausgewählte Aufsätze von

*Friedrich Herrmann, Holger Hauptmann, Michael Suleder,
Tobias Vorbach, Thilo Wünscher und Peter Würfel*

Computerunterstützte Modellbildung in der Wärmelehre

M. Pohlig und H. M. Strauch

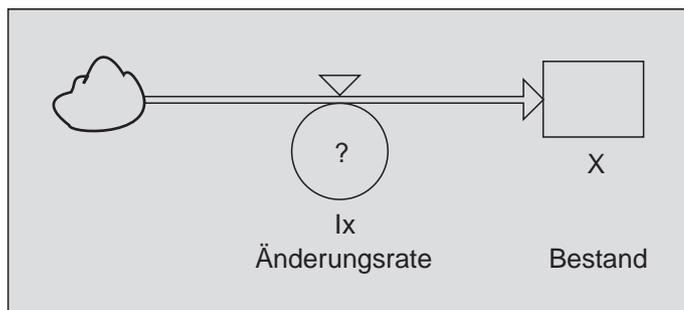
1 Dynamische Physik und computerunterstützte Modellbildung

Dieser Aufsatz soll an Beispielen aus der Wärmelehre zeigen¹⁾, wie ein Physikkurs, der auf mengenartigen Größen aufbaut, das Erlernen von computerunterstützter Modellbildung erleichtert und umgekehrt, der Umgang mit solchen Modellbildungssystemen das Physiklernen unterstützt. Der Karlsruher Physikkurs, im weiteren kurz KPK [2] genannt, ist ein Vertreter der genannten Klasse von Physikkursen.

In erster Linie wollen wir didaktische Anregungen geben und haben, damit die Lehrerin bzw. der Lehrer in seiner Wahl der Methodik nicht zu stark eingeschränkt ist, darauf verzichtet, die direkte Umsetzung in den Unterricht darzustellen. Auch wollten wir vermeiden, dass die „Didaktik des Werkzeuges“ von Fragen der Methodik überdeckt wird. Soviel sei doch gesagt: Das Werkzeug „computerunterstütztes Modellbildungssystem“ wird benutzt, um nicht triviale, quantitative Aussagen zu machen, die zunächst einmal die Alltagserfahrung bestätigen und somit dem Schüler Vertrauen in sein „physikalisches Weltbild“ stärken und andererseits Aussagen liefert, die anschließend im Experiment überprüft werden. Um diesen Forderungen Gewicht zu verleihen, haben wir an vereinzelt Stellen Messkurven aus unserem Unterricht beigefügt. Wie die Werte der in den Computermodellen vorkommenden Konstanten ermittelt werden können, wird in Abschnitt 7 aufgezeigt.

Wir verwenden die Software POWERSIM™ [3], mit der man Modelle mit Hilfe graphischer Symbole editieren kann. Zu diesem Vorteil kommt noch, dass die Fluss-Diagramm-Symbole, wie sie von POWERSIM™ benutzt werden, es leicht machen, eine anschauliche Vorstellung von mengenartigen Größen zu erzeugen. Im Modell (Abb. 1) erkennt man das Symbol für einen Bestand. Dieser repräsentiert eine Größe X z. B. die physikalische Größe Entropie. Ein Doppelpfeil zeigt aus einer Wolke in das Bestandsymbol. Ist X die Entropie, so steht der Doppelpfeil für den

Abb. 1: Einige POWERSIM™ -Symbole



Strom der Entropie, die angehäuft wird. Die Tatsache, dass der Doppelpfeil in einer Wolke beginnt, besagt, dass es für das Modell unerheblich ist, woher die Entropie kommt²⁾.

2 Vorkenntnisse der Schüler

So wie man in der Mechanik die Bewegung von Körpern mit den Größen Impuls und Geschwindigkeit beschreibt, so wählt man in der Thermodynamik ein entsprechendes Größenpaar: Die Entropie S und die Temperatur T . Wir zeigen die wichtigsten Regeln über Entropie und Temperatur, die für das Verständnis der folgenden Modelle wichtig sind. Die Regeln werden besonders einfach, wenn man die enge Beziehung zwischen dem Wort Wärme in der Alltagssprache und der physikalischen Größe Entropie ausnützt³⁾. (1) Je höher die Temperatur eines Körpers, desto größer sein Entropieinhalt. Das Symbol der Entropie ist S , das Symbol der Temperatur ist T ⁴⁾. Die Maßeinheit für Entropie ist Carnot, abgekürzt Ct⁵⁾. (2) Entropie strömt freiwillig von Stellen höherer zu Stellen niedrigerer Temperatur. Eine Temperaturdifferenz ist ein Antrieb für einen Entropiestrom. Für seine Stärke schreiben wir:

$$I_S = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad 6)$$

Er hängt von der Temperaturdifferenz zweier Orte ab und es gilt: Je höher diese Differenz ist, desto stärker ist der Strom von dem einen zum anderen Ort. Weiter hängt er von der Art der wärmeleitenden Verbindung ab. So setzt jeder Wärmeleiter einem Entropiestrom einen Widerstand R_S entgegen. Je höher der Wert dieses Widerstandes, umso kleiner wird der Entropiestrom zwischen den beiden Orten.

¹⁾ Für Beispiele aus anderen Teilbereichen der Physik siehe [1] und <http://www.pohlig.de>

²⁾ Nähere Informationen zu dem Modellbildungssystem sind ebenfalls auf der HomePage <http://www.pohlig.de> zu finden.

³⁾ Drei Grundsätze des KPKs:

1. Entropie von Anfang an.
2. Nütze die Mengenartigkeit der Entropie aus.
3. Nütze den Vorteil der Übereinstimmung des alltagsprachlichen „Wärme“ und der physikalischen Größe Entropie [4]

⁴⁾ T ist die Abkürzung für die absolute Temperatur. Ihre Maßeinheit ist Kelvin, abgekürzt K. Ist die absolute Temperatur eines Körpers 0 K, dann ist sein Entropieinhalt 0 Ct.

⁵⁾ Bei der Einheit 1 Ct handelt es sich um eine SI-kompatible Maßeinheit, von der im Verlauf des KPK gezeigt wird, dass 1 Ct = 1 J/K ist.

⁶⁾ Da $\Delta S/\Delta t$ die Änderung des Entropieinhaltes des Körpers darstellt, kann diese als Maß für den Strom in Körper nur dann verwendet werden, wenn wir Entropieerzeugung zunächst nicht zulassen.

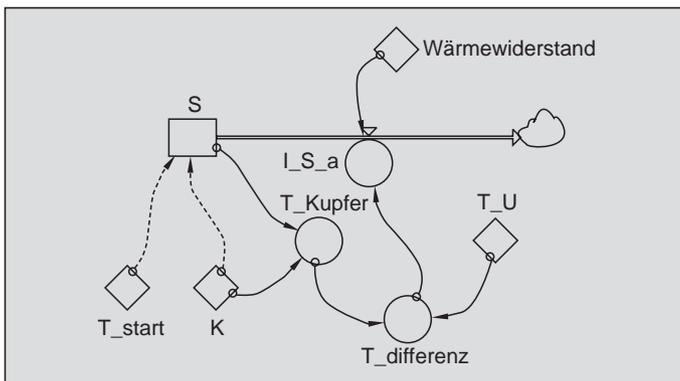
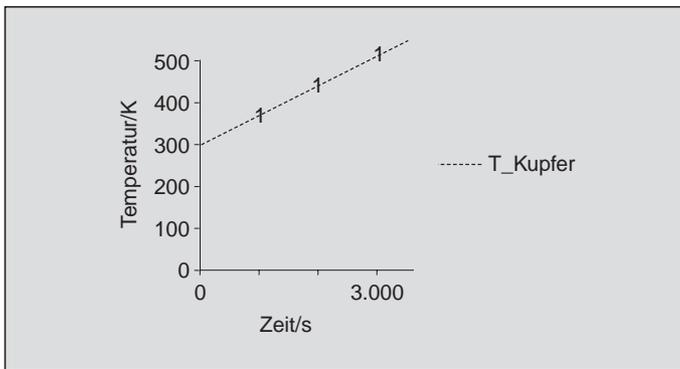
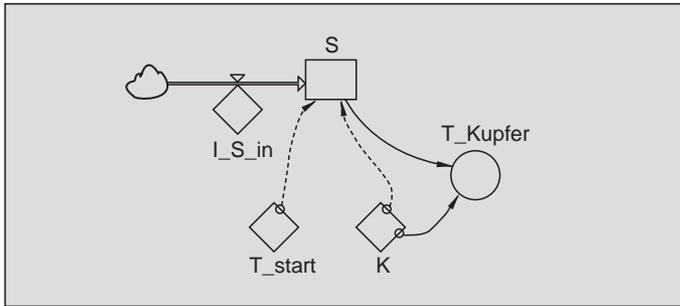


Abb. 2 (oben): Aufheizen eines Körpers. Die gepunktete Verbindungspfeile dienen lediglich dazu, den Startwert der Entropie für den ersten Schleifendurchgang zu berechnen.

Abb. 3 (Mitte): t - T -Diagramm. Im Programm gibt 3.000 für 3000 s an.

Abb. 4 (unten): Das Modell „Abkühlen von Körpers“

3 Das Ausgangsmodell „Heizen eines Körpers“

Schüler lernen, dass der Entropieinhalt eines Körpers mit der Temperatur steigt. Im „Normalfall“ sind S und T nicht zueinander proportional. Für feste Körper, wie z. B. Kupfer kann man mit guter Näherung

$$S = K \cdot T$$

annehmen (vgl. dazu Abschnitt. 8), was die Thermodynamik fester Stoffe gerade für Anfänger leichter macht. Dabei kann man die Variable K als eine Art Entropiekapazität⁷⁾

⁷⁾ Wissenschaftlich korrekt wird die Entropiekapazität C definiert durch:

$$C = \frac{\partial S(T, p, N)}{\partial T}$$

Unsere Art der Entropiekapazität ist analog zur Ladungskapazität eines Kondensators konstruiert. Während also die elektrische Ladungskapazität als Quotient $C = Q/U$ definiert ist, ist die Entropiekapazität üblicherweise als Differentialquotient definiert.

verstehen. Sie beschreibt den quantitativen Zusammenhang von Entropieinhalt eines Körpers und seiner Temperatur. Normalerweise ist K keine Konstante, sondern eher eine komplizierte Funktion. Für feste Körper ist K eine relativ einfache Funktion und ihr Wert kann mit guter Näherung als konstant angenommen werden, was die Thermodynamik für feste Stoffe gerade für Anfänger leichter macht.

Abb. 2 zeigt das Modell „Aufheizen eines Körpers“. Für 1 kg Kupfer z. B. ist K ungefähr 1,5 Ct/K. In den Modellen wollen wir also bei Kupfer bleiben. Wir starten bei einer Temperatur von $T = 290 \text{ K} \approx 20^\circ \text{ C}$. Die Stärke des Entropiestromes in den Körper wurde willkürlich auf 0,1 Ct/s gesetzt. Im Modell wird die Temperatur des Körpers definiert durch:

$$T := \frac{S}{K}$$

Abb. 3 zeigt die Zunahme der Temperatur. In 1 h = 3600 s steigt sie auf 530 K $\approx 260^\circ \text{ C}$. Das Modell ist aber unrealistisch, denn mit zunehmender Temperatur wird es immer schwieriger, die Entropie im Körper zurückzuhalten, wenn die Temperatur außerhalb des Körpers niedriger ist als im Körper selbst. Also müssen wir unser Modell modifizieren.

4 Das Modell „Abkühlen eines Körpers“

Bevor wir unser Modell der Realität anpassen, wollen wir zunächst noch ein anderes einfaches Modell betrachten: Das Abkühlen eines Körpers (Abb. 4). Wie schon beim ersten Modell verwenden wir wieder Kupfer mit der Masse 1 kg und starten bei einer Temperatur von $T_{\text{Cu}} = 530 \text{ K} \approx 260^\circ \text{ C}$. Die Umgebung hat die Temperatur $T_U = 290 \text{ K} \approx 20^\circ \text{ C}$. Wegen des Temperaturunterschiedes zwischen Innerem des Körpers und seiner Umgebung haben wir einen Antrieb für einen Entropiestrom aus dem Körper heraus. Er kühlt ab. Wir gehen dabei davon aus, dass die Entropie, die den Körper verlässt, in einen so großen Bereich verteilt wird, d. h., dass sie so verdünnt wird, dass ein Temperaturanstieg der Umgebung nicht gemessen werden kann. Für den Entropiestrom $I_{S,a}$ gilt

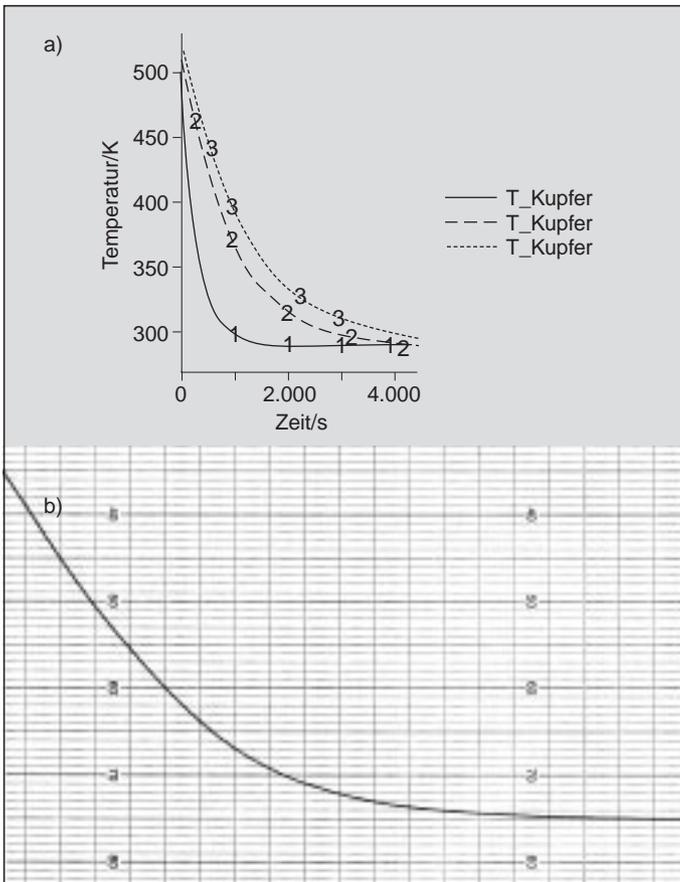
$$I_{S,a} = \frac{\Delta T}{R_S},$$

wobei ΔT die Differenz $T_{\text{Cu}} - T_U$ ist. Diese dem Ohm'schen Gesetz analoge Gleichung kann auf verschiedene Weisen gewonnen werden. Auf die möglichen unterrichtlichen Varianten soll hier nicht näher eingegangen werden.

Abb. 5a zeigt die Abkühlungskurven (t - T -Diagramme) für drei verschiedene Wärmewiderstände, d. h. der Körper wurde mit drei verschiedenen Materialien eingepackt. Geeignet gewählte Verpackungsmaterialien bestätigen im Experiment die vom Modell berechneten Kurven qualitativ (Abb. 5b).

5 Das realistischere Modell für das Aufheizen eines Körpers

Es ist prinzipiell schwierig, die in einem Körper angehäufte Entropie an ihrem Entweichen zu hindern, und dies wird um so schwieriger, je größer der Temperaturunterschied



konstanter Entropiestrom $I_{S,i} = I_{S_i} = 0,1 \text{ Ct/s}$ in den Körper lässt dessen Temperatur ansteigen (Abb. 7). Der Entropiestrom $I_{S,a} = I_{S_a}$ startet bei 0 Ct/s und steigt dann an, bis ein Fließgleichgewicht bei $I_{S,i} = I_{S,a}$ erreicht ist. Der Körper hat dann seine Grenztemperatur bei 350 K erreicht. Eine vergleichbare Situation haben wir beim Kühler eines Autos mit Kühlflüssigkeit vorliegen. Die Grenztemperatur entspricht der Betriebstemperatur des Motors. Wir gehen dabei davon ab, dass bei verschiedener Belastung des Motors der Entropiestrom in den Kühler unterschiedlich stark sein kann und ein Thermostat den Abfluss der Entropie so steuert, dass die Grenztemperatur immer im gewünschten Bereich bleibt. Für eine zweite Simulation wird unser Körper auf eine Temperatur von deutlich unter 290 K gebracht. Die Temperatur der Umgebung, der Entropiestrom in den Körper und der Wärmewiderstand sollen ihre Werte behalten. Abb. 8 zeigt, was geschieht: Wie bei der ersten Simulation steigt die Temperatur wieder auf die Grenztemperatur von ca. 350 K . Der Entropiestrom $I_{S,a} = I_{S_a}$ startet bei ungefähr $-0,15 \text{ Ct/s}$. Da zu Beginn der Simulation die Temperatur der Umgebung höher ist als die des Körpers, muss man zum konstanten Entropiestrom in den Körper noch einen weiteren hinzufügen, der ebenfalls in ihn hinein zeigt. Das Vorzeichen von $I_{S,a}$ ist zunächst negativ und wechselt dann zu positiv. Es liegt nahe, den Vorzeichenwechsel als Änderung der Richtung des Entropiestroms zu verstehen.

Abb. 7: t - T -Diagramme (a), t - I_{S_i} und t - I_{S_a} -Diagramm mit $T_{\text{start}} = T_{\text{Umgebung}} = 290 \text{ K}$. Ein konstanter Entropiestrom $I_{S_i} = 0,1 \text{ Ct/s}$ zeigt in den Körper (b). Bei $t = 4000 \text{ s}$ hat sich das thermische Gleichgewicht eingestellt. In diesem Gleichgewichtszustand hat der Körper eine Temperatur von ca. 350 K erreicht.

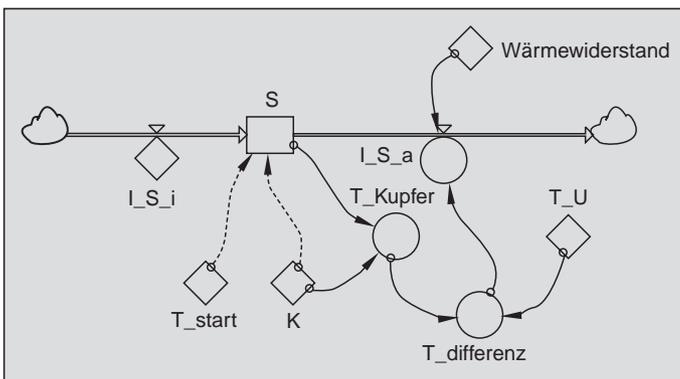


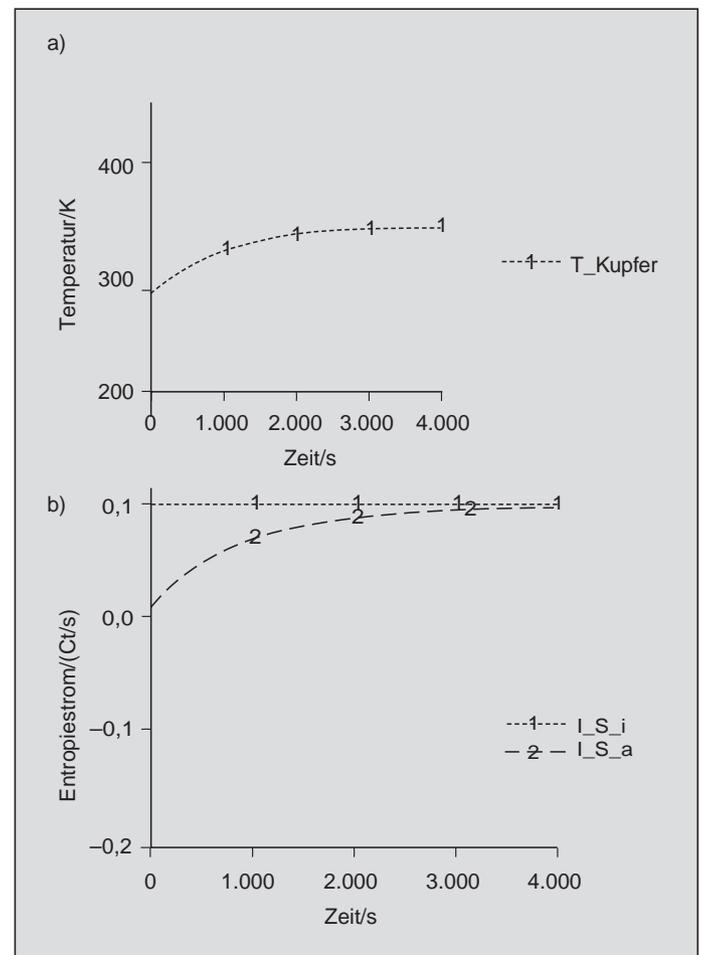
Abb. 5 (oben): t - T -Diagramme, $R_s = 200 \text{ Ks/Ct}$ -1-, $R_s = 600 \text{ Ks/Ct}$ -2-; $R_s = 800 \text{ Ks/Ct}$ -3- (a), t - T -Diagramm mit dem t - y -Schreiber aufgezeichnet (b)

Abb. 6 (unten): Das verbesserte Modell „Aufheizen eines Körpers“

zwischen aufgeheiztem Körper und Umgebung ist. Oder um ein Bild zu gebrauchen: In der Thermodynamik ist es schwierig, ja fast unmöglich, einen „Wassereimer ohne Löcher“ zu bauen⁽⁸⁾. Um ein realistischeres Modell des Heizens zu erhalten, müssen wir lediglich unsere beiden Modelle, nämlich das einfache „Heizen“ und das „Abkühlen“ miteinander kombinieren (Abb. 6).

In unserer ersten Simulation mit dem neuen Modell ist die Temperatur des Körpers gleich der Temperatur der Umgebung (290 K), d. h. zu Beginn der Simulation befinden sich Körper und Umgebung im thermischen Gleichgewicht. Ein

⁸⁾ Das ist ganz anders in der Elektrodynamik. In einem Kondensator kann man elektrische Ladung speichern, ohne dass man diese wieder verliert, vorausgesetzt, die Spannung zwischen den Platten ist nicht zu hoch. Der Grund dafür ist, dass man sehr effektive elektrische Widerstände (= Isolatoren) bauen kann. Die „Löcher in einem elektrischen Eimer“ sind also geschlossen. Es ist also viel einfacher, elektrische Ladung auf einem Körper längere Zeit zu halten als Entropie in einem Körper.



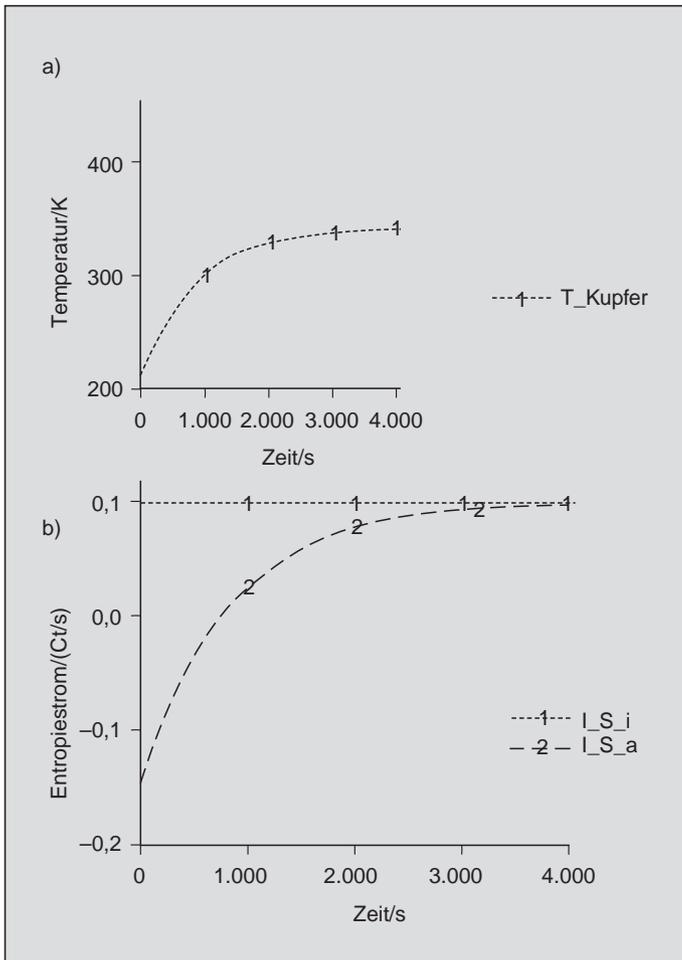


Abb. 8: Beim Start der Simulation hat der Körper eine niedrigere Temperatur als seine Umgebung und wird auf eine Temperatur über der Umgebungstemperatur aufgeheizt (a). Bei knapp unter 1000 s ändert der Entropiestrom $I_{S,a}$ seine Richtung und zeigt dann nicht mehr in den Körper, sondern aus dem Körper heraus (b).

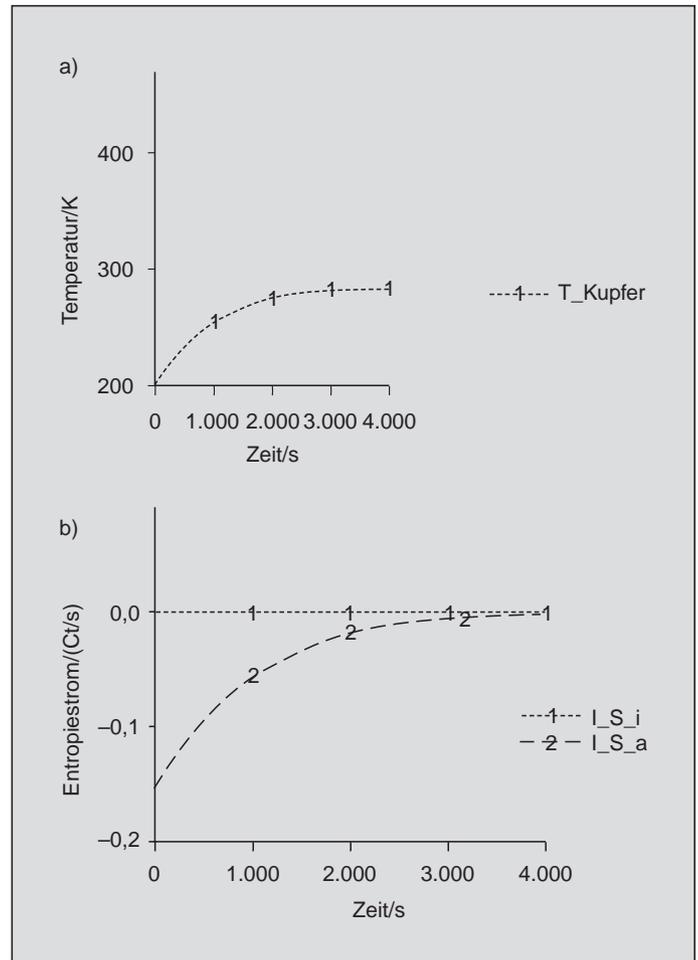


Abb. 9: Der Entropiestrom hat negatives Vorzeichen, $I_{S,a}$ zeigt also in den Körper. Doppelpfeil im Modell und Richtung des Stroms der physikalischen Größe sind entgegengesetzt.

Unsere Vermutung soll durch eine dritte Simulation erhärtet werden. Wir wählen die gleichen Bedingungen wie in der letzten Simulation, außer dass wir $I_{S,i} = 0$ setzen. Trotzdem wird der Körper geheizt. Das Resultat der Simulation deckt sich mit unserer täglichen Erfahrung (Abb. 9), denn die Temperatur steigt und die dafür nötige Entropie kann nur von außen kommen. Damit ist gesichert, dass ein Vorzeichenwechsel die Richtung des Stromes umkehrt. Hier zeigt sich ein weiterer Vorteil von Modellbildungssystemen: Stärke und Richtung von Strömen – hier des Entropiestroms – werden in einem Maße verdeutlicht, wie es im realen Experiment kaum geschehen kann. Stärke und Richtung von Strömen sind aber wichtig für das Verständnis von Fließgleichgewichten.

Unser Modell taugt auch für die auf den ersten Blick etwas ungewöhnlichere Situation, nämlich das Heizen eines Körpers, der zu Beginn eine höhere Temperatur hat als seine Umgebung. Abb. 10 zeigt: Der Entropiestrom aus dem Körper ist größer als der, der in ihn hineinzeigt. Somit kühlt er trotz des „Heizens“ ab und erreicht schließlich wieder die Grenztemperatur von ca. 350 K.

Diese Situation liegt z. B. vor, wenn ein Mensch im Winter, ohne ausreichende Kleidung, vom Warmen ins Kalte geht. Trotz der körpereigenen Heizung kühlt der Körper ab, bis ein Anstieg der eigenen Entropieproduktion⁹⁾ zusammen

mir geeigneter Kleidung wieder eine akzeptable Temperatur garantiert. Leistet im Extremfall Entropieproduktion und Kleidung (= Wärmewiderstand) nicht das Gewünschte, so kühlt der Körper so weit ab, dass er nicht mehr lebensfähig ist.

Die geschilderte Situation provoziert die Frage nach der Rolle der Wärmedämmung, also des Wärmewiderstandes. In einer weiteren Simulationsreihe starten wir jedes Mal im thermischen Gleichgewicht, d. h. Körper und Umgebung haben die gleiche Temperatur, z. B. 290 K (Zimmertemperatur). Beim zweiten und dritten Durchgang ändern wir den Wert des Wärmewiderstands: $R_{S,1} = 200 \text{ K}/(\text{Ct/s})$, $R_{S,2} = 600 \text{ K}/(\text{Ct/s})$, $R_{S,3} = 800 \text{ K}/(\text{Ct/s})$. Wie die Diagramme von Abb. 11 zeigen, ist die Grenztemperatur umso höher und wird umso später erreicht, je größer der Wärmewiderstand ist.

Was passiert nun, wenn der Wert des Wärmewiderstandes nach Erreichen eines Fließgleichgewichts erhöht wird? Abb. 12 zeigt das Ergebnis. Vergleichbar einem Fallschirmspringer, der vor und nach dem Öffnen seines Fallschirms zwei Grenzgeschwindigkeiten hat, gibt es hier zwei Grenztemperaturen. Nach Erreichen des ersten Fließgleichgewichts – der Entropiestrom in den Körper hat den gleichen Wert wie der abfließende – wird der Entropiewiderstand erhöht. Dadurch wird der Entropieabfluss drastisch reduziert. Da der zufließende Entropiestrom seinen Wert beibehält, steigt der Entropieinhalt und damit die Temperatur. Als Folge der ansteigenden Temperaturdifferenz nimmt

⁹⁾ Der Entropiestrom I_S ist hier durch eine Erzeugungsrate ersetzt, was an dem Modell prinzipiell nichts ändert.

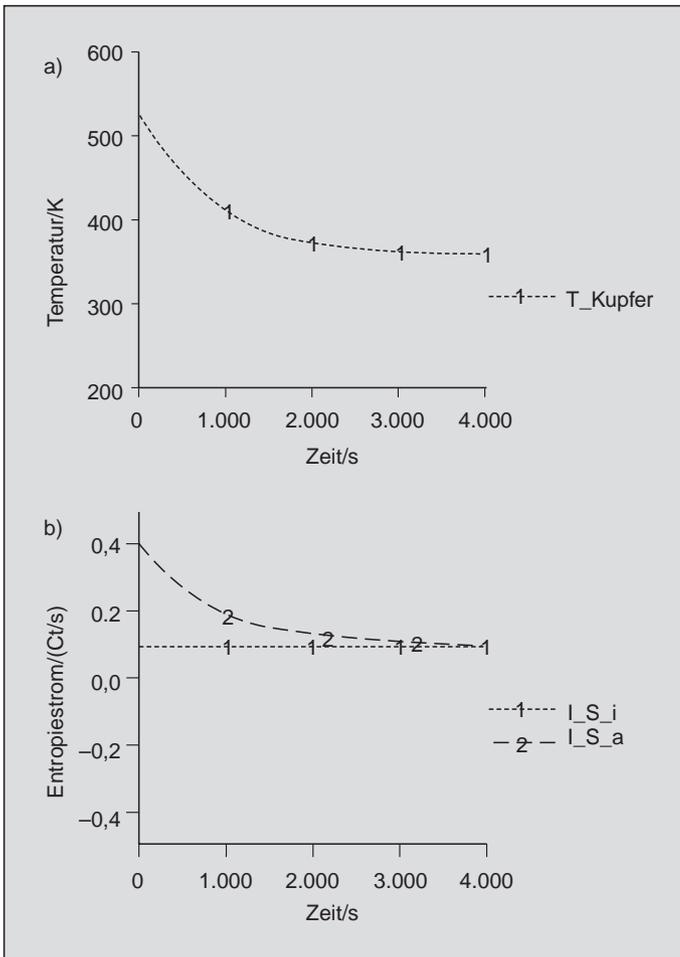


Abb. 10: Der Nettoentropiestrom ist negativ (b), so dass der Körper so lange abkühlt, bis er wieder eine Grenztemperatur von ca. 350 K erreicht hat (a)

der Entropieabfluss wieder zu, bis er schließlich den Wert des Zuflusses erreicht. Es stellt sich ein Fließgleichgewicht ein, jetzt aber bei einer höheren Temperatur. Auch zu diesem Modell gibt es einen interessanten Bezug zur Realität: Die globale Erwärmung unserer Erde

7 Globale Erwärmung

Das letzte Modell erklärt auch, warum die Erde bisher eine relativ konstante Durchschnittstemperatur halten konnte. An Stelle des Kupfers tritt die Erde. Mit dem Sonnenlicht strömt Entropie von der 6000 K heißen Sonnenoberfläche zur Erde. Dieser Entropiestrom entspricht $I_{S,i}$ in unserem Modell. Er kann als konstant angenommen werden. Die Atmosphäre, die unsere Erde umhüllt, spielt die Rolle des Wärmewiderstandes. Der Grund dafür, dass die Erde ihre Temperatur beibehält, liegt in einem zweiten Entropiestrom, der von der Erdoberfläche in den Weltraum zeigt. Auch dieser Entropiestrom wird von Licht getragen. Es handelt sich in diesem Fall um infrarotes Licht. Im Laufe der Geschichte unserer Erde hat sich ein Fließgleichgewicht bei einer Temperatur von ca. 290 K eingestellt. Eine Zunahme der Konzentration von Kohlenstoffdioxid und verschiedener anderer Treibhausgase erhöht den Wert des Wärmewiderstandes. In unserem Modell führt die Zunahme des Wärmewiderstandes zu einer Reduzierung des Entropieabflusses, so dass sich die Grenztemperatur erhöht.

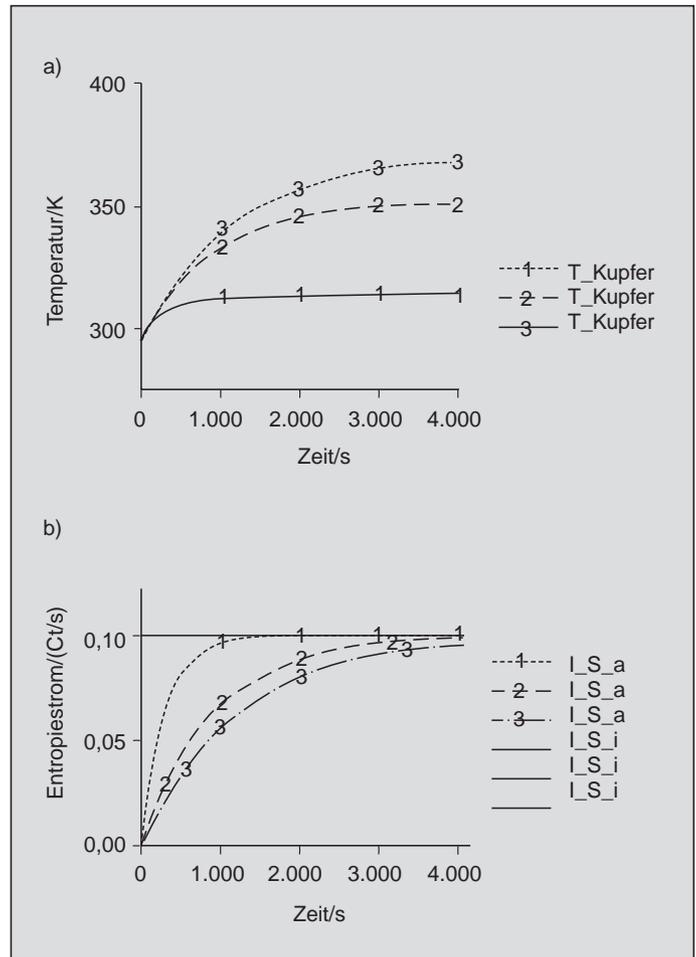


Abb. 11: Die t - T -Diagramme bei verschiedenen Wärmewiderständen (a). Zugehörige Entropiestromstärke bei $R_{S,1} = 200 \text{ K/(Ct/s)}$ -1-, $R_{S,2} = 600 \text{ K/(Ct/s)}$ -2- und $R_{S,3} = 800 \text{ K/(Ct/s)}$ -3-.

An dieser Stelle werden die Schüler für mögliche Konsequenzen einer CO_2 -Zunahme sensibilisiert, gleichzeitig auch auf die Grenzen des Modells aufmerksam gemacht. Sie lernen, dass die Übertragung auf die Situation unserer Erde problematisch ist, da das einfache Modell zu wenig Informationen enthält, um eine zuverlässige, quantitative Vorhersage über die klimatische Entwicklung machen zu können.

8 Über die Konstanten der Modelle

Konstanten spielen in Modellen eine wichtige Rolle. Ermittelt man sie aus Experimenten, so dienen die damit entworfenen Modelle dazu, im Alltag und im Physikunterricht gesammelte Erfahrungen qualitativ und auch quantitativ zu überprüfen. Bezieht man die Werte von anderer Stelle, so erlauben die Modelle Vorhersagen, die dann im Experiment überprüft werden können. Stimmen die Vorhersagen des Modells mit den Experimenten nicht überein, so ergeben sich fruchtbare Diskussionen über die Gültigkeitsgrenzen des jeweils verwendeten Modells. Es muss aber gleichzeitig kritisch erfragt werden, ob das vom Schüler erworbene physikalische Wissen einer Erweiterung oder gar einer Korrektur bedarf. Die in unserem Aufsatz verwendeten Modelle benutzen zwei Konstanten, deren Werte wir in den vorange-

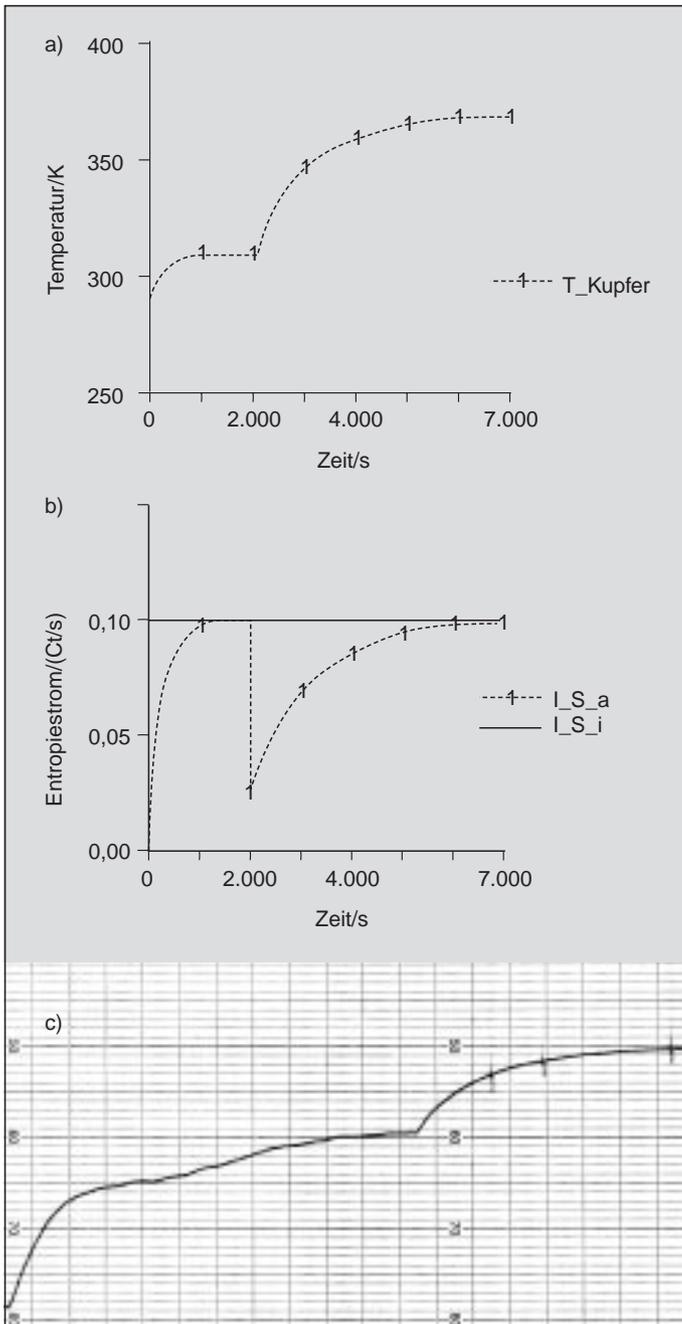


Abb. 12: Temperaturverlauf, wenn nach Erreichen eines thermischen Gleichgewichtes beim Heizen, der Wärmewiderstand abrupt erhöht wird (a). Zugehöriger Verlauf der Entropiestromstärke (b). Da sich Wasser für kontrolliertes Aufheizen besser eignet, wurde, abweichend von den Modellen, beim Experimentieren statt Kupfer Wasser aufgeheizt. Die Ergebnisse der Simulation lassen sich dann nur noch qualitativ mit denen des Experimentes (c) vergleichen.

gangenen Abschnitten zunächst willkürlich setzen. Es handelte sich dabei um die „Entropiekapazität“ K und den Wärmewiderstand. In Abb. 13 (aus [2]) ist für Kupfer mit der Masse 1 kg eine Ursprunggerade eingezeichnet, die in erster Näherung den Zusammenhang zwischen Entropieinhalt und Temperatur beschreibt. Man kann für diese (spezifische) „Entropiekapazität“ K einen ungefähren Wert von $C = 1,5 \text{ Ct/K}$ ablesen. Eine tiefere Untersuchung von Entropieinhalt und Temperatur wird geradezu provoziert und ist beabsichtigt. Da Wärmewiderstand R_S und elektrischer Widerstand R_O gleich „gebaut“ sind¹⁰⁾, nämlich $R_O =$

¹⁰⁾ Der Zusammenhang von Antrieb und Stärke von Strömen mengenartiger Größen spielt im KPK eine zentrale Rolle. Gleich, um welche mengenartige Größe X es sich handelt, für den Wert eines Widerstandes gilt $R_X = \text{Antrieb}/I_X$.

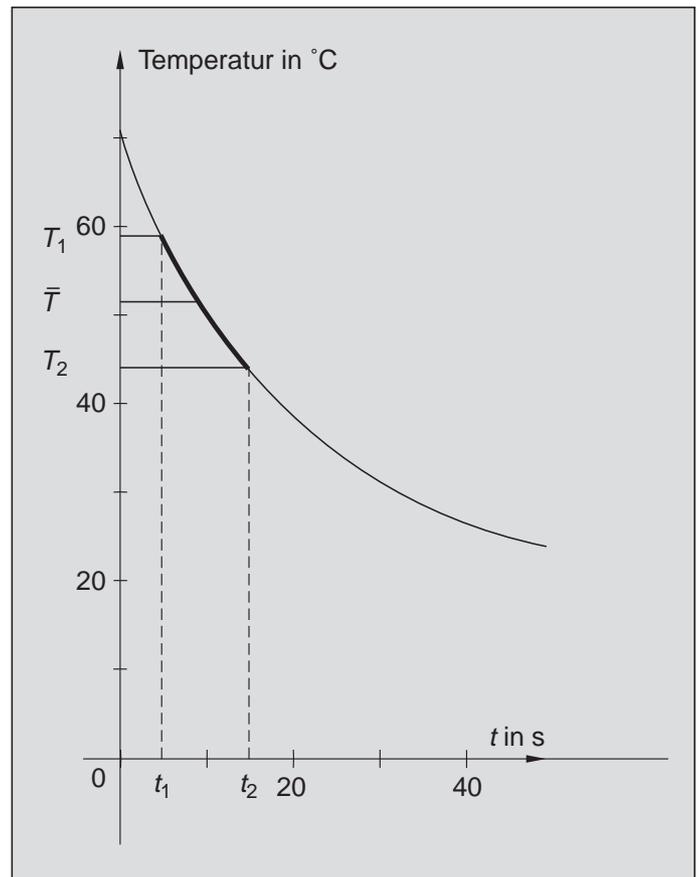
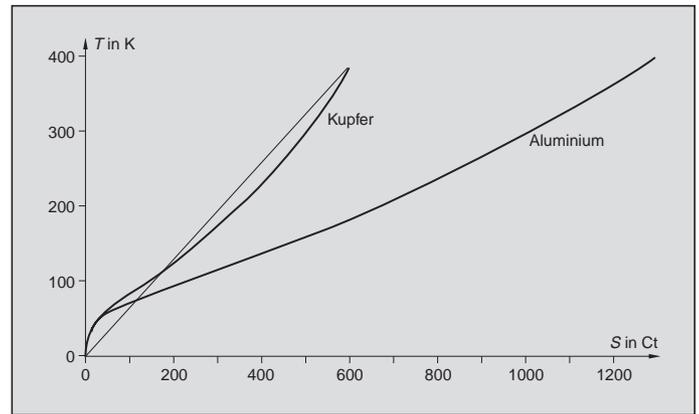


Abb. 13 (oben): Zusammenhang von Entropie und Temperatur bei 1 kg Kupfer und 1 kg Aluminium.

Abb. 14 (unten): t - T -Diagramm zur Bestimmung des Wärmewiderstandes. Aus den Temperaturen, die in $^{\circ}\text{C}$ gemessen sind, können durch einfaches Umrechnen die absoluten Temperaturen T_1 und T_2 und mit K die zugehörigen Entropieinhalte S_1 und S_2 ermitteln.

U/I_O für den elektrischen Widerstand und $R_S = \Delta T/I_S$ für den Wärmewiderstand, fragt man, ob es auch entsprechende Methoden für die Bestimmung der Widerstandswerte R_S und R_O gibt. Eine praktikable, aber etwas ungewohnte Methode, den Wert eines elektrischen Widerstand zu messen, wäre, ihn aus der Aufnahme einer Entladungskurve eines Kondensators mit bekannter elektrischer Ladungskapazität zu bestimmen, wenn dieser über den Widerstand entladen wird. Die gleiche Methode, nun angewandt, um den Wärmewiderstand zu messen, ist praktikabel, aber nicht mehr ungewohnt.

Um den Wärmewiderstand R_S zu bestimmen, betrachten wir Abb. 14. Sie zeigt eine typische Abkühlkurve. Aus den Temperaturen, die in $^{\circ}\text{C}$ gemessen sind, können durch einfaches Umrechnen die absoluten Temperaturen T_1 und T_2

bestimmt werden. Aus diesen Temperaturen unter zu Hilfenahme von K lassen sich die zugehörigen Entropieinhalte S_1 und S_2 ermitteln. Wir wählen ein kurzes Zeitintervall, in dem mit guter Näherung der Entropiestrom als konstant angenommen werden kann. Für den Antrieb ΔT des Entropiestroms gilt dann

$$\Delta T = \bar{T} - T_U = \frac{T_1 + T_2}{2} - T_U$$

Hier ist \bar{T} die mittlere Temperatur des Körpers beim Abkühlen. Der Wert des Wärmewiderstandes ergibt sich aus den Messwerten zu:

$$R_S = \frac{\Delta T}{I_S} = \frac{\bar{T} - T_U}{\frac{S_1 - S_2}{t_1 - t_2}} = \frac{\bar{T} - T_U}{\frac{K(T_1 - T_2)}{t_1 - t_2}} = \frac{(t_1 - t_2)(\bar{T} - T_U)}{K(T_1 - T_2)}$$

Literatur

[1] *M. Pohlig, H. M. Strauch*: Bewegungen im KPK mit Modus, zwei ausgewählte Beispiele, PdN-Ph 7/44 Jg. 1995.
 [2] Unterrichtsmaterialien (Schüler- sowie Lehrerbegleithefte) zum Karlsruher Physikkurs können über den Aulis-Verlag und in Baden-Württemberg über LEU in Stuttgart bezogen werden
 [3] PowerSim: The Complete Software Tool for Dynamic Simulation; Powersim erfordert win3.1x, win95, win98 oder winNT, ModellData AS; P.O. Box 206, N-5100 Isdalstø, Norway, E-mail: powersim@modeld.no
 [4] *F. Herrmann*: Teaching thermodynamics: Entropy from the Beginning; Proceedings of the Taormina Conference on Thermodynamics, Taormina, Italy, 18-22 February 1991; Atti Accademia Peloritana dei Pericolanti Classe I de Scienza Fis. Mat. e Nat. Vol LXX (1992) – Supplemento N. 1

Anschriften der Verfasser:

Michael Pohlig, Schaafweide 21, 76467 Bietigheim, *Hans Michael Strauch*, Lincolnstr. 32, 67434 Neustadt

Computerunterstützte Modellbildung in der Wärmelehre

M. Pohlig und H. M. Strauch

Es wird gezeigt, wie ein Physikunterricht, der in der Wärmelehre die Entropie neben der Temperatur als zentrale Begriffe vermittelt und, unterstützt durch ein Modellbildung wie POWERSIM™, physikalische Sachverhalte vermitteln kann, deren unterrichtliche Behandlung ohne ein computerunterstütztes Modellbildungssystem zu schwierig sind, obwohl sie der täglichen Erfahrung einer Schülerin / eines Schülers sehr nahe kommen. Die vorgestellte Aufsatz geht von den elementaren Modellen des Heizens und Abkühlens von Körpern aus, macht Fließgleichgewichte verständlich und zeigt schließlich ein einfaches Modell für eine globale Erwärmung der Erde.

PdN-Ph. 2/49, S. XX

Analogien in der Elektrodynamik mit FieldLab

H. Hauptmann, F. Herrmann, M. Suleder

1 Einleitung

Ein Atlas enthält Bilder der Erdoberfläche: physische Karten, politische Karten, Straßenkarten, geologische und klimatologische Karten, Karten, die Völkerwanderungen oder Kriege wiedergeben, Karten, aus denen die Verteilung von Industrie und Landwirtschaft hervorgeht, Karten zur Ökologie und zu Touristenströmen. Neuerdings gibt es auch Atlanten mit Satellitenphotos, also „richtigen“ Bildern der Erdoberfläche. Jede dieser Karten vermittelt einen anderen Eindruck vom dargestellten Gegenstand. Es ist bemerkenswert, dass man, wenn man eine konkrete Frage hat, meist nicht zum Satellitenbild greift, denn dort findet man die gewünschte Information entweder gar nicht, oder sie ist nur mit Mühe zu erkennen. Die nicht fotografierten Bilder sind wertvoller, weil sie etwas zeigen, was man in Wirklichkeit nicht sehen kann.

Felder sind von vornherein unsichtbar. Aber auch von ihnen kann man Bilder machen, und man kann Felder, wie die Erdoberfläche, auf unterschiedliche Arten bildlich darstellen. Auch hier entstehen, je nach Wahl der Darstellung, sehr unterschiedliche Eindrücke. Man kann auch bei Feldern durch geschickte Wahl des Darstellungsverfahrens erreichen, dass sich der Betrachter eine einfache und klare Vorstellung vom dargestellten Gegenstand macht. Ebenso wie einer Karte im Atlas, kann man auch einem Feldbild oft auf einen Blick ansehen, was sich in Worten nur sehr umständlich ausdrücken ließe.

Wie kann man ein Bild von einem Feld herstellen?

Zunächst hat man die Wahl, welche physikalische Größe dargestellt werden soll. Im Falle des magnetischen Feldes etwa die magnetische Feldstärke, die magnetische Induktion, die Magnetisierung, das magnetische Skalarpotenzial, das magnetische Vektorpotenzial oder die Energiedichte.

Außerdem hat man die Wahl zwischen verschiedenen grafischen Methoden. Skalare Feldgrößen, wie das Skalarpotenzial oder die Energiedichte, kann man darstellen durch Flächen (im Zweidimensionalen Linien), auf denen die Größe einen konstanten Wert hat. Man kann sie auch darstellen durch einen Grauverlauf oder Farbverlauf, oder auch durch einen 3D-Plot.

Vektorielle Feldgrößen, wie die Feldstärke, die Magnetisierung oder das Vektorpotenzial, kann man darstellen entweder durch Feldlinien, oder durch die Orthogonalflächen zu den Feldlinien (im Zweidimensionalen Orthogonallinien), aber auch durch Vektorpfeile, die auf einem quadratischen Gitter angeordnet sind, oder durch einen Grauverlauf, der nur den Betrag der vektoriellen Größe wiedergibt.

Tatsächlich ist die Vielfalt der Darstellungsverfahren, die man in den Lehrbüchern von Schule und Hochschule antrifft, nicht sehr groß. Das Standard-Darstellungsverfahren ist das Feldlinienbild. Nur für elektrostatische Felder wer-

den gelegentlich die Orthogonalflächen, die hier Äquipotenzialflächen heißen, gezeichnet. Auch Computerprogramme beschränken sich gewöhnlich auf die Darstellung von Feldlinien und Äquipotenzialflächen. Wir haben uns so an die Feldlinienbilder gewöhnt, dass uns die Frage nach Alternativen gar nicht mehr in den Sinn kommt.

In diesem Artikel wird gezeigt, welche Vorteile verschiedene Darstellungen von Feldern haben. In Abschnitt 2 wird dafür plädiert, außer den Feldlinien, stets auch die Orthogonalflächen darzustellen. Man sieht auf diese Art nicht nur, wo sich die Flussquellen des Feldes befinden, d. h. die Stellen, an denen das Feld Divergenzen hat, sondern man erkennt auch auf einen Blick die Lage der Wirbelquellen, d. h. die Stellen, an denen die Rotation von null verschiedene Werte hat. Außerdem wird eine weit gehende Analogie innerhalb der Elektrodynamik deutlich. In Abschnitt 3 wird die Analogie auf den Fall ausgedehnt, dass Influenzerscheinungen auftreten. Eine Analogie etwas anderer Art, nämlich die zwischen Weichmagnet und Supraleiter, wird in Abschnitt 4 erläutert.

Die Bilder in diesem Artikel wurden mit dem Programm FieldLab, das an unserem Institut entwickelt worden ist, hergestellt [1]. FieldLab wird in Abschnitt 5 vorgestellt. Abschnitt 6 enthält weitere Beispiele von mit FieldLab erstellten Bildern.

2 Flussquellen und Wirbelquellen

Wir beschränken uns auf die Betrachtung von stationären Feldern, und zwar entweder nur elektrischen oder nur magnetischen. Mit stationär ist gemeint: Die Feldstärke ändert sich nicht mit der Zeit. Stationär ist also nicht gleich statisch. Unter einem elektrostatischen Feld versteht man ein elektrisches Feld, das als Quellen nur ruhende elektrische Ladungen hat. Zu den stationären elektrischen Feldern dagegen gehören auch solche Felder, die durch eine magnetische Flussänderung zustande kommen, vorausgesetzt, die Zeitableitung der magnetischen Induktion ist zeitlich konstant. Nimmt der elektrische Strom in einer Spule gleichmäßig zu, so ist an jedem Ort $\partial \vec{B} / \partial t = \text{const.}$ Damit ist auch das induzierte elektrische Feld überall zeitlich konstant.

2.1 Fluss- und Wirbelquellen im elektrischen Feld

Man kann jedes stationäre elektrische Feld in zwei Anteile zerlegen, je nachdem, welche „Quellen“ das Feld hat. Mit Quelle ist ein anderes System gemeint, mit dem das elektrische Feld unlösbar verbunden ist.

Die eine Art von Quellen sind die elektrischen Ladungen, also Stellen mit

$$\rho \neq 0.$$

Hier ist ρ die elektrische Ladungsdichte. Wir verstehen unter Ladung nicht nur die so genannte freie Ladung, sondern auch die „gebundene“, d. h. die Ladung, die an der Oberfläche eines polarisierten Dielektrikums sitzt. Wir nennen die elektrischen Ladungen die *Flussquellen* des Feldes. Wegen der dritten maxwellschen Gleichung

$$\operatorname{div} \vec{E} = \rho / \epsilon_0 \quad (1)$$

erkennt man die Flussquellen im Feldlinienbild daran, dass dort Feldlinien beginnen oder enden, Abb. 1a.

Die andere Art von Quellen, die *Wirbelquellen*, sind die Stellen, an denen sich die magnetische Induktion \vec{B} zeitlich ändert, also Stellen mit

$$\partial \vec{B} / \partial t \neq 0.$$

Für die Wirbelquellen gilt die zweite maxwellsche Gleichung

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \quad (2)$$

Wo die Wirbelquellen sitzen, erkennt man am Feldlinienbild aber nur schlecht. Geschlossene Feldlinien deuten zwar darauf hin, dass irgendwo im Innern Wirbelquellen liegen müssen, Abb. 1a. Den genauen Ort der Wirbelquellen sieht man dem Bild aber nicht an.

Statt der Feldlinien kann man nun auch die zu den Feldlinien orthogonalen Flächen zeichnen. Wir wollen sie *Feldflächen* nennen. Im Gegensatz zum Feldlinienbild sieht man dem Feldflächenbild sehr deutlich an, wo die Wirbelquellen sitzen: dort wo die Feldflächen enden, Abb. 1b. Dafür sieht man einem solchen Bild nicht so gut an, wo sich die Flussquellen befinden.

Am besten ist es daher, man zeichnet beide: Feldlinien und Feldflächen, Abb. 1c. Die Feldlinien sind hier und im Folgenden schwarz, die Feldflächen grau dargestellt.

Da Abbildungen zweidimensional sind, wählt man als Beispiele gewöhnlich Anordnungen von Fluss- und Wirbelquellen, die senkrecht zur Zeichenebene Translationssymmetrie haben. Das ist auch bei Abb. 1 der Fall. Eine Flussquelle ist hier ein unendlich dünner mit Ladung belegter Draht, der senkrecht zur Zeichenebene liegt. Das Bild stellt gewissermaßen das Feld einer Punktladung im Zweidimensionalen dar. Eine punktförmige Wirbelquelle im Zweidimensionalen erhält man, indem man sich eine unendlich dünne Spule senkrecht zur Zeichenebene vorstellt, in der man eine zeitlich konstante magnetische Flussänderung erzeugt.

Schon *Maxwell* [2] benutzte durchweg die Darstellung der Felder mit Feldlinien und Feldflächen, Abb. 2. Man ist heute geneigt, dieses Darstellungsverfahren auf den Fall elektrostatischer Felder zu beschränken. Das Argument lautet etwa so: „Die Orthogonalflächen sind Äquipotenzialflächen. In Wirbelfeldern kann man aber kein Potenzial definieren, also haben auch die Äquipotenzialflächen keinen Sinn.“ Tatsächlich kann man aber die Orthogonalflächen in jedem Fall zeichnen. Man kann zwar den einzelnen Flächen nicht mehr unbedingt einen Potenzialwert zuordnen, aber

¹⁾ Gewöhnlich schreibt man die 3. maxwellsche Gleichung so: $\operatorname{div} \vec{D} = \rho_{\text{frei}}$. Nun gilt für die Polarisation \vec{P} : $\operatorname{div} \vec{P} = -\rho_{\text{gebunden}}$. Mit der allgemein gültigen Beziehung $\epsilon_0 \vec{E} = \vec{D} - \vec{P}$ erhält man daraus $\epsilon_0 \operatorname{div} \vec{E} = \operatorname{div} \vec{D} - \operatorname{div} \vec{P} = \rho_{\text{frei}} + \rho_{\text{gebunden}}$. Bezeichnen wir die Gesamtladungsdichte $\rho_{\text{frei}} + \rho_{\text{gebunden}}$ mit ρ , so erhalten wir $\epsilon_0 \operatorname{div} \vec{E} = \rho$.

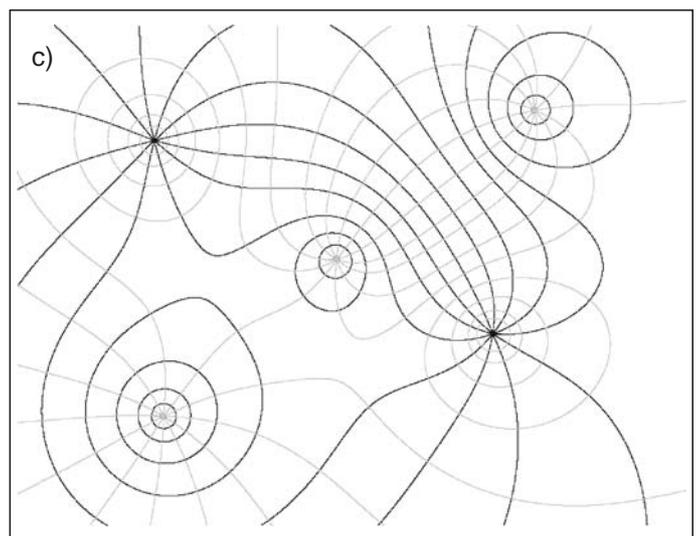
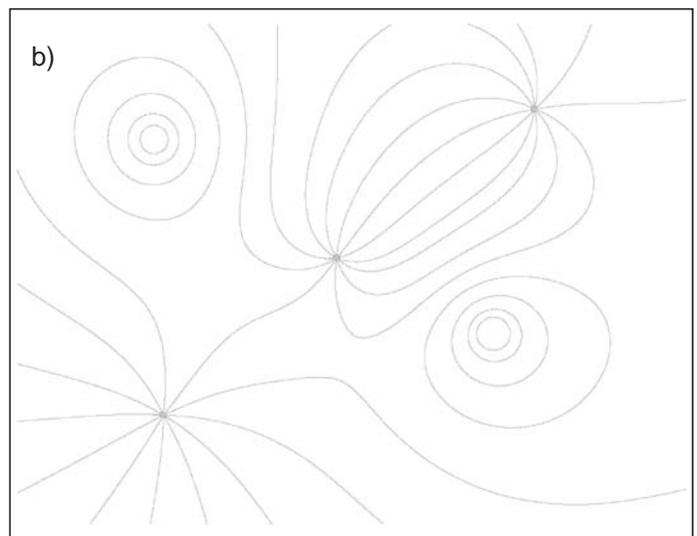
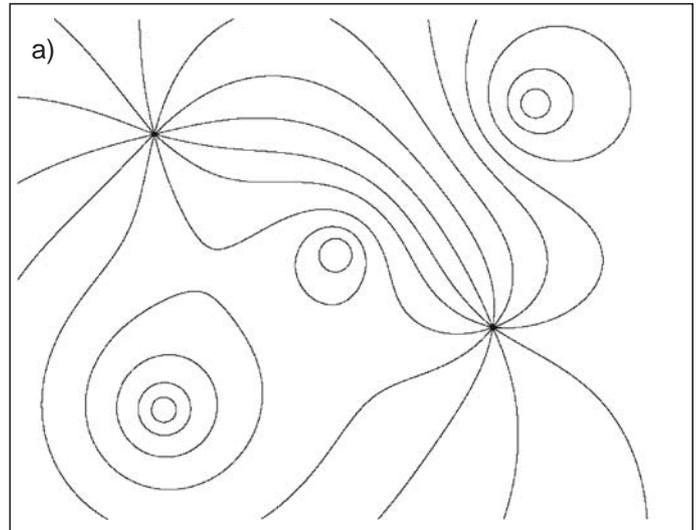


Abb. 1: Elektrisches Feld mit zwei punktförmigen Flussquellen und drei punktförmigen Wirbelquellen, (a) Feldlinien, (b) Feldflächen, (c) Feldlinien und -flächen

das ändert nichts an der Nützlichkeit einer solchen Darstellung. Gerade bei Wirbelfeldern sind die Feldflächen besonders aussagekräftig, weil man aus ihnen die Verteilung der Wirbelquellen ablesen kann. Es nimmt übrigens auch niemand daran Anstoß, dass man den Feldlinien nicht Werte irgendeiner physikalischen Größe zuordnen kann.

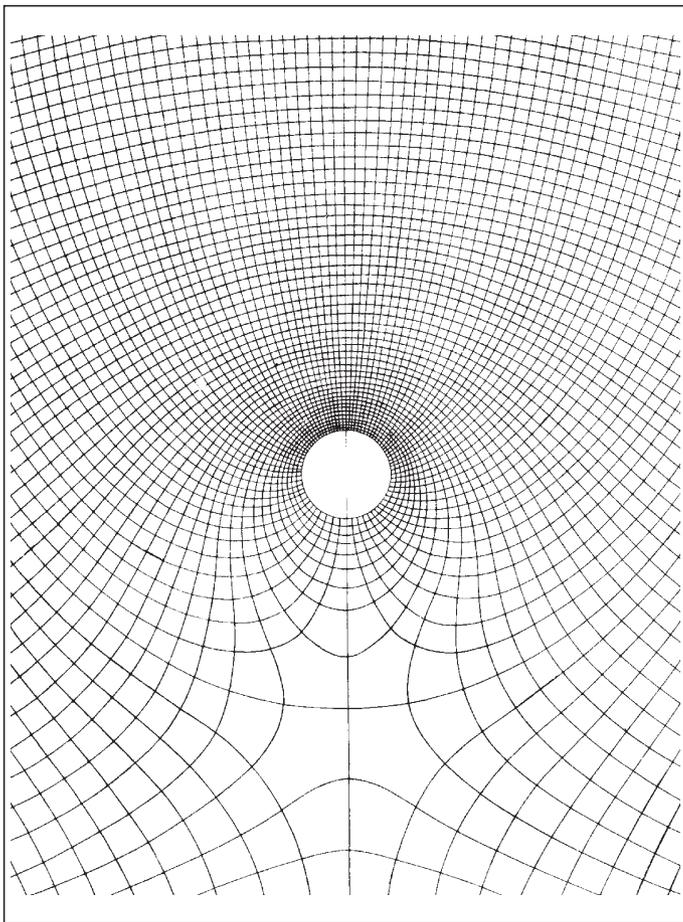
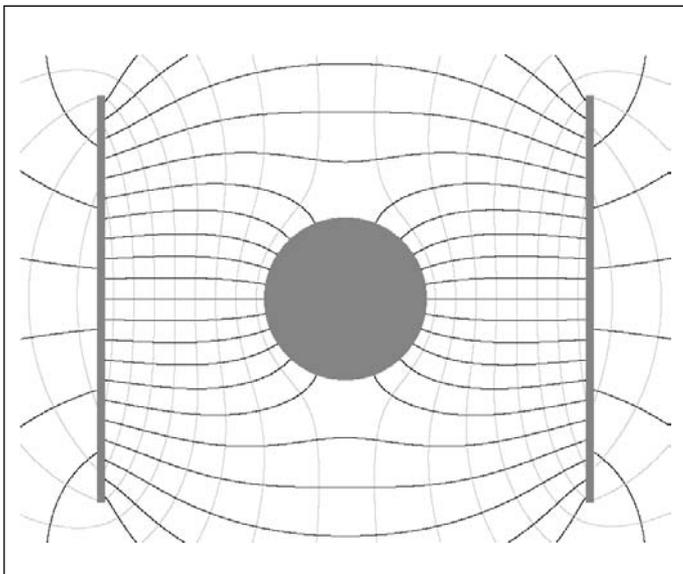


Abb. 2: Überlagerung des magnetischen Feldes eines elektrischen Stromes (senkrecht zur Zeichenebene) und eines homogenen magnetischen Feldes in „Lehrbuch der Electricität und des Magnetismus“ von Maxwell. Maxwell stellte in allen seinen Feldabbildungen die „Kraftlinien“ und die „Niveauflächen“ dar.

2.2 Fluss- und Wirbelquellen im magnetischen Feld

Da die erste Maxwellgleichung dieselbe Gestalt hat wie die zweite und die dritte dieselbe wie die vierte, lässt sich das im vorangehenden Abschnitt gesagte auf Magnetfelder übertragen. Man muss allerdings darauf achten, dass man

Abb. 3: Das Bild lässt zwei Interpretationen zu: 1. Zwei nicht leitende, elektrisch geladene Platten; dazwischen ein Zylinder aus einem elektrisch leitenden oder polarisierbaren Material. 2. Die beiden Polflächen eines außen herum geschlossenen Magneten; dazwischen ein Zylinder aus einem weichmagnetischen Material.



die Feldgrößen richtig aufeinander abbildet: Der elektrischen Feldstärke \vec{E} entspricht die magnetische Feldstärke \vec{H} , und der elektrischen Verschiebung \vec{D} entspricht die magnetische Induktion \vec{B} . So wie wir uns beim elektrischen Feld auf die Darstellung von \vec{E} beschränken, so zeichnen wir beim magnetischen Feld nur \vec{H} . Solange keine Materie beteiligt ist, kann man die Feldlinienbilder von \vec{H} und \vec{B} , bzw. von \vec{E} und \vec{D} gar nicht unterscheiden. Nur innerhalb von magnetisierten bzw. polarisierten Körpern treten Unterschiede auf. Dass die magnetische Induktion divergenzfrei ist, d. h.

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0,$$

äußert sich im B -Feldlinienbild darin, dass Feldlinien nirgends beginnen oder enden. Für die magnetische Feldstärke dagegen gilt, in Analogie zu Gleichung (1):

$$\operatorname{div} \vec{H} = \rho_m / \mu_0 \quad (3)$$

Hier ist ρ_m die Dichte der magnetischen Ladung [3]. Die magnetische Ladung des Nordpols wurde durch Konvention als positiv festgelegt. Im Gegensatz zum elektrischen Fall gibt es nur gebundene magnetische Ladung. Gleichung (3) sagt uns, dass sich die Flussquellen des magnetischen Feldes dort befinden, wo magnetische Ladung sitzt, d. h. an den Magnetpolen.

Man trifft die Größe „magnetische Ladung“ in modernen Büchern kaum noch an. Es habe sich herausgestellt, so argumentiert man, dass es keine isolierten magnetisch geladenen Teilchen gibt, und darum gebe es auch keine magnetische Ladung. Dieses Argument beruht auf einer Verwechslung der Begriffe „Teilchen“ und „physikalische Größe“. Ein Teilchen ist etwas, was man in der Natur antrifft. Physikalische Größen dagegen sind Menschenwerk. Die Frage, ob es eine Größe gibt oder nicht, stellt sich gar nicht. Man definiert sie, wenn es zweckmäßig ist. Das ist bei der magnetischen Ladung sicher der Fall. Man kann ihre Werte bestimmen, und man kann mathematische Zusammenhänge angeben, in denen sie vorkommt. Sogar die Tatsache, dass es keine magnetischen Monoparteilchen gibt, kann man erst durch sie richtig ausdrücken: Die magnetische Ladung aller bisher beobachteten Teilchen ist null. Das heißt aber nicht, dass in einem ausgedehnten System, wie etwa in einem makroskopischen Magneten, die magnetische Ladungsdichte überall null sein müsste [4, 5].

Auch Gleichung (2) hat ein Analogon, die erste maxwellische Gleichung:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \partial \vec{D} / \partial t + j \quad (4)$$

Außer dem Term $\partial \vec{D} / \partial t$, der elektrischen Verschiebungsstromdichte, der das Analogon zu $\partial \vec{B} / \partial t$ ist, steht auf der rechten Seite von Gleichung (4) noch die elektrische Leitungsstromdichte j . Den entsprechenden Term gibt es in Gleichung (2) nicht. Da es keine Träger magnetischer Ladung gibt, gibt es auch keine magnetischen Leitungsströme. Gleichung (4) sagt uns, dass sich die Wirbelquellen des magnetischen Feldes dort befinden, wo die elektrische Stromdichte (des Verschiebungsstroms oder des Leitungsstroms) von null verschieden ist.

Aus der Analogie zwischen den Gleichungen (1) und (3), sowie zwischen (2) und (4) folgt, dass jedes Bild, das eine elektrische Feldverteilung zeigt, auch das Bild eines magnetischen Feldes ist.

Eine im Zweidimensionalen punktförmige magnetische Ladung bedeutet im Dreidimensionalen einen linienförmigen Magnetpol. Es ist kein Widerspruch, dass ein Bild nur einen einzigen Magnetpol enthält. Man muss sich nur den zugehörigen zweiten Pol in großer Entfernung liegend vorstellen.

3 Elektrische und magnetische Influenz

Elektrostatisch verhält sich ein Material mit einer sehr großen Dielektrizitätszahl, also mit $\epsilon \gg 1$, wie ein elektrischer Leiter. Bringt man einen Körper, der entweder elektrisch leitet, oder ein sehr großes ϵ hat, in ein elektrisches Feld, so verdrängt er das Feld aus seinem Innern. Er erreicht dies dadurch, dass an seiner Oberfläche eine elektrische Ladungsverteilung entsteht, die die elektrische Feldstärke überall im Innern des Körpers zu null kompensiert. Die Feldlinien unmittelbar an der äußeren Oberfläche des Körpers stehen senkrecht auf dieser Oberfläche, die Feldflächen liegen parallel zu ihr. Man nennt die Erscheinung Influenz. Im Fall eines elektrischen Leiters ist die Oberflächenladung freie Ladung, im Fall des Dielektrikums ist es gebundene Ladung.

Für das magnetische Analogon dieser Materialien gibt es nicht mehr zwei Realisierungen, sondern nur noch eine. Es sind die Stoffe mit $\mu \gg 1$, die so genannten weichmagnetischen Stoffe. Magnetische Leiter gibt es nicht.

Reale Dielektrika und weichmagnetische Stoffe verdrängen das Feld aus ihrem Innern natürlich nur solange, wie das Material nicht in den Sättigungsbereich gelangt. Wir nehmen im Folgenden an, dass keine Sättigung vorliegt.

Wir hatten in Abschnitt 2.2 gesehen, dass jedes Bild eines stationären elektrischen Feldes auch das Bild eines magnetischen Feldes ist. Wir sehen jetzt, dass diese Behauptung auch dann noch zutrifft, wenn Influenz im Spiel ist. Bei der Interpretation des Bildes handelt es sich um elektrische, bei der anderen um magnetische Influenz. Abb. 3 zeigt ein Feld, das die beiden folgenden Interpretationen zulässt:

1. zwei nicht leitende, elektrisch geladene Platten, dazwischen ein elektrisch leitender oder leicht polarisierbarer Zylinder;
2. die Polflächen eines Dauermagneten, dazwischen ein Zylinder aus Weicheisen. (Der Magnet ist außen herum geschlossen).

4 Supraleiter

Wenn wir im Folgenden von Supraleitern sprechen, so meinen wir die reinen Supraleiter oder „Supraleiter erster Art“ (und nicht die komplizierteren *Shubnikow*-Supraleiter, oder Supraleiter zweiter Art). Sie stimmen mit den Weichmagneten insofern überein, als sie das magnetische Feld aus ihrem Innern verdrängen. Während die Weichmagneten diesen Zustand dadurch realisieren, dass sie an ihrer Oberfläche magnetische Pole bilden, wird das Feld im Innern eines Supraleiters dadurch kompensiert, dass an seiner Oberfläche elektrische Ströme entstehen. Als Folge davon liegen die magnetischen Feldlinien an der äußeren Oberfläche parallel zu dieser, während die magnetischen Feldflächen senkrecht in die Oberfläche einmünden, Abb. 4a.

Diese Tatsachen haben zur Folge, dass es für jedes zweidimensionale Bild eines Feldes noch eine dritte Interpretation

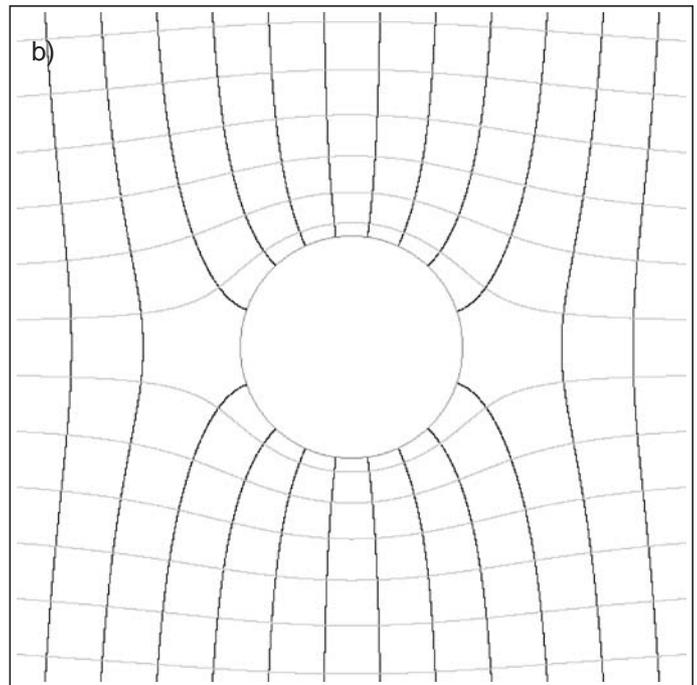
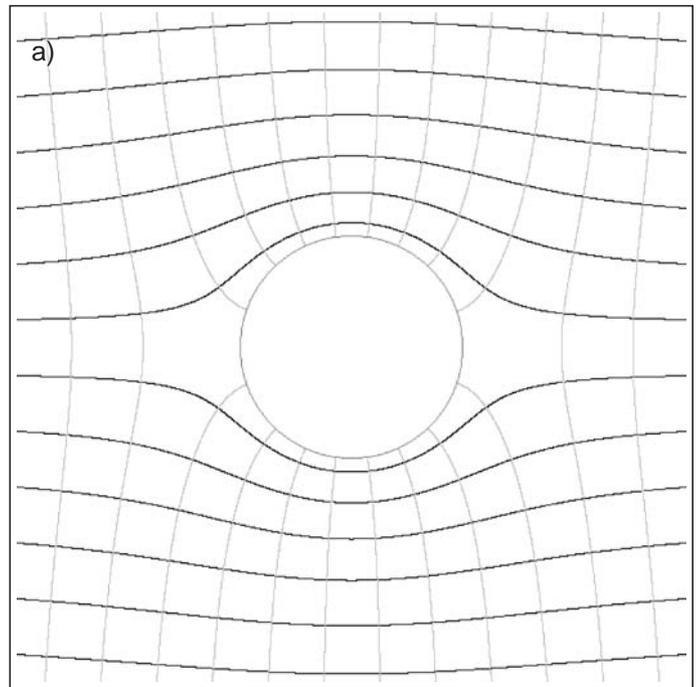


Abb. 4: (a) Supraleitender Zylinder in einem ursprünglich homogenen magnetischen Feld (Feldrichtung im Bild von links nach rechts). Die Feldflächen münden senkrecht in den Supraleiter ein. (b) Weichmagnetischer Zylinder in einem ursprünglich homogenen magnetischen Feld oder elektrisch leitender Zylinder in einem ursprünglich homogenen elektrischen Feld (Feldrichtung im Bild von oben nach unten). Die Feldlinien münden senkrecht in den Zylinder ein.

gibt. Wir betrachten noch einmal Abb. 4. Vertauscht man in Abb. 4a Schwarz und Grau, d.h. die Feldlinien mit den Feldflächen (die im zweidimensionalen auch nur als Linien erscheinen), so erhält man das Bild eines anderen Feldes: eines weichmagnetischen Zylinders im homogenen magnetischen Feld oder eines elektrisch leitenden Zylinders im homogenen elektrischen Feld, Abb. 4b.

Im Dreidimensionalen kann man diese Vertauschung natürlich nicht mehr machen.

Die Frage ist nahe liegend, ob auch eine Interpretation von Abb. 4a möglich ist, bei der die Farben nicht vertauscht werden, aber bei der das Feld ein elektrisches Feld ist.

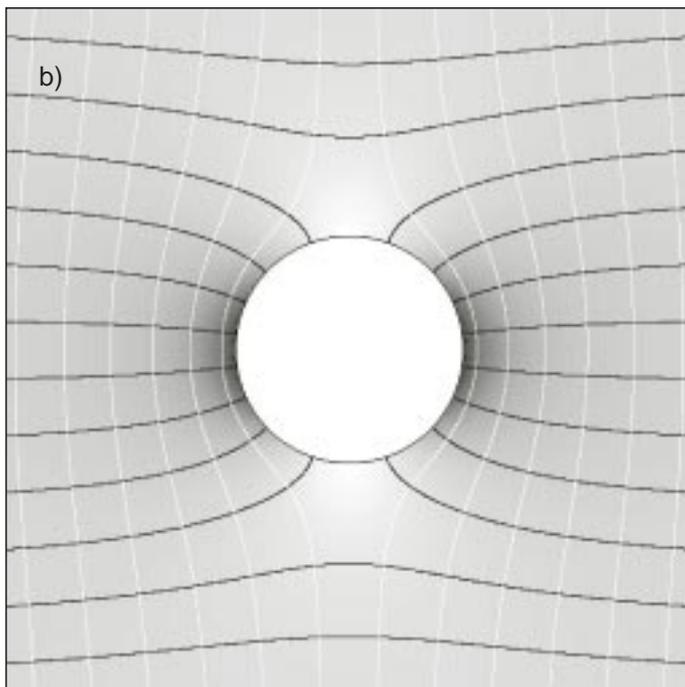
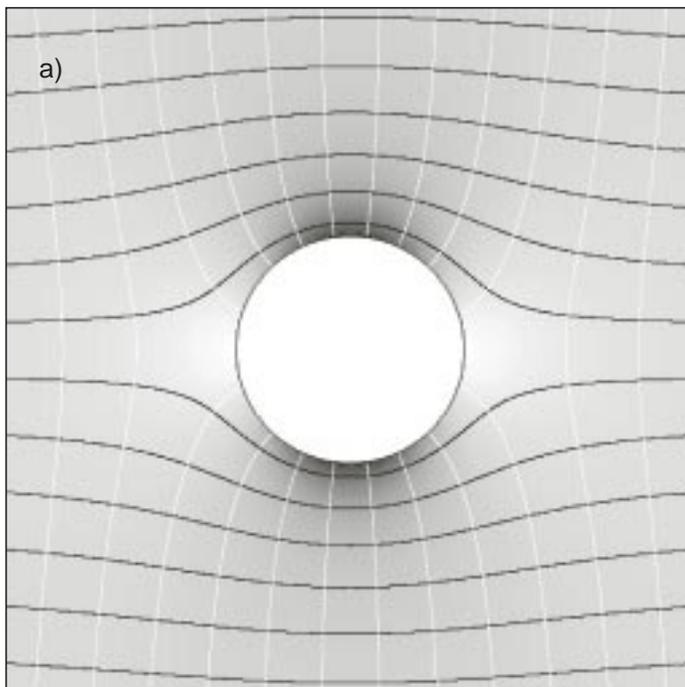


Abb. 5: (a) Ein Supraleiter verdrängt das Feld aus seinem Inneren quer zur Richtung des äußeren Feldes. (b) Ein Weichmagnet verdrängt das Feld parallel zur Richtung des äußeren Feldes. Die Grautönung entspricht der Energiedichte. Die Feldflächen sind ausnahmsweise weiß.

Tatsächlich gibt es eine solche Interpretation nicht. Denn da es keine normalen magnetischen Leitungsströme gibt, gibt es auch keine magnetischen Supraströme. Die Natur hat also diese Erscheinung nicht realisiert. Oder etwas vorsichtiger ausgedrückt: Die Menschen haben die Erscheinung bisher nicht entdeckt.

Vergleicht man die Verteilung der Energiedichte in der unmittelbaren Umgebung eines Supraleiters in einem äußeren Feld mit dem in der Umgebung eines Weichmagneten, so sieht man, dass das Feld aus dem Inneren in verschiedene Richtungen verdrängt wird. Der Zylinder in Abb. 5a ist ein Supraleiter. Die Grautönung stellt die Energiedichte dar. Man sieht, dass das Feld über und unter dem Supraleiter verstärkt wird, während es rechts und links von ihm abge-

schwächt wird. Der Supraleiter verdrängt also das Feld aus seinem Inneren quer zur Richtung des äußeren Feldes. Das ist genau umgekehrt wie beim Weichmagneten, Abb. 5b, der das Feld parallel zur Richtung des äußeren Feldes aus seinem Inneren verdrängt.

5 FieldLab

FieldLab ist ein Programm für die graphische Darstellung stationärer elektrischer oder magnetischer Felder [1]. Die Struktur des Programms lässt drei Blöcke erkennen, die wir „zeichnen“, „rechnen“ und „darstellen“ genannt haben.

5.1 Zeichnen

Mit einem bequemen Editor werden auf dem Bildschirm Körper platziert, und es werden deren elektrische bzw. magnetische Eigenschaften definiert. Man kann wählen zwischen Flussquellen und Wirbelquellen. Die Körper sind punktförmig, quadratisch, rechteckig, kreisförmig oder elliptisch oder sie sind durch einen Polygonzug begrenzt. Die Quellen können über das Innere des Körpers verteilt sein oder an seiner Oberfläche sitzen. Der Wert der Dielektrizitätszahl bzw. der Permeabilitätszahl kann festgelegt werden. Die Quellen können auch als frei beweglich definiert werden, und zwar sowohl die Flussquellen (elektrische Ladung in einem elektrischen Leiter bzw. magnetische Ladung in einem Weichmagneten), als auch die Wirbelquellen (die elektrischen Ströme in einem Supraleiter).

5.2 Rechnen

Wenn man mit dem Zeichnen fertig ist, lässt man rechnen. Es wird das Feld in jedem Punkt eines sehr feinen Rasters der Zeichenfläche berechnet. Die Dauer des Rechengangs hängt stark von der Art des Problems ab. Sind nur punktförmige Quellen vorhanden, so dauert das Rechnen nur einige Sekunden. Etwas länger dauert es, wenn Quellen über das Innere eines Körpers verteilt sind. Noch längere Rechenzeiten werden gebraucht, wenn ein Körper vorhanden ist, in dem Influenz stattfindet. Dann liegt die Verteilung der Quellen am Anfang noch nicht fest. Am kompliziertesten, und damit auch am längsten, wird die Rechnung, wenn mehrere Körper mit verschiebbaren Quellen vorhanden sind. Da die Quellenverschiebung in dem einen von der Quellenverteilung in den anderen abhängt, muss die endgültige Quellenverteilung iterativ bestimmt werden. Die Rechenzeit hängt natürlich in jedem Fall auch von der Größe des Bildes ab.

5.3 Darstellen

Die Herstellung des Bildes aus den gerechneten Daten dauert in jedem Fall nur wenige Sekunden. Man kann wählen zwischen verschiedenen physikalischen Größen: Feldstärke, Feldstärkebetrag und Energiedichte. Nachdem man sich für eine der Größen entschieden hat, hat man noch die Wahl des Darstellungsverfahrens. Die Feldstärkeverteilung kann mit Feldlinien und Feldflächen (im Zweidimensionalen Linien) dargestellt werden, oder durch Vektorpfeile auf einem quadratischen Gitter, oder durch ein Bild, das an einen Eisenfeilspäneversuch erinnert. Die skalaren Größen können dargestellt werden durch Falschfarben oder ein perspektivisches 3D-Bild.

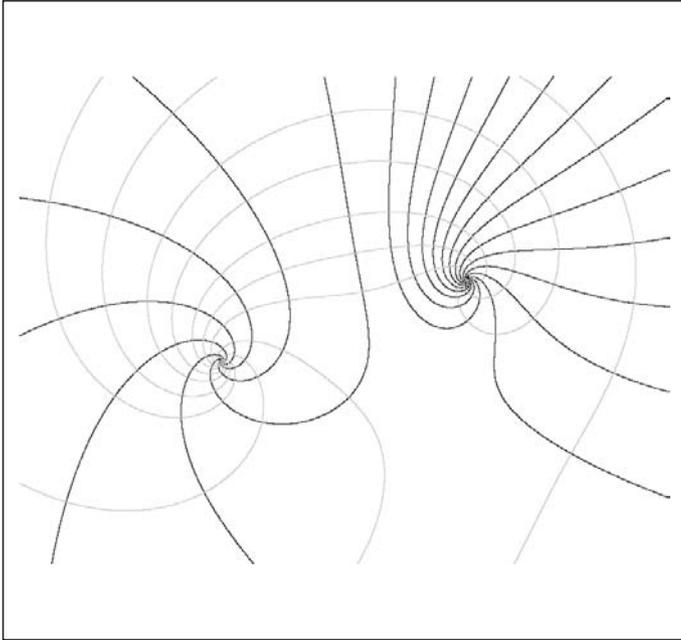


Abb. 8: Man erkennt zwei Stellen, an denen sich je eine Fluss- und eine Wirbelquelle befindet.

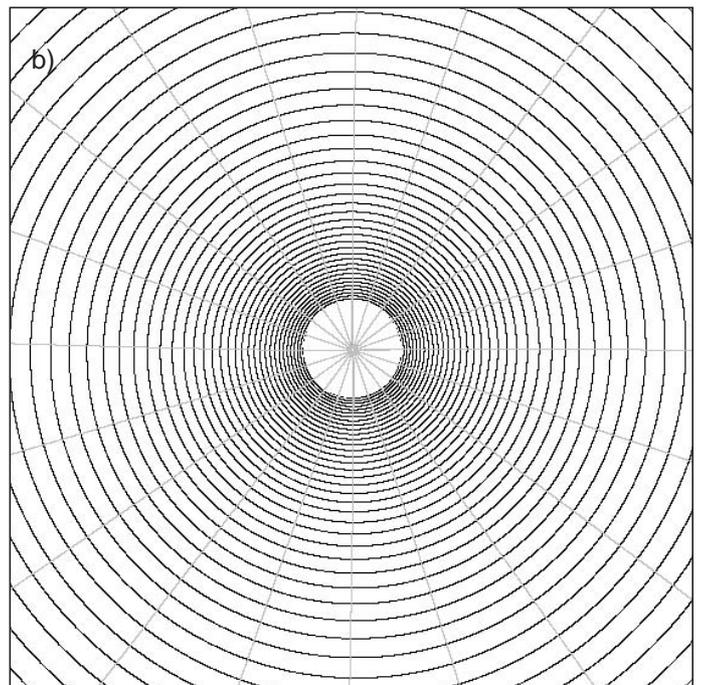
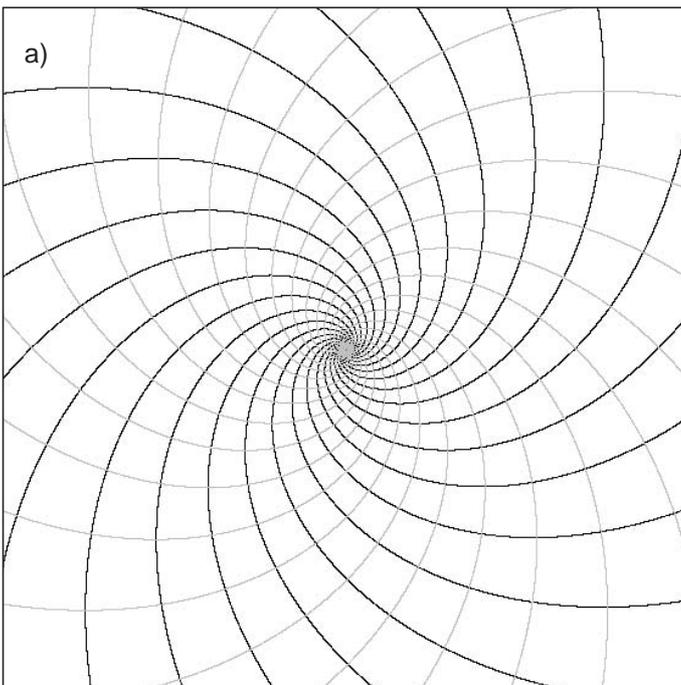
6 Beispiele

Im Folgenden werden einige Beispiele vorgestellt. Jedes Beispiel dient dazu, einen besonderen Aspekt des elektrischen oder magnetischen Feldes zu verdeutlichen.

6.1 Was ist das Feld?

Wir hatten gesehen, dass jedes Feldlinienbild bis zu drei verschiedene Interpretationen hat. Wir wollen uns bei Abb. 6 (siehe beiliegende Folie) auf eine davon beschränken: Abb. 6 zeige das Feld eines elektrisch geladenen, nicht leitenden Zylinders, der senkrecht zur Zeichenebene steht,

Abb. 11: Es ist im Allgemeinen nicht möglich, Feldlinien so zu zeichnen, dass die Liniendichte proportional zur Feldstärke ist. (a) Fluss- und Wirbelquellen sind gleich stark. (b) Die Stärke der Flussquelle wurde auf 1/100 ihres ursprünglichen Wertes vermindert, und es wurde nur noch eine einzige Feldlinie gezeichnet. Die Feldliniendichte ist viel größer als es der Feldstärke entspricht. (In der näheren Umgebung der Quellen wurde die Linie nicht mehr gezeichnet, da dort benachbarte Spiralaringe nicht mehr aufgelöst worden wären.)



in verschiedenen Darstellungen. Die Ladungsdichte ist im Innern des Zylinders konstant, d. h. ortsunabhängig. Die Teilbilder zeigen, dass man von ein und demselben Gegenstand sehr unterschiedliche visuelle Eindrücke erzeugen kann. Die verschiedenen Bilder fördern damit auch die Entstehung sehr unterschiedlicher Anschauungen. Bei Schülern und Studenten, die nur Feldlinienbilder gesehen haben, beobachtet man eine Neigung, das Feld selbst mit den Feldlinien zu verwechseln.

6.2 Wo ist das Feld?

Nimmt man das Feld ernst als real existierendes physikalisches System, so ist die Frage danach, wo sich das Feld befindet, eine sehr natürliche Frage. Betrachtet man die verschiedenen Darstellungen in Abb. 6, so bekommt man auf diese Frage ganz unterschiedliche Antworten. Die Abb. 6a und 6b legen nahe, das Feld sei überall. Es wird zwar nach außen schwächer, aber es reicht trotzdem unendlich weit. Dieser Eindruck entsteht durchaus nicht mehr bei den Abb. 6f und 6g. Aus diesen Bildern schließt man, dass das Feld auf einen Bereich in der unmittelbaren Nachbarschaft der Oberfläche des geladenen Körpers beschränkt ist. Natürlich hat es keinen scharfen Rand, aber diese Eigenschaft hat auch ein Atom oder die Lufthülle der Erde. Die Abb. 6f und 6g geben also sicher die bessere Antwort auf die Frage „Wo ist das Feld“, als 6a und 6b. Die Abb. 7a und 7b (siehe hintere Umschlagseite) zeigen weitere Felddichteverteilungen. Bei dem Kondensator, Abb. 7a, ist das Feld auf den Raum zwischen den Platten beschränkt. Das Gebilde von Abb. 7b ist eigentlich gar kein Kondensator mehr. Das Feld reicht nach allen Richtungen über die Platten hinaus.

6.3 Fluss- und Wirbelquellen

Um die Quellen (Flussquellen und Wirbelquellen) sichtbar zu machen, zeichnet man am besten Feldlinien und Feldflächen. Das wurde schon in Abschnitt 2.2 gezeigt. Abb. 8 zeigt ein weiteres Beispiel.

An zwei Stellen liegen je eine Fluss- und eine Wirbelquelle. Die beiden Flussquellen haben gleiche, die Wirbelquellen entgegengesetzte Vorzeichen. Interpretiert man das Bild als elektrisches Feld, so bedeutet das, dass sich an jeder der beiden Stellen eine dünne Spule mit zeitlich veränderlichem magnetischem Fluss befindet, die außerdem noch elektrisch geladen ist.

6.4 Bewegliche Quellen

Zum Verdeutlichen der Influenz ist sowohl die Darstellung von Feldlinien und -flächen nützlich, als auch eine Farbverlaufsdarstellung. Interpretieren wir Abb. 9 (siehe hintere Umschlagseite) wieder als das Bild eines elektrischen Feldes. Rechts und links befinden sich je eine nicht leitende, elektrisch geladene Platte, dazwischen zwei Metallkörper mit der Nettoladung null. In Abb. 9a haben die Metallkörper einen großen Abstand, in Abb. 9b einen kleineren. Man sieht, dass sich die beiden Metallkörper von Abb. 9b gegenseitig beeinflussen. In Abb. 10 (siehe beiliegende Folie) ist dargestellt, wie man ein Feld abschirmen kann. Links befindet sich ein runder, elektrisch geladener Körper, rechts ein „Kasten“ aus einem elektrisch leitenden Material, ein Faradaykäfig. Man sieht, dass der Innenraum des Kastens feldfrei ist, obwohl er ein Loch hat.

6.5 Feldliniendichte und Feldstärke

In Spezialfällen ist die Feldliniendichte proportional zur lokalen Feldstärke. Ein Beispiel hierfür ist das Feld des elektrisch geladenen Zylinders von Abb. 6a. In manchen Büchern wird behauptet, dies sei eine allgemein gültige Eigenschaft von Feldlinienbildern: die Feldliniendichte sei ein Maß für die elektrische Feldstärke. Tatsächlich ist das im Allgemeinen nicht der Fall, und zwar aus mehreren von einander unabhängigen Gründen [6, 7]. Abb. 11 zeigt ein Beispiel. Im Zentrum der Bilder befinden sich je eine Flussquelle und eine Wirbelquelle. In Abb. 11a sind beide Quellen gleich stark, und es wurden je 20 Feldlinien und Feldflächen eingezeichnet. Alles scheint in Ordnung zu sein. Wir vermindern nun die Flussquelle auf $1/100$, lassen aber

die Stärke der Wirbelquelle unverändert. Das hat zur Folge, dass sich der Betrag der Feldstärke in jedem Punkt um etwa den Faktor 1,4 vermindert. Dieser Feldstärke sollte auch eine um denselben Faktor kleinere Feldliniendichte entsprechen. Wir beginnen nun damit, das Feldlinienbild herzustellen, indem wir eine erste Feldlinie zeichnen, Abb. 11b. Bereits diese erste Linie spiralt nun aber schon so dicht um das Zentrum herum, dass die resultierende Linien-dichte weit größer ist als es der tatsächlichen Feldstärke entspricht. Durch weitere Verminderung der Stärke der Flussquelle könnte man die Linien-dichte beliebig erhöhen, auch wenn man nur eine einzige Feldlinie zeichnet.

6.6 Feldlinien, Feldflächen und Farbtonung gleichzeitig

Abb. 12 (siehe beiliegende Folie) zeigt noch ein Bild, bei dem mehrere Darstellungsmittel gleichzeitig angewendet wurden: Feldlinien, Feldflächen und Farbverlauf. Welches der beiden Linienfelder die Feldlinien und welches die Feldflächen darstellt, haben wir offen gelassen. Das Bild lässt zwei verschiedene Interpretationen zu. Wir überlassen die Deutung den Leserinnen und Lesern.

Literatur

- [1] FieldLab, Demoversion und weitere Infos unter „<http://www-tfp.physik.uni-karlsruhe.de/~didaktik/>“, Rubrik „Software“, Vollversion ab 20 €
- [2] J. C. Maxwell: Lehrbuch der Electricität und des Magnetismus, Verlag von Julius Springer, Berlin 1883
- [3] W. Macke: Elektromagnetische Felder. Ein Lehrbuch der Theoretischen Physik, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig, Leipzig 1960, S. 78
- [4] F. Herrmann: Magnetische Eigenschaften von Materialien im Unterricht, PdN-Ph 8/44 (1995), S. 17
- [5] F. Herrmann: Altlasten der Physik (38): Magnetpole, PhidS 36 (1998), S. 242
- [6] A. Wolf, S. J. van Hook and E. R. Weeks: Electric field line diagrams don't work, Am. J. Phys. 64 (1996), S. 714 - 724
- [7] F. Herrmann, H. Hauptmann, M. Suleder: Representations of Electric and Magnetic Fields, Am. J. Phys., zur Veröffentlichung angenommen.

Anschrift der Verfasser:

Holger Hauptmann, Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Michael Suleder, Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe

Abb. 7 zum Beitrag *H. Hauptmann, F. Herrmann, M. Suleder*:
Analogien in der Elektrodynamik mit FieldLab

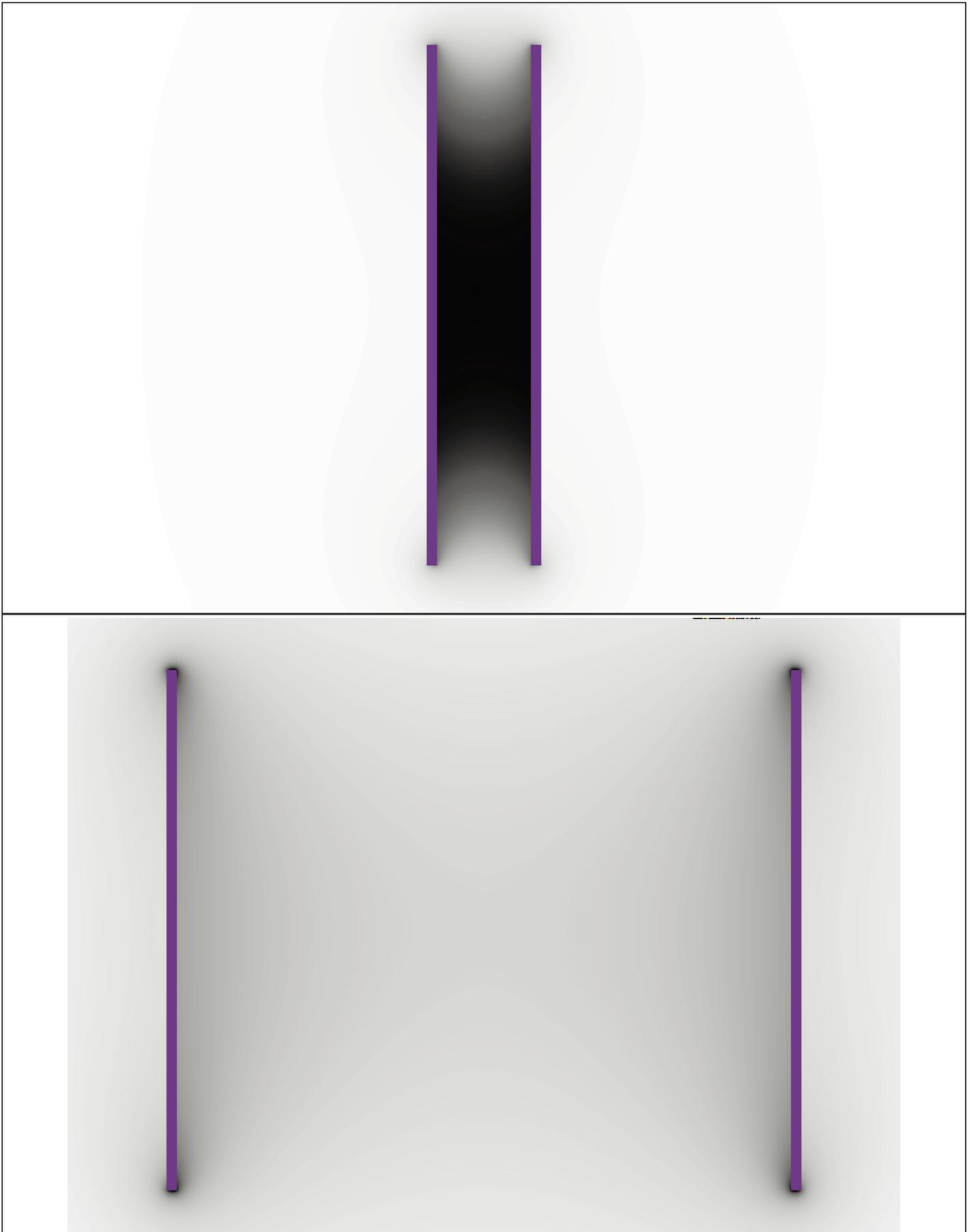


Abb. 7: Wo ist das Feld? (a) Das Feld ist auf den Raum zwischen den beiden Platten beschränkt. (b) Das Feld reicht nach allen Richtungen über die Platten hinaus. Die Grautönung entspricht der Energiedichte.

Abb. 9 zum Beitrag *H. Hauptmann, F. Herrmann, M. Suleder: Analogien in der Elektrodynamik mit FieldLab*

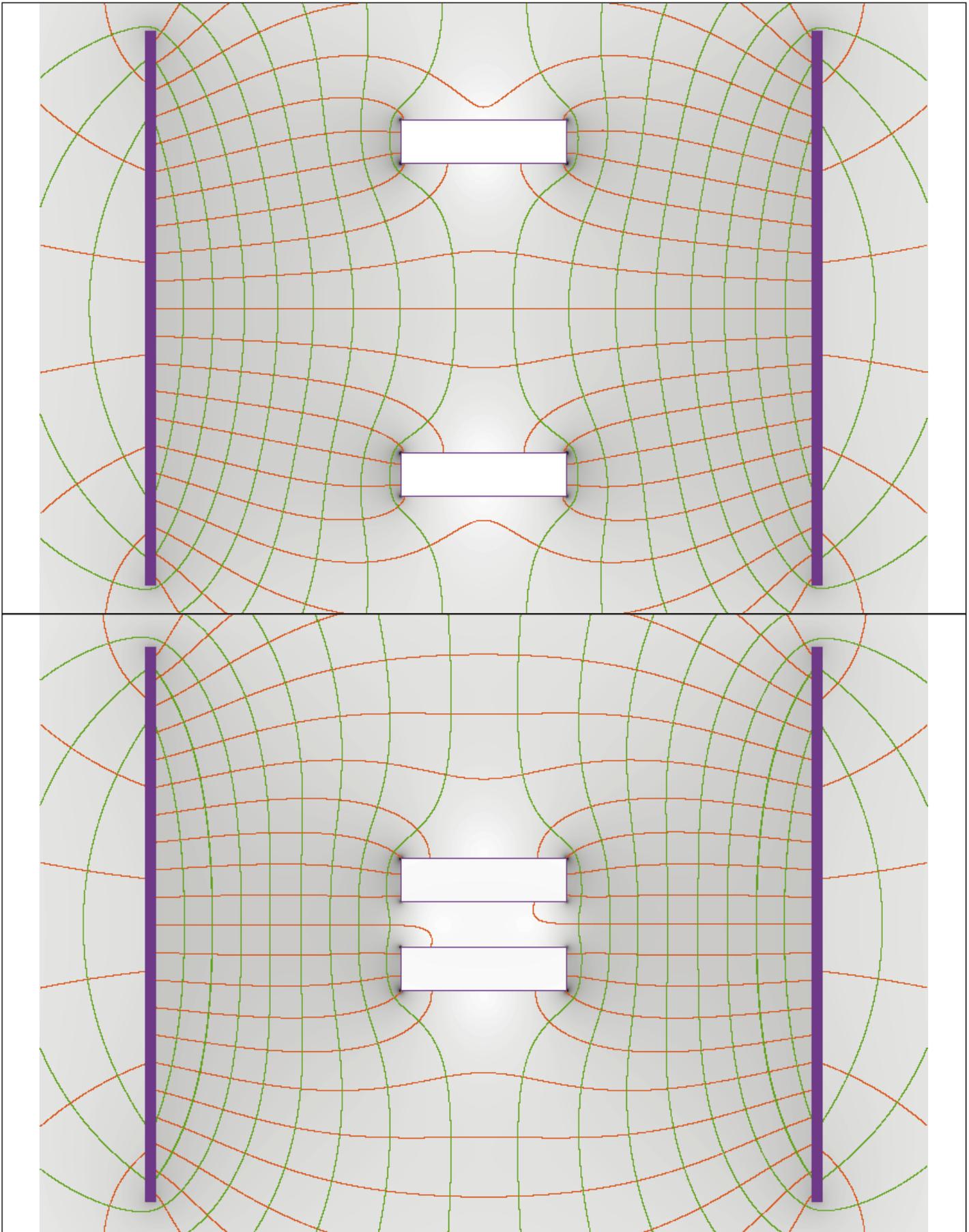


Abb. 9: Zwei nicht leitende Platten, die entgegengesetzt gleiche elektrische Ladung tragen; dazwischen zwei Körper aus elektrisch leitendem Material. Die beiden Körper in (b) beeinflussen sich gegenseitig. Die Grautönung entspricht dem Feldstärkebetrag.

Der Wärmetransport durch die Troposphäre

F. Herrmann

1 Einleitung

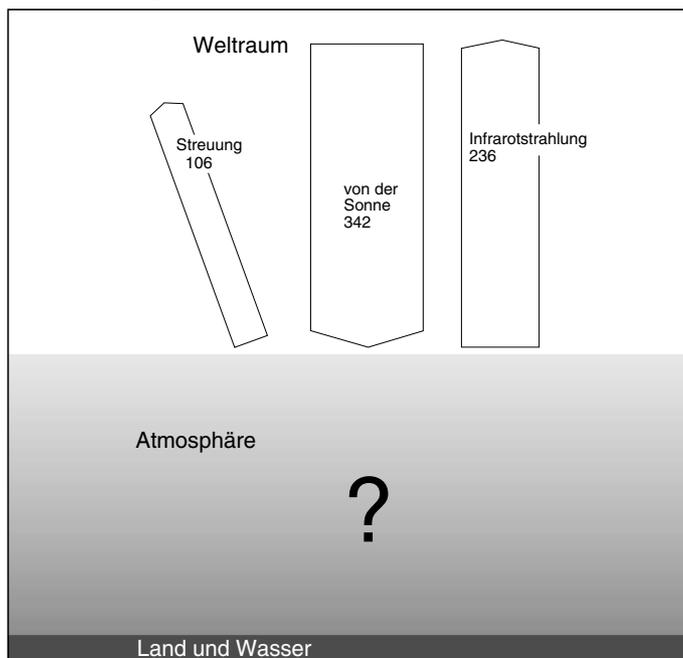
Dass der Physikunterricht in den letzten Jahren die Atmosphäre entdeckt hat, ist eine gute Entwicklung, denn zum einen ist die Lufthülle der Erde eines der schönsten Anwendungsfelder der Thermodynamik, zum anderen sind die Effekte groß und allgegenwärtig, d.h. die Beschäftigung mit dem Thema macht Sinn. Allerdings ist das Thema kompliziert, und dafür gibt es objektive Gründe:

1. Da die Atmosphäre ein Gas ist, sind die thermischen und die mechanischen Variablen aneinander gekoppelt. Man kann also mechanische und thermische Phänomene nicht getrennt voneinander behandeln.
2. Die wichtigsten Größen sind im Raum verteilt, man hat es mit Feldern zu tun.
3. Die partiellen Differentialgleichungen, die das Zusammenspiel der Variablen beschreiben, sind nichtlinear. Darum gibt es chaotische Lösungen.

Die didaktische Reduktion ist daher schwieriger als bei anderen Themen. Welche Vereinfachungen angemessen, welche Modelle passend sind, hängt natürlich vom Ziel ab, das man verfolgt. In unserem Fall ist das Ziel die Wärmebilanz der Atmosphäre.

Wir wollen zeigen, wie eine elementare Behandlung des Themas aussehen kann. Wir gehen dabei zwei Wege. In Abschnitt 2 gehen wir von den Vorgaben der Fachwissen-

Abb. 1: Die Erde von außen gesehen: Sie bekommt kurzwelliges Licht von der Sonne. Der kleinere Teil davon wird zurückgestreut, der größere wird absorbiert. Die entsprechende Energie wird mit langwelligem Licht wieder abgegeben. Das Bild sagt nichts über die Vorgänge innerhalb der Atmosphäre.



schaft aus, d.h. von der meteorologischen Fachliteratur. Wir reduzieren die umfassenden Energieflussbilder, die man in dieser Literatur findet, herunter auf ein Niveau, das für die Schule akzeptabel ist. Wir gehen diesen etwas umständlichen Weg, weil sich die Schulbuchliteratur mit dem Thema etwas schwer tut.

In Abschnitt 3 gehen wir den umgekehrten Weg. Wir beginnen nicht mit der großen Menge an Fachwissen, sondern mit den einfachsten Modellen, die einem in den Sinn kommen könnten. Wir werden nacheinander drei Modellatmosphären diskutieren. Die beiden ersten werden sich allerdings als untauglich herausstellen. Obwohl dieser Teil so abgefasst ist, dass er sich an den Lehrer wendet, kann er auch als Unterrichtsvorlage dienen.

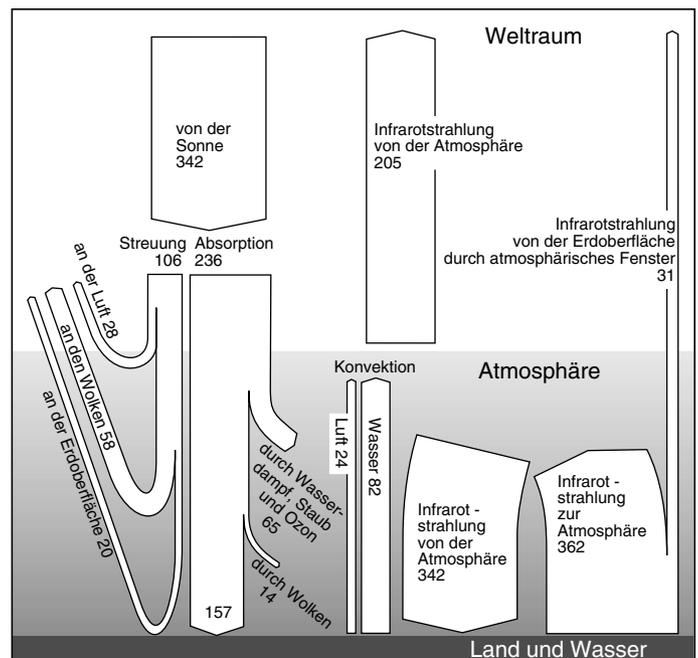
In Abschnitt 4 schließlich geht es um den Einfluss der Treibhausgase.

2 Vereinfachung des Energieflussbildes

2.1 Räumliche und zeitliche Mittelung

Wir wollen wissen, wie die Atmosphäre als Ganzes und im Allgemeinen funktioniert. Wir fragen daher nicht nach Energieumsätzen an einem bestimmten Ort zu einem bestimmten Zeitpunkt, sondern nach zeitlichen und räumlichen Mittel-

Abb. 2: Die Energieströme innerhalb der Troposphäre sind nach verschiedenen Kriterien in Teilströme zerlegt. Man beachte die beiden breiten Pfeile auf der rechten Seite des Bildes. Sie suggerieren, dass die IR-Strahlung der für den vertikalen Wärmefluss dominante Transportmechanismus ist.



werten. Die räumliche Mittelung machen wir allerdings nur in horizontaler Richtung, denn es interessiert uns durchaus, wie Druck und Temperatur von der Höhe abhängen.

2.2 Ein umfassendes Energieflussbild

Von außen gesehen ist die Energiebilanz einfach. Sonnenlicht gelangt zur Erde. Der Teil des Lichts, der nicht einfach zurückgestreut wird, wird absorbiert, Abb. 1. Dafür wird IR-Licht emittiert, das so viel Energie wieder wegtransportiert wie mit dem absorbierten sichtbaren Licht gekommen ist. Die Werte in der Abbildung sind zeitliche und horizontal-räumliche Mittelwerte der Energiestromdichte. Die Maßeinheit ist hier wie auch in den folgenden Abbildungen W/m^2 . Abb. 1 sagt uns nichts über die Vorgänge innerhalb der Atmosphäre. Was geschieht mit dem einfallenden Sonnenlicht? Wo wird das IR-Licht emittiert? Wie gelangt die Energie vom Sonnenlicht zum IR-Licht? Eine recht umfassende Antwort auf diese Frage gibt Abb. 2, ein Bild, wie man es in Fachbüchern der allgemeinen Meteorologie, aber auch in manchen Schulbüchern findet [1].

Das Bild gibt einen Überblick über die Energietransportvorgänge in der Atmosphäre. Dargestellt sind Energieströme verschiedener Art. So wird unterschieden, ob zur Erde hin oder von der Erde weg, ob konvektiv oder radiativ, ob Strahlung im sichtbaren oder im infraroten Spektralbereich, die Strahlung in großer Höhe und die Strahlung unten, und anderes mehr. Obwohl jeder Eintrag für sich verständlich ist, ist ein solches Bild für Schulzwecke nicht sehr geeignet. Die Fülle der Details hindert daran, wichtiges von unwichtigem zu unterscheiden.

Wir wollen daher das Flussbild von Abb. 2 Schritt für Schritt vereinfachen. Unsere Vereinfachungen sind unterschiedlicher Art. Zum einen lassen wir manche Flüsse einfach weg, – nicht weil sie vernachlässigbar klein sind, sondern weil sie uns nicht interessieren. Zum zweiten fassen wir verschiedene Flüsse zu einem einzigen zusammen. Das heißt, wir differenzieren nicht so stark, wie es in Abb. 2 getan wird. Schließlich vernachlässigen wir kleine Effekte gegenüber großen, ein Vorgehen, das auch sonst in der Physik gang und gäbe ist.

2.3 Das Streulicht

Ein Teil des einfallenden Sonnenlichts wechselwirkt mit der Materie, auf die es trifft, ohne Atome oder Moleküle anzuregen. Es wird nicht absorbiert, sondern nur in die verschiedensten Richtungen gestreut. In der Sprache der Spektroskopie würde man den Vorgang „elastische Streuung“ nennen. Der Anteil dieses Streulichts am gesamten einfallenden Lichtstrom heißt Albedo. Auf das physikalische Geschehen in der Atmosphäre wirkt es sich nur insofern aus, als es von dem einfallenden Licht abzuziehen ist. Wir beziehen es in unsere Bilanzen gar nicht erst ein und betrachten von vornherein nur denjenigen Anteil des Sonnenlichts, der in der Atmosphäre oder von der Erdoberfläche – vom Festland und vom Meer – absorbiert wird. So gelangen wir von Abb. 2 zu Abb. 3.

2.4 Die Absorption in der Atmosphäre

Der größte Teil des Sonnenlichts wird von der Erdoberfläche absorbiert, ein kleinerer Anteil aber schon vorher von Ozon, von den Wolken und von Staubteilchen. Dieser Beitrag ist insofern der schwierigste, als er verschiedene Absorptionsmechanismen zusammenfasst. Ein Teil wird in großer, ein Teil in geringer Höhe absorbiert, ein Teil führt

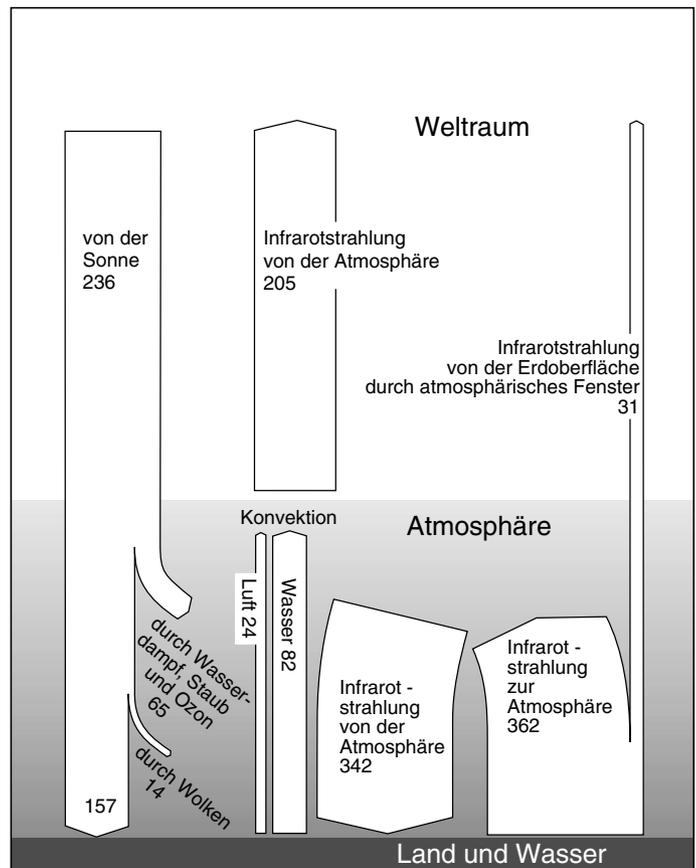
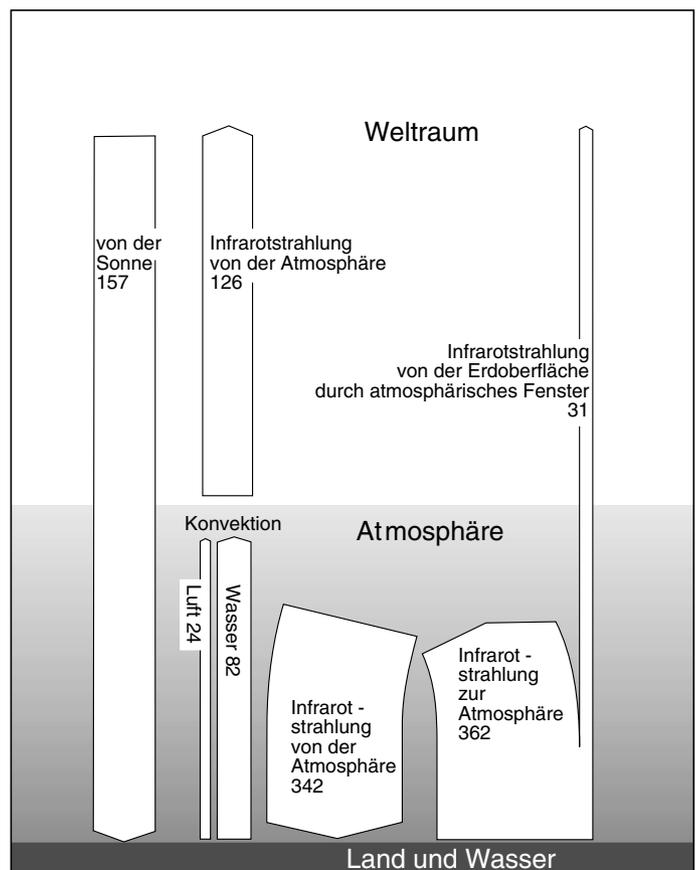


Abb. 3 (oben): Wir interessieren uns nicht für den Beitrag des Streulichts zur Energiebilanz. Es wurde aus dem Bild herausgenommen.

Abb. 4 (unten): Schon auf dem Weg nach unten wird ein Teil des Sonnenlichts absorbiert. Er trägt zur Erwärmung der Luft in verschiedenen Höhen bei. Die weitere Verfolgung der entsprechenden Wärmeströme würde das Bild viel komplizierter machen. Da es sich aber nur um einen kleinen Teil des einfallenden Sonnenlichts handelt, ändert sich nichts Wesentliches an der Interpretation des Bildes, wenn man ihn ganz unberücksichtigt lässt.



zur Verdampfung von flüssigem Wasser, ein anderer Teil nicht. Da es sich insgesamt nur um den kleineren Anteil des absorbierten Lichts handelt, wollen wir ihn in unsere Bilanzen nicht mit einbeziehen. Wir kommen so zu Abb. 4.

Eine Alternative hätte darin bestanden, diesen Energiestrom zur Absorption durch die Erde hinzuzuschlagen. Die Wahl, die man trifft, hat aber keine wesentlichen, qualitativen Auswirkungen auf das Geschehen in der Atmosphäre in dem Sinne, dass von ihr nicht abhängt, welche Mechanismen des Wärmetransports sich als die dominanten herausstellen. Auf diese dominanten Mechanismen kommt es uns ja an.

2.5 Die konvektiven Wärmeströme

Die Abb. 2, 3 und 4 unterscheiden zwischen dem Wärmetransport durch bewegte Luft, bei der man das Wasser nicht mit berücksichtigt, und dem konvektiven Wärmetransport durch Wasserdampf. Es ist überraschend, dass der kleine Wasseranteil der Luft – wenige Prozent – mehr Wärme transportiert als die ganze restliche Luft. Die Erklärung für diese Erscheinung findet man erst, wenn man Luft und Wasser auf ihrem Rückweg betrachtet: Das Wasser fällt als Flüssigkeit nach unten, die Luft natürlich nicht. Der Unterschied kommt also dadurch zustande, dass die Luft den größten Teil der Energie und Entropie, die sie nach oben transportiert, wieder mit herunter bringt, während das Wasser in einem Phasenübergang einen großen Teil von Energie und Entropie in großer Höhe abgibt.

Da wir an maximaler Vereinfachung des Wärmebilanzbildes interessiert sind, fassen wir diese beiden Transporte zu einem einzigen zusammen. Schließlich haben sie ein wichtiges Merkmal gemeinsam: Beide sind konvektiv. Wir erhalten so Abb. 5.

2.6 Die Infrarotlichtströme zwischen Erde und Atmosphäre

Die auffälligsten Pfeile in den Abb. 2 bis 5 sind die beiden Infrarotlichtpfeile zwischen Erde und Atmosphäre. Es könnte einen zunächst wundern, dass die entsprechenden Energieströme größer sind als der von der Sonne einfallende Energiestrom. Die Lösung des Rätsels findet man, wenn man die Nettostromdichte aus den beiden IR-Strömen zwischen Erde und Atmosphäre bildet. Es ergibt sich ein im Vergleich zu den anderen Stromdichten winziger Wert, Abb. 6.

Das Zusammenfassen der beiden IR-Ströme bedeutet nicht etwa den Verzicht auf eine interessante Differenzierung, – im Gegenteil: er bringt mehr Klarheit. Tatsächlich muss man eher die Zerlegung des Nettostroms in zwei gegeneinanderlaufende, sich fast kompensierende Teilströme als eine Ungeschicklichkeit betrachten. Schließlich kann man jeden Strom auf unendlich viele Arten in Teilströme zerlegen. Hier wurde nur eines von vielen möglichen Zerlegungsverfahren angewendet. Die Menge der in alle Richtungen laufenden Photonen wurde in zwei Kategorien eingeteilt: Solche, deren k -Vektor eine positive, und solche, deren k -Vektor eine negative Vertikalkomponente hat. Man hätte die IR-Strahlung ebenso gut zerlegen können in eine Komponente, die einem Strom nach Osten und in eine, die einem Strom nach Westen entspricht.

Wie unnatürlich eine solche Zerlegung ist, sieht man auch, wenn man das Verfahren auf andere Systeme anwendet. So könnte man etwa die Elektronen in einem stromlosen elektrischen Leiter in zwei Gruppen einteilen, je nach Vorzeichen der x -Komponente der Elektronengeschwindigkeit. So würde man zwei riesige gegeneinander laufende elektrische Ströme erhalten.

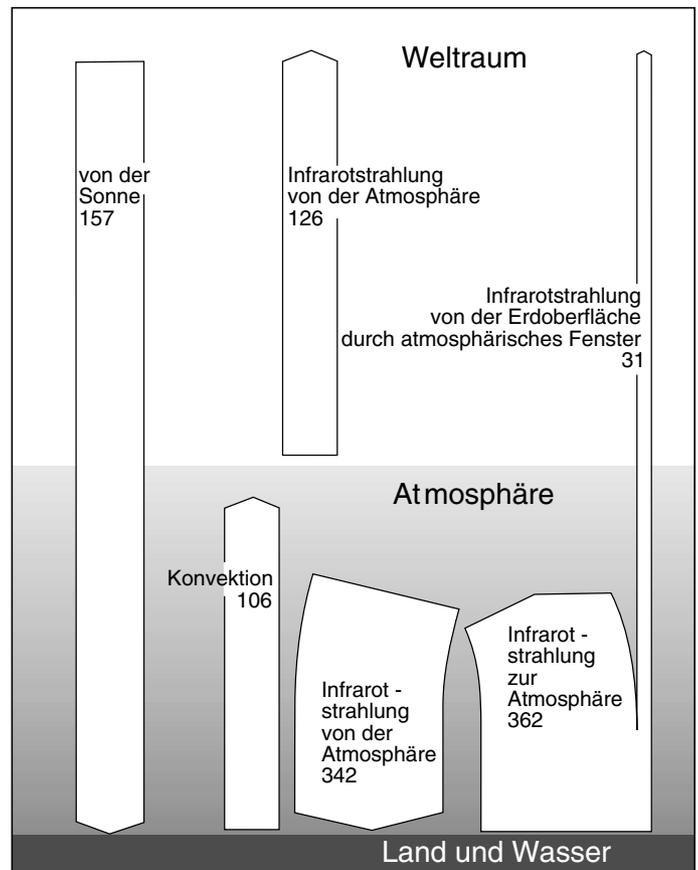
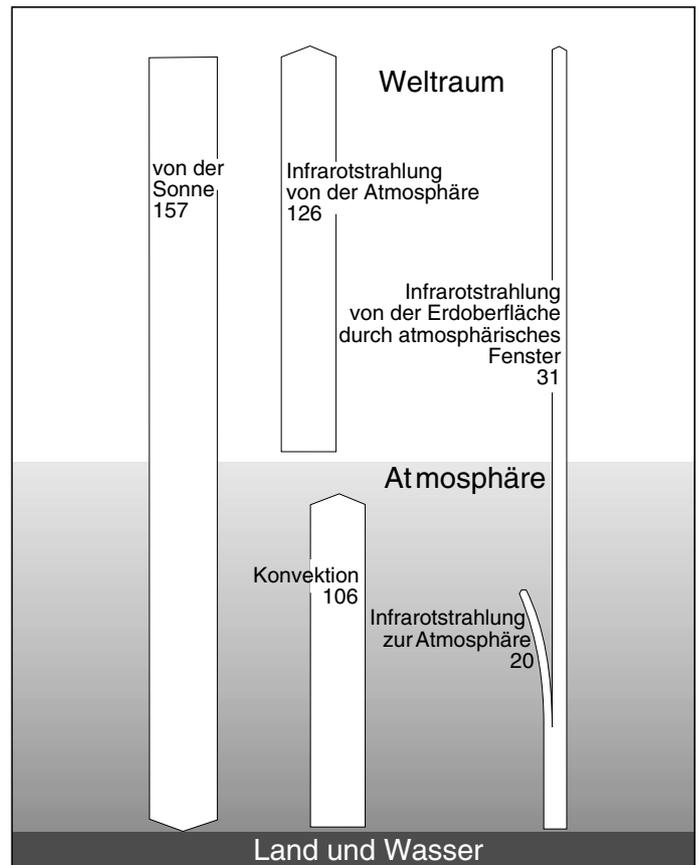


Abb. 5 (oben): Die beiden konvektiven Wärmeströme von der Erdoberfläche nach oben wurden zu einem einzigen zusammengefasst.

Abb. 6 (unten): Die Zerlegung des Infrarotstrahlungsfeldes in zwei Anteile, je nach Vorzeichen der Vertikalkomponente des k -Vektors, ist genauso willkürlich wie es eine Zerlegung in zwei entgegengesetzt laufende Horizontalkomponenten wäre. Sie vermittelt den falschen Eindruck, dass die Infrarotstrahlung der dominante Wärmetransportmechanismus ist.



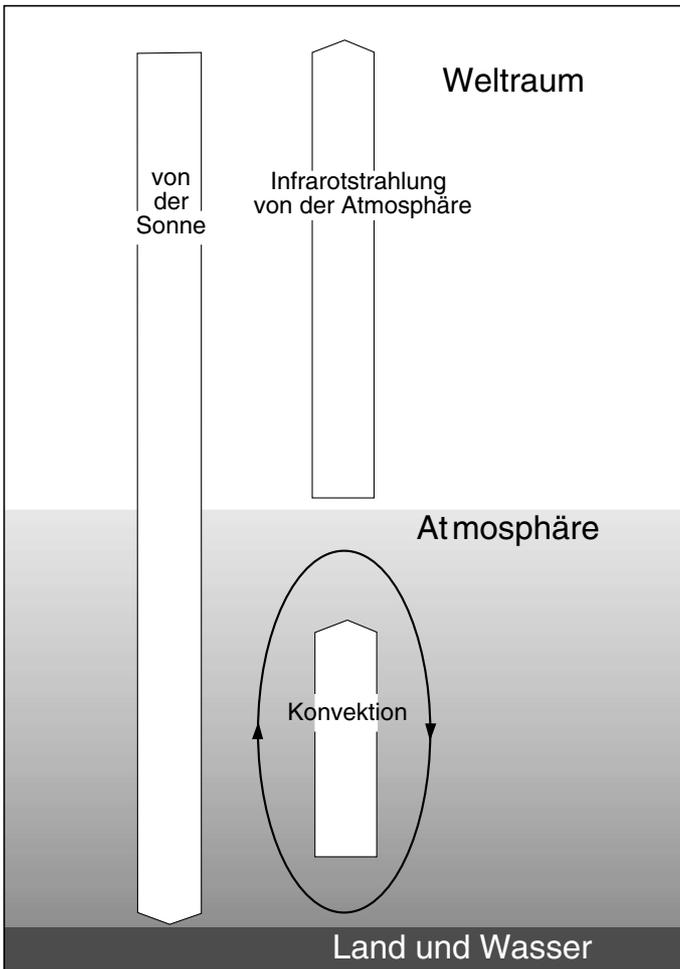


Abb. 7: Die „erste Näherung“ für den Energie- und Wärmetransport durch die Troposphäre: von oben nach unten geht die Energie mit sichtbarem Licht. An der Erdoberfläche wird Wärme erzeugt. Diese gelangt konvektiv nach oben. Im Bereich der Emissionshöhe wird IR-Strahlung emittiert. Diese nimmt die Wärme mit in den Weltraum.

2.7 Vernachlässigung der Transporte mit IR-Licht

Wir können nun an Hand von Abb. 6 entscheiden, welches der für den Wärmetransport durch die Atmosphäre dominante Mechanismus ist. Es ist die Konvektion, und nicht, wie es die vorangehenden Abbildungen bei oberflächlicher Betrachtung suggerieren, die Strahlung [2].

Wenn wir nun die Vereinfachung noch weiter treiben wollen und uns nur für diesen dominanten Transport interessieren, so können wir die Strahlungstransporte ganz vernachlässigen und bekommen schließlich Abb. 7.

2.8 Die Emissionshöhe

Wir müssen uns den Emissionsvorgang des IR-Lichts, das ins Weltall hinausläuft, noch etwas genauer anschauen. Wir fragen danach, wo ein beliebig herausgegriffenes IR-Photon, das die Erde definitiv verlässt, emittiert worden ist. Es kommt sicher nicht aus einer sehr großen Höhe über der Erdoberfläche, denn dort ist keine Luft, die es hätte emittieren können. Die Wahrscheinlichkeit der Emission, nimmt also zu, wenn man sich der Erde von außen nähert. Das Photon kommt aber sicher auch nicht von ganz unten, aus der Nähe der Erdoberfläche, denn die darüber liegende Luftschicht ist IR-undurchlässig. Die Emissionswahrscheinlichkeit nimmt also auch zu, wenn man von der Erdoberfläche aus nach oben geht. Es muss daher eine Höhe geben, in der die Emission der Photonen, die in den Welt-

raum gehen, ein Maximum hat. Die Meteorologen nennen sie die Emissionshöhe. Wir können sie, was die Abstrahlung in den Weltraum betrifft, als ein Maß für die effektive Dicke der Atmosphäre betrachten. Etwas genauer ausgedrückt, ist es die Dicke der IR-absorbierenden Hülle der Erde. Selbstverständlich ist diese effektive Dicke wellenlängenabhängig. Als repräsentativen Mittelwert kann man etwa 7 km annehmen.

2.8 Die Energieströme auf einen Blick

Die Vereinfachungen, die wir in den vorangehenden Abschnitten diskutiert haben, ermöglichen es uns nun, die Energietransporte in der Atmosphäre so zusammenzufassen:

Mit dem kurzwelligen, sichtbaren Sonnenlicht kommt Energie von der Sonne zur Erde. Dieses Licht geht ungehindert durch die Atmosphäre hindurch und wird von der Erdoberfläche absorbiert. Dabei wird Wärme erzeugt. Die Wärmeenergie gelangt konvektiv nach oben. In der Emissionshöhe verlässt sie die Erde mit langwelligem Licht.

Die Temperatur am Ort der Emissionshöhe stellt sich auf etwa $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ ein. So wird gerade so viel IR-Licht emittiert, wie zur Entsorgung der von unten nachgelieferten Energie und Entropie notwendig ist. Es gilt näherungsweise das *Stefan-Boltzmann-Gesetz*. An der Erdoberfläche ist der Temperaturmittelwert viel höher, nämlich $15\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Nach diesen Vereinfachungen und Bereinigungen wollen wir uns den Modellen zuwenden.

3 Atmosphärenmodelle

Wir verlangen von unserem Modell, dass es die folgenden Fragen korrekt beantwortet:

1. Warum nimmt die Temperatur in der Troposphäre nach oben hin ab?
2. Welcher Mechanismus ist für den Wärmetransport von der Erdoberfläche zur Emissionshöhe zuständig?
3. Wie beeinflussen die so genannten Treibhausgase diesen Wärmetransport?

Wir werden drei Modelle der Atmosphäre diskutieren, zwei schlechte und ein gutes. Warum schlechte Modelle, wo es doch ein gutes gibt? Weil es nicht nur wichtig ist, dass man versteht, wie etwas funktioniert, sondern auch wie es nicht funktioniert, und warum es nicht so funktioniert.

Wir werden darüber hinaus sehen, dass ein Modell, das ein schlechtes Modell für die Erdatmosphäre ist, sehr wohl ein gutes Modell für etwas anderes sein kann.

3.1 Feste „Atmosphären“

Die Atmosphäre wird oft beschrieben als eine Art Wärmedämmung der Erde. Nehmen wir diese Auffassung ernst, und stellen uns vor, die Erde sei umhüllt von einem typischen Wärmedämmmaterial, etwa Styropor. Wie bei der richtigen Atmosphäre, wird nun von unten geheizt, Abb. 8a. Für die Beschreibung ist die Gleichung

$$j_E = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta s}$$

zuständig. Hier ist j_E die Energiestromdichte, λ die Wärmeleitfähigkeit, Δs die Dicke der wärmeleitenden Schicht und ΔT die Temperaturdifferenz über der Schicht. Wir wol-

len die Temperaturdifferenz abschätzen, die sich für unser Modell ergibt. Wir nehmen an, das Temperaturgefälle über der Modellatmosphäre verursache denselben Wärmestrom, der auch in der richtigen Atmosphäre fließt. Wir setzen also

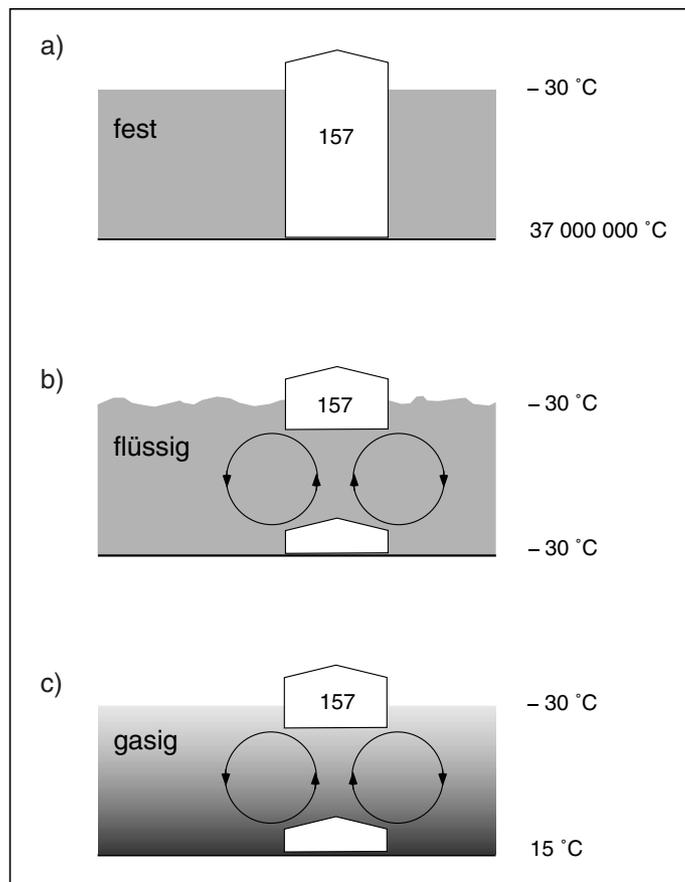
$$j_E = 157 \text{ W/m}^2.$$

Für die Wärmeleitfähigkeit nehmen wir den Wert für Styropor, der nicht sehr verschieden ist von dem für Luft: $\lambda = 0,03 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$. Als Schichtdicke nehmen wir 7000 m. Mit diesen Werten ergibt sich

$$\Delta T \approx 37\,000\,000 \text{ K}$$

Haben wir damit ein gutes Atmosphärenmodell gefunden? Das Modell liefert ein Temperaturgefälle, und das war ja eine unserer Forderungen. Der Wert der Temperaturdifferenz ist allerdings um einen Faktor von etwa 1 Million zu groß. Der Wärmetransportmechanismus kann daher mit dem Effekt, den wir erklären wollen, nichts zu tun haben. Das ist schließlich auch nicht überraschend. Die Meteorologie sagt uns, wie wir gesehen hatten, dass der Wärmetransport im Wesentlichen konvektiv ist. Wir haben aber in unserem Modell einen konduktiven Transport, d.h. einen Transport vom Typ „Wärmeleitung“ angenommen. Wir schließen also: Das einfache Wärmedämmmodell der Atmosphäre ist ein unpassendes Modell. Das heißt aber nicht, dass das Modell nicht zur Beschreibung anderer Phänomene geeignet ist. So erklärt es zum

Abb. 8: Drei Atmosphärenmodelle. (a) Ein festes Wärmedämmmaterial. Es ergibt sich eine viel zu hohe Temperaturdifferenz. (b) Eine Flüssigkeit. Da man die Flüssigkeit von unten heizt, wird jede Temperaturdifferenz durch Konvektion abgebaut. (c) In einem gut durchmischten Gas im Gravitationsfeld stellt sich ein Temperaturgefälle ein. Der Zahlenwert, den die Theorie ergibt, stimmt mit dem tatsächlich beobachteten überein.



Beispiel den Wärmetransport im Innern der Sonne und anderer Sterne. Hier stellt sich eine ganz ähnliche Frage wie bei der Erdatmosphäre. Auch hier muss Wärme von innen nach außen gelangen, von da wo sie produziert nach da wo sie abgestrahlt wird. Das tut sie, über den größten Teil der Strecke, über den gerade angesprochenen Mechanismus. So erklärt sich der große Temperaturunterschied zwischen dem Kern und der Oberfläche der Sonne und damit die hohe Temperatur im Innern der Sonne.

Zurück zur Erdatmosphäre. Das Modell funktioniert hier nicht, weil das Wärmedämmmaterial ein fester Stoff ist und deshalb keine Konvektion stattfinden kann. In der echten Atmosphäre aber gibt es Konvektion, und diese stellt eine Art Kurzschluss dar für den Wärmetransport durch Wärmeleitung. Wir wollen daher als nächstes ein Modell betrachten, bei dem Konvektion möglich ist. Das einfachste System mit dieser Eigenschaft ist eine flüssige „Atmosphäre“.

3.2 Flüssige „Atmosphären“

Wir nehmen an, die Wärmeleitfähigkeit sei vernachlässigbar gering. Wir wollen mit dieser Atmosphäre in Gedanken experimentieren. Dafür müssen wir den Anfangszustand genau festlegen: Die Flüssigkeit werde gut „umgerührt“. Umrühren führt im Allgemeinen nicht nur zu einer homogenen stofflichen Zusammensetzung, es werden auch andere Verteilungen homogen, also ortsunabhängig. Bei unserer Flüssigkeit zum Beispiel die der Temperatur. Wir wollen aber nicht vergessen, dass sich beim Umrühren durchaus nicht alles homogenisiert. So bleibt bei der Flüssigkeit der Druck inhomogen.

Man kann nun die Wirkung des Umrührens noch anders, nämlich rein mechanisch beschreiben: Der Stoff geht in den Zustand des indifferenten mechanischen Gleichgewichts. Man kann in Wasser bekanntlich stabile und labile Schichtungen beobachten. Wenn das Wasser oben kälter ist als unten, so ist die Schichtung – außer im Bereich der Anomalie – labil; ist es oben wärmer als unten, so ist die Schichtung stabil. Rührt man das Wasser aber gut um, so entsteht eine indifferente Schichtung. Die indifferente Schichtung sei also unser Anfangszustand. Wir beginnen nun, das System zu stören, indem wir von unten heizen, Abb. 8b. Die Schichtung „möchte“ jetzt instabil werden. Sie kippt aber gleich um. Wenn man mit der Wärmezufuhr von unten fortfährt, und oben Wärme abgegeben wird, so kippt das Wasser immer wieder um. Es entsteht das, was man thermische Konvektion nennt. Konvektion bedeutet nun aber, dass das Wasser umgerührt wird, und Umrühren bewirkt, dass eine konstante Temperaturverteilung aufrechterhalten wird. Dass das tatsächlich der Fall ist, kann man leicht beobachten. Wasser, das man auf einer Heizplatte, also von unten erwärmt, behält eine homogene Temperaturverteilung. Heizt man dagegen von oben, mit einer Infrarotlampe zum Beispiel, so stellt sich eine stabile Schichtung mit einem starken Temperaturgradienten ein [3].

Ist nun die Flüssigkeit, die von unten geheizt wird, ein gutes Atmosphärenmodell? Wieder heißt die Antwort: nein. Wieder wird eine der Forderungen an das Modell nicht erfüllt. Es reproduziert nicht den Temperaturunterschied zwischen unten und oben.

Unser erstes Modell lieferte eine zu große Temperaturdifferenz, das zweite liefert gar keine. Versuchen wir es daher mit einem dritten: mit einer gasförmigen Atmosphäre. Das ist insofern keine schlechte Idee, als ja auch die richtige Atmosphäre gasförmig ist.

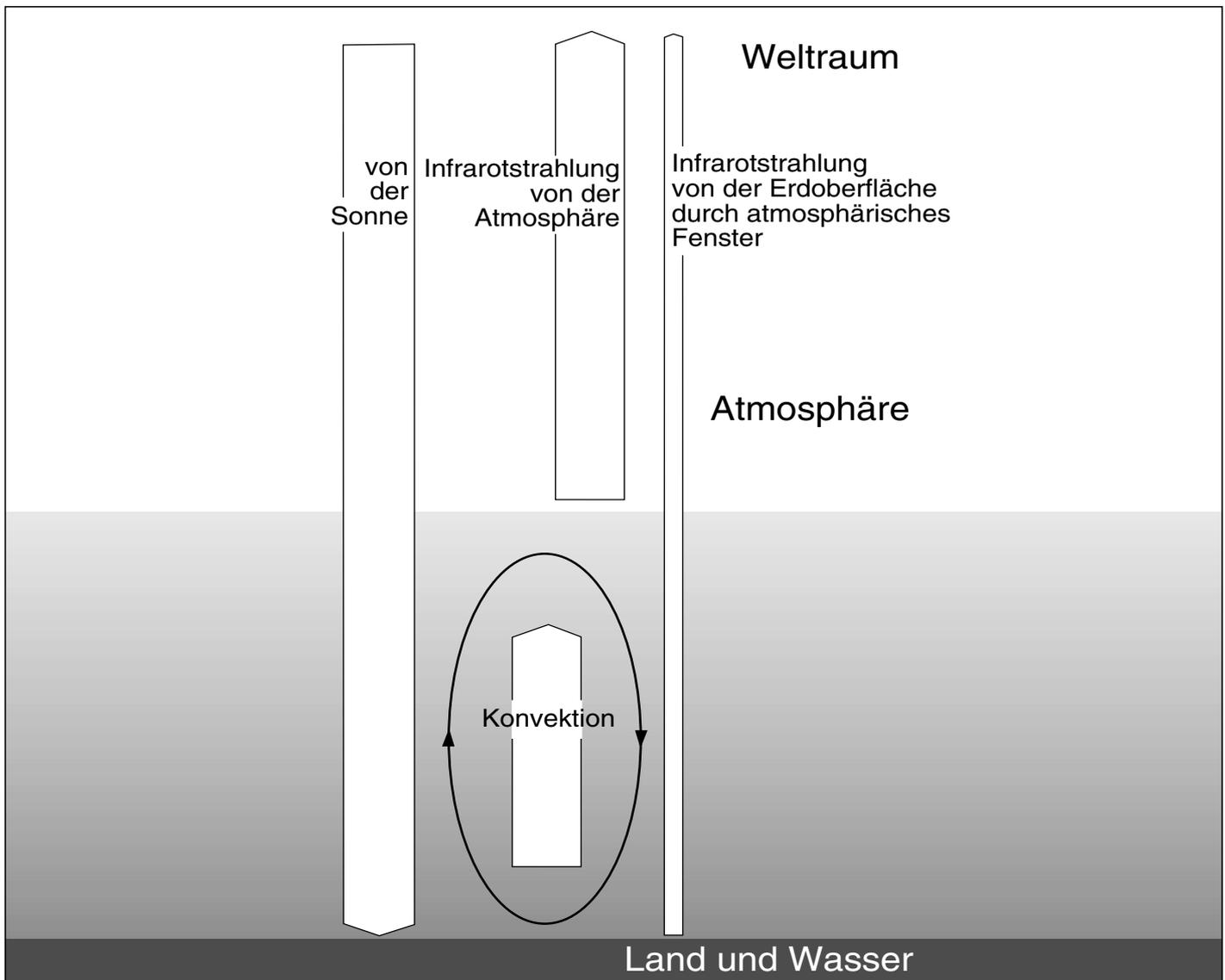


Abb. 9: Im Vergleich zu Abb. 7 verbesserte Version eines Energieflussbildes der Troposphäre. Von oben nach unten geht die Energie mit sichtbarem Licht. An der Erdoberfläche wird Wärme erzeugt. Diese gelangt zum größeren Teil konvektiv, zum kleineren radiativ durch das atmosphärische Fenster nach oben.

3.3 Gasatmosphären

Wieder beginnen wir damit, dass wir den Anfangszustand definieren. Wir wählen ihn genau so wie bei dem Modell der flüssigen Atmosphäre: Wir rühren kräftig um. Wieder erzwingen wir dadurch eine mechanisch indifferente Schichtung. Wie bei der Flüssigkeit wird auch hier der Druck nicht homogen. Interessant ist nun aber, dass diesmal auch die Temperatur nicht homogen wird. Wie der Druck, so nimmt in diesem Zustand auch die Temperatur nach oben hin ab. Es stellt sich also nicht nur ein ganz bestimmter Druckgradient ein, sondern auch ein ganz bestimmter Temperaturgradient. Um das zu verstehen, betrachten wir ein Paket Luft in einem flexiblen Plastikbeutel. Der Plastikbeutel dient dazu, dass wir die Luft identifizieren und verfolgen können. Bewegt man den Beutel nach oben, so expandiert die Luft und ihre Temperatur nimmt ab. Die Temperatur nimmt zu, wenn man den Beutel wieder nach unten bringt. Zu jeder Höhe gehört also nicht nur ein bestimmter Druck, sondern auch eine bestimmte Temperatur.

Noch leichter lässt sich die Wirkung des Mischens mit Hilfe der Entropie beschreiben. Das Mischen führt dazu, dass die Entropie pro Stoffmenge überall denselben Wert annimmt: Jedes mol oder kg Luft, egal ob oben oder unten, enthält nach dem Mischen die gleiche Entropiemenge.

In dem Fall, dass die Luft wasserfrei ist, ist die Höhenabhängigkeit der Temperatur $T(z)$ die einfachste Funktion, die man sich denken kann: Sie ist linear.

$$T(z) = T(0) - (gM/c_p) \cdot z$$

Hier ist $T(0)$ die Temperatur bei der Höhe $z = 0$, g der Ortsfaktor, M die molare Masse und c_p die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck. Nach dieser Gleichung ergibt sich ein Temperaturgefälle von etwa 1 K pro 100 m Höhendifferenz. Dieser Wert stimmt mit demjenigen, den man für trockene Luft beobachtet, gut überein. Dass man in der echten Atmosphäre im Mittel einen etwas geringeren Wert findet, nämlich etwa 0,6 K pro 100 m, liegt daran, dass die Luft Wasserdampf enthält, der beim Aufsteigen kondensiert.

Das Bemerkenswerte an dieser Situation ist nun, dass in der Atmosphäre ein Temperaturgefälle existiert, das nicht, wie beim Styropormodell, durch einen Wärmestrom verursacht wird.

Auch diese Atmosphäre wollen wir nun stören, indem wir sie von unten heizen, Abb. 8c. Ihre Reaktion darauf ist im Wesentlichen dieselbe wie die der flüssigen Atmosphäre: Es bildet sich Konvektion aus. Der einzige Unterschied,

der allerdings wesentlich für uns ist: Während die Luft herumkonvektiert, ändert sich ständig ihre Temperatur. Beim Aufsteigen nimmt die Temperatur ab, beim Absinken nimmt sie wieder zu – genau so wie der Druck. Wir haben damit ein funktionierendes Modell gefunden. Es entspricht dem Energieflussbild von Abb. 7.

Wie jedes andere kann man aber auch dieses Modell verbessern. Wir wollen nämlich eine der vereinfachenden Voraussetzungen, die wir gemacht hatten, wieder fallen lassen. Wir hatten angenommen, dass die Wärme zu 100% konvektiv transportiert wird. Tatsächlich ist die Konvektion zwar der dominante, aber nicht der einzige Wärmetransportvorgang. Es wäre der einzige, wenn die Atmosphäre für IR-Licht völlig undurchlässig wäre. Das ist sie aber nicht, denn es gibt das atmosphärische Fenster. Das bedeutet, dass ein Teil der Wärme nicht konvektiv transportiert wird, wie wir es angenommen haben, sondern direkt durch das atmosphärische Fenster in den Weltraum gestrahlt wird. Wir erhalten so das Flussbild von Abb. 9.

4 Der Einfluss von Treibhausgasen

Es ist nun leicht zu erklären, wie die so genannten Treibhausgase den Wärmetransport durch die Atmosphäre beeinflussen. Sie tun es auf zwei verschiedene Arten:

Wenn das Gas nicht im Bereich des atmosphärischen Fensters absorbiert, sondern dort, wo die Atmosphäre sowieso schon absorbiert, dann vergrößert es die schon vorhandene Absorption. Ein Beispiel ist Kohlenstoffdioxid. Wie wirkt sich das auf den Wärmetransport aus? Wir hatten gesehen, dass die Atmosphäre von einer bestimmten Höhe an IR-durchlässig wird, weil dort die Luft, und damit die absorbierenden Gase hinreichend dünn geworden sind. Wenn nun die Konzentration der absorbierenden Gase zunimmt, so nimmt diese Emissionshöhe oder effektive Dicke der Atmosphäre zu, Abb. 10a. Da die Temperatur an der Oberseite der IR-absorbierenden Schicht festliegt, folgt, dass die Temperatur an der Unterseite, d. h. an der Erdoberfläche zunimmt.

Wenn das Gas aber innerhalb des IR-Fensters absorbiert, so passiert etwas anderes: Das Fenster wird enger, es wird teilweise blockiert. Das ist der Fall für die Fluor-Chlor-Kohlenwasserstoffe. Eine Konsequenz ist auch hier, dass die Erde wärmer wird. Wenn nicht mehr so viel Wärme durch das atmosphärische Fenster geht, so muss mehr über den Konvektionsmechanismus abtransportiert werden. Daher muss die Temperatur am Ort der Emissionshöhe zunehmen, Abb. 10b. Weil aber der Temperaturgradient konstant ist, wirkt sich das auf die Temperatur der Erdoberfläche aus. Sie nimmt um denselben Betrag zu.

5 Zusammenfassung

Wir hatten am Anfang von Abschnitt 3 drei Fragen formuliert, die mit Hilfe des zu entwickelnden Atmosphärenmodells beantwortet werden sollten. Tatsächlich haben wir alle drei Antworten gefunden. Wir wollen die Antworten noch einmal zusammenfassen:

1. Warum nimmt die Temperatur in der Troposphäre, nach oben hin ab?

Es handelt sich um das Temperaturgefälle, das sich in jedem gut durchmischten Gas im Gravitationsfeld ausbildet.

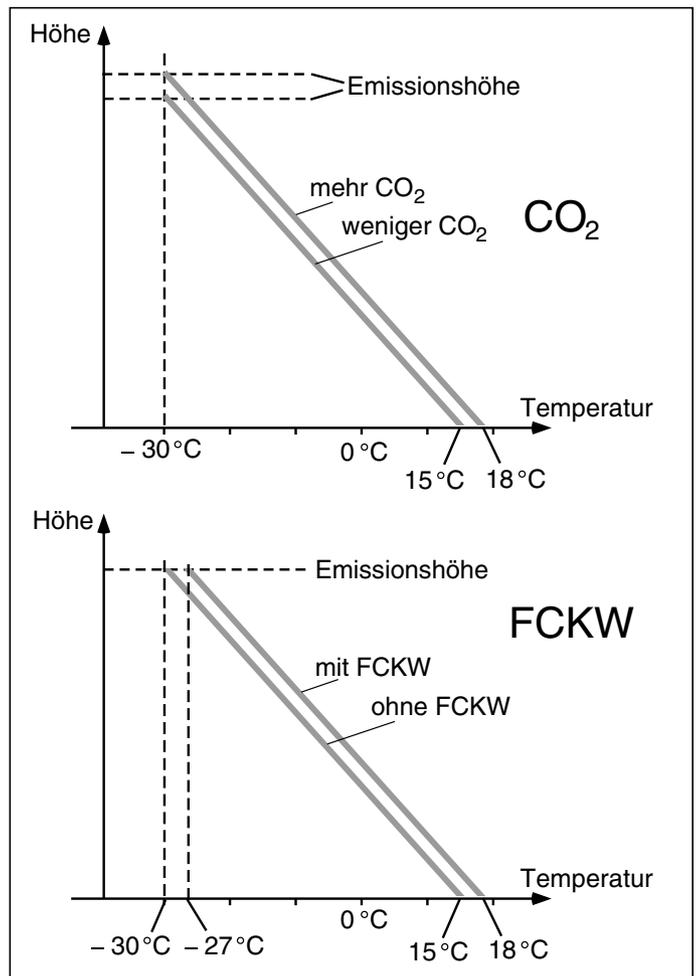


Abb. 10: Die Temperatur als Funktion der Höhe. (a) Mit weniger und mit mehr Kohlenstoffdioxid. (b) Mit und ohne Gas, das im Bereich des atmosphärischen Fensters absorbiert.

2. Welcher Mechanismus ist für den Wärmetransport von der Erdoberfläche zur Emissionshöhe zuständig?

Zum größeren Teil Konvektion, zum kleineren Teil IR-Strahlung durch das atmosphärische Fenster.

3. Wie beeinflussen die so genannten Treibhausgase diesen Wärmetransport?

Den konvektiven Anteil: Die effektive Dicke der Atmosphäre nimmt zu. Den radiativen Anteil: Das atmosphärische Fenster wird teilweise blockiert.

Literatur

[1] F. Fiedler: „Regionale und globale Klimavariabilität: Wie steht es um die Genauigkeit unserer Kenntnisse?“, 19. Hochschultage Energie, Tagungsbericht, RWE Energie Aktiengesellschaft, S. 35-58 (1999)

[2] ebd., S. 40: „Bedeutsam ist die Feststellung, dass die Erdoberfläche wesentlich stärker gekühlt wird durch Energieverluste infolge der Verdunstung als über die Strahlung. Insofern kann man feststellen, dass den Strahlungsprozessen in diesem gesamten Problembereich in der Vergangenheit häufig eine zu große Bedeutung beigemessen wurde.“

[3] L. Jablko: „Schichtungen in Flüssigkeiten und Gasen“, Physik in der Schule 33 (1995), S. 10-16

Dank

Ich danke Herrn Professor Dr. Klaus Dieter Beheng vom Institut für Meteorologie und Klimaforschung der Universität Karlsruhe für fruchtbare Diskussionen.

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe

Wie funktioniert die Halbleiterdiode?

F. Herrmann u. P. Würfel

1 Einleitung

Halbleiterdioden werden in drei verschiedenen Funktionen eingesetzt: als Gleichrichter, als Lichtquellen und als photoelektrische Energiequellen. Wir stellen eine einfache Erklärung der Diode in ihren verschiedenen Funktionen vor. Es wird sich zeigen, dass man dazu die folgenden Zutaten nicht braucht:

- das Bändermodell,
- die Aufladung beiderseits der p-n-Grenzfläche,
- die Ladungsträgerverarmung in der Nähe der p-n-Grenzfläche.

Die Behandlung beschränkt sich auf die Darstellung der physikalischen Grundprinzipien. Sie ist auch Teil des Karlsruher Physikkurses [1]. Sie reicht nicht, wenn man etwa die Kennlinie der Diode herleiten oder den Wirkungsgrad berechnen möchte. Wer daran interessiert ist, sei auf die Fachliteratur verwiesen [2].

2 Bewegliche Ladungsträger in Halbleitern

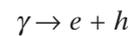
2.1 Die drei Stoffe e , h und γ

Ein Halbleitermaterial ist im Wesentlichen ein Nichtleiter. Die Elektronen befinden sich entweder auf inneren Schalen, fest an die zugehörigen Atomkerne gebunden, oder sie bilden, sofern es sich um die Valenzelektronen handelt, die vier kovalenten chemischen Bindungen zu den Nachbaratomen und sitzen damit auch fest. Falls Photonen vorhanden sind, kann ein solches Material eine gewisse Leitfähigkeit bekommen. Ein Photon geeigneter Energie kann nämlich ein Elektron aus seiner Bindung lösen. Das Elektron wird beweglich und trägt damit zur Leitfähigkeit des Materials bei. Außer dem beweglichen Elektron entsteht bei diesem Prozess noch ein anderer beweglicher Ladungsträger. Dort wo das Elektron hergenommen wurde, fehlt ein Elektron. Das bedeutet, dass ein Elektron aus einer Nachbarbindung in die Lücke springen kann. Dadurch wird die erste Lücke geschlossen, aber gleichzeitig entsteht eine neue Lücke. In anderen Worten: Auch das „Loch“, das fehlende Bindungselektron, kann sich im Material herumbewegen. Das ist äquivalent dazu, dass sich ein positiver Ladungsträger im Material herumbewegen kann. Man beachte, dass das Material bei dem Vorgang, den wir betrachtet haben, nicht elektrisch aufgeladen wird. Es werden lediglich Ladungsträger, die vorher unbeweglich waren, beweglich. (Man kann sich durchaus vorstellen, dass der nicht angeregte Halbleiter außer vielen unbeweglichen Elektronen auch viele unbewegliche Löcher enthält.)

Die beweglichen Ladungsträger unterscheiden sich nun so stark von den unbeweglichen, dass es zweckmäßig ist, sich

die beweglich gewordenen Ladungsträger als eine neue Teilchensorte vorzustellen. Und es ist dann nur konsequent, die beweglichen Elektronen und Löcher als die Teilchen von zwei Stoffen zu betrachten: dem e -Stoff und dem h -Stoff. Wir sprechen im Folgenden über diese Stoffe genauso wie man über die Stoffe der Chemie spricht. Es mag überraschen, dass man sich allein durch diese scheinbar unbedeutende Maßnahme die Einführung des Bändermodells erspart. Das Bändermodell ist dann implizit schon berücksichtigt.

Außer dem e -Stoff und dem h -Stoff ist noch ein dritter „Stoff“ im Spiel: Das Licht, also der Stoff, dessen Teilchen die Photonen sind. Der Vorgang, von dem gerade die Rede war, lässt sich mit den Symbolen der Chemie so beschreiben:



Diese Reaktionsgleichung sagt zum Beispiel: Aus einem Mol Licht entsteht ein Mol e -Stoff und ein Mol h -Stoff. Die Reaktion kann auch in die umgekehrte Richtung laufen: Aus e -Stoff und h -Stoff entsteht dann Licht. Unter „normalen“ Umständen herrscht aber chemisches Gleichgewicht:



γ ist in diesem Fall die thermische Umgebungsstrahlung. Dank der thermischen Umgebungsstrahlung enthält ein Halbleiter stets eine geringe Konzentration von e -Stoff und h -Stoff, also bewegliche Elektronen und bewegliche Löcher. Die damit verbundene Leitfähigkeit ist allerdings so gering, dass das Material praktisch noch ein Nichtleiter ist.

Man kann nun die Leitfähigkeit des Halbleitermaterials stark erhöhen, indem man es mit einem anderen Stoff „dotiert“, d. h. mit einer kleinen Konzentration dieses anderen Stoffes versieht.

Nehmen wir zunächst an, das Ausgangsmaterial sei das vierwertige Silizium. Dotiert man es mit dem fünfwertigen Arsen, so ist eines der Valenzelektronen jedes Arsenatoms nur noch sehr schwach gebunden. Bei Normaltemperatur spielt diese schwache Bindung keine Rolle mehr, so dass dieses Elektron beweglich ist. Das Material ist damit leitfähig geworden. Die Stoffmenge des e -Stoffs im „n-dotierten“ Silizium ist gleich der Stoffmenge des Arsens.

Ein ähnlicher Effekt tritt ein, wenn man das Silizium mit einem dreiwertigen Stoff „p-dotiert“, mit Bor zum Beispiel.

Tab. 1. Die Konzentrationen von e -Stoff und h -Stoff in undotiertem, n-dotiertem und p-dotiertem Silizium. Das Produkt $c_e \cdot c_h$ hat immer denselben Wert.

	c_e in cm^{-3}	c_h in cm^{-3}	$c_e \cdot c_h$ in cm^{-6}	
nicht dotiert	10^{10}	10^{10}	10^{20}	nicht leitfähig
n-dotiert	10^{17}	10^3	10^{20}	leitfähig für Elektronen
p-dotiert	10^3	10^{17}	10^{20}	leitfähig für Löcher

Jetzt *fehlt* ein Elektron, um die Bindungen zu den Nachbarn komplett zu machen. Mit sehr geringem Energieaufwand kann ein fehlendes Bindungselektron dadurch beschafft werden, dass von einer Nachbarbindung ein Elektron einspringt. Damit entsteht ein bewegliches Loch, und wieder wird das Silizium elektrisch leitfähig. Das mit Bor dotierte Silizium enthält *h*-Stoff. Die Stoffmenge des *h*-Stoffs ist gleich der Bor-Stoffmenge.

Während der Halbleiter im ersten Fall negativ geladene bewegliche Ladungsträger enthält, sind es im zweiten Fall positiv geladene. Auch hier wollen wir nicht vergessen: Das Silizium wird durch das Dotieren mit Arsen oder Bor nicht elektrisch geladen. Es wird nur leitfähig.

2.2 Das Massenwirkungsgesetz

Im chemischen Gleichgewicht entsteht im Mittel genau so häufig ein Photon aus einem Elektron-Loch-Paar, wie umgekehrt ein Elektron-Loch-Paar aus einem Photon. Nun hängt die Absorptionsrate der Photonen, und damit die Erzeugung von *e-h*-Paaren, nur von der Konzentration der Photonen in der Umgebungsstrahlung ab. Sie ist daher unabhängig von der Dotierung. Die Rate, mit der Elektronen und Löcher verschwinden (und Photonen entstehen), hängt dagegen von der Konzentration der Elektronen und der der Löcher ab. Genauer: Sie ist proportional zum *Produkt* der Konzentrationen von Elektronen und Löchern. Aus der Gleichheit der beiden Raten (Entstehung und Vernichtung von Elektron-Loch-Paaren) folgt, dass das Produkt der Konzentrationen von *e*- und *h*-Stoff konstant bleibt, wenn die Dotierung geändert wird:

$$c_e \cdot c_h = \text{const} \quad (2)$$

Verdoppelt man zum Beispiel (etwa durch Dotieren) die Konzentration des *e*-Stoffs, so halbiert sich die des *h*-Stoffs. Da die Umgebungsstrahlung temperaturabhängig ist, ändert sich der Wert des Produkts $c_e \cdot c_h$ mit der Temperatur. Der Chemiker erkennt in Beziehung (2) das Massenwirkungsgesetz.

Für Silizium hat das Produkt $c_e \cdot c_h$ bei 300 K etwa den Wert $10^{20}/\text{cm}^6$. (Als Maßeinheit der Konzentration nehmen wir Stück pro Kubikzentimeter.) Ist das Silizium nicht dotiert – weder mit Arsen noch mit Bor –, so müssen die Konzentrationen von *e*-Stoff und *h*-Stoff untereinander gleich sein. Damit das Produkt $10^{20}/\text{cm}^6$ beträgt, muss jeder der beiden Stoffe in einer Konzentration von $10^{10}/\text{cm}^3$ vorliegen, Tab. 1. Wenn das Silizium dagegen mit einer Konzentration von 10^{17} Atomen Arsen pro cm^3 dotiert ist, so enthält es auch 10^{17} bewegliche Elektronen pro cm^3 , und folglich nur noch 10^3 Löcher. Entsprechend ist es, wenn das Material p-dotiert ist.

2.3 Die Stoffleitfähigkeit

Als Physiker ist man es gewohnt, von *der* elektrischen Leitfähigkeit zu sprechen. Es kommt einem meist nur darauf an, ob ein Stoff bewegliche Ladungsträger enthält oder nicht. Man interessiert sich nicht dafür, welches die Ladungsträger sind. Enthält das Material viele bewegliche Ladungsträger, so ist es ein guter Leiter, enthält es nur wenige, so ist es ein schlechter Leiter.

Nun gibt es aber Phänomene, die man nur dann versteht, wenn man spezifiziert, welche Ladungsträger in einem gegebenen Material beweglich sind und welche nicht. Eine

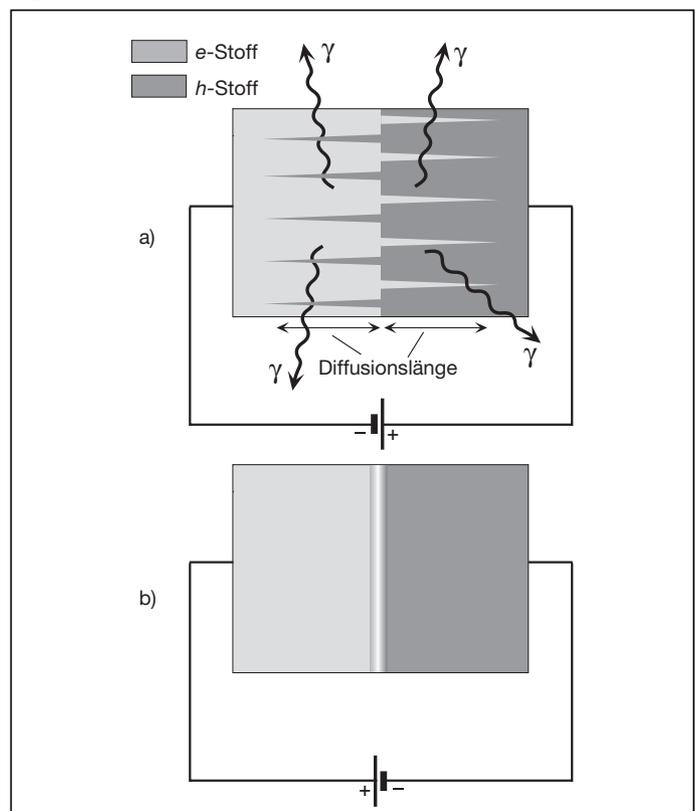
wichtige Rolle spielt diese Unterscheidung in der Elektrochemie. So nennt man einen Stoff einen Elektrolyten, wenn er leitfähig ist für Ionen und nicht leitfähig für Elektronen. Metallische „Leiter“ dagegen sind Leiter für Elektronen und (im Allgemeinen) Nichtleiter für Ionen. Auf diesem Unterschied in der *Stoffleitfähigkeit* beruht die Funktionsweise aller elektrochemischen Zellen.

Auch für die Funktionsweise der Halbleiterdiode spielen die Unterschiede in der Stoffleitfähigkeit für Elektronen und für Löcher eine entscheidende Rolle. n-dotiertes Material ist leitfähig für Elektronen und es ist ein Nichtleiter für Löcher, p-dotiertes Material ist leitfähig für Löcher und nichtleitend für Elektronen, Tab. 1. Wir betrachten ein Stück n-Material, das links und rechts geeignete Kontakte hat. Drückt man von links Elektronen in das Material hinein, so kommen sofort auf der rechten Seite Elektronen heraus. Dasselbe gilt für einen p-dotierten Halbleiter. Das Verhalten ist dasselbe wie bei einem mit Wasser gefüllten Rohr. Drückt man Wasser an der einen Seite hinein, so kommt an der anderen sofort Wasser heraus, obwohl das hineingedrückte Wasser noch längst nicht durch das Rohr hindurchgeflossen ist.

3 Die Halbleiterdiode als Gleichrichter und als Leuchtdiode

Nun zum Aufbau der Halbleiterdiode. Sie besteht aus zwei Bereichen. Der eine ist n-, der andere p-dotiert. Der eine enthält also *e*-Stoff, der andere *h*-Stoff. Außerdem hat sie am p- und am n-Teil je einen metallischen Kontakt. Wir schließen die Halbleiterdiode an eine Batterie an, und zwar zunächst in „Durchlassrichtung“, Abb. 1a. Die Ladungsträger im n- und p-Gebiet bewegen sich in entgegen-

Abb. 1: Halbleiterdiode in Durchlassrichtung (a) und in Sperrrichtung gepolt (b)



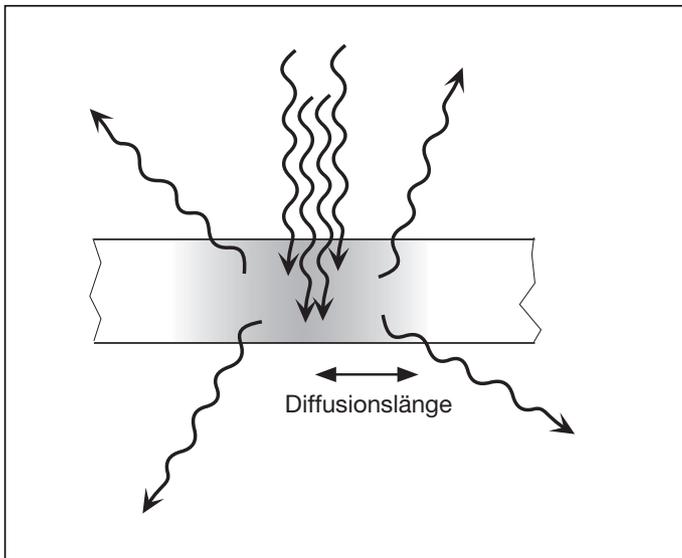


Abb. 2: Das Licht erzeugt im p-Material e - h -Paare. Dadurch nimmt die e -Konzentration am Ort der Einstrahlung stark zu. Zu den Seiten hin klingt sie auf einer Länge von etwa 0,1 mm ab. Dargestellt ist nur der e -Stoff.

gesetzte Richtungen: Der e -Stoff nach rechts und der h -Stoff nach links. Betrachten wir nun, was in der Nähe der p-n-Kontaktfläche passiert. Von links, vom n-Gebiet her fließen Elektronen über die Grenze hinweg ins p-Gebiet hinein. Dadurch nimmt die e -Konzentration im p-Gebiet im Vergleich zu ihrem Gleichgewichtswert zu. Das bedeutet, dass das chemische Gleichgewicht der Reaktion (1) im p-Gebiet gestört wird. Wir bekommen einen Nettoreaktionsumsatz, der mit der Produktion von Licht und dem Verschwinden von e - und h -Stoff verbunden ist:



Das Entsprechende passiert mit dem h -Stoff, der vom p-Gebiet über die Grenzfläche ins n-Gebiet strömt. Auch dort wird das chemische Gleichgewicht gestört, und auch dort wird gemäß Reaktion (3) Licht produziert.

Polt man die Diode um, Abb. 1b, so kann der elektrische Strom nicht mehr fließen. Es müssten ja dazu Ladungsträger von der Kontaktfläche aus wegfließen. Da von dort her aber keine Ladungsträger nachgeliefert werden, können auch keine abfließen. Genauer gesagt: fast keine. Schließlich produziert die Umgebungsstrahlung pro Sekunde eine gewisse, kleine Menge von e - h -Paaren. Diese geringe Nachlieferung ist verantwortlich für den *Sperrstrom*.

Wir kehren noch einmal zur Durchlasspolung zurück. Interessant ist die Frage, an welcher Stelle Reaktion (3) abläuft. Man könnte denken, die ins p-Gebiet einströmenden Elektronen reagieren sofort, d.h. sobald sie die n-p-Grenzfläche überschritten haben, und ebenso die Löcher, die ins n-Gebiet einströmen. Tatsächlich ist das aber nicht der Fall. Der Grund dafür ist, dass Reaktion (3) recht stark gehemmt ist.

Was bedeutet das? Damit eine chemische Reaktion laufen kann, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein: Es muss ein Reaktionsantrieb vorliegen (das chemische Potenzial der Edukte muss höher sein als das der Produkte) und der Reaktionswiderstand darf nicht zu hoch sein. (Als Physiker wissen wir, dass analoge Bedingungen erfüllt sein müssen, damit ein elektrischer Strom fließt: Erstens bedarf es einer Spannung, und zweitens darf der Widerstand nicht zu hoch sein.) Ein einfaches Beispiel für eine stark gehemmte Reaktion ist die Verbrennung von Wasserstoff. Obwohl die Reaktion $2 \text{H}_2 +$

$\text{O}_2 \rightarrow 2 \text{H}_2\text{O}$ einen starken Reaktionsantrieb hat, kann man den Wasserstoff zusammen mit dem Sauerstoff in einem Behälter aufbewahren, ohne dass die Reaktion merklich laufen würde, denn der Reaktionswiderstand ist sehr hoch. (Man kann ihn vermindern mit Hilfe eines Katalysators oder durch Erhöhen der Temperatur.) So groß wie in diesem Beispiel ist der Widerstand der Reaktion (3) zwar nicht. Immerhin können die Elektronen aber weit ins p-Material eindringen, bevor sie unter Lichtemission mit Löchern reagieren. Die im Mittel durchlaufene Strecke, die *Diffusionslänge* der Elektronen, beträgt in Silizium etwa 0,1 mm. Sie sagt uns, welcher Bereich in der Umgebung der Kontaktfläche für das Funktionieren der Diode zuständig ist. In dieser *Diffusionszone* geschieht bei der Leuchtdiode die Emission von Licht¹⁾. Beim Photoelement treibt das in der Diffusionszone absorbierte Licht den elektrischen Strom an.

4 Die Halbleiterdiode als Photoelement

Um das Photoelement zu verstehen, müssen wir zunächst ein noch einfacheres Gebilde untersuchen. Was passiert, wenn man eine Stelle eines reinen p-Leiters mit einem feinen Lichtstrahl beleuchtet?

Wir stellen uns vor, wir könnten den Ablauf in Zeitlupe beobachten, unmittelbar nachdem das Licht eingeschaltet wurde, Abb. 2. Mit dem Einschalten des Lichts beginnt im Halbleitermaterial die Produktion von Paaren beweglicher Elektronen und Löcher. Wir haben also eine e - h -Paarquelle. Wäre das Material sowohl für Elektronen, als auch für Löcher leitfähig, so würden beide Ladungsträgersorten in die Umgebung abfließen. Die neu erzeugten Elektronen würden die schon vorhandenen Leitungselektronen wegdrücken, und die neu erzeugten Löcher würden die schon vorhandenen Löcher wegdrücken. Tatsächlich ist das Material aber für Elektronen nicht leitfähig. Daher stauen sich die neu erzeugten beweglichen Elektronen. Es entsteht ein Konzentrationsgefälle. Dieses stellt einen Antrieb für die Elektronen dar, der sie vom Produktionsort wegtreibt. Die Löcher könnten zwar viel leichter wegfließen als die Elektronen, da das Material für Löcher leitfähig ist. In dem Maße wie sie allein, d. h. ohne die entsprechenden Elektronen wegfließen, entsteht aber an der Stelle, von der sie wegfließen, eine negative elektrische Aufladung. Das zugehörige elektrische Potenzialgefälle bindet die Löcher an die beweglichen Elektronen: e - und h -Stoff werden elektrostatisch zusammengehalten. Die wenigen Elektronen diffundieren also vom Erzeugungsort nach außen, und die vielen Löcher verschieben sich ganz wenig (wobei die Teilchenstromstärken von Elektronen und Löchern gleich sind). Dabei reagieren Elektronen und Löcher gemäß Gleichung (3). Die Entfernung, die ein Elektron im Mittel zurücklegt bis es mit einem Loch reagiert, ist wieder gleich seiner Diffusionslänge. Wir fassen noch einmal zusammen: An der Stelle, wo das Licht auftrifft wird e - und h -Stoff produziert. Auf Grund des Konzentrationsgefälles strömen die Stoffe vom Erzeugungsort

¹⁾ In manchen Lehrbüchern wird behauptet, für den Gleichrichtereffekt sei ein an beweglichen Ladungsträgern verarmter Bereich beiderseits der Kontaktfläche zwischen p- und n-Gebiet verantwortlich. Tatsächlich ändert dieser Bereich, dessen Dicke bei Stromlosigkeit etwa 1/1000 der Diffusionslänge beträgt, seine Dicke mit der angelegten Spannung, so dass der Schluss plausibel scheint. Nun kann man aus der Korrelation zwischen zwei Effekten aber nicht schließen, dass der eine die Ursache des anderen ist. Wie es zu der Ladungsträgerverarmung kommt, sowie zu einer elektrischen Aufladung beiderseits des p-n-Kontakts, wird in Abschnitt 7.1 erläutert.

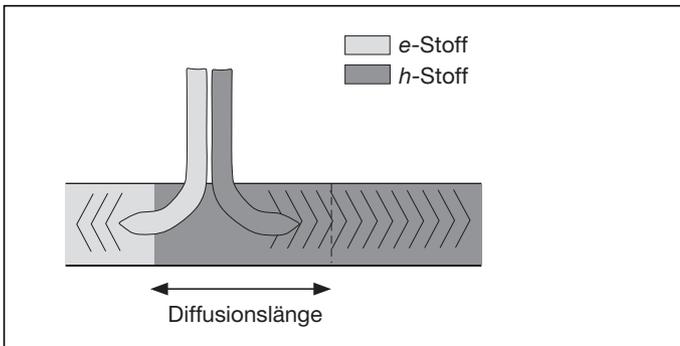


Abb. 3: Das einfallende Licht stellt eine Quelle für e - h -Paare dar. Hier wurde es ersetzt durch zwei Leitungen, durch die gleiche Mengen e - und h -Stoff zufließen. Sie haben den gleichen Effekt wie das Licht. Die Elektronen können nur nach links, die Löcher nur nach rechts abfließen.

weg. Innerhalb einer Diffusionslänge entsteht aus dem e -Stoff und dem h -Stoff wieder Licht.

Aus der Vorrichtung von Abb. 2 wird nun dadurch ein Photoelement, dass man das Lichtbündel nicht irgendwo mitten im p-Gebiet einfallen lässt, sondern in der Nähe der p-n-Grenze. Genauer: In einem Abstand, der kleiner ist als die Diffusionslänge. Schicken wir also das Lichtbündel an eine Stelle im p-Gebiet, die weniger als die Elektronendiffusionslänge von der p-n-Grenze entfernt ist. In Abb. 3 wurde der Lichtstrahl durch zwei Leitungen ersetzt, durch die gleiche Mengen e - und h -Stoff in das Halbleitermaterial hineingedrückt werden. Ein solcher Zufluss ist zur Produktion von e - h -Paaren durch Licht äquivalent. Was das Abfließen der Elektronen und Löcher betrifft, so gibt es jetzt keine Probleme mehr. Die Elektronen erreichen die p-n-Grenze und finden dort ein Gebiet mit einer hervorragenden Elektronenleitfähigkeit vor²⁾. Sie können also nach links abfließen. Die Löcher befinden sich von Anfang an in einem Gebiet, das gut löcherleitfähig ist. Sie können nach rechts abfließen, indem sie die vorhandenen beweglichen Löcher nach rechts drücken.

Wir hätten das Licht natürlich auch auf der n-Seite auftreffen lassen können. Wichtig ist nur, dass es innerhalb der Diffusionszone auftrifft. Tatsächlich lässt man bei einem realen Photoelement das Licht senkrecht zum p-n-Übergang auftreffen, sodass die ganze Diffusionszone mit Licht überflutet wird.

5 Versuch

Wir haben gesehen, dass eine Halbleiterdiode auf verschiedene Arten betrieben werden kann: Als Gleichrichter, als Lichtquelle und als elektrische Energiequelle. Je nachdem, wozu die Diode verwendet werden soll, unterscheidet sich die technische Realisierung. Diese Unterschiede sind aber für das Verständnis der Funktionsweise nicht wesentlich. Es empfiehlt sich daher, im Unterricht die drei Funktionen mit Hilfe ein und derselben Diode zu zeigen. Geeignet ist hierfür eine möglichst große rote Leuchtdiode. Man zeigt zunächst, dass der elektrische Strom in der Diode nur in einer Richtung fließen kann. Die Diode arbeitet als Gleichrichter. Ist die Diode in Durchlassrichtung gepolt, so offenbart sich natürlich auch ihre zweite

²⁾ Oft wird behauptet, für den Antrieb des elektrischen Stroms sei das elektrische Feld zuständig, das sich in unmittelbarer Umgebung der p-n-Grenzfläche befindet. Dass ein solches Feld prinzipiell keinen Antrieb darstellen kann, wird in Abschnitt 7.2 gezeigt.

Funktion: Sie leuchtet. Man schließt sie dann direkt, d. h. ohne zusätzliche elektrische Energiequelle, an ein Voltmeter mit einem hohen Innenwiderstand an. Hält man die Diode ins Licht, so zeigt das Voltmeter eine Spannung von über 1 V an. (Wegen der Winzigkeit der Diode ist der Kurzschlussstrom allerdings sehr gering.)

6 Zusammenfassung

Die Halbleiterdiode im Dunkeln ist in einer Richtung durchlässiger als in der anderen wegen der Unsymmetrie der Reaktion $\gamma \rightleftharpoons e + h$. Erzeugtes Licht entkommt zwar leicht, aber zur e - h -Erzeugung notwendiges Licht wird nur begrenzt nachgeliefert.

Der Antrieb des elektrischen Ladungsträgerstroms in einer Solarzelle ist ein Konzentrationsüberschuss von e - h -Paaren, der durch das Licht hervorgerufen wird. Die Ladungsträger fließen in entgegengesetzte Richtungen ab, da das Material auf der einen Seite des p-n-Kontakts nur für Elektronen, auf der anderen nur für Löcher leitfähig ist. Die in entgegengesetzte Richtungen fließenden e - und h -Ströme verursachen einen durchgehenden elektrischen Strom.

7 Anhang

7.1 Aufladung und Ladungsträgerverarmung an der Kontaktfläche

Wir interessieren uns für den Zustand des Materials in der Nähe der Kontaktfläche eines p-n-Übergangs. Wir formulieren zunächst als Behauptung, was dann bestätigt werden wird:

- 1 Beiderseits der Berührungsfläche entsteht eine elektrische Aufladung: Eine Ladungsverteilung ähnlich wie bei einem geladenen Kondensator.
- 2 Die Umgebung der Berührungsfläche ist an beweglichen Ladungsträgern stark verarmt.

Wie kommt es zu diesen Erscheinungen? Wir bringen in Gedanken ein Stück n-Material und ein Stück p-Material in Kontakt, und wir betrachten die Vorgänge, die unmittelbar nach dem Zeitpunkt des Berührens ablaufen, in Zeitlupe. Wir betrachten zunächst den e -Stoff, der sich, wie in Abb. 1, links befindet. Auf Grund des starken Konzentrationsgefälles zwischen n- und p-Gebiet beginnt der e -Stoff von links (hohe Konzentration) nach rechts (niedrige Konzentration) zu fließen. Das Konzentrationsgefälle stellt einen *Antrieb* für diesen Strom dar. Wenn es sich um ein normales, neutrales Gas handelte, würde dieser Vorgang so lange laufen, bis sich die Konzentrationen ausgeglichen haben. In unserem Fall ist es anders, denn die Elektronen sind elektrisch geladen. Wenn e -Stoff von links nach rechts fließt, so wird die vorher herrschende Neutralität gestört. Ein Gebiet links von der Grenze lädt sich positiv auf, ein Bereich rechts davon negativ. Damit entsteht ein elektrisches Potenzialgefälle, das als Antrieb für die beweglichen Elektronen in die andere Richtung, d. h. nach links wirkt. Das elektrische Potenzialgefälle wird größer und größer bis sich die beiden Antriebe – Konzentrationsgefälle nach rechts, elektrisches Potenzialgefälle nach links – aufheben. Es herrscht überall *elektrochemisches Gleichgewicht*. Tatsächlich geschieht das Einstellen dieses Gleichgewichts in einer sehr kurzen Zeit.

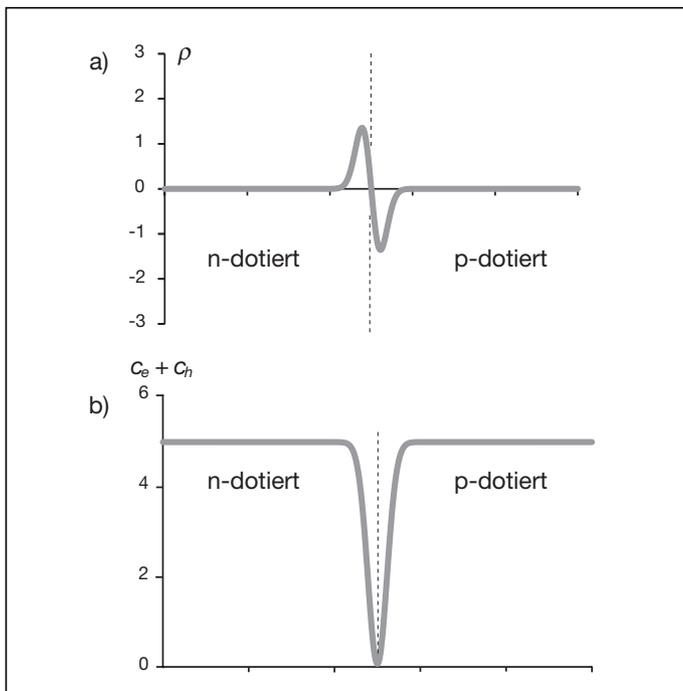


Abb. 4: (a) Ladungsdichte als Funktion der Ortskoordinate. (b) Konzentration der beweglichen Ladungsträger als Funktion der Ortskoordinate

Das Entsprechende passiert mit den Löchern. Auch sie fließen vom Material, in dem sie die hohe Konzentration haben, in dasjenige wo die Konzentration gering ist. Sie fließen also von rechts nach links. Auch das trägt bei zur positiven Aufladung links und zur negativen rechts.

Nebenbei sei erwähnt, dass eine solche Aufladung beiderseits der Grenzfläche mit dem zugehörigen Sprung im elektrischen Potenzial keineswegs eine Besonderheit eines p-n-Kontakts ist. Die Erscheinung ist an jedem Kontakt von zwei chemisch unterschiedlichen Materialien zu beobachten, seien es Metalle, Halbleiter oder Nichtleiter. So tritt sie auch in jedem elektrischen Stromkreis überall dort auf, wo das Leitermaterial wechselt: Bei jedem Übergang zwischen Kupferdraht, Silberkontakt, Aluminiumleiterbahn, Lötzinn usw. Man merkt davon allerdings gewöhnlich nichts, denn wenn man in einem geschlossenen Stromkreis einmal im Kreis herum geht, so geht man zwangsläufig diese Potenzialstufen genauso oft hinauf wie hinunter, so dass sie auf die elektrischen Phänomene keinen Einfluss haben. Man sieht, dass eine elektrische Potenzialdifferenz nicht zwangsläufig einen Antrieb eines elektrischen Stroms darstellt, ja dass im Gegenteil jeder Stromkreis elektrische Potenzialgradienten enthält, die dafür sorgen, dass kein elektrischer Strom fließt.

Die Dicke der Ladungsdoppelschicht hängt von der Konzentration der beweglichen Ladungsträger im Material ab. In Metall-Kontakten beträgt sie nur eine einzige Atomlage. Bei einem Halbleiterkontakt, wie wir ihn hier betrachten, ist eine typische Dicke $0,1 \mu\text{m}$. Das sind etwa 1000 Atomlagen, und es ist in Silizium etwa $1/1000$ der Diffusionslänge.

Nachdem wir uns bisher für die elektrische Aufladung in der Umgebung der Kontaktfläche interessiert haben, wollen wir noch nach den Teilchenkonzentrationen fragen. In den elektrisch geladenen Bereichen geht die Konzentration der Stoffe e und h von ihrem hohen Wert auf der einen Seite auf den niedrigen auf der anderen Seite über. Wenn man von links nach rechts geht, also vom n- ins p-Gebiet, so nimmt die Konzentration des e -Stoffs von ihrem hohen Wert, also z. B. $10^{17}/\text{cm}^3$ auf den niedrigen, z. B. $10^3/\text{cm}^3$ ab. Die h -Stoff-Konzentration nimmt entsprechend zu. Daraus

folgt, dass es eine Stelle geben muss, wo die Konzentrationen von e -Stoff und h -Stoff gleich sind. Da für Silizium $c_e \cdot c_h = 10^{20}/\text{cm}^6$ ist, betragen dort die Konzentrationen $c_e = c_h = 10^{10}/\text{cm}^3$. Wir haben daher im Übergangsbereich einen Einbruch der Ladungsträgerkonzentration von $10^{17}/\text{cm}^3$ auf $2 \cdot 10^{10}/\text{cm}^3$, d. h. um mehr als 6 Zehnerpotenzen.

Abb. 4 zeigt die Ladungsdichte und die Gesamtladungsträgerkonzentration als Funktion der Ortskoordinate, wenn man vom n-Gebiet ins p-Gebiet geht.

7.2 Warum das elektrische Potenzialgefälle am p-n-Übergang nicht für den Antrieb des Stroms verantwortlich sein kann

Man findet, nicht nur in Schul-, sondern gelegentlich auch in Hochschulbüchern, die Behauptung, in einem Halbleiterphotoelement stelle der elektrische Potenzialgradient in der Ladungsdoppelschicht (Abschnitt 7.1) den Antrieb für den elektrischen Strom dar. Bei oberflächlicher Betrachtung erscheint die Behauptung plausibel. Der elektrische Strom, den das Photoelement verursacht, braucht einen Antrieb. Als Antrieb für einen elektrischen Ladungsstrom kennen wir Physiker das elektrische Feld, also ein elektrisches Potenzialgefälle. Ein solches existiert in der Photodiode, und es hat auch die für die Erklärung benötigte Richtung. Also, schließt man, wird es wohl dieses elektrische Potenzialgefälle sein, das für den Strom verantwortlich ist.

Tatsächlich kann der Antrieb für einen stationären elektrischen Strom gar nicht ein elektrisches Potenzialgefälle sein. Folgt man nämlich einem (positiven) Ladungsträger in dem Stromkreis auf seinem Weg „im Kreis herum“, so geht es gerade genauso viel „bergauf“ wie „bergab“. Da es nun im Verbraucherwiderstand den Potenzialberg hinunter geht, muss es in der Quelle netto bergauf gehen. Man erkennt eine elektrische Energiequelle gerade daran, dass das elektrische Potenzial am „Ladungsausgang“ höher ist als am „Ladungseingang“. Dass es innerhalb der Energiequelle zwischendurch auch nochmal den Potenzialberg hinab geht, ändert an dieser Feststellung nichts. Wir hatten ja in Abschnitt 7.1 gesehen, dass elektrische Potenzialsprünge beim Übergang von einem Leitermaterial zu einem anderen die Regel sind. Der Antrieb der Ladungsträger kann daher kein elektrischer Antrieb sein. Tatsächlich wird der Ladungsträgerstrom in Halbleiterphotoelementen, genauso wie in elektrochemischen Zellen durch ein Konzentrationsgefälle angetrieben. Die Solarzelle ist also ein naher Verwandter der gewöhnlichen chemischen Batterie. Auch beim Thermoelement wirkt nicht ein elektrisches Potenzialgefälle als Antrieb des elektrischen Stroms. In diesem Fall ist der Antrieb ein Temperaturgradient. Die einzige Möglichkeit, einen elektrischen Strom doch mit Hilfe eines elektrischen Feldes anzutreiben, besteht darin, dass man ein Rotationsfeld erzeugt, d. h. ein Feld mit geschlossenen Feldlinien. Man nutzt diese Methode bekanntlich beim Generator aus.

Literatur

- [1] F. Herrmann: Der Karlsruher Physikkurs, Band 3, AULIS Verlag, Köln, 1999
- [2] P. Würfel, Physik der Solarzellen, Spektrum Akademischer Verlag, 2. Auflage, Heidelberg, 2000

Anschrift der Verfasser:

Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe, Prof. Dr. Peter Würfel, Institut für Angewandte Physik, Universität, 76128 Karlsruhe

Unstimmigkeiten bei der Behandlung von Schwingungen

F. Herrmann u. H. Hauptmann

1 Einleitung

Im Verlauf der Behandlung von mechanischen Schwingungsvorgängen interessiert man sich dafür, wie ein schwingungsfähiges System reagiert, wenn man es sinusförmig erregt. Man formuliert etwa die folgende Frage:

„Wie reagiert die Amplitude des schwingenden Körpers, wenn man die Frequenz einer zusätzlichen, harmonischen Kraft verändert?“

Unter „Amplitude“ versteht man dabei die Ortsamplitude. In symbolischer Form ist das betrachtete System in Abb. 1 dargestellt.

Die Fragestellung scheint plausibel. Man fragt nach dem Zusammenhang zwischen einer Ursache, der Kraft, und einer Wirkung der Bewegung, des Schwingers, für welche die Ortsamplitude ein Maß ist.

Als Ergebnis ergibt sich bekanntlich:

Das System schwingt sinusförmig, und zwar mit derselben Frequenz wie der Erreger. Die Ortsamplitude x_0 hat als Funktion der Erregerfrequenz f einen Verlauf wie es Abb. 2a zeigt. Das wichtigste daran ist, dass die Funktion $x_0(f)$ ein deutliches Maximum hat – wenigstens, solange die Dämpfung nicht zu groß ist. Für hohe Frequenzen geht sie gegen null, für niedrige gegen einen von null verschiedenen Wert. Das Maximum liegt ungefähr, aber nicht genau, bei der Eigenfrequenz f_0 des Schwingers. Zwischen der erregenden Kraft und dem Ort des Schwingers besteht eine Phasenverschiebung α , die ebenfalls von der Erregerfrequenz abhängt, Abb. 2b. Bei der Eigenfrequenz ist sie gleich $\pi/2$.

Wir Lehrer sind so daran gewöhnt, die Erscheinung der Resonanz auf diese Art zu behandeln, dass es uns gar nicht in den Sinn kommt, das Vorgehen in Frage zu stellen. Tatsächlich gibt es aber Gründe, nach Alternativen Ausschau zu halten. Wir möchten im Folgenden zeigen, dass man, wenn man so verfährt wie gerade skizziert, von einer ungeschickt gestellten Frage ausgeht.

Wir stellen zunächst in Abschnitt 2 fest, dass die Frage, so wie sie oben formuliert wurde, ungelegene Antworten zur Folge hat. Außerdem zeigen wir, dass es zahlreiche Möglichkeiten gibt, die Ausgangsfrage anders zu stellen.

In Abschnitt 3 wird begründet, warum es geschickter ist, nach der im Schwinger dissipierten Energie als Funktion der Erregerfrequenz zu fragen, statt nach der Ortsamplitude.

In Abschnitt 4 wird gezeigt, wie man die dissipierte Energie über die Messung der Geschwindigkeitsamplitude des schwingenden Körpers erhält.

Wie es zu der unpassenden Wahl der beobachteten Größe kam, wird in Abschnitt 5 diskutiert.

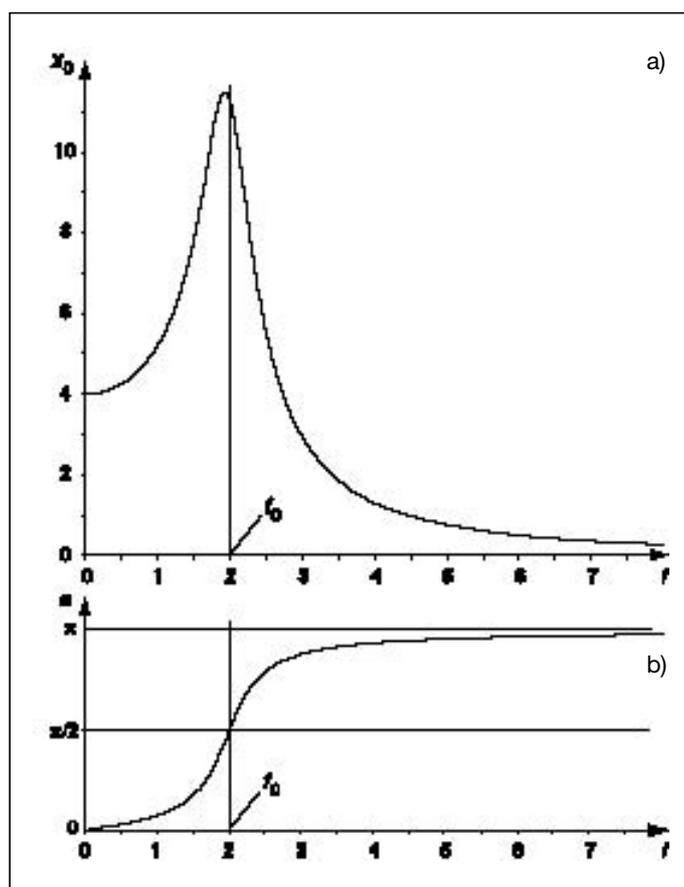
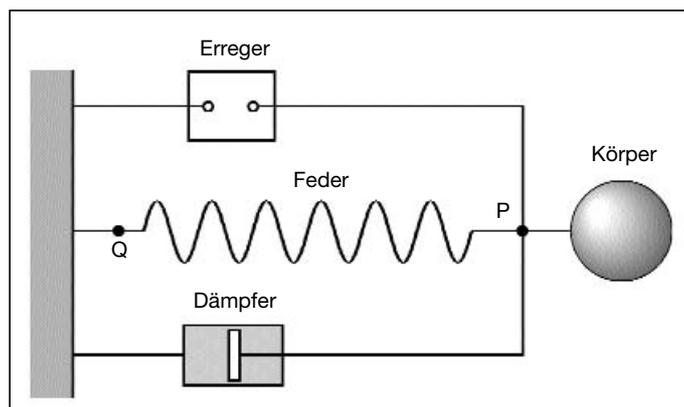


Abb. 1 (oben): Schematische Darstellung einer Anordnung zur Untersuchung von erzwungenen Schwingungen. Die Energiequelle (der „Erreger“) liefert eine sinusförmige Kraft mit konstanter Amplitude. Man beobachtet die Ortsamplitude des schwingenden Körpers als Funktion der Frequenz der Erregerkraft.

Abb. 2 (unten): Resonanzkurve in traditioneller Darstellung. (a) Die Ortsamplitude des Schwingers über der Frequenz bei konstanter Kraftamplitude der Erregerkraft. (b) Die Phasenverschiebung zwischen Ort des Schwingers und Kraft des Erregers.

2 Wie eine ungeschickt gestellte Frage eine unlegene Antwort verursacht

Wer mit dem Funktionsgraphen von Abb. 2 zum ersten Mal konfrontiert ist, wird ein gewisses Unbehagen empfinden. Die Funktion bringt nicht genau das zum Ausdruck, was man eigentlich gern zum Ausdruck gebracht hätte.

So liegt das Maximum der „Resonanzkurve“ von Abb. 2a nicht dort, wo man es eigentlich gern hätte, nämlich bei der Eigenfrequenz f_0 . Außerdem scheint Abb. 2a zu behaupten, der Schwinger schwinde auch bei $f=0$. Was die Kurve von Abb. 2b betrifft, so ist nicht klar zu erkennen, welche Einsicht sie vermitteln soll.

Bedeutet das, dass die Resonanz doch nicht ein so einfacher Vorgang ist, wie man es vielleicht erwartet hatte? Wir wollen zeigen, dass die Unstimmigkeiten von Abb. 2 nichts anderes sind als Artefakte, für die nur die willkürliche und unbedachte Wahl der untersuchten Größen, nämlich x_0 und α verantwortlich ist.

Wir müssen uns zunächst klar machen, dass man statt x_0 und α noch mehrere andere Größen als Funktion der Erregerfrequenz hätte auftragen können. So könnte man etwa fragen nach der Geschwindigkeitsamplitude des schwingenden Körpers oder nach seiner Beschleunigungsamplitude. Man könnte auch der Meinung sein, es sei interessant, die Amplitude des Impulses des schwingenden Körpers, oder die der wirkenden Kräfte zu untersuchen: der Kraft, die auf den schwingenden Körper wirkt, der Kraft, die die Feder auf den Knotenpunkt P ausübt oder der Kraft, die der Dämpfer auf den Knoten P ausübt. Wenn man an Energien interessiert ist, würde man nicht nach Amplituden, sondern nach zeitlichen Mittelwerten als Funktion der Erregerfrequenz fragen: nach dem Mittelwert der kinetischen Energie des Körpers, nach dem Mittelwert der in der Feder gespeicherten Energie, nach dem Mittelwert der Gesamtenergie oder nach dem Mittelwert des Energiestroms in den Dämpfer hinein. Eine weitere Klasse von Größen, die sich zur Darstellung anbieten, sind Phasendifferenzen. So könnte man die Phasendifferenz zwischen Erregerkraftfunktion und Ortsfunktion des Schwingers, zwischen Erregerkraft und Geschwindigkeit oder zwischen Ortsfunktion und Dämpfungskraft untersuchen.

Nun zeigen zwar einige der aufgezählten Funktionen den gleichen Verlauf, sodass man es doch nicht mit ganz so vielen Funktionen zu tun hat, wie man nach unserer Aufzählung befürchten könnte. Es sind aber doch so viele, dass man eine Auswahl treffen muss. Um uns ein Gefühl für die Unterschiede zu verschaffen, wollen wir drei von ihnen miteinander vergleichen. Abb. 3 zeigt die Graphen der Funktionen $x_0(f)$, $v_0(f)$ und $a_0(f)$, also der Orts-, der Geschwindigkeits- und der Beschleunigungsamplitude des schwingenden Körpers als Funktion der Erregerfrequenz f . Man erhält die Funktion $v_0(f)$ aus $x_0(f)$ einfach durch Multiplikation mit $2\pi f$ und $a_0(f)$ durch nochmalige Multiplikation mit diesem Faktor. Beim Vergleich der Graphen fällt dreierlei auf:

1. Die Maxima liegen nicht an derselben Stelle. Das von $x_0(f)$ liegt links von der Eigenfrequenz, das von $a_0(f)$ rechts davon. Nur das Maximum der Funktion $v_0(f)$ liegt genau bei der Eigenfrequenz.
2. Für $f=0$ ist die Ortsamplitude ungleich null, während die Geschwindigkeits- und die Beschleunigungsamplitude null sind.
3. Für $f \rightarrow \infty$ geht die Beschleunigungsamplitude gegen einen von null verschiedenen Wert, während Orts- und Geschwindigkeitsamplitude gegen null gehen.

Man sieht: Nur $v_0(f)$ verhält sich so, wie man es sich von einer Resonanzkurve wünscht. Nur diese Kurve scheint uns zu sagen: Für $f = f_0$ reagiert der Schwinger maximal, für $f = 0$ und $f \rightarrow \infty$ reagiert er gar nicht. Den Grund dafür, dass sich gerade die Geschwindigkeitsamplitude so verhält, diskutieren wir in Abschnitt 4.

Wir wollen nun zu unserer zentralen Frage zurückkommen: Welche Größen sollte man als Funktion der Erregerfrequenz untersuchen? Am liebsten wäre es uns, wenn man sich auf die Untersuchung einer einzigen Größe beschränken und dabei das Wesentliche der Resonanz erfassen könnte. Wir werden im folgenden Abschnitt zeigen, dass das in der Tat möglich ist¹⁾.

3 Die Energiedissipation als Maß für die Reaktion des Schwingers auf eine harmonische Erregung

Die Variablen, die wir im vorangehenden Abschnitt genannt haben, sind Variablen eines ganz bestimmten mechanischen Schwingers, nämlich des Schwingers, der in Abb. 1 skizziert ist. Nun gibt es aber noch zahlreiche andere Schwingertypen, an denen noch weitere Variablen auftreten. Wenn man eine so allgemeine Erscheinung wie die der Resonanz charakterisieren will, so ist es sicher angebracht, nach einer Größe zu suchen, die einerseits für die Resonanz typisch ist, andererseits aber bei allen Schwingertypen auftritt. Gehen wir die oben genannten Funktionen durch, so entdecken wir tatsächlich einen geeigneten Kandidaten: die pro Zeit im Mittel absorbierte Energie²⁾. Wenn wir diese Größe in den Mittelpunkt unserer Betrachtung stellen, so liegt es nahe, die Erscheinung der Resonanz so zu erklären:

Resonanz bedeutet, dass ein System, das harmonisch erregt wird, bei seiner Eigenfrequenz besonders viel Energie absorbiert.

Da wir nur stationäre Zustände betrachten (d. h. der Einschwingvorgang ist beendet), wird die ganze absorbierte Energie zur Entropieproduktion verwendet. Sie wird, wie man sagt, dissipiert. Wir können daher unsere Definition des Resonanzphänomens auch so formulieren:

Resonanz bedeutet, dass ein System, das harmonisch erregt wird, bei seiner Eigenfrequenz besonders viel Energie dissipiert.

Diese Aussage gilt nicht nur für das Pendel, den Feder- schwinger, den Drehschwinger, die schwingende Flüssigkeitssäule, sondern auch für die verschiedenen Typen elektrischer Schwingkreise. Die Aussage, dass die Energiedissipation oder -absorption bei der Eigenfrequenz ein Maxi-

¹⁾ Wir haben hier unterstellt, dass die Amplitude der Erregerkraft konstant gehalten wird. Auch dies ist nur eine von mehreren Möglichkeiten. Statt der Kraftamplitude könnte man auch eine Orts-, Geschwindigkeits- oder Impulsamplitude, oder noch etwas anderes, als konstant vorgeben. Tatsächlich ist das Experiment, das in den meisten Büchern beschrieben wird, so angelegt, dass der Erreger in Abb. 1 an der Stelle Q eingebaut ist, wobei – anders als im Text behauptet – nicht seine Kraft, sondern seine Ortsamplitude konstant gehalten wird. Die Rechnung zeigt allerdings, dass sich in beiden Fällen dieselbe Differenzialgleichung ergibt, so dass die falsche Annahme oder Behauptung keine Konsequenzen hat.

²⁾ In manchen Hochschultexten wird die Erscheinung der Resonanz offenbar nicht dem ganzen schwingenden System zugeordnet, sondern den einzelnen physikalischen Größen des Systems. So gibt es außer der Resonanz der Ortsamplitude noch eine Energieresonanz (M. Alonso, E. J. Finn, Physik, Inter European Editions, Amsterdam 1977, S. 171) oder eine Geschwindigkeitsresonanz (G. Joos, Lehrbuch der Theoretischen Physik, 15. Aufl., Aula-Verlag, Wiesbaden 1989, S. 105).

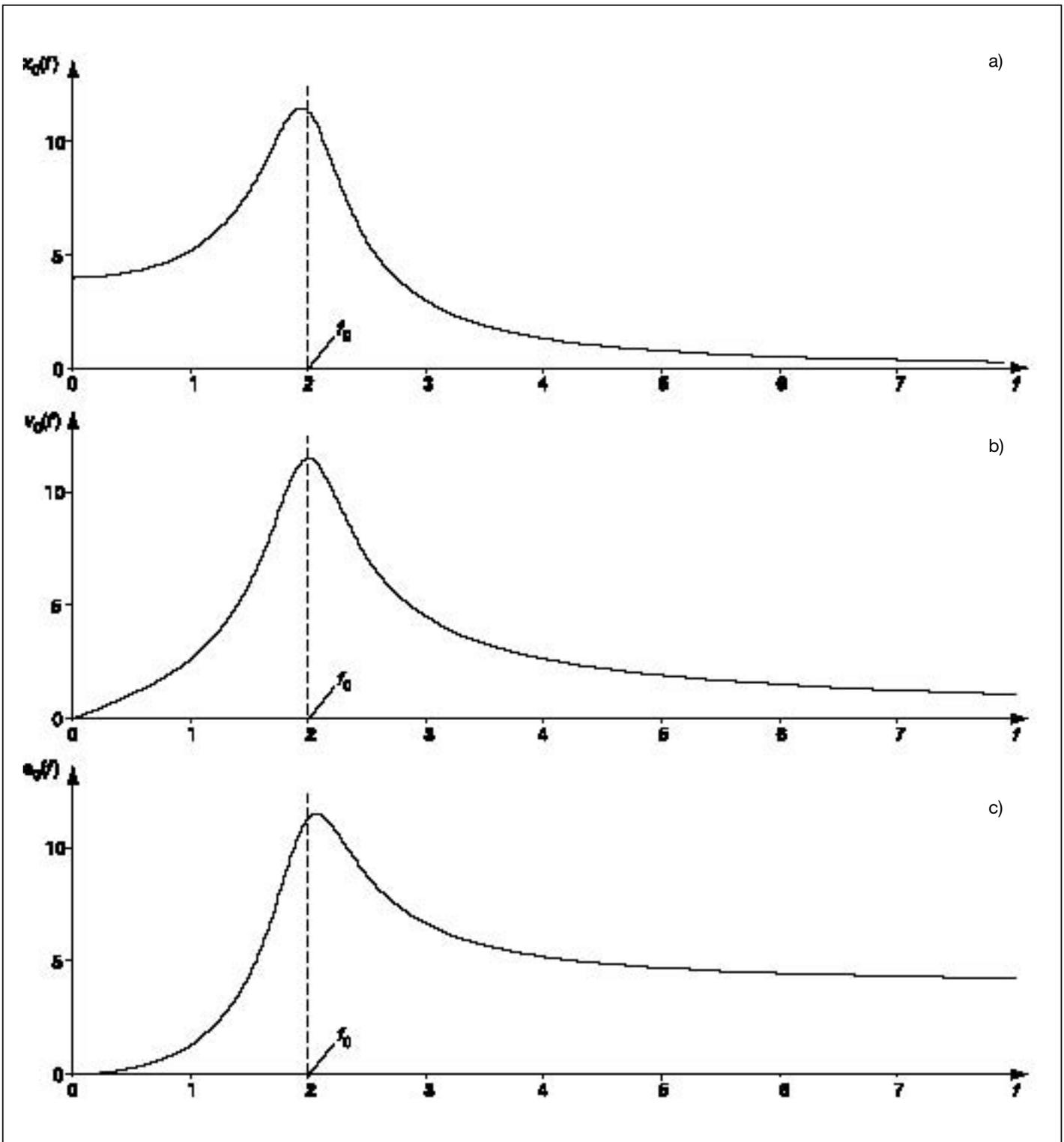


Abb. 3: Ortsamplitude (a), Geschwindigkeitsamplitude (b) und Beschleunigungsamplitude (c) als Funktion der Erregerfrequenz.

imum hat, ist offenbar von allgemeinerer Natur, als die, dass die Ortsamplitude nahe der Eigenfrequenz ein Maximum hat.

Den Funktionsgraphen der mittleren dissipierten Energie als Funktion der Erregerfrequenz zeigt Abb. 4 für drei verschiedene Dämpfungen. Die Funktionen verhalten sich so wie man es von Resonanzfunktionen erwartet:

- Das Maximum liegt bei der Eigenfrequenz.
- Die Funktionswerte werden null sowohl für $f = 0$ als auch für $f \rightarrow \infty$.
- Je stärker die Dämpfung ist, desto niedriger ist das Maximum.

- Je stärker die Dämpfung ist, desto früher kündigt sich die Resonanzstelle an, wenn man sich von kleineren oder größeren Frequenzen her der Eigenfrequenz nähert.

Dass die Wahl der (Energie-)Absorption als Maß für die Reaktion des Systems ein natürliches Maß ist, wird auch dadurch gestützt, dass man die Erscheinung der Resonanz in einem anderen Zusammenhang ohne zu zögern ausschließlich mit dieser Größe beschreibt: wenn man die optische Absorption untersucht. In Absorptionsspektren wählt man als Ordinate durchweg die pro Zeit (und pro Frequenzintervall) absorbierte und damit dissipierte Energie.

4 Zur Messung der Energiedissipation

Für mechanische Energieströme haben wir kein direktes Messgerät. Man muss sie sich daher aus anderen, leichter messbaren Größen beschaffen. Die im Dämpfer pro Zeit dissipierte Energie bekommt man aus:

$$P_{\text{diss}} = \Delta v \cdot F$$

Wo Δv die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den beiden Befestigungen des Dämpfers (Ein- und Ausgang für den Impulsstrom) ist und F die Kraft, die im Dämpfer wirkt (der Impulsstrom, der durch ihn hindurchfließt). Da sich das eine Ende des Dämpfers bei uns nicht bewegt, können wir auch schreiben:

$$P_{\text{diss}} = v \cdot F$$

Hier ist v die Geschwindigkeit desjenigen Endes des Dämpfers, das sich bewegt, in Abb. 1 also des rechten Endes. Da sich dieses Ende genau so bewegt, wie der schwingende Körper, ist v gleichzeitig die Geschwindigkeit dieses Körpers.

Da man grundsätzlich die Reibungskraft als proportional zu v annimmt (andernfalls würde der Schwinger gar keine harmonische Bewegung machen), also

$$F = k \cdot v$$

ergibt sich für die pro Zeit dissipierte Energie

$$P = k \cdot v^2$$

und deren Mittelwert ^{3,4)}

$$\overline{P}_{\text{diss}} = k \cdot \overline{v^2} = k \cdot \frac{v_0^2}{2}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung können wir die im Mittel dissipierte Energie aus der Geschwindigkeitsamplitude des schwingenden Körper berechnen. Es genügt also, die Geschwindigkeitsamplitude als Funktion der Erregerfrequenz zu messen.

Man kann nun auch verstehen, warum die Geschwindigkeitsamplitude für $f = f_0$, $f = 0$ und $f \rightarrow \infty$ das „richtige“ Verhalten zeigt. Dort wo $v_0(f)$ ein Maximum hat, hat auch das Quadrat dieser Funktion ein Maximum. Und dort wo

³⁾ Obwohl wir die Funktionsgleichungen für $x_0(f)$, $v_0(f)$ und $\overline{P}_{\text{diss}}(\omega)$ für unsere Argumentation nicht brauchen, seien sie hier aufgeführt

$$x_0(\omega) = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + k^2\omega^2}}$$

$$v_0(\omega) = \frac{\omega \cdot F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + k^2\omega^2}}$$

$$\overline{P}_{\text{diss}}(\omega) = \frac{1}{2} \frac{k^2 \cdot \omega^2 \cdot F_0^2}{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + k^2\omega^2}$$

Als unabhängige Variable wurde hier die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ verwendet. F_0 ist die Kraftamplitude und m die Masse des schwingenden Körpers.

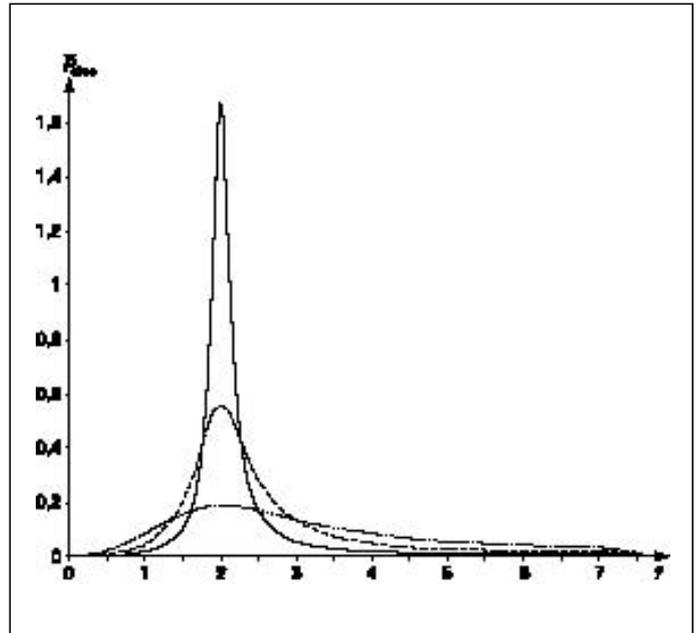


Abb. 4: Die im Zeitmittel dissipierte Energie als Funktion der Erregerfrequenz für drei verschiedene Dämpfungen. Die Dämpfungskonstanten unterscheiden sich von einer Kurve zur nächsten um den Faktor drei. Die Kurven verhalten sich so, wie man es von Resonanzkurven erwartet:

- Das Maximum liegt bei der Eigenfrequenz des Schwingers.
- Die Funktionen gehen gegen null sowohl für $f \rightarrow 0$ als auch für $f \rightarrow \infty$.
- Je geringer die Dämpfung ist, desto später kündigt sich die Resonanzstelle an, wenn man sich ihr von kleinen oder großen Frequenzen

$v_0(f)$ den Wert null annimmt, ist auch das Quadrat null. Das Maximum der Funktion $\overline{P}_{\text{diss}}(f)$ ist allerdings schärfer als das von $v_0(f)$. Man sieht: Als Notlösung ist die Untersuchung der Funktion $v_0(f)$ noch besser als die der Ortsamplitude.

5 Vermutungen über die Entstehung der ungeeigneten Methode

Wir haben uns überzeugt, dass die Energiedissipation ein besseres Maß ist als die Ortsamplitude, wenn es darum geht, die Erscheinung der Resonanz zu charakterisieren. Wie konnte es aber dazu kommen, dass die Ortsamplitude so beliebt wurde? Zwei Dinge mögen als Ursache wirksam geworden sein.

⁴⁾ Die entsprechende Rechnung für einen elektrischen Schwingkreis ist uns fast vertrauter. Es gelten die folgenden Entsprechungen: Dem Impulsstrom F entspricht der elektrische Strom I , der Geschwindigkeit v das elektrische Potenzial ϕ , der Geschwindigkeitsdifferenz Δv die elektrische Potenzialdifferenz $\Delta\phi$ (= Spannung U) und dem Kehrwert der Dämpfungskonstanten k der elektrische Widerstand R . k kann also interpretiert werden als der Leitwert für Impulsströme. Bei Verwendung dieser Analogie berechnet sich die pro Zeit im elektrischen Widerstand eines Schwingkreises dissipierte Energie zu

$$P_{\text{diss}} = U \cdot I$$

Hier ist U die Spannung zwischen den Anschlüssen des Widerstandes und I der Strom durch den Widerstand. Mit $I = U/R$ wird

$$\overline{P}_{\text{diss}} = \frac{U^2}{R}$$

und der Mittelwert:

$$\overline{P}_{\text{diss}} = \frac{\overline{U^2}}{R} = \frac{U_0^2}{2R}$$

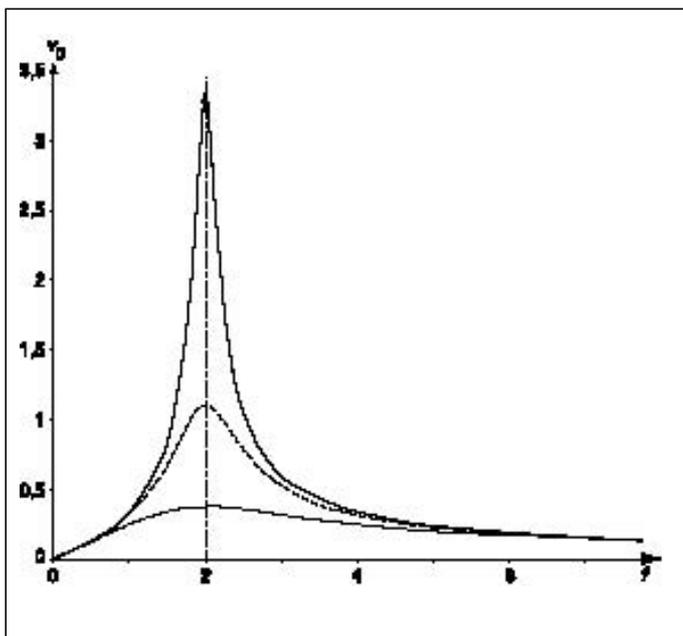


Abb. 5: Die Geschwindigkeitsamplitude als Funktion der Erregerfrequenz für drei verschiedene Dämpfungen. Die Dämpfungskonstanten unterscheiden sich von einer Kurve zur nächsten um den Faktor drei.

- 1 Die Gewohnheit, die Resonanz mit Hilfe eines Diagramms der Art von Abb. 2 zu illustrieren, hat sich etabliert zu einer Zeit, als es nicht so selbstverständlich war wie heute, die Größe Energie zur Beschreibung mechanischer Phänomene heranzuziehen, ganz zu schweigen von der Entropie. Die Energiedissipation in einem mechanischen System nennt man bekanntlich Reibung, und Reibung war etwas, das man sich tunlichst wegzudenken hatte.
- 2 Selbstverständlich wollte man die Resonanz, zunächst in den Vorlesungen der Universität, aber dann auch im Schulklassenzimmer, im Demonstrationsexperiment zeigen und eine „Resonanzkurve“ ausmessen. Für eine

qualitative Beobachtung und für eine Messung kam früher nur die Ortsamplitude in Frage. Man sieht auch, warum daneben ausgerechnet die Phasendifferenz zwischen Erregerkraft und Schwingerortsamplitude untersucht wird: Auch sie lässt sich relativ leicht beobachten. Da wir heute Sensoren und Messgeräte für die verschiedensten anderen Größen haben, die auch noch bequem zu handhaben sind, sind wir diesen Einschränkungen nicht mehr unterworfen.

6 Schlussbemerkung

Wir haben versucht zu zeigen, dass das zweifellos wichtige Phänomen der Resonanz auf Grund einer ungeschickt gestellten Ausgangsfrage als ein Vorgang erscheint, dessen Ablauf der natürlichen Erwartung in verschiedener Hinsicht widerspricht. Die unpassende Frage lautet:

„Wie reagiert die Ortsamplitude des Schwingers auf eine harmonische Erregerkraft?“

Die Diskussion des Resonanzphänomens wird stimmiger, wenn man die Frage etwa so stellt:

„Wie hängt die Energiedissipation des Schwingers von der Erregerfrequenz ab?“

Das Maximum der „Resonanzkurve“, die man so erhält, liegt an der erwarteten Stelle, nämlich bei der Eigenfrequenz des Schwingers, und die Kurve sagt uns, dass das erregte System sowohl für $f = 0$ als auch für $f \rightarrow \infty$ gar nicht mehr schwingt. Als Notlösung kann man auch die Geschwindigkeitsamplitude zum Gegenstand der Betrachtung machen, denn die im Mittel dissipierte Energie ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeitsamplitude.

Anschrift der Verfasser:

Prof. Dr. Friedrich Herrmann und Holger Hauptmann, Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe

Ein alternativer Zugang zur speziellen Relativitätstheorie

M. Pohlig

1 Energie-Masse-Äquivalenz

Folgt man der Physik, wie sie sich historisch entwickelte, stellt man fest, dass sie oft steinige Wege zurücklegen musste, um kleine aber auch große Theorien zu formulieren. Orientiert man sich beim Lernen und Lehren an diesen „alten Pfaden“, ist man in vielen Fällen gezwungen, unnötigen Ballast mit sich zu schleppen. Auch die Relativitätstheorie ist davon nicht verschont geblieben. In diesem Aufsatz soll ein alternativer Zugang zur Relativitätstheorie aufgezeigt werden. Neben seiner wissenschaftlichen Begründung wird der Versuch unternommen, zu zeigen, wie schnell man mit wenig Aufwand zu den wesentlichen Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie kommen kann.

1.1 Was macht die nichtrelativistische klassische Mechanik zur Relativitätstheorie – der traditionelle Weg

Beim Unterrichten der speziellen Relativitätstheorie beginnen wir üblicherweise mit der Diskussion über das Scheitern des *Michelson-Morley-Experiments*. *Fitzgeralds* Hypothese, die *Lorentz* ausarbeitete, war, dass alle Körper in Bewegungsrichtung verkürzt sein sollten. Er führte diese Kontraktion auf spezielle molekulare Kräfte zurück. Diese Überlegungen führten zu den bekannten *Lorentz-Formeln* wie z. B. der Formel für die Längenkontraktion. Von ganz anderer Qualität war die Konsequenz, die *Einstein* aus dem Scheitern des *Michelson-Morley-Experiments* zog. Er formulierte ein Postulat, das man als Axiom im mathematischen Sinne auffassen kann. Fügt man es zur klassischen *Newton-Mechanik* hinzu, wird diese zur speziellen Relativitätstheorie. Wie hieß nun sein Axiom?

Axiom: *Die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum hat in allen Bezugssystemen den gleichen Wert und ist unabhängig von der Bewegung des emittierenden Körpers.*

Betont sei, dass *Einsteins* Postulat aus keinem Experiment und aus keiner anderen Theorie ableitbar ist. Es ist eine Konstruktion des menschlichen Geistes. Längenkontraktion, Zeitdilatation und die Äquivalenz von Masse und Energie erscheinen dann als Sätze seiner Theorie. Das *Michelson-Morley-Experiment* ist somit nicht mehr als Scheitern sondern als das Bestätigen einer Theorie zu verstehen, nur dass es eben zeitlich vor der Formulierung der Theorie lag. Diese Bestätigung ist natürlich kein Beweis¹⁾. Erst die experimentelle Bestätigung von Vorhersagen, die man aus *Einsteins* Postulat gewann, bestärkten die Physiker darin, dass *Einsteins* Postulat vernünftig sei.

Eine Bemerkung noch zur Äquivalenz von Masse und Energie: Sie wird häufig missverständlich formuliert, weshalb wir sie, in etwas modernerer Sprache, zitieren:

¹⁾ Einen Beweis für einen Satz in einer Theorie der Physik in dem Sinne, dass er seine Gültigkeit in der Natur beweist, kann es nie geben.

Satz: *Masse und Energie sind lediglich zwei verschiedene Namen für die selbe physikalische Größe.²⁾*

In eine Formel gefasst, hat dieser Satz die Gestalt

$$E = m c^2. \quad (1)$$

Diese Gleichung wird häufig so interpretiert: Energie könne in Masse und umgekehrt, Masse könne in Energie umgewandelt werden. Ein solches Verständnis der Gleichung führt dann zu Irrtümern, wenn man sie auf das gleiche System anwendet. Denn es würde bedeuten, Energie könne auf Kosten der Masse, und umgekehrt, Masse könne auf Kosten der Energie zunehmen. Dies jedoch ist nicht richtig. Bei (1) handelt es sich nicht um eine Bilanzgleichung. Die Mathematik der Gleichung sagt vielmehr, der Faktor c^2 in Formel (1) ist lediglich ein Umrechnungsfaktor für die Einheiten Kilogramm (kg) und Joule (J) und „mehr nicht“.

1.2 Die Masse-Energie-Äquivalenz als Axiom – der alternative Weg

Für Mathematiker ist es nicht unüblich, in einer Theorie ein Axiom durch einen Satz der gleichen Theorie zu ersetzen, also zu einem Axiom zu machen. Das „alte“ Axiom wird bei dabei zu einem Satz. Ein Satz und ein Axiom tauschen also ihre Rollen³⁾. Dieser Aufsatz soll u. a. zeigen, dass man die gleiche Relativitätstheorie⁴⁾ bekommt, wenn man die Inhalte von Axiom und Satz in 1.1 vertauscht [3]. Wir gehen also von folgendem Axiom aus:

Axiom: *Masse und Energie sind lediglich zwei verschiedene Namen für dieselbe physikalische Größe.*

Da man Energie und Masse üblicherweise in verschiedenen Einheiten angibt, lässt sich das Axiom in der folgenden Form fassen:

$$E = k m. \quad (2)$$

Dass der „Umrechnungsfaktor“ das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit ist und diese in allen Bezugssystemen den

²⁾ *Einstein* schreibt in seinem Artikel: „Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?“: „Die Masse eines Körpers ist ein Maß für seinen Energieinhalt; ändert sich seine Energie L , so ändert sich die Masse in demselben Sinne um $L/9 \cdot 10^{20}$, wenn die Energie in Erg und die Masse in Gramm gemessen wird.“ (zitiert nach [1]). In [2] schreibt *Einstein*: Nach der Relativitätstheorie gibt es keinen prinzipiellen Unterschied zwischen Masse und Energie,... und „Masse ist Energie.“

³⁾ Der Mathematiker fordert allerdings, dass ein solches Vertauschen nur zulässig ist, wenn der zum Axiom gewordene Satz nicht stärker ist als das alte Axiom, d. h. dass aus der neu formulierten Theorie nicht mehr Sätze ableitbar sind als in der alten. Diese Forderung wollen wir fallen lassen und begründen dies mit der leichteren Zugänglichkeit zur Theorie.

⁴⁾ Bei unserem Nachweis beschränken wir uns auf die wesentlichen Ergebnisse der Relativitätstheorie.

gleichen Wert hat, muss genauso bewiesen werden wie die quantitativen Aussagen über Längenkontraktion und Zeitdilatation.

1.3 Energie-Impuls-Zusammenhang bewegter Körper

Führt man einem Körper Energie mit dem Träger Impuls zu, so gilt für den Zusammenhang von Energiestrom P und Impulsstrom F :

$$P = vF \quad \text{oder} \quad \frac{dE}{dt} = v \frac{dp}{dt} \quad 5)$$

Nach Multiplikation mit dt erhalten wir

$$dE = v dp.$$

Es handelt sich also um einen reinen Energie-Impuls-Transport. Wegen (2) und

$$p = m(v) v$$

gilt

$$d(k m(v)) = v d(m(v) v).$$

Dass die Masse eines Körpers von seiner Geschwindigkeit abhängt, ist wegen (2) einleuchtend und stellt keine zusätzliche Bedingung dar. Umgekehrt würde die Konstanz der Masse voraussetzen, eine logisch nicht begründbare Einschränkung bedeuten. Anwenden der Produktregeln der Differenzialrechnung liefert

$$k dm(v) = v^2 dm(v) + v m(v) dv.$$

Wir separieren die Variablen und erhalten

$$\frac{1}{m(v)} dm(v) = \frac{v}{k - v^2} dv, \quad (3)$$

integrieren die Gleichung (3)

$$\begin{aligned} \int_{m(v=0)}^{m(v)} \frac{1}{m^*(v)} dm^*(v) &= \int_{v=0}^v \frac{v^*}{k - v^{*2}} dv^* \\ &= -\frac{1}{2} \int_{v=0}^v \frac{-2v^*}{k - v^{*2}} dv^* \end{aligned}$$

und bekommen

$$[\ln(m^*(v))]_{m(v=0)}^{m(v)} = -\frac{1}{2} \left[\ln(k - v^{*2}) \right]_{v=0}^v.$$

Mit $m(v=0) = m_0$ – wir nennen diese Masse, die der Körper in Ruhe hat, Ruhemasse – erhalten wir

$$\ln \frac{m(v)}{m_0} = -\frac{1}{2} \cdot \ln \frac{k - v^2}{k}$$

und umgeformt

⁵⁾ Der Einfachheit halber beschränken wir uns auf Impulsströme, die in Bewegungsrichtung des Körpers zeigen.

$$\begin{aligned} &= \ln \sqrt{\frac{k}{k - v^2}} \\ &= \ln \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k}}}. \end{aligned}$$

Wir lösen die letzte Gleichung nach $m(v)$ auf:

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k}}}. \quad (4)$$

Formel (4) zeigt, welchen Wert die Masse eines Körpers in einem Bezugssystem hat, bezüglich dem er sich mit der Geschwindigkeit v bewegt. Der Körper, der sich selbst immer in Ruhe sieht, würde von sich sagen, seine Masse sei m_0 . Für $v \geq \sqrt{k}$ ist $m(v)$ nicht definiert, d. h. \sqrt{k} kann man als eine obere Schranke für die Geschwindigkeit des Körpers verstehen. Ein Beschleunigen eines Körpers, genauer: eine Impulszunahme eines Körpers zeigt sich anfänglich – der Wert von v darf als sehr klein gegen angenommen werden – in einer Erhöhung seiner Geschwindigkeit. Nimmt sein Impuls weiter zu, zeigt sich diese Zunahme immer mehr in einer Zunahme seiner Masse.

Da nun k als Umrechnungsfaktor zwischen der Einheit von E und Einheit von m in allen Bezugssystemen denselben Wert hat, ist die Grenzgeschwindigkeit \sqrt{k} eine universelle Konstante und damit unabhängig vom Bezugssystem.

1.4 Der Wert der Lichtgeschwindigkeit ist in allen Bezugssystemen derselbe

Mit (4) haben wir aber auch

$$E(v) = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k}}}, \quad (5)$$

wobei E_0 die Ruhenergie ist, also die Energie des Körpers, der sich in einem Bezugssystem befindet, in dem er keinen Impuls hat. Wegen

$$\frac{v^2}{k} = \frac{v^2 m^2(v) k}{k m^2(v) k} = \frac{p^2 k}{E^2(v)}$$

können wir in (5) v^2/k durch $p^2 k / E^2(v)$ ersetzen, was letzten Endes bedeutet, dass wir v eliminieren, die Energie des bewegten Körpers also nicht mehr in Abhängigkeit von seiner Geschwindigkeit, sondern stattdessen in Abhängigkeit von seinem Impuls p schreiben. (5) bekommt damit die Gestalt

$$E(p) = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{p^2 k}{E^2(p)}}}.$$

Diese Gleichung soll nach $E(p)$ aufgelöst werden. Dazu quadrieren diese Gleichung und stellen die Terme mit $E(p)$ auf eine Seite.

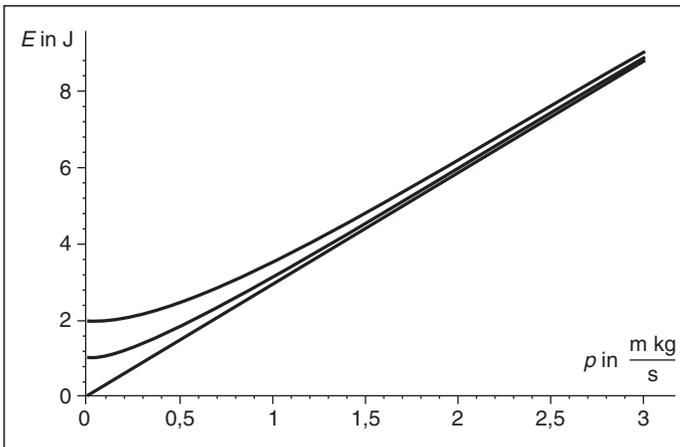


Abb. 1: E - p -Diagramme für $E_0 = 0 \text{ J}$, 1 J und 4 J mit $k = 9$

$$E^2(p) = \frac{E_0^2}{1 - \frac{p^2 k}{E^2(p)}}$$

Wir formen den Nenner um und multiplizieren damit die ganze Gleichung:

$$E^2(p) - p^2 k = E_0^2$$

und lösen nach $E(p)$ auf:

$$E(p) = \sqrt{E_0^2 + p^2 k}. \quad (6)$$

Abb. 1 zeigt E - p -Diagramme für verschiedene E_0 -Werte bei einem zunächst willkürlich gewählten $k = 9 \text{ J/kg}$. Ist $p^2 k$ sehr viel größer als E_0 , erhält man die Asymptote

$$E = p \sqrt{k}.$$

Diese Beziehung gilt exakt und nicht nur asymptotisch für „Körper“ mit der Ruheenergie 0 J bzw. Ruhemasse gleich 0 kg . Diese „Körper“ zeichnen sich dadurch aus, dass sie nur bei der Grenzgeschwindigkeit \sqrt{k} „existieren“, die Begriffe Ruheenergie und Ruhemasse haben dann streng genommen keinen Sinn mehr. Den tatsächlichen Wert von k und damit den Grenzwert für die Geschwindigkeit bewegter Körper kennen wir folglich dann, wenn wir Teilchen finden, die keine Ruheenergie haben. Wir kennen solche Teilchen, es sind die Photonen⁶⁾. Für sie gilt die Beziehung

$$E = p c, \quad (7)$$

wobei c die Geschwindigkeit der Photonen, also die Lichtgeschwindigkeit ist. Wir fassen das Gefundene zu einem Resultat zusammen: Unser Faktor k , angelegt als eine universelle Konstante, ist das Quadrat der Grenzgeschwindigkeit aller bewegter Körper und, da

$$\sqrt{k} = c$$

ist, ist die Lichtgeschwindigkeit eine für alle Bezugssysteme universelle Konstante, hat also in allen Bezugssystemen denselben Wert. Das hat eigenartige Konsequenzen: Das Licht, das eine bewegte Taschenlampe in Bewegungsrichtung

ausstößt, hat den gleichen Wert, wie die Geschwindigkeit des Lichts einer ruhenden Taschenlampe. Einsteins Axiom, auf unserem alternativen Weg ein Satz, ist somit bewiesen. „Unser“ Axiom können wir jetzt in der bekannten Gestalt schreiben:

$$E = m c^2.$$

und unsere wichtigsten bisherigen Ergebnisse, festgehalten in den Gleichungen (4), (5) und (6), haben dann die gewohnte Form:

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8)$$

$$E(v) = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (9)$$

$$E(p) = \sqrt{E_0^2 + p^2 c^2}. \quad (10)$$

2 Licht in einem „Spiegelkasten“

2.1 Längenkontraktion

In einem Gedankenexperiment betrachten wir Licht einer bestimmten Frequenz f_0 , das in einem ideal verspiegelten Kasten eingeschlossen ist. Für die Energie des Lichts gilt:

$$E_0 = N h f_0. \quad (11)$$

Dabei ist N die Anzahl der Photonen im Spiegelkasten, h das Planck'sche Wirkungsquantum. Wir betrachten nun den gleichen Spiegelkasten von einem Bezugssystem aus, bezüglich dem sich der Kasten mit einer Geschwindigkeit v bewegt. Für die Energie des Photonen-Gases gilt dann:

$$E_0 = N h f. \quad (12)$$

Anzahl der Photonen und das Planck'sche Wirkungsquantum h sind dabei unabhängig vom Bezugssystem. Aus (5), (11) und (12) gewinnt man leicht:

$$f(v) = \frac{f_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (13)$$

Das Licht, das in einem bewegten Spiegelkasten eingeschlossen ist, erscheint „blauer“ als in einem System, in dem der Kasten ruht (vgl. Abb. 2).

Für die nächste Überlegung wählen wir einen etwas eigenartig abgewandelten Spiegelkasten. Er bestehe jetzt aus einem unendlich ausgedehnten, parallel angeordneten Spiegelplatten⁷⁾. Zwischen die Spiegelplatten werde wieder Licht

⁷⁾ Wir fordern, dass die beiden Spiegelplatten unendlich ausgedehnt sein sollen, um Beugungen an den Rändern zu vermeiden. In der grafischen Darstellung jedoch erscheinen diese unendlich ausgedehnten Spiegelplatten als Rechtecke. Wir kennen dieses Vorgehen auch aus der Mathematik, wo man (unbegrenzte) Ebenen als Rechtecke darstellt.

⁶⁾ Energie und Impuls eines Photons drücken sich in seiner Frequenz aus. $E = h f$ und $p = h f / c = h / \lambda$. Eine Zunahme des Impulses und damit der Energie lässt sich nur über eine Zunahme der Frequenz erreichen.

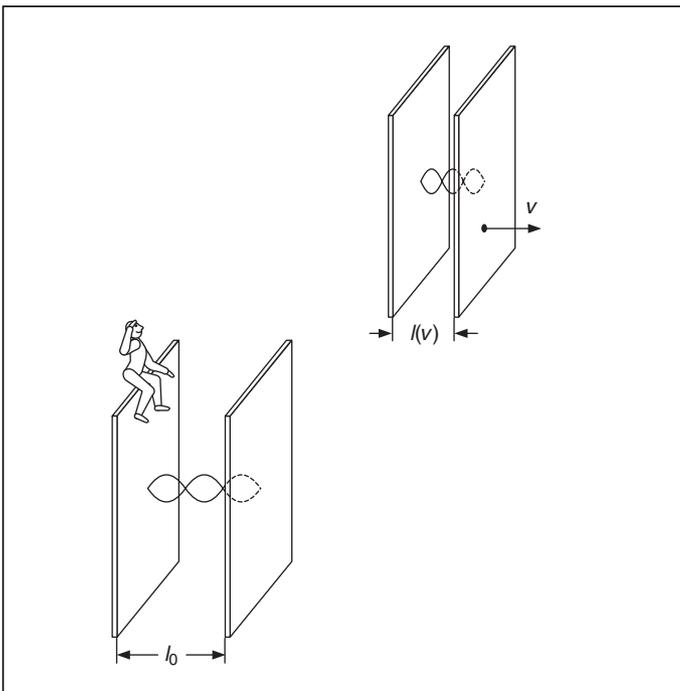
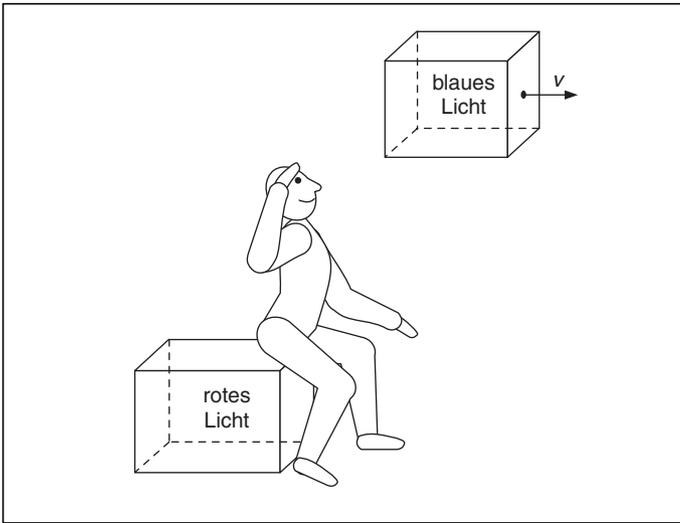


Abb. 2 (oben): Das Licht in dem für den Beobachter sich bewegenden Kasten erscheint diesem „blauer“.

Abb. 3 (unten): Die bewegten Spiegelplatten erscheinen für den ruhenden Beobachter näher zusammengedrückt.

der Frequenz f_0 eingesperret, dessen Wellenvektor senkrecht auf den Spiegelplatten steht. Der Abstand der beiden Platten sei λ_0 . Ohne die Strenge der Logik zu verletzen, können wir fordern, dass λ_0 und f_0 so gewählt seien, dass sich zwischen den Platten stehende Wellen mit N Knoten bilden. Der Abstand der beiden Spiegel lässt sich dann so ausdrücken:

$$l_0 = (N-1) \frac{\lambda_0}{2} = (N-1) \frac{c}{2f_0} \quad (14)$$

Betrachten wir wieder unser Spiegelpaar mit den eingeschlossenen stehenden Wellen von einem Bezugssystem aus, bezüglich dem unsere Spiegel sich, parallel zur Spiegelebenen, mit v bewegen. Die Tatsache, dass sich stehende Wellen ausgebildet haben, und die Anzahl der Kno-

⁸⁾ Da sich an den Spiegelwänden Knoten bilden, gibt es $(N-1)$ Bäuche.

ten bleibt dabei unangetastet (vgl. dazu Abb. 3). Der Abstand der beiden Spiegel muss also einen Wert haben, der von v abhängt:

$$l(v) = (N-1) \frac{c}{2f(v)} \quad (15)$$

In den Quotienten

$$\frac{l(v)}{l_0} = \frac{f_0}{f(v)}$$

setzen wir (13) ein. Auflösen nach $l(v)$ liefert die bekannte Gleichung:

$$l(v) = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (16)$$

Wählen wir den Plattenabstand als Maßstab, so sagt uns Gleichung (16), dass ein Maßstab, der sich uns gegenüber mit v bewegt, für uns verkürzt erscheint, und zwar umso mehr, je größer seine Geschwindigkeit ist.

2.2 Zeitdilatation

Wir messen die Geschwindigkeit eines Körpers, der eine gleichförmige Bewegung ausführt, mit:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (17)$$

Diesen Wert der Geschwindigkeit können wir auf zwei Arten messen. Im ersten Fall legen wir einen Messpunkt fest, an dem der Körper, dessen Geschwindigkeit wir messen wollen, sich vorbeibewegt.

Wir markieren auf dem Körper parallel zur Bewegungsrichtung eine Strecke $\Delta s(v) = l(v)$ und messen die Zeitspanne. Dabei ist t_1 der Zeitpunkt, wo die markierte Strecke unseren Messpunkt zu passieren beginnt, und t_2 der Zeitpunkt wo die Passage endet. Für die Geschwindigkeit v erhalten wir also:

$$v = \frac{l(v)}{\Delta t_0} = \frac{l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\Delta t_0} \quad (18)$$

Kommen wir nun zu der zweiten Möglichkeit, die Geschwindigkeit unseres Körpers zu messen. Wir legen eine Messstrecke mit der Länge $\Delta s = l_0$ fest und markieren auf unserem Körper, dessen Geschwindigkeit wir ermitteln wollen, einen Punkt. Wir fragen jetzt nach der Zeit, die der Körper benötigt, um vom Anfang bis zum Ende der festgelegten Strecke zu kommen. Genauer: wir fragen den Körper, welche Zeit er für das Passieren der Messstrecke benötigt hat. Damit wird deutlich, dass die Zeitspanne eine Größe des für uns in Bewegung erscheinenden Körpers ist. Wir erhalten in diesem Fall für die Geschwindigkeit:

$$v = \frac{l_0}{\Delta t(v)} \quad (19)$$

⁹⁾ Der Index 0 bei Δt_0 markiert hier keinen Zeitpunkt, sondern er sagt, dass das Zeitintervall in einem Bezugssystem gemessen wird, das sich nicht bewegt.

Beide Messungen müssen die gleiche Geschwindigkeit liefern, weshalb wir die rechten Seiten der Gleichungen (18) und (19) gleichsetzen dürfen.

$$\frac{l(v)}{\Delta t_0} = \frac{l_0}{\Delta t(v)} \quad (20)$$

Wenn wir Gleichung (20) nach $\Delta t(v)$ auflösen und $l(v)$ von Gleichung (16) verwenden, bekommen wir

$$\Delta t(v) = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (21)$$

die Gleichung also, die die Zeitdilatation beschreibt: Die Uhr eines Körpers, der sich uns gegenüber in Bewegung befindet, läuft für uns langsamer.

Zur Veranschaulichung betrachten wir das „Überleben“ von Myonen (μ -Mesonen) auf ihrem Weg durch die Atmosphäre, das klassisch betrachtet paradox erscheint. Sie entstehen ca. 10 km oberhalb der Erdoberfläche, haben eine Halbwertszeit von $2,19 \mu\text{s}$ und eine Geschwindigkeit von $v = 0,9998 c$. Mit den Regeln der klassischen Mechanik gerechnet, würde ein Myon eine Strecke von 657 m mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 „überleben“. Nur 0,0026% der Myonen würden demnach die Erdoberfläche erreichen. Das heißt, selbst wenn sie in großer Zahl in 10 km Höhe erzeugt werden, wären auf der Erdoberfläche praktisch keine Myonen mehr nachweisbar. Bekanntlich ist aber das Gegenteil der Fall, was auch nicht verwundert, wenn wir relativistisch rechnen. Für das Myon bewegt sich nämlich der Rest der Welt mit einer Geschwindigkeit von $0,9998 c$. Die Strecke zwischen seinem „Geburtsort“ und der Erdoberfläche verkürzt sich für das Myon auf:

$$\Delta t(0,9998 c) = \frac{2,19 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{\sqrt{1 - \frac{(0,9998 c)^2}{c^2}}} \approx 0,00011 \text{ s}.$$

Das Myon hat also bei seiner „Lebenserwartung“ von $2,19 \mu\text{s}$ große Chancen, die Erdoberfläche zu erreichen. 81% der Myonen erreichen die Erdoberfläche. Betrachten wir den Flug des Myons nicht aus der Position des Myons, sondern aus Position eines Beobachters auf der Erdoberfläche, so ist die Strecke, „die es zu überleben gilt“, 10000 m. Die Uhr, die wir zur Zeitmessung verwenden müssen, ist aber die Uhr des bewegten Myons, die wegen der hohen Geschwindigkeit eine starke Zeitdilatation erfährt; das Myon lebt für den Beobachter länger, nämlich:

$$l(0,9998c) = 10000 \text{ m} \sqrt{1 - \frac{(0,9998 c)^2}{c^2}} \approx 200 \text{ m}$$

Diese „Lebenserwartung“ reicht bei einer Geschwindigkeit von $0,9998 c$ aus, eine Strecke von 32,8 km mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 zu überleben, das Myon hat also auch nach dieser Rechnung gute Chancen, die Erdoberfläche zu erreichen. Nachrechnen liefert auch hier ca. 81%.

Eine Bemerkung noch: Die Relativgeschwindigkeit zweier Körper zu einander ist symmetrisch, d. h., wenn eine Person

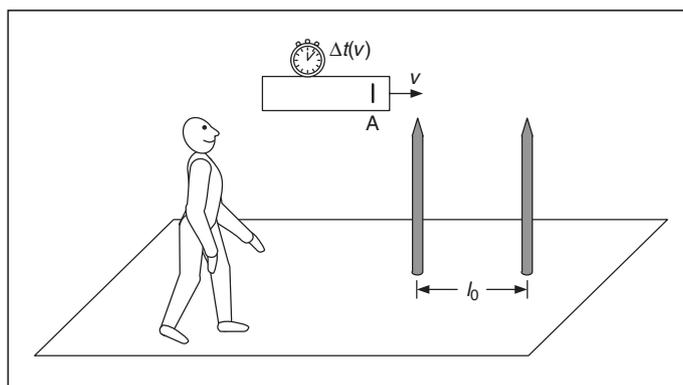
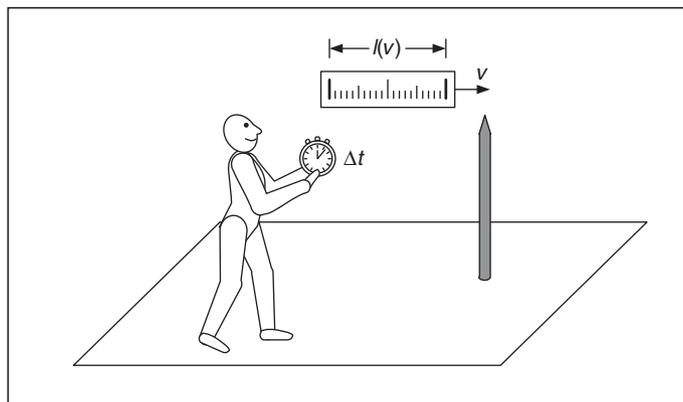


Abb. 4 (oben): Der Beobachter misst die Zeitspanne Δt , die vergeht, wenn die markierte Strecke AB eine ruhende Markierung passiert.

Abb. 5 (unten): Ein Markierung A auf dem bewegten Körper benutzt dieser, um die Zeitspanne zu messen, die er aus der Sicht der ruhenden Person benötigt die Strecke l_0 zurückzulegen.

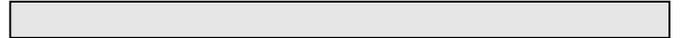
A sagt, B bewege sich ihr gegenüber mit einer Geschwindigkeit v , so kommt Person B zum gleichen Ergebnis, B wird also sagen, A bewege sich ihr gegenüber ebenfalls mit der Geschwindigkeit v . Messungen müssen in beiden Fällen den gleichen Wert von v liefern. Wir haben diese Symmetrie in (20) ausgenutzt. Die Zeitdilatation kann also nicht die Erklärung für das bekannte Zwillingparadoxon liefern. Die ruhende Person A wird über den bewegten Zwilling B sagen, dass dieser, also B langsamer altere. Mit gleichem Recht kommt der Zwilling B zur selben Behauptung und wird von A sagen, dieser altere langsamer, da er sich bewege. Die Literatur beschreibt das Zwillingparadoxon so, dass sich am Ende einer langen Reise zwei unterschiedlich alte Zwillinge wieder treffen. Tatsächlich ist der Fall nicht symmetrisch in dem Sinne, wie wir es beschrieben haben. Die beiden Zwillinge können sich nur dann wieder begegnen, wenn einer von beiden auf seiner Reise umkehrt. Das Zwillingparadoxon wird also erklärbar, wenn man auf die Äquivalenz von Beschleunigungs- und Gravitationsfeld und damit auf die allgemeine Relativitätstheorie zurückgreift. (Vgl. dazu etwa [4])

Literatur

- [1] *Lorentz-Einstein-Minkowski*: Relativitätsprinzip; Wissenschaftliche Buchgesellschaft; Darmstadt; 1982. Der Artikel war zum ersten Mal in Ann. D. Phys 17 (1905) veröffentlicht
- [2] *Einstein, Infeld*: Die Evolution der Physik; rororo, rde 12, 101.-108. Tausend, Juli 1966. Erstes Zitat S. 134. Zweites Zitat S. 164
- [3] *Herrmann*: Der Karlsruher Physikkurs Band 1; AULIS Verlag Deubner Köln und LEU Stuttgart; ISBN 3-7614-2095-1; 1997
- [4] *Falk-Ruppel*: Mechanik, Relativität, Gravitation; 2. Aufl. 1975; Springer

Anschrift des Verfassers:

StD Michael Pohlig, Schaafweide 21, 76467 Bietigheim



Ein alternativer Zugang zur speziellen Relativitätstheorie

M. Pohlig

Legt man sich nicht auf den traditionellen Weg fest, so kann man mit einfachen Mitteln schnell zu den wichtigen Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie gelangen. Man verwendet Kenntnisse, die man bereits auf anderen Gebieten der Physik gewonnen hat. Der Aufsatz zeigt diesen Weg auf und begründet ihn.

PdN-PhiS. X/XX, S. XX

passt nicht mehr hinein!

¹⁰⁾ Wie jeden periodischen Vorgang können wir auch das regelmäßige Schlagen des menschlichen Herzens als Uhr verwenden.

Welchen Weg geht das Licht?

T. Wünscher, H. Hauptmann und F. Herrmann

1 Einführung

Wir betrachten das Licht in dem Raum, in dem wir uns gerade aufhalten. Es kommt von Lichtquellen – von der Sonne, von einer Lampe oder von einem Fernsehbildschirm –, und es wird von irgendwelchen anderen Körpern absorbiert. Da Licht Energie trägt, ist mit dem Lichtstrom ein Energiestrom verknüpft. Auch die Energie fließt von den Lichtquellen zu den Absorbern. Sollte uns jemand nach dem Verlauf dieses Energiestroms fragen, so kämen wir aber wahrscheinlich in Verlegenheit.

Tatsächlich ist diese Frage aber kaum weniger nahe liegend als etwa die Frage nach dem Verlauf der Feldlinien in irgendeiner elektrostatischen Standardsituation. Während es uns im letzteren Fall leicht fällt, ein qualitativ richtiges Bild zu skizzieren, haben wir selbst bei einfachen Anordnungen von Lichtquellen und Absorbern kaum ein Gefühl für den Verlauf der Energiestromlinien.

Man findet leicht Gründe für diesen Unterschied:

- Während wir eine Reihe von einfachen Regeln kennen, die uns helfen, elektrische Feldlinienbilder zu skizzieren, fehlen uns solche Regeln für die Energiestromlinien.
- Während man Bilder von elektrischen Feldern in jedem Physikbuch findet, wird man nach Energieflussbildern in Lichtverteilungen vergeblich suchen.

Im Folgenden soll Abhilfe in beiderlei Hinsicht geschafft werden. In Abschnitt 2 werden Regeln formuliert und begründet, mit deren Hilfe man solche Bilder interpretieren und skizzieren kann. Man kann sich die Arbeit auch vom Computer abnehmen lassen. Ein entsprechendes Programm wird in Abschnitt 3 vorgestellt. In Abschnitt 4 werden Bilder von Energiestromverteilungen für einige Standardsituationen diskutiert.

Die Kenntnis der Energiestromverteilung ist wichtig für zahlreiche technische Anwendungen. Solche Anwendungen sind Gegenstand der *nichtabbildenden Optik* [1]. Die nichtabbildende Optik fragt nach dem Lichtstrom von einer Fläche A zu einer Fläche B in dem Fall, dass keine Punkt-zu-Punkt-Abbildung von A auf B gefordert wird. Der Grund für eine solche Frage kann sein, dass man das Licht von A auf eine möglichst kleine Fläche B *konzentrieren* möchte¹⁾.

¹⁾ Der Maximalwert des Konzentrationsfaktors $c = A/B$ ist durch den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik bedingt. Der Konzentrador verformt den Phasenraumbereich, den das Licht einnimmt. Das durch die Fläche A eintretende Licht hat eine große Ausdehnung im Ortsraum und im Allgemeinen eine kleine Winkelausdehnung, d. h. das Volumen im Impulsraum ist klein. (Falls die Winkelausdehnung maximal, d. h. der Raumwinkel, aus dem das Licht kommt, 2π ist, lässt es sich nicht mehr konzentrieren.) Das durch B austretende Licht nimmt ein kleineres Ortsraumvolumen, dafür aber ein größeres Impulsraumvolumen ein. Das „Tauschgeschäft“ zwischen Orts- und Impulsraum ist Ausdruck der Reversibilität des Vorgangs. Beim Durchgang durch den Konzentrador wird keine Entropie erzeugt.

Man benutzt Konzentratoren, um zum Beispiel möglichst viel Sonnenlicht auf die Röhren eines Solarkollektors zu leiten. Ein anderes Problem, mit dem sich die nichtabbildende Optik beschäftigt, besteht darin, das Licht von einer Lichtquelle möglichst gleichmäßig auf eine zu beleuchtende Fläche zu bringen, so wie man es von jeder Lampe, und in besonderem Maß von einer Flutlichtanlage erwartet. Ob ein Konzentrador oder Lampenreflektor seine Aufgabe gut erfüllt, lässt sich am besten mit Hilfe eines Energieflussbildes beurteilen.

Obwohl solche Anwendungen interessant genug sind, sich mit dem Thema zu befassen, ist das wichtigste Ziel, das wir hier verfolgen, ein anderes: Die Beschäftigung mit dem Energiefluss in Lichtverteilungen kann uns Einsichten in die Natur des Lichts vermitteln. Die Beschreibung des Lichts mit Hilfe des Energiestromfeldes kann man als natürliche Ergänzung zu geometrischer Optik und Wellenoptik sehen. In Abschnitt 5 kommen wir daher auf die Frage des Titels zurück: Welchen Weg geht das Licht?

2 Regeln für das Zeichnen und Interpretieren von Energiestrombildern

Um die elektrischen Feldlinien einer elektrostatischen Anordnung zu skizzieren oder zu interpretieren, genügt die Kenntnis von wenigen einfachen Regeln. Zum Vergleich mit den „Energiestromregeln“, die wir anschließend aufstellen wollen, sei hier an die wichtigsten dieser „Feldlinien-Regeln“ erinnert:

1. Elektrische Feldlinien beginnen auf positiven und enden auf negativen Ladungen.
2. Feldlinien kreuzen sich nicht.
3. Ein Feldlinienbild hat dieselbe Symmetrie wie die Randbedingungen, d. h. wie das System der Quellen, elektrischen Leiter und Dielektrika.
4. Feldlinien beginnen oder enden senkrecht auf der Oberfläche von elektrischen Leitern.
5. Eine Feldlinie hat nur dort einen Knick, wo die Ladungsdichte oder die Dielektrizitätskonstante einen Sprung macht.

Im Folgenden formulieren und begründen wir Regeln, die für Energieflusslinien in Lichtfeldern gelten. Wir setzen dabei voraus, dass das Licht zeitlich inkohärent ist. Für kohärentes Licht würden einige der Regeln nicht mehr gelten²⁾.

²⁾ Unsere Energiestromdichten sind die zeitlichen Mittelwerte des Poyntingvektors. Bei kohärentem Licht treten Quellen und Senken auf, die sich ständig füllen und leeren. Regel 1 gilt also nicht mehr. Außerdem kann die Symmetrie der Stromverteilung geringer sein als die der „Objekte“, da man die Phase als weitere Randbedingung betrachten müsste. Auch Regel 3 gilt also nicht mehr.

1. *Energiestromlinien beginnen auf Lichtquellen und enden auf Absorbern.*

Diese Regel ist Ausdruck der Energieerhaltung und der Divergenzfreiheit der Strömung außerhalb von Quellen und Absorbern.

2. *Energiestromlinien kreuzen sich nicht.*

Eine solche Regel gilt für jedes Vektorfeld, denn die entsprechende Vektorgröße hat in jedem Punkt einen wohl definierten Wert.

3. *Jede Symmetrie der Objekte – Lichtquellen, Spiegel, Absorber usw. – hat die gleiche Symmetrie im Energiestromlinienbild zur Folge.*

Symmetrieargumente gehören in allen Bereichen der Physik zu den nützlichsten Werkzeugen.

4. *In unmittelbarer Nähe einer vollständig reflektierenden Oberfläche oder auch einer vollständig streuenden, also weißen Oberfläche verlaufen die Energiestromlinien parallel zu dieser Fläche.*

Die Regel gilt, weil keine Energie in die Fläche eintritt. Der Stromdichtevektor darf keine Komponente haben, die orthogonal zur Oberfläche liegt.

5. *An der Oberfläche eines Strahlers verlaufen die Energiestromlinien orthogonal zu dieser Fläche, solange keine anderen Körper oder entfernte Teile desselben Körpers zum Lichtfeld an dieser Stelle beitragen.*

Diese Regel ist eine Konsequenz der Symmetrieregeln. Nähert man einen Punkt P der Oberfläche des Strahlers, so trägt zur Energiestromdichte in P ein immer kleinerer Bereich der Oberfläche wesentlich bei. (Die entfernteren Bereiche spannen einen Raumwinkel auf, der immer kleiner wird, je näher P an die Oberfläche heranrückt.) Jeder hinreichend kleine Oberflächenbereich kann aber praktisch als eben betrachtet werden. Aus Symmetriegründen muss der Energiestromdichtevektor senkrecht auf dieser „Ebene“ stehen³⁾.

3 LightLab

Obwohl man die meisten der Abbildungen von Abschnitt 4 qualitativ mit Hilfe der in Abschnitt 2 vorgestellten Regeln hätte zeichnen können, wurden die Bilder mit Hilfe des Computerprogramms LightLab⁴⁾ erstellt. Der Umgang mit dem Programm ist einfach. Mit Hilfe eines Editors platziert man Objekte auf einer Zeichenebene: Lichtquellen, Spiegel, Streuer und Absorber, aber auch Objekte, die teilweise reflektieren, teilweise streuen oder teilweise absorbieren. Diese Objekte bilden die „Szenerie“. Da dreidimensionale Darstellungen zu komplex wären, werden nur Fälle betrachtet, in denen die Stromlinien in einer Ebene verlaufen. Das heißt, wir nehmen entweder an, dass alle unsere Objekte senkrecht zur Zeichenebene unendlich ausgedehnt und translationssymmetrisch sind, oder wir stellen

³⁾ Wir haben hier eine etwas intuitive Begründung gegeben. Für eine strenge Formulierung braucht man die Größe Strahldichte, d. h. die Energiestromdichte pro Raumwinkel. Die Strahldichte ist eine Größe, die im Wesentlichen das beschreibt, was wir mit den Augen als Helligkeit wahrnehmen. Sie ist eine Funktion von Ort und Richtung. Regel 5 gilt für solche Strahler, für die die Strahldichte an der Oberfläche als Funktion des Winkels symmetrisch zur Flächennormale ist. Das ist für die meisten praktischen Strahler der Fall. Sie gilt damit insbesondere für „lambertsche Strahler“, bei denen die Strahldichte unabhängig vom Winkel ist.

⁴⁾ LightLab 2.0 kann von www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de kostenlos heruntergeladen werden.

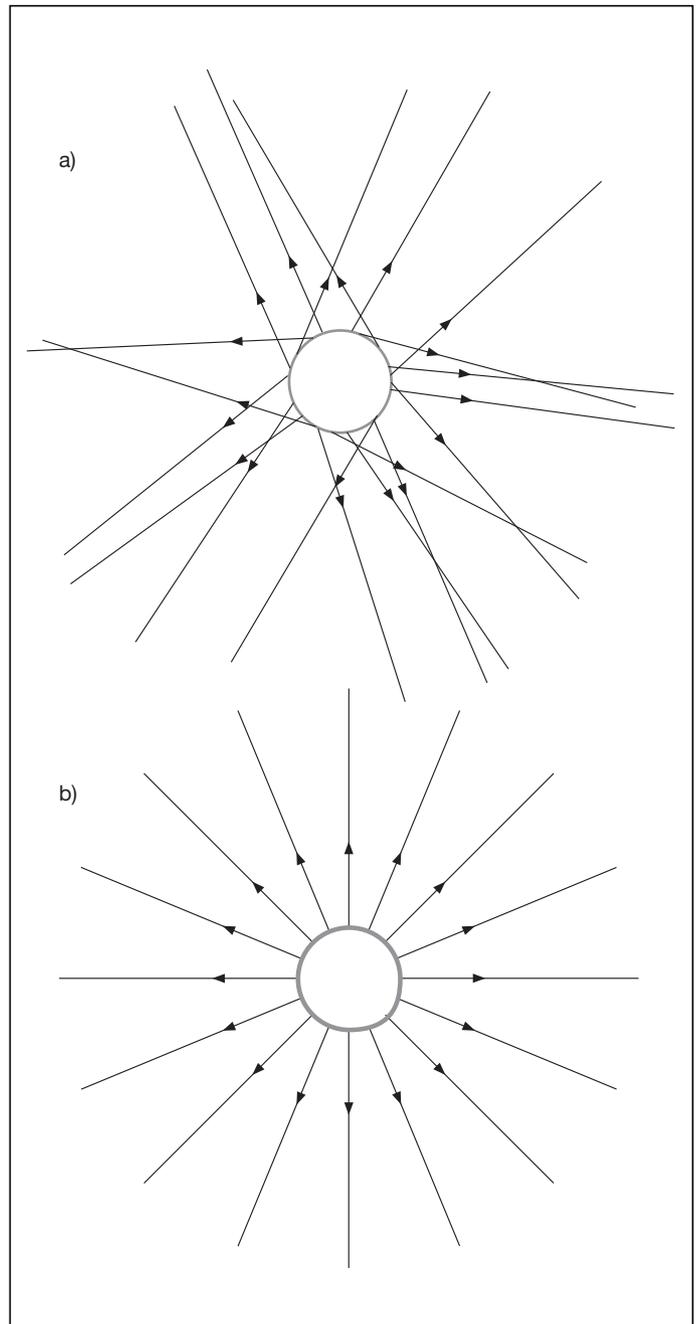


Abb. 1: Das Licht in der Umgebung der Sonne. Lichtstrahlen (a); Energiestromlinien (b)

uns gleich vor, die Welt sei zweidimensional. LightLab kann sowohl die Energiedichte als auch die Energiestromdichte berechnen und grafisch darstellen⁵⁾.

⁵⁾ Sowohl die Energiestromdichte als auch die Energiedichte an einem beliebigen Punkt im Raum setzen sich linear zusammen aus den Beiträgen, die die Objekte (Strahler, Spiegel, ...) liefern. Um diese Beiträge zu berechnen, werden die Oberflächen der Objekte in kleine Flächenstücke zerlegt (diskretisiert). Handelt es sich bei einem kleinen Flächenstück um einen Strahler, so kann der Beitrag, den dieses Flächenstück zu Energiedichte und Energiestromdichte liefert, direkt berechnet werden. Der Beitrag eines reflektierenden oder streuenden Flächenstücks hängt jedoch davon ab, wie es von den anderen Objekten beleuchtet wird. Um ihn zu berechnen, wird der Raumwinkel über einem solchen Flächenstück in kleine Winkelelemente zerlegt. Abhängig von der Strahlung, die von anderen Objekten auf dieses Flächenstück fällt, berechnet LightLab nun die Ausstrahlung dieses Flächenstücks in die jeweiligen Raumwinkelbereiche. Damit lassen sich auch Energiestromdichte- und Energiedichtebeitrag des reflektierenden oder streuenden Flächenstücks berechnen. Da sich dadurch die Voraussetzungen für die bereits berechneten reflektierenden oder streuenden Flächenstücke ändern, wird dieses Verfahren iterativ so oft durchgeführt, bis die Ergebnisse stabil werden. Die Beiträge zur Energiestromdichte werden vektoriell addiert, die zur Energiedichte skalar.

4 Beispiele

Für alle Beispiele werden die Energiestromlinienbilder gezeigt, in einigen Fällen zum Vergleich auch die vertrauten Lichtstrahlenbilder. Wo es von Interesse ist, ist auch die Energiedichteverteilung dargestellt.

Sphärische Lichtquelle

Eine Realisierung ist die Sonne, eine andere eine Mattglaslampe. In unseren zweidimensionalen Bildern erscheint die Quelle als Kreis. Abb. 1a zeigt einige willkürlich gewählte Lichtstrahlen, Abb. 1b das Energiestromlinienbild. Es erinnert daran, wie Kinder die Sonne zeichnen.

Bewölkter Himmel

Wir stellen uns die Erdoberfläche als eben und absorbierend vor. In einer gewissen Höhe befindet sich eine gleichmäßige Wolkendecke, Abb. 2. Für den Physiker, der die geometrische und die Wellenoptik kennt, ist das eine unbeliebte Situation: vollständig diffuses Licht aus einem Halbraum, also das größte Chaos, das man sich vorstellen kann, Abb. 2a. Das Energiestrombild dagegen zeigt das Lieblingsfeld des Physikers: ein homogenes Feld. Man beachte, dass man dem Energiestrombild nicht die Winkelverteilung der Lichtstrahlen ansieht. Die Sonne im Zenith würde dasselbe Energieflussbild liefern wie die Wolken von Abb. 2.

Paralleles Lichtbündel, das auf einen ebenen Spiegel trifft

Abb. 3a zeigt das bekannte strahlenoptische Bild, Abb. 3b die Energiestromlinien. Außerhalb des dreieckigen Durchdringungsgebiets haben Lichtstrahlen und Energiestrom-

linien dieselbe Gestalt. Anders innerhalb dieses Gebiets. Wie nach Regel 4 zu erwarten ist, laufen die Stromlinien parallel zur Spiegeloberfläche.

Sich durchkreuzende Lichtbündel

Die Lichtbündel haben unterschiedliche Energiestromdichten. Abb. 4a zeigt den Verlauf der Lichtstrahlen. Das Energiestrombild, Abb. 4b, zeigt, dass im Durchkreuzungsgebiet Energie aus dem einen in das andere Bündel wechselt.

Konvexe Lichtquelle

Da ein Oberflächenelement der Lichtquelle nicht ein anderes Oberflächenelement „sieht“, ist Regel 5 anwendbar. Der Energiefluss tritt orthogonal zur Oberfläche aus der Lichtquelle aus. Das Bild erinnert an die Feldlinien eines elektrisch geladenen Leiters.

Licht, das auf eine weiße Fläche oder auf eine Mattglasscheibe trifft

In Abb. 6 trifft ein paralleles Lichtbündel auf eine isotrop streuende weiße Fläche. Das Licht in Abb. 7 kommt von einem flächigen Strahler und wird von der Mattglasscheibe sowohl in Vorwärts- als auch in Rückwärtsrichtung isotrop gestreut. Die Rückstreuung erkennt man am Zurückbiegen der Stromlinien links von der Mattglasscheibe. Besonders deutlich ist der Effekt für die beiden äußeren Linien.

Gerades Rohr mit reflektierenden oder weißen Wänden

Am linken Ende befindet sich eine Fläche, die in alle Richtungen des rechten Halbraums strahlt (ein lambertscher Strahler), die Wände sind ideale Spiegel, Abb. 8, bzw. ideal weiße Streuer, Abb. 9. In beiden Fällen ist das Stromlinienbild innerhalb des „Rohrs“ (wegen der Zweidimensionalität

Abb. 2: Bewölkter Himmel. Lichtstrahlen (a); Energiestromlinien (b)

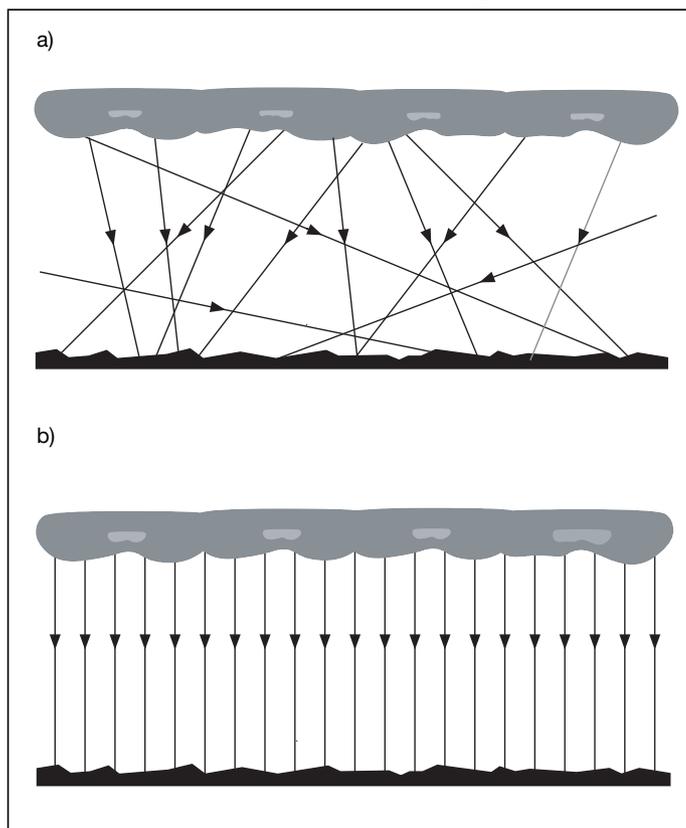
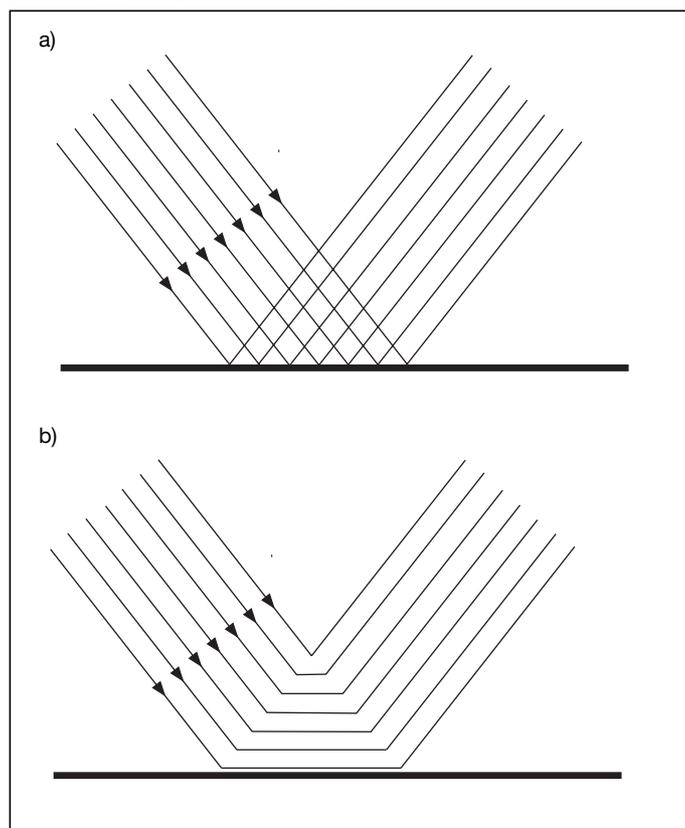


Abb. 3: Reflexion eines Lichtbündels an einem ebenen Spiegel. Lichtstrahlen (a); Energiestromlinien (b)



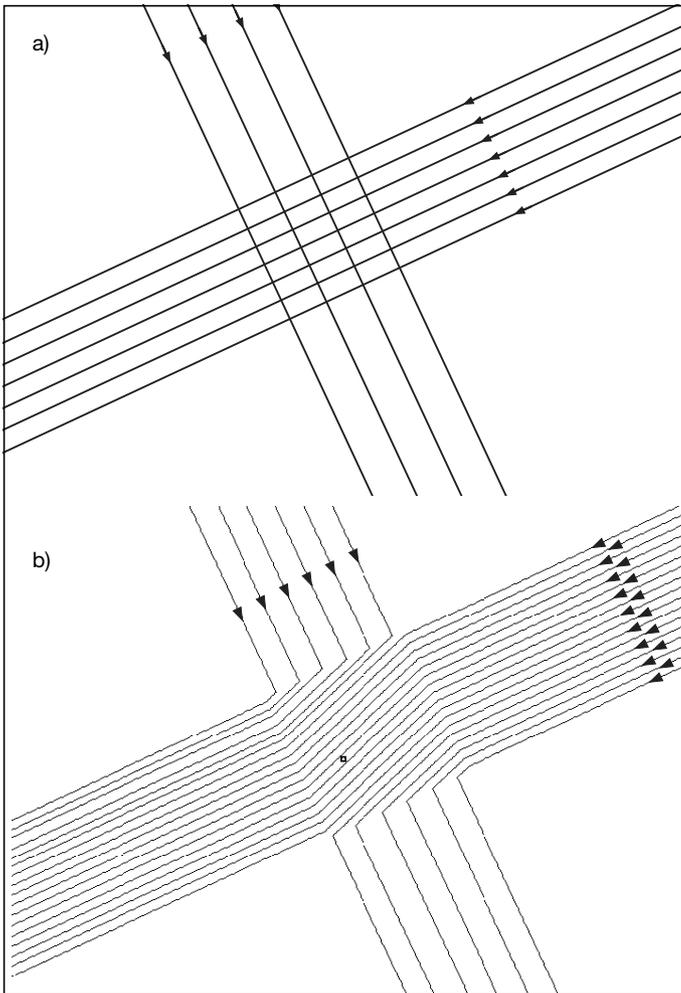


Abb. 4: Ein Lichtbündel „durchdringt“ ein anderes. Lichtstrahlen (a); Energiestromlinien (b)

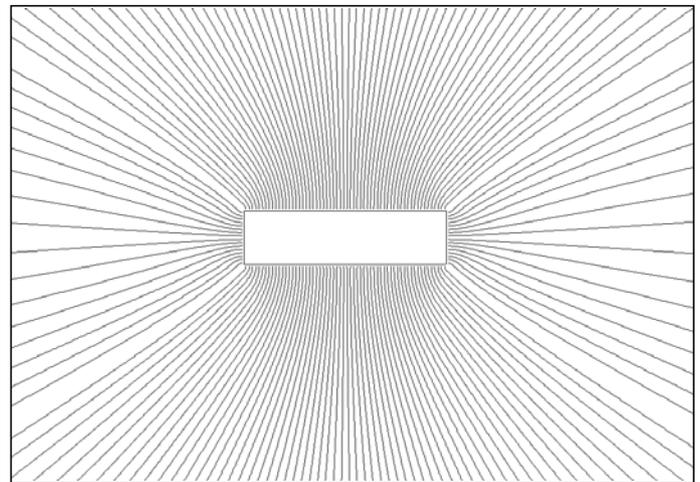


Abb. 5 (oben): Lichtquelle

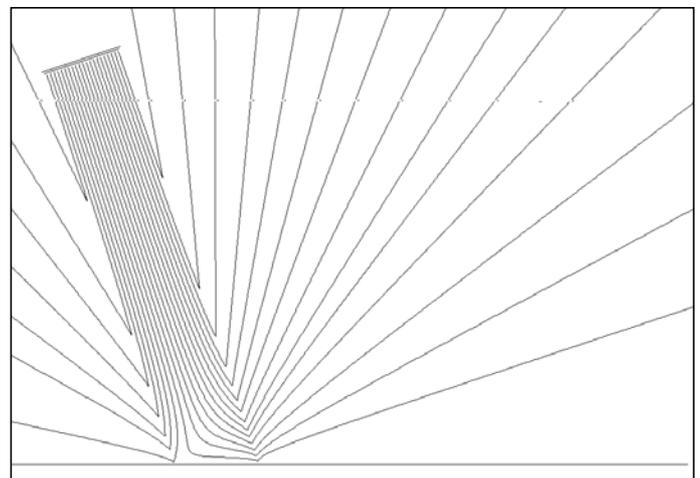


Abb. 6 (unten): Streuung eines Lichtbündels an einer weißen Oberfläche

bei uns der Zwischenraum zwischen zwei ebenen Wänden) das eines homogenen Feldes. Die Stromdichte ist geringer im Fall der streuenden Wände, obwohl die Strahler in beiden Fällen identisch sind.

Man erkennt den Grund für diesen Unterschied, wenn man die Energiedichtebilder miteinander vergleicht, Abb. 8b und 9b. Im Fall der spiegelnden Wände ist die Energiedichte innerhalb des Rohrs niedrig und konstant. Bei den weißen Wänden dagegen nimmt sie von hohen Werten links zur Rohröffnung auf der rechten Seite hin ab.

In der Sprache der geometrischen Optik wird im letzteren Fall ein Teil des Lichts zurückgestreut und durch die Quelle wieder absorbiert. (Ein Strahler ist auch immer ein Absorber.) Das zurück gestreute Licht trägt zur Energiedichte bei, kompensiert aber teilweise den Energiestrom. Wir wollen uns nun vorstellen, wir machen die Rohre immer länger und länger. Das Stromlinienbild im Fall der spiegelnden Wände würde sich nicht wesentlich ändern. Im Fall der weißen Wände wird aber das „Licht-Leck“ nach rechts immer geringer. Aus einem hinreichend langen, perfekt streuenden Rohr kommt praktisch kein Licht mehr heraus. Das Rohr verhält sich wie ein Strömungswiderstand für Licht⁶⁾.

Das Stromlinienbild für ein gekrümmtes Rohr mit reflektierenden Wänden, Abb. 10, ist nicht sehr verschieden von dem des entsprechenden geraden Rohrs.

⁶⁾ Die Lichtströmung ist der einer isothermen Gasströmung ähnlich. Die Temperatur des Lichts ist konstant, Druck und chemisches Potenzial nehmen nach rechts hin ab.

Geschlossene und spiralförmige Stromlinien

Abb. 11a zeigt eine Erscheinung, die von *Poynting*-Vektorfeldern bekannt ist: geschlossene Energiestromlinien. Sie treten in vielen Situationen auf. Die Abbildung zeigt eine besonders einfache Realisierung. In Abb. 11b wurde die Szenerie leicht modifiziert. In die Mitte der geschlossenen Linien der Abb. 11a wurde ein kleiner Absorber gesetzt. Man sieht: Eine der Stromlinien spiralt jetzt nach innen zum Absorber. Macht man den Absorber hinreichend klein, so läuft die Stromlinie in einer beliebig eng gewickelten Spirale nach innen. Die Liniendichte gibt dann den Betrag des Stromdichtevektors nicht einmal näherungsweise richtig wieder, siehe auch den Aufsatz Analogien in der Elektrodynamik mit FieldLab [2], in dem ein entsprechendes Beispiel für elektrische Feldlinien behandelt wird.

Lichtkonzentrator

Abb. 12 zeigt eine einfache Version eines Lichtkonzentrators. Das Licht, das durch Öffnung A auf der linken Seite der Spiegel eintritt, wird zu Öffnung B kanalisiert. Das dreidimensionale Analogon ist ein konischer Konzentrador.

Sonnenschein und Zimmer mit Fenster und Spiegel

Abb. 13 zeigt eine kompliziertere Situation: Ein Zimmer mit einem Fenster und einem Spiegel, Fußboden und Wände absorbieren und streuen unterschiedlich, die Sonne steht 15° über dem Horizont, vom Himmel kommt diffuses Licht. Die

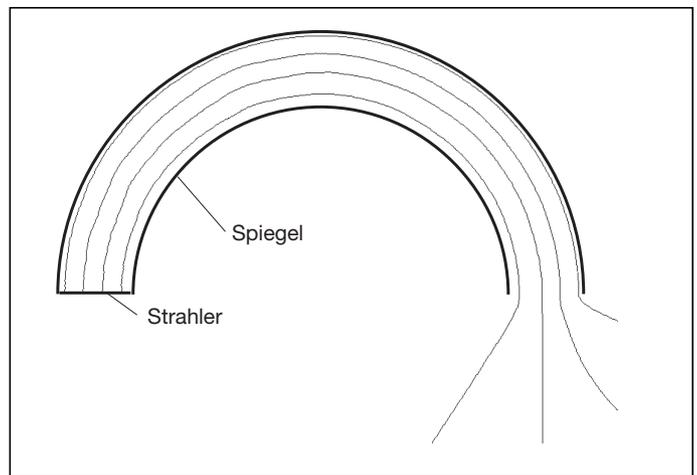
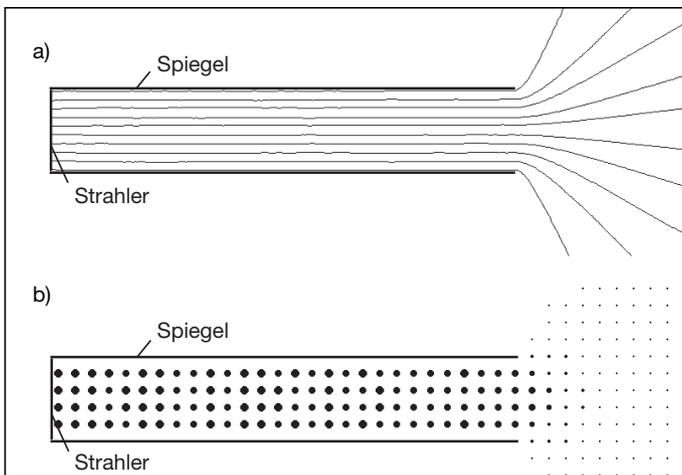
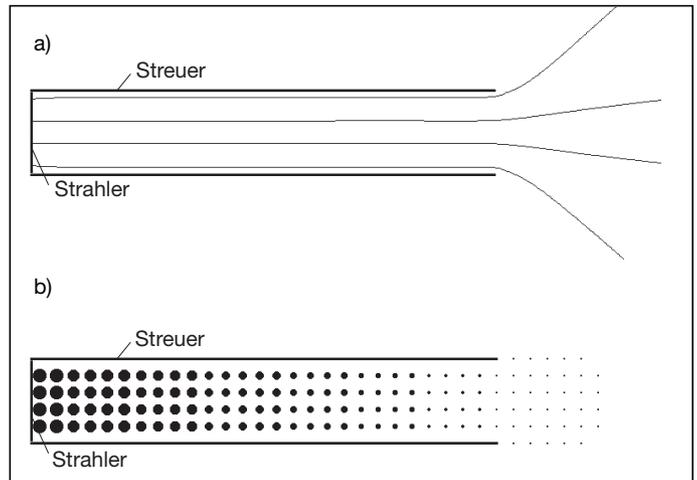
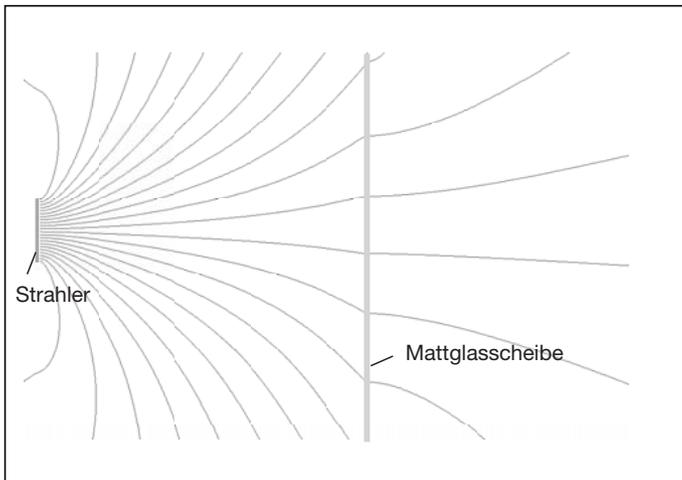


Abb. 7 (oben): Streuung des Lichts von einer flächigen Quelle an einer Mattglasscheibe

Abb. 8 (unten): Flächiger Strahler und „Rohr“ mit reflektierenden Wänden. Energiestromdichte (a); Energiedichte (b).

Abb. 9 (oben): Flächiger Strahler und „Rohr“ mit weißen Wänden. Energiestromdichte (a); Energiedichte (b).

Abb. 10 (unten): Energiestromlinien in einem gebogenen „Rohr“ mit reflektierenden Wänden

Richtung der Sonne ist im Bild auf zwei Arten zu erkennen: 1. durch die Linie, die die Knicke der Stromlinien links von der Mauer außerhalb des Zimmers verbindet, 2. durch das Lichtbündel, das vom Fenster aus das Zimmer durchquert.

5 Welchen Weg geht das Licht?

Wir betrachten eine Situation, bei der Licht von einer Lichtquelle A erzeugt und von einem Körper B absorbiert wird. Der Vorgang sei stationär, d. h. nichts ändert sich im Verlauf der Zeit. Es besteht sicher kein Zweifel darüber, dass das Licht irgendwie von A nach B gelangt. Problematisch wird es allerdings, wenn wir nach dem genauen Weg fragen, denn die Frage nach dem Weg von irgendetwas hat nur dann eine klare Bedeutung, wenn man dieses „Irgendetwas“ in Raum und Zeit verfolgen kann, wenn es ein Individuum ist. Nun kann man zwar das Licht in Gedanken in jedem Augenblick in Portionen zerlegen, aber man kann nicht sagen, wo sich die Portionen im nächsten Augenblick befinden. Tatsächlich hat die Frage nach dem Weg des Lichts unterschiedliche Antworten, je nachdem, welches Beschreibungsverfahren, welche Theorie oder welches Modell man benutzt.

Fragen wir die geometrische Optik, so ist die Antwort klar: Den Weg des Lichts geben die Lichtstrahlen an. Wie ernst

diese Deutung genommen wird, erkennt man an den bekannten Lehrsätzen: „Licht breitet sich geradlinig aus“ oder „Lichtstrahlen durchdringen sich ungestört“. Eine Verallgemeinerung dieser Auffassung stellt das *Fermat'sche* Prinzip dar.

Weniger klar ist die Antwort, die die Wellenoptik gibt. Vom Lichtweg ist hier meist gar nicht mehr die Rede, höchstens noch von der Bewegung von Wellenfronten. Als Lichtweg könnte man eine Linie betrachten, die überall orthogonal zu den Wellenfronten verläuft. Klare Wellenfronten gibt es bei ebenen Wellen und bei Kugelwellen. Es gibt sie nicht mehr, wenn solche Wellen miteinander interferieren. Gerade in den interessanten Situationen lässt sich also ein eindeutiger Lichtweg nicht angeben. Man kann sich so aus der Klemme helfen, dass man das Licht in Gedanken in Sinuswellen zerlegt. Dafür muss man aber bezahlen: Das Licht hat dann, wie schon in der geometrischen Optik, an einem festen Ort mehrere Bewegungsrichtungen. Noch höher ist der zu zahlende Preis, wenn man die Welle entsprechend dem *Huygens'schen* Prinzip in Kugelwellen zerlegt. Dann kommt das Licht auf unendlich vielen verschiedenen Wegen von A nach B, und die Vorstellung vom Lichtweg wird im Grunde ad absurdum geführt.

Klar aber ebenfalls enttäuschend ist schließlich die Antwort der Quantenelektrodynamik. Sie sagt uns rundheraus, dass die Frage nach der Bahnkurve der Photonen keinen Sinn hat.

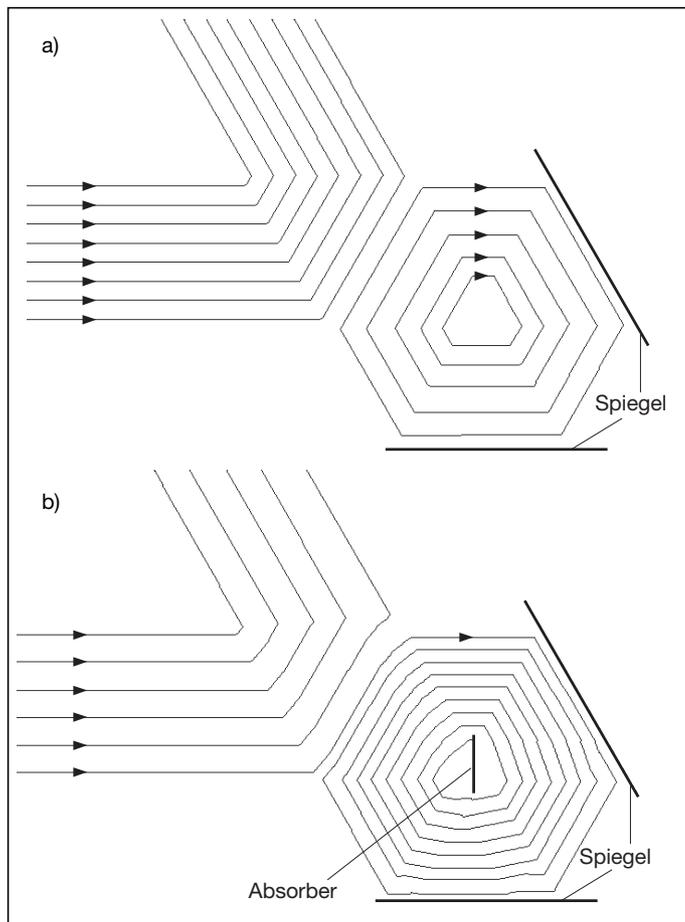


Abb. 11: Mit Hilfe von zwei Spiegeln kann man geschlossene Energiestromlinien erzeugen (a). Der Energiefluss spiralt um das absorbierenden Körperchen herum. Die Liniendichte gibt den Betrag der Energiestromdichte nicht richtig wieder (b).

Dass die Antworten so unterschiedlich ausfallen, ist kein Wunder. Beim Licht gibt es das verfolgbare Individuum nicht. Der Weg ist daher nicht einfach eine Eigenschaft des Lichts, sondern auch des verwendeten Modells. Angesichts dieser Tatsache wollen wir ein weiteres Modell mit seinem Lichtweg betrachten. Wir nehmen als Repräsentanten des Lichts seine Energie und als Weg des Lichts die Stromlinien der Energie. Die Stromlinien einer mengenartigen Größe

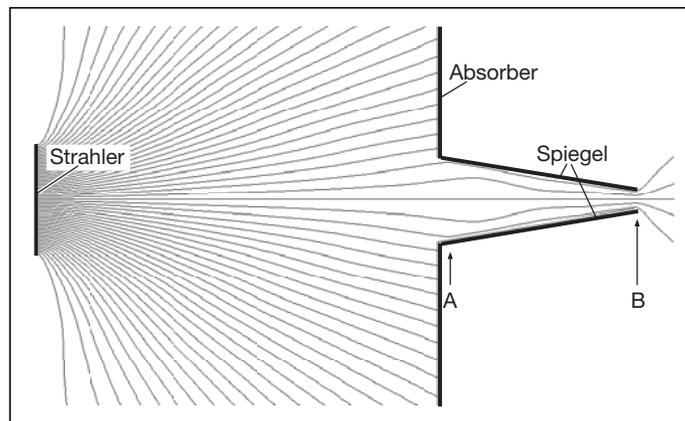


Abb. 12: Einfacher Lichtkonzentrator

als Trajektorie zu interpretieren ist in der Physik gängige Praxis⁷⁾. Wir schlagen also die folgende Interpretation vor: Die Energiedichteverteilung sagt uns, wo sich wie viel Licht befindet, und an der Energiestromverteilung erkennen wir, welchen Weg das Licht geht. Diese Interpretation ist, genauso wie die der geometrischen Optik, weder falsch, noch richtig. Wir meinen auch keineswegs, dass man ihr im Unterricht ein besonders großes Gewicht geben sollte. Die Diskussion dieser Interpretationsmöglichkeit kann aber klar machen, dass manches von dem was wir sagen, um uns verständlich zu machen, hinzuerfunden ist.

Literatur

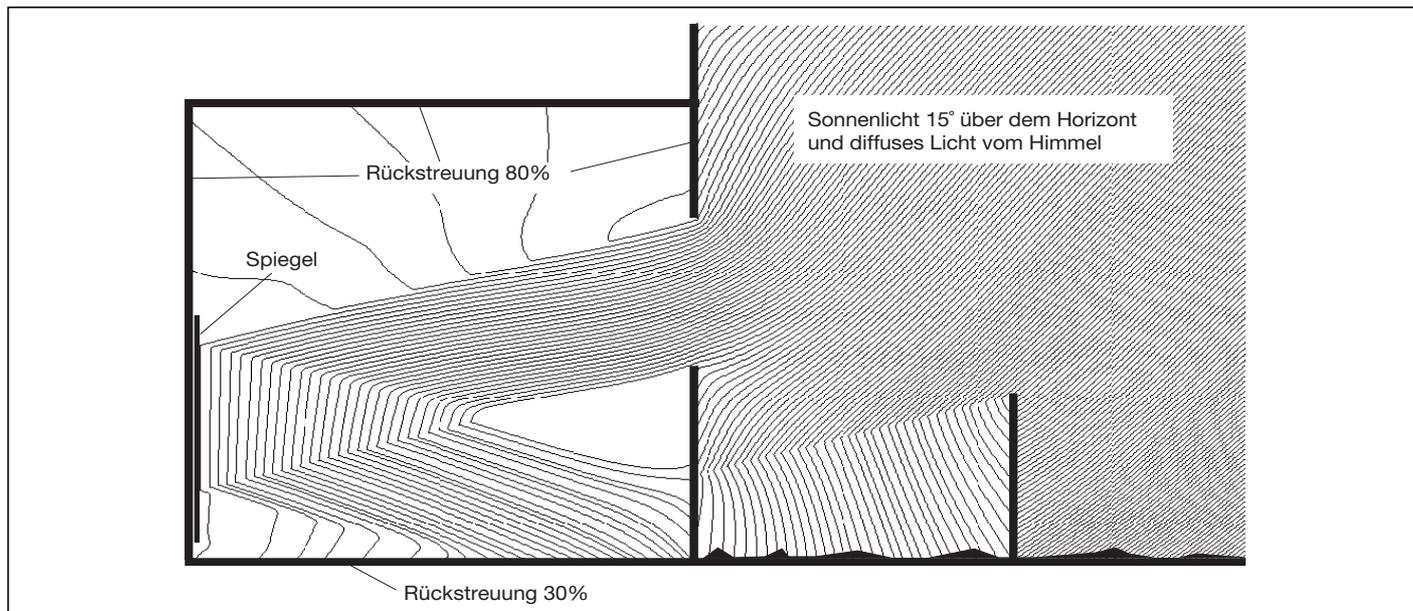
- [1] W. T. Welford and R. Winston: High Collection Nonimaging Optics, Academic Press, New York 1989
- [2] H. Hauptmann, F. Herrmann, M. Suleder: Analogien in der Elektrodynamik mit FieldLab, PdN-Ph 4/49 (2000), S. 39

Anschrift der Verfasser:

Thilo Wünsch, Holger Hauptmann und Friedrich Herrmann, Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe

⁷⁾ So betrachten wir das Stromdichtefeld der elektrischen Ladung als Ausdruck einer Strömungsbewegung, und zwar unabhängig von der Bewegung der Ladungsträgerpartikel – auch wenn man gelegentlich versucht, das Bild durch die Bewegung der Ladungsträger zu rechtfertigen. Eine solche Rechtfertigung ist nicht nur nicht nötig, sondern im Grunde auch kontraproduktiv, denn in einem Stromkreis, in dem die Ladungsträgerart wechselt, ergäbe sich ein verwirrendes Bild.

Abb. 13: Zimmer mit Fenster und Spiegel. Licht kommt von der Sonne, die 15° über dem Horizont steht, außerdem Streulicht vom restlichen Himmel.



Der Geodynamo

T. Vorbach u. F. Herrmann

1 Einleitung

Das magnetische Feld der Erde wirkt im Vergleich zu anderen Naturerscheinungen unscheinbar. Auch im Vergleich mit technisch erzeugten Magnetfeldern kommt es nicht gut weg: Mit technischen Magneten erreicht man um fünf Zehnerpotenzen größere Feldstärken.

Interessant ist das Erdfeld vor allem deshalb, weil es zu einer Spezies gehört, die im Kosmos weit verbreitet ist: Nicht nur die Erde und andere Planeten, sondern auch Sterne und Galaxien haben Magnetfelder. Manche haben so große Feldstärken, dass sie auch die stärksten Laborfelder in den Schatten stellen. So ist das magnetische Feld eines Neutronensterns so intensiv, dass ein Liter davon etwa 1 kg wiegt. Der Entstehungsmechanismus ist bei allen diesen Feldern im Wesentlichen derselbe. Wir erklären ihn am Beispiel des Magnetfeldes der Erde. Da die „Maschine“, die das Erdfeld erzeugt, einem selbsterregten Dynamo ähnlich ist, nennt man sie den *Geodynamo*.

Wir beschränken uns darauf, die Grundprinzipien des Geodynamos zu erklären, also das, womit sich ein Nichtspezialist wahrscheinlich zufrieden geben wird. Wer an weitergehenden Fragen interessiert ist, dem empfehlen wir etwa den kürzlich im *Physikjournal* erschienenen Artikel „Der Geodynamo“ [1] oder das Lehrbuch „The Magnetic Field of the Earth“ [2].

2 Der Sitz des Geodynamos

Abb. 1 zeigt den Aufbau der Erde. Der Kern, der einen Radius von 3480 km hat, besteht im Wesentlichen aus Eisen und ist elektrisch leitfähig. (Die Leitfähigkeit ist etwa 1/10 von der des Eisens unter normalen Bedingungen.) Der Mantel besteht aus einem Gestein, dessen elektrische Leitfähigkeit um etwa fünf Zehnerpotenzen kleiner ist. Wir können ihn als Nichtleiter betrachten. Der innere Kern mit einem Radius von 1210 km ist fest, der *äußere* Kern flüssig. Die Viskosität des Eisens im äußeren Kern ist nicht sehr verschieden von der des flüssigen Eisens an der Erdoberfläche. Die Viskosität des Mantels dagegen ist so hoch, dass wir ihn als fest betrachten können. Die Temperatur nimmt in Kern und Mantel von innen nach außen ab. Im Zentrum der Erde beträgt sie etwa 6000 K, an der Oberfläche des Kerns etwas über 4000 K. Es ist im Innern der Erde also hell. Da von innen nach außen ein Wärmetransport stattfindet, kühlt sich die Erde langsam ab. Dieser Abkühlungsvorgang hat aber eine Dauer, die mit dem Alter des Universums vergleichbar ist. Wir können daher ein zeitlich konstantes Temperaturgefälle von innen nach außen annehmen¹⁾.

¹⁾ Das Temperaturgefälle ist derselben Natur wie das in der Erdatmosphäre: Es ist das natürliche Temperaturgefälle eines gut durchmischten Fluids im Gravitationsfeld. Siehe auch [3].

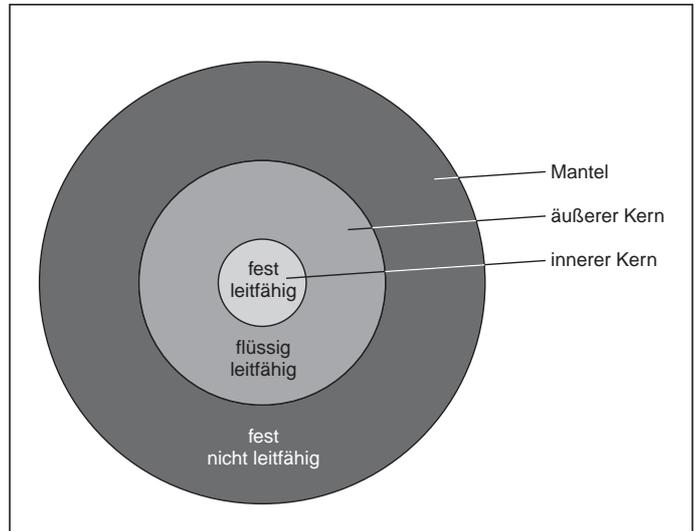


Abb. 1: Der Aufbau der Erde. Der äußere Kern erfüllt die Bedingungen für das Auftreten des Dynamoeffekts: Er ist flüssig und elektrisch leitfähig.

In dem uns interessierenden Bereich, nämlich im äußeren Kern (aber nicht nur dort), geschieht der Wärmetransport durch eine Konvektionsbewegung: Das flüssige Metall bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von einigen km/a. (Im Vergleich zu anderen „geologischen“ Geschwindigkeiten, etwa der der Kontinentalplatten, ist diese Geschwindigkeit recht hoch.) Diese Konvektionsströmung ist nun aber nicht einfach ein auf und ab. Auf Grund der Drehung der Erde kommt es zu einer Erscheinung, die wir von den Luftströmungen in der Atmosphäre her kennen: Es bilden sich zusätzliche Drehbewegungen aus. Insgesamt beobachtet man also schraubenförmige Bewegungen, schematisch dargestellt in Abb. 2.

Wir werden sehen, dass ein „Dynamoeffekt“ von selbst zustande kommt, wenn die folgenden Voraussetzungen erfüllt sind:

1. Man braucht eine elektrisch leitfähige Flüssigkeit mit einem hinreichend großen Volumen.
2. Die Flüssigkeit muss hinreichend schnell und unregelmäßig bewegt werden.

Diese Bedingungen sind im äußeren Kern erfüllt. Hier ist also der Sitz des Geodynamos.

- Der Sitz des Geodynamos ist der äußere Erdkern.

3 Die Gestalt des Feldes

Dort wo man das Feld beobachten kann, nämlich außerhalb der Erde, stellt es sich näherungsweise als Dipolfeld dar, ähnlich dem Feld eines Stabmagneten oder einer zylindrischen Spule. Wenn man es in nach menschlichen Maßstäben kurzen Zeitintervallen untersucht, so bekommt man auch den Eindruck, das Feld sei zeitlich konstant.

Aber der Schein trügt. Erstens ist seine räumliche Verteilung viel komplizierter als die eines Dipolfeldes, und zweitens ist es in ständiger zeitlicher Änderung begriffen.

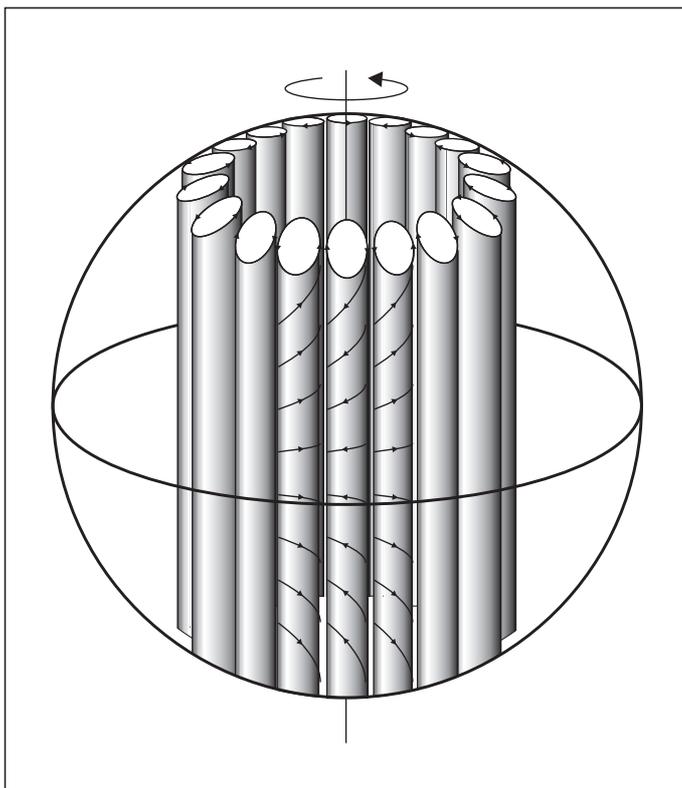
3.1 Die räumliche Verteilung des Feldes

Abb. 3 zeigt ein berechnetes Feld, und zwar nicht nur für den Bereich außerhalb der Erde, sondern auch innerhalb [4, 5]. Wie man sieht, ist es sehr unregelmäßig und verschlungen. Es ist also nicht einfach ein Dipolfeld. Das Dipolfeld, das wir hier draußen an der Erdoberfläche beobachten, ist gewissermaßen nur die „Spitze des Eisberges“. Entsprechend verschlungen sind auch die elektrischen Ströme, die das Feld erzeugen.

3.2 Die zeitliche Entwicklung

Um den Ablauf einer chemischen Reaktion auf der molekularen Ebene zeitlich aufzulösen, muss man ihn auf einer sehr kleinen Zeitskala, d. h. in „Zeitlupe“ darstellen. (Zur Untersuchung benutzt man Laserblitze mit einer Dauer von einigen Femtosekunden.) Um langsam ablaufende Vorgänge wahrnehmbar zu machen, muss die Zeit „gestaucht“ werden, der Vorgang muss in „Zeitraffer“ dargestellt werden. So entspricht die kurze Sequenz von Satellitenbildern, die uns die Entwicklung eines Regengebietes im Wetterbericht des Fernsehens zeigt, einem Zeitintervall von einigen Stunden. In kürzeren Zeitintervallen passiert nichts wesentliches. Wollte man die Plattentektonik, d. h. die Bewegung der Erdkruste sichtbar machen, so müsste man die Zeitskala um einen noch viel größeren Faktor stauchen. Deutliche Änderungen bemerkt man hier erst im Abstand von Millionen von Jahren. Es gibt also für jede Erscheinung, die eine Zeitentwicklung aufweist, eine geeignete Zeitskala. Das gilt auch für das magnetische Feld der Erde.

Abb. 2: Die Konvektionsbewegung des flüssigen Eisens im äußeren Kern erfolgt auf Schraubenbahnen, deren Achsen parallel zur Erdachse liegen.



Um die zeitliche Entwicklung des Erdfeldes wahrzunehmen, müsste man es über einige hunderttausend Jahre beobachten. Für eine Filmsequenz wäre etwa ein Bild pro 100 Jahre angebracht. Die Teilbilder des gerechneten Feldes von Abb. 4 (siehe letzte Umschlagseite) entsprechen einem zeitlichen Abstand von jeweils 60 Jahren [4]. Die Bildsequenz zeigt das Umklappen der Dipolachse, ein Ereignis, das etwa alle 500 000 Jahre eintritt.

- *Das magnetische Feld der Erde hat eine verwickelte räumliche Struktur, und es ändert sich mit der Zeit.*
- *Die kleinsten räumlichen Strukturen haben eine Größe etwa 50 km, zeitliche Änderungen beobachtet man auf einer Skala von etwa 100 Jahren.*

4 Die Frage

Wer sich für das magnetische Feld der Erde interessiert, mag zunächst danach fragen, durch welchen Vorgang innerhalb der Erde ein zeitlich konstantes Dipolfeld entstehen könnte. Wir haben gerade gesehen, dass diese Frage die Sache nicht trifft, denn das Feld ist nicht zeitlich konstant, und es ist kein Dipolfeld.

Wir werden aber auch nicht nach einer Beschreibung suchen, die uns in die Lage versetzen würde, Feldverteilungen wie die der Abb. 3 oder 4 zu berechnen. Das wäre so, als suchte man eine Erklärung dafür, dass es gerade jetzt in Schleswig-Holstein regnet oder dass Südamerika in diesem Jahr an den Folgen von El Niño leidet. Wenn wir die Physik des Wettergeschehens verstehen wollen, so befassen wir uns mit den Gesetzen, die den Wärmetransport in der Atmosphäre bestimmen, nach dem Entstehungsmechanismus von Windsystemen oder nach den Auswirkungen von Verdunstung und Kondensation des Wassers. Entsprechend fragen wir im Zusammenhang mit dem magnetischen Feld der Erde

1. nach dem Mechanismus, durch den magnetische Felder in bewegten, flüssigen elektrischen Leitern entstehen,
2. nach dem Grund dafür, dass trotz einfacher Randbedingungen komplizierte räumliche Verteilungen entstehen und
3. nach dem Grund dafür, dass sich die Felder mit der Zeit verändern.

Die konkrete Berechnung der Ströme und der Felder ist die Aufgabe von Spezialisten. Sie simulieren die Feldentwicklung mit leistungsfähigen Rechnern, ähnlich wie die Spezialisten der Meteorologie die Entwicklung der Atmosphäre simulieren²⁾.

5 Der Entstehungsmechanismus des magnetischen Feldes

Wir hatten gesagt, dass der Geodynamo im Prinzip wie ein

²⁾ In manchen Schulbüchern findet man die Bemerkung, die Ursachen der Entstehung des magnetischen Feldes der Erde seien noch nicht geklärt. Eine solche Bemerkung wird dem Stand der Erkenntnisse nicht gerecht. Es ist richtig, dass man die gegenwärtige Verteilung und die zeitliche Entwicklung des Feldes noch nicht eindeutig berechnen kann. Dafür gibt es zwei Gründe: Erstens sind die verwendeten mathematischen Modelle noch nicht fein genug, und zweitens kennt man die Anfangs- und Randbedingungen längst nicht so genau, wie etwa die der Erdatmosphäre. Das bedeutet aber nicht, dass Zweifel über die prinzipielle Natur des Entstehungsmechanismus bestünden.

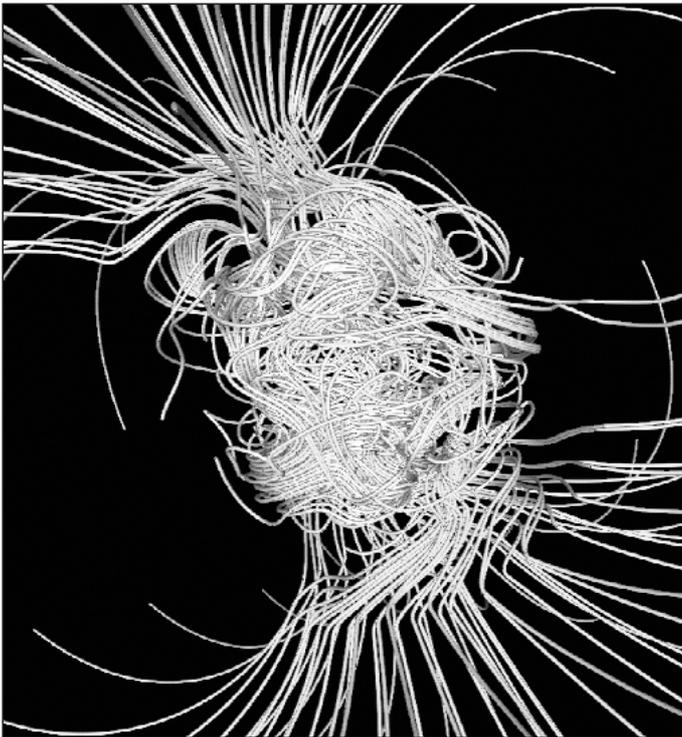


Abb. 3: Gerechnetes magnetisches Feld [4, 5]. Es ist im Erdkern unregelmäßig und verschlungen.

selbsterregter technischer Dynamo funktioniert. Wir wollen daher die Funktionsweise des Dynamos kurz in Erinnerung bringen. Der Stator ist ein Elektromagnet. In der Rotorspule, die sich im Feld des Stators bewegt, wird ein Strom induziert. Dieser selbe Strom wird durch die Statorspule geleitet, damit sie zum Elektromagneten wird. Der selbsterregte Dynamo hat einige Eigenschaften, die wir auch beim Geodynamo antreffen, und die wir hier schon herausstellen wollen.

1. Damit der selbsterregte Dynamo starten kann, muss der Stator zunächst aus einer anderen Quelle versorgt werden, denn so lange im Stator kein Strom fließt, wird im Rotor auch kein Strom induziert.
2. Wenn der Dynamo zu langsam läuft, kann er wieder „erlöschen“.
3. Wenn der Rotor hinreichend schnell läuft, genügt ein beliebig kleines magnetisches Feld, um den Dynamoeffekt zu starten. Je schneller der Dynamo läuft, desto instabiler wird der stromlose Zustand.

Beim Dynamo ist die Bewegung der elektrischen Leiter genau vorgegeben, ebenso wie der Weg des elektrischen Stroms. Die Erde erreicht nun dasselbe Ergebnis, obwohl sich bei ihr die Leiter anscheinend völlig planlos bewegen und obwohl dem elektrischen Strom keinerlei Wege vorgegeben sind. Um zu verstehen, wie sie dieses Wunder vollbringt, müssen wir zunächst einen Fall diskutieren, in dem kein Dynamoeffekt auftritt, und wir müssen verstehen warum er nicht auftritt.

Wir haben es im Folgenden mit verschiedenen magnetischen Feldern zu tun. Wir bezeichnen sie mit B_0 , B_1 , usw. Wir benutzen zur Kennzeichnung des Gebildes „Feld“ also denselben Buchstaben (nur ohne Vektorpfeil) wie für die physikalische Größe, mit der wir das Feld beschreiben, nämlich die magnetische Induktion \vec{B} . Entsprechend bezeichnen wir elektrische Ströme mit j , (dem Symbol der Stromdichte) und Bewegungen mit v (dem Symbol der Geschwindigkeit).

5.1 Wie es nicht geht

Um überhaupt einen Dynamoeffekt zu bekommen, müssen wir annehmen, dass am Anfang ein magnetisches Feld vorhanden ist. Wir nennen es B_0 . Wir hoffen, durch eine geeignete Bewegung der elektrischen Leiter, daraus ein neues magnetisches Feld zu machen, sodass wir später B_0 abschalten können und der Induktionsvorgang trotzdem weiterläuft. Woher dieses Anfangsfeld kommt, werden wir in Abschnitt 7 diskutieren. Zunächst sei es vorhanden, wie „vom Himmel gefallen“.

Wir bewegen nun in diesem Anfangsfeld unsere elektrisch leitende Flüssigkeit, und zwar quer zur Richtung des Feldstärkevektors \vec{B} , Abb. 5 (siehe letzte Umschlagseite, schwarze Pfeile stellen Bewegungen dar, die roten schlauchartigen Gebilde stehen für den magnetischen Fluss und blaue Pfeile für den elektrischen Strom.) Die Richtung des dabei induzierten elektrischen Stroms ist nach der Dreifingerregel orthogonal zu \vec{B}_0 und zur Geschwindigkeit. Der induzierte Strom verursacht nun selbst wieder ein magnetisches Feld B_1 . Welche Auswirkungen hat die Bewegung der Flüssigkeit in diesem Feld B_1 ? Oberhalb von j_1 entsteht ein Strom j_a , der in die selbe Richtung fließt wie j_1 , und unterhalb ein Strom j_b , der in die entgegengesetzte Richtung fließt. Das Resultat aller drei Ströme j_1 , j_a und j_b zusammen ist ein gegen j_1 nach oben versetzter Strom. Die Flüssigkeit versucht also, den Strom j_1 mitzunehmen. Das gelingt ihr um so besser, je größer die elektrische Leitfähigkeit ist. Im Idealfall eines perfekten Leiters wäre der Mitnahmeeffekt vollständig: Das Feld wäre wie in der Flüssigkeit eingefroren. Was passiert nun, wenn wir B_0 abschalten? Der angeworfene Strom wird von der Flüssigkeit etwas mitgenommen (unsere Flüssigkeit ist kein perfekter Leiter), und gleichzeitig klingt der Strom ab. Ein Dynamoeffekt ist nicht vorhanden. Der Grund dafür: Die Bewegung ist zu einfach.

5.2 Wie es gehen könnte

Der Dynamoeffekt kann auftreten, wenn zu der ersten, translativen Bewegung eine zweite, unabhängige Bewegung hinzukommt: Eine Rotation um die Richtung der Translationsgeschwindigkeit³⁾. Das Resultat ist also eine schraubenförmige Bewegung. Wie dabei ein magnetisches Feld entsteht, das immer wieder neue magnetische Felder erzeugt, erklären wir an Hand der Teilbilder von Abb. 6 (siehe beiliegende Folie). Wir betrachten immer nur einen Teil des Problems: zunächst nur die Translationskomponente der Bewegung, später nur die Rotation, danach wieder nur die Translation. Auch die magnetische Induktion und die elektrische Stromdichte zerlegen wir in Gedanken in Komponenten und betrachten jeweils nur eine davon. Das ist zulässig, da sich die verschiedenen Komponenten der Vektorgrößen Geschwindigkeit, magnetische Induktion und elektrische Stromdichte linear addieren und daher nicht gegenseitig beeinflussen. Natürlich bekommen wir dabei nur einen kleinen Anteil der Gesamtlösung des Problems.

Abb. 6a (siehe beiliegende Folie) zeigt das vorgegebene magnetische Feld B_0 , sowie die Translationsbewegung der Flüssigkeit. Diese Bewegung im magnetischen Feld führt dazu, dass ein elektrischer Strom j_1 entsteht, Abb. 6b. Der Übersichtlichkeit halber sind im nächsten Bild (6c) B_0 und die die Translationsbewegung v_{trans} nicht mehr wiederge-

³⁾ Man könnte denken, eine weitere Translationsbewegung in einer anderen Richtung würde ein qualitativ anderes Ergebnis bringen. Das trifft nicht zu, denn die neue Translationsbewegung ergibt zusammen mit der alten wieder nur eine einzige Translationsbewegung im Feld B_0 .

geben. Wir interessieren uns ja im Folgenden nur noch für die Wirkungen des Stroms j_1 . Dieser Strom verursacht nun ein magnetisches Feld, Teilbild 6c. In Abb. 6d ist j_1 nicht mehr dargestellt. Wir betrachten jetzt die Auswirkungen der Drehbewegung der Flüssigkeit im Feld B_1 . In Abb. 6e ist der entstehende elektrische Strom j_2 skizziert. In Teilbild 6f sind B_1 und v_{rot} nicht mehr dargestellt, dafür das von j_2 verursachte magnetische Feld B_2 . In Abb. 6g wurde j_2 weggelassen. Dafür ist jetzt die Translationsbewegung wieder eingezeichnet. Diese führt zu einem neuen Strom j_3 , Teilbild 6h. In Abb. 6i sind B_2 und v_{trans} nicht mehr dargestellt, dafür das von j_3 erzeugte magnetische Feld B_3 . Im Folgenden wird wieder der Einfluss der Rotationsbewegung betrachtet, Abb. 6j und 6k: Es entsteht der Strom j_4 . Das letzte Teilbild zeigt, wie von j_4 das magnetische Feld B_4 erzeugt wird. Die Folge der Ursache-Wirkungs-Schritte ist in Tab. 1 noch einmal zusammengefasst.

Wir haben damit das gewünschte Ergebnis: B_4 hat dieselbe Richtung wie B_0 . Wir brauchen uns jetzt also keine Sorgen mehr darüber machen, dass das ursprüngliche Feld B_0 nach und nach abklingt. Unser „Dynamo“ läuft selbstständig weiter, vorausgesetzt natürlich, die Flüssigkeit bewegt sich schnell genug.

Durch die Darstellung in Abb. 6 mag allerdings ein falscher Eindruck entstanden sein. Es sieht aus, als hätten wir einen stationären Dynamo „konstruiert“. Die Abbildung scheint zu zeigen, wie durch eine Schraubenbewegung das als vorgegeben angenommene Feld B_0 selbst wieder erzeugt wird. Dass unser Modell ein solches Feld erzeugt, ist zwar richtig. Es bedeutet aber keineswegs, dass die Feldkonfiguration stationär ist. Denn wir haben zahlreiche andere Vorgänge außer Acht gelassen. So haben wir in Abb. 6d nur die Rotation, nicht aber die Translation betrachtet. Auch die Translationsbewegung erzeugt mit Hilfe von B_1 Ströme, und diese haben wiederum ihr Feld usw. In Abb. 6g haben wir nur die Auswirkung der Translation betrachtet, nicht aber die der Drehung. Wieder haben wir also Stromkomponenten außer Acht gelassen usw.

Und noch einen weiteren Effekt, der das Feld komplizierter macht, haben wir nicht berücksichtigt: Wir haben angenommen, dass die Strömung fest vorgegeben ist, dass sie der Flüssigkeit von außen aufgezwungen ist. Auch das trifft nicht zu. Die magnetischen Felder wirken auf die Flüssigkeit zurück. Die thermodynamische Antriebsmaschine, d. h. die Konvektion, liefert ja die Energie, die durch die elektrischen Ströme dissipiert wird. Sie wird also, wie ein gewöhnlicher, technischer Dynamo, an den ein Verbraucher angeschlossen ist, gebremst. Dadurch wird aber der Strömungsverlauf der Flüssigkeit verändert.

Tab. 1: Zusammenfassung der Ursache-Wirkungs-Schritte

Bewegung v_{trans} + Magnetfeld B_0 → Strom j_1
Strom j_1 → Magnetfeld B_1
Magnetfeld B_1 + Bewegung v_{rot} → Strom j_2
Strom j_2 → Magnetfeld B_2
Bewegung v_{trans} + Magnetfeld B_2 → Strom j_3
Strom j_3 → Magnetfeld B_3
Magnetfeld B_3 + Bewegung v_{rot} → Strom j_4
Strom j_4 → Magnetfeld B_4

Das tatsächliche Geschehen ist also komplizierter, als es Abb. 6 nahe legt.

Es entstehen verwickeltere Strukturen, und es entsteht sicher kein stationärer Zustand. Was wir betrachtet haben, ist nur ein kleiner Ausschnitt aus dem Gesamtgeschehen. Dieser Beitrag ist aber insofern wichtig für ein Verständnis des Geodynamos, als wir jetzt sehen, dass das Ausgangsfeld B_0 nicht mehr gebraucht wird.

- Damit ein Dynamoeffekt auftritt, muss sich eine elektrisch leitende Flüssigkeit schraubenförmig bewegen.

6 Zeit- und Längenskalen

Wir haben gesehen: Wenn eine elektrisch leitende Flüssigkeit hinreichend unregelmäßig – genauer: schraubenförmig – bewegt wird, so entstehen elektrische Ströme und magnetische Felder. Ein einfaches Experiment, das diesen Effekt zeigt, – so könnte man denken – sieht so aus: Man füllt einen Eimer mit Salzwasser und rührt um, und zwar etwas unregelmäßig. Natürlich entsteht auf diese Art kein elektrischer Strom und kein Magnetfeld. Dass das Experiment nicht gelingt, liegt daran, dass die Werte einiger Parameter, von denen der Effekt abhängt, nicht groß genug sind. Wir fragen im Folgenden danach, welches diese Parameter sind.

6.1 Die Lebensdauer der Ströme im Erdkern

Wir lassen das Problem des Magnetfeldes der Erde einen Augenblick beiseite und betrachten einen RL -Kreis: Die Anschlüsse einer Spule sind mit den Anschlüssen eines Widerstandes verbunden. Wir fragen nach dem Verhalten dieser Anordnung, wenn man sie geometrisch vergrößert: wenn man alle geometrischen Längenmaße mit ein und demselben Faktor k multipliziert.

Ein einmal „angeworfener“ elektrischer Strom klingt bekanntlich exponentiell ab. Die Abklingzeit berechnet sich zu

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Wir vergrößern nun den Stromkreis um den Faktor k und erhalten einen neuen Stromkreis, in dem der Strom wieder exponentiell abklingt, mit einer anderen Abklingzeit

$$\tau' = \frac{L'}{R'}$$

Aus dem Widerstand R , der sich berechnet zu

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

wird beim Vergrößern der Widerstand

$$R' = \rho \frac{\ell'}{A'}$$

Hier ist $\ell' = k \ell$ und $A' = k^2 A$.

Da der vergrößerte Widerstand aus demselben Material bestehen soll, wie der ursprüngliche, wird der spezifische

Widerstand ρ nicht mitskaliert. Es ergibt sich also

$$R' = \frac{R}{k}$$

Vergrößert man auf diese Weise das Bauelement „Widerstand“ um einen Faktor zehn, so verringert sich der Wert von R auf $1/10$.

Entsprechend berechnen wir, wie die Induktivität L skaliert. Aus der Formel für die Induktivität

$$L = \mu_0 n^2 \frac{A}{\ell}$$

folgt

$$L' = k L,$$

d. h. vergrößert man eine Spule um einen Faktor zehn, so vergrößert sich die Induktivität auf das Zehnfache. Für die Abklingzeit erhalten wir damit

$$\tau' = \frac{L'}{R'} = \frac{kL}{\frac{R}{k}} = k^2 \tau.$$

Die Abklingzeit des RL -Kreises wird also mit dem Quadrat des Skalenfaktors größer⁴⁾. Ein Beispiel: Wir gehen aus von einem RL -Kreis in Laborgröße, mit einer Linear-dimension von etwa 0,1 m und einer Abklingzeit von 1 Millisekunde. Es braucht sich dabei gar nicht um eine Spule zu handeln. Jeder geschlossene Stromkreis hat eine Induktivität und einen Widerstand. Wir vergrößern diesen Stromkreis in Gedanken auf 100 km, d. h. um einen Faktor 10^6 . Die Abklingzeit vergrößert sich dabei auf 10^9 Sekunden, oder etwa 300 Jahre. Geschlossene Ströme auf dieser Größenskala bleiben also für Zeiten von der Größenordnung 10 Jahre praktisch konstant. Deutliche Änderungen beobachtet man erst in Zeitintervallen von hundert Jahren.

- Je größer ein Stromkreis, desto langsamer klingt der Strom ab.

Wir können dieses Ergebnis auf die elektrischen Ströme des Geodynamos übertragen. Jeder der sich gegenseitig bedingenden elektrischen Ströme hat eine Lebensdauer von Jahrzehnten bis Jahrtausenden, je nachdem, wie groß die entsprechende Stromschleife ist. Wir verstehen jetzt, warum man Veränderungen des magnetischen Feldes der Erde nur auf großen Zeitskalen beobachten kann. Wenn man in Gedanken die Flüssigkeitsbewegung plötzlich anhält, so würden die Ströme noch viele Jahre weiter fließen, und so lange würden auch die magnetischen Felder weiter bestehen.

⁴⁾ Die entsprechende Rechnung für einen RC-Kreis liefert übrigens

$$\tau = R' C' = RC = \tau.$$

In Worten: Ein großer Kondensator entlädt sich über einen großen Widerstand genau so schnell wie ein kleiner Kondensator über einen kleinen Widerstand. (Mit „groß“ ist hier die geometrische Größe gemeint.)

⁵⁾ Die theoretische Behandlung des Problems ergibt $R_m = 1$ als Minimalwert für das Auftreten des Dynamoeffekts. Damit ein solcher Dynamo praktisch sicher läuft, muss R_m aber deutlich größer sein.

6.2 Unter welchen Bedingungen der Dynamo erlischt

Wir haben in Abschnitt 5 erklärt, wie in einer bewegten, elektrisch leitenden Flüssigkeit ein Dynamoeffekt auftreten kann. Auf eines hatten wir dabei aber gar nicht geachtet: Ob die jeweils neu erzeugten Magnetfelder und Ströme nicht immer schwächer sind als die Vorgänger. Das würde nämlich bedeuten, dass der Dynamo „erlischt“. Damit das nicht passiert, müssen einige Bedingungen erfüllt sein.

Eine dieser Bedingungen ist, dass die einzelnen Ströme nicht zu schnell aussterben. Ihre „Abklingzeit“ muss also groß sein. Wie wir gesehen hatten, ist die Abklingzeit τ eines Stromkreises um so größer, je größer seine geometrischen Maße sind. Außerdem ist τ um so größer, je größer die elektrische Leitfähigkeit der Flüssigkeit ist.

Außer von der Abklingzeit der Ströme hängt das Funktionieren des Dynamos natürlich noch von der Geschwindigkeit ab. Genau so wie ein technischer Dynamo, so läuft auch ein Geodynamo nur dann, wenn die Geschwindigkeit der bewegten elektrischen Leiter hinreichend groß ist.

Wir haben also drei Parameter ausgemacht, von denen das Funktionieren des Dynamos abhängt:

1. die geometrische Größe ℓ ,
2. die elektrische Leitfähigkeit σ ,
3. die Geschwindigkeit v der Flüssigkeit.

Eine genauere Betrachtung zeigt, dass diese drei Bedingungen auf die einfachste Art zusammenhängen, die man sich denken kann: Das Produkt aus v , ℓ und σ muss einen bestimmten Minimalwert erreichen. Multipliziert man dieses Produkt noch mit der magnetischen Feldkonstanten μ_0 , so erhält man eine dimensionslose Größe, die *magnetische Reynoldszahl*:

$$R_m = \mu_0 \sigma v \ell$$

Damit der Dynamo laufen kann, muss R_m etwa den Wert 100 erreichen⁵⁾.

Wir können nun zeigen, dass das umgerührte Salzwasser den Dynamoeffekt nicht zeigt.

Wir setzen:

$$\begin{aligned} \sigma &= 1 \Omega^{-1} \text{m}^{-1} \\ v &= 0,5 \text{ m/s} \\ \ell &= 0,2 \text{ m.} \end{aligned}$$

Mit $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Vs}/(\text{Am})$ ergibt sich

$$R_m = 10^{-7},$$

also ein Wert, der für einen Dynamoeffekt viel zu klein ist. Etwas realistischer wäre die Vermutung, dass die Bewegung des Wassers der Meere zu einem Dynamoeffekt führt. Eine typische Länge wäre hier vielleicht 100 m. Auch damit bleibt aber die magnetische *Reynoldszahl* noch weit unter dem Minimalwert. Wir brauchen uns also nicht zu wundern, dass wir dem Effekt, außer beim echten Geodynamo, auf der Erde nirgends begegnen. Es scheint zu folgen, dass es aussichtslos ist, einen „Geodynamo“ in einem Labor-experiment nachzubilden. Tatsächlich sind aber solche Experimente gelungen. Die Anlagen sind einige Meter groß und arbeiten mit flüssigem Natrium, das mit Pumpen auf eine Geschwindigkeit von bis zu 20 m/s gebracht wird [6, 7]. Dabei ist dem fließenden Natrium der Weg vorgegeben. Man erreicht eine magnetische *Reynoldszahl* von etwa 10. Wir kommen noch einmal auf die Erklärung des Dynamo-

effekts in Abschnitt 5.2 zurück. Danach scheint es, dass die Komplexität der Feldstärkeverteilung mit der Zeit immer mehr zunehmen sollte. Abb. 3 zeigt nun zwar eine recht komplexe Feldstärkeverteilung. Die kleinsten Strukturen haben aber immer noch Ausdehnungen von etwa 100 km. Auch diese Tatsache können wir nun verstehen: Jede kleinere Struktur, die entstehen würde, ist nicht lebensfähig: Ihre magnetische *Reynoldszahl* wäre zu klein.

Das Einsetzen des *Dynamoeffekts* hängt ab

- von der *Strömungsgeschwindigkeit*
- von der *elektrischen Leitfähigkeit*
- von der *geometrischen Ausdehnung der Ströme*.

7 Das Anfangsfeld B_0

Damit unser Modelldynamo anlaufen kann, brauchen wir am Anfang ein magnetisches Feld B_0 . Zum Zustandekommen dieses Feldes kann man nun zwei unterschiedliche Bemerkungen machen.

1. Wenn sich eine elektrisch leitende Flüssigkeit hinreichend schnell und hinreichend unregelmäßig bewegt, so ist der feldfreie Zustand instabil. Das System geht von selbst in einen Dynamozustand über. Mit „von selbst“ ist gemeint, dass bereits eine sehr kleine Störung genügt, um das System aus dem feldfreien Zustand hinauszubringen. Es ist ähnlich wie bei einem Bleistift, den man auf die Spitze stellt. Er kippt sofort um, obwohl es doch einen kräftefreien Zustand gibt, in dem er senkrecht stehen würde. Kaum jemand wird sich aber darüber wundern, dass er trotzdem umkippt, und kaum jemand wird fragen, warum er gerade in die Richtung gefallen ist, in die er gefallen ist. Übertragen auf den Geodynamo bedeutet das: „Die Frage nach dem Ausgangsfeld ist keine interessante Frage.“

2. Wer mit dieser Bemerkung nicht zufrieden ist, muss sich darauf einlassen, Entstehungsmechanismen kleiner elektrischer Ströme, und damit magnetischer Felder, zu untersuchen (ähnlich, wie derjenige, der voraussagen möchte, in welche Richtung der Bleistift kippt, sich etwa mit Luftströmungen und anderen kleinen Effekten befassen muss). In Frage kommen etwa elektrochemische oder thermoelektrische Vorgänge. Für beide sind die Bedingungen sicher gegeben. Diese kleinen Ursachen, die für das Anlaufen des Dynamos verantwortlich waren, sind aber sicher viel schwerer zu erforschen, als die Funktionsweise des laufenden Dynamos, denn man fragt nach Effekten, die unter den Bedingungen wirksam waren, die vor mehreren Milliarden von Jahren herrschten.
- Sind die Bedingungen für das Auftreten des *Dynamo-effekts* erfüllt, so ist der *stromlose Zustand instabil*.

Literatur

- [1] Ulrich Christensen und Andreas Tilgner: Der Geodynamo, *Physikjournal* 1, 41-47 (2002)
- [2] Ronald T. Merrill: The Magnetic Field of the Earth, Academic Press 1998
- [3] F. Herrmann: Der Wärmetransport durch die Troposphäre, *Praxis der Naturwissenschaften Physik in der Schule* 3/50, 40-46 (2001)
- [4] G. A. Glatzmaier: <<http://www.es.ucsc.edu/~glatz/geodynamo.html>>
- [5] G. A. Glatzmaier und P. H. Roberts: A three-dimensional self-consistent computer simulation of a geomagnetic field reversal, *Nature*, Vol. 377, 203-209 (1995)
- [6] U. Müller und R. Stieglitz: Der Geodynamo im Labor, *Spektrum der Wissenschaft*, Februar 2002, 56-63
- [7] A. Gailitis, O. Lielausis, S. Dementjev, E. Platacis, A. Cifersons, G. Gerbeth, T. Gundrum, F. Stefani, M. Christen, H. Hänel und G. Will: Detection of a Flow Induced Magnetic Field Eigenmode in the Riga Dynamo Facility, *Phys. Rev. Lett.* 84, 4365-4368 (2000)

Anschrift der Verfasser:

Tobias Vorbach, Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe

Abb. 5 zum Beitrag T. Vorbach u. F. Herrmann: Der Geodynamo

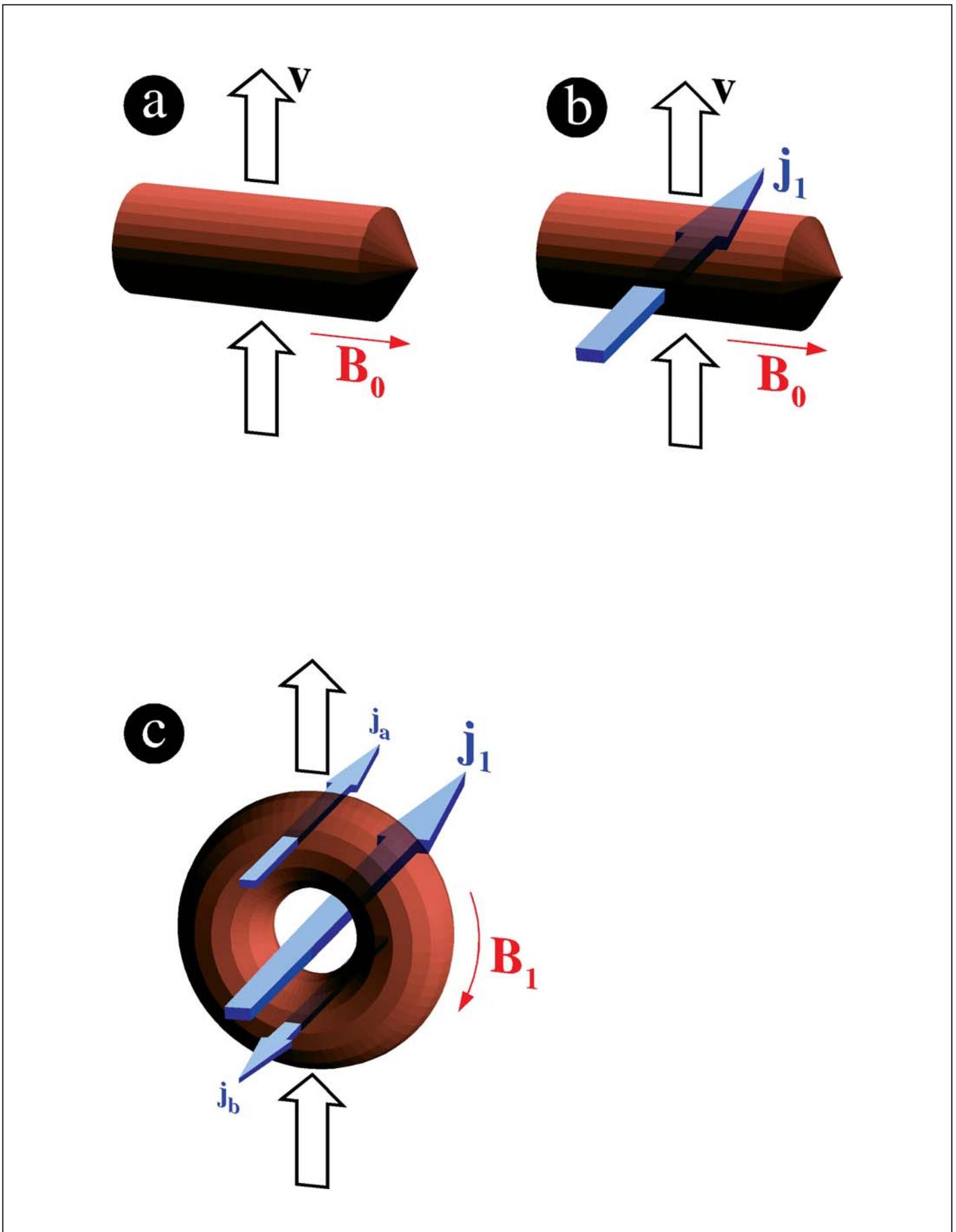


Abb. 5: Eine Translationsbewegung im Magnetfeld B_0 hat einen elektrischen Strom j_1 zur Folge. Der Strom j_1 verursacht das Magnetfeld B_1 . Die Bewegung der Flüssigkeit in B_1 führt zu den neuen Strömen j_a und j_b . Der resultierende Strom ist gegenüber j_1 parallel verschoben. Die Flüssigkeitsströmung versucht also den elektrischen Strom mitzunehmen. (Wie gut ihr das gelingt, hängt von der elektrischen Leitfähigkeit ab.)

Abb. 4 zum Beitrag T. Vorbach u. F. Herrmann: Der Geodynamo

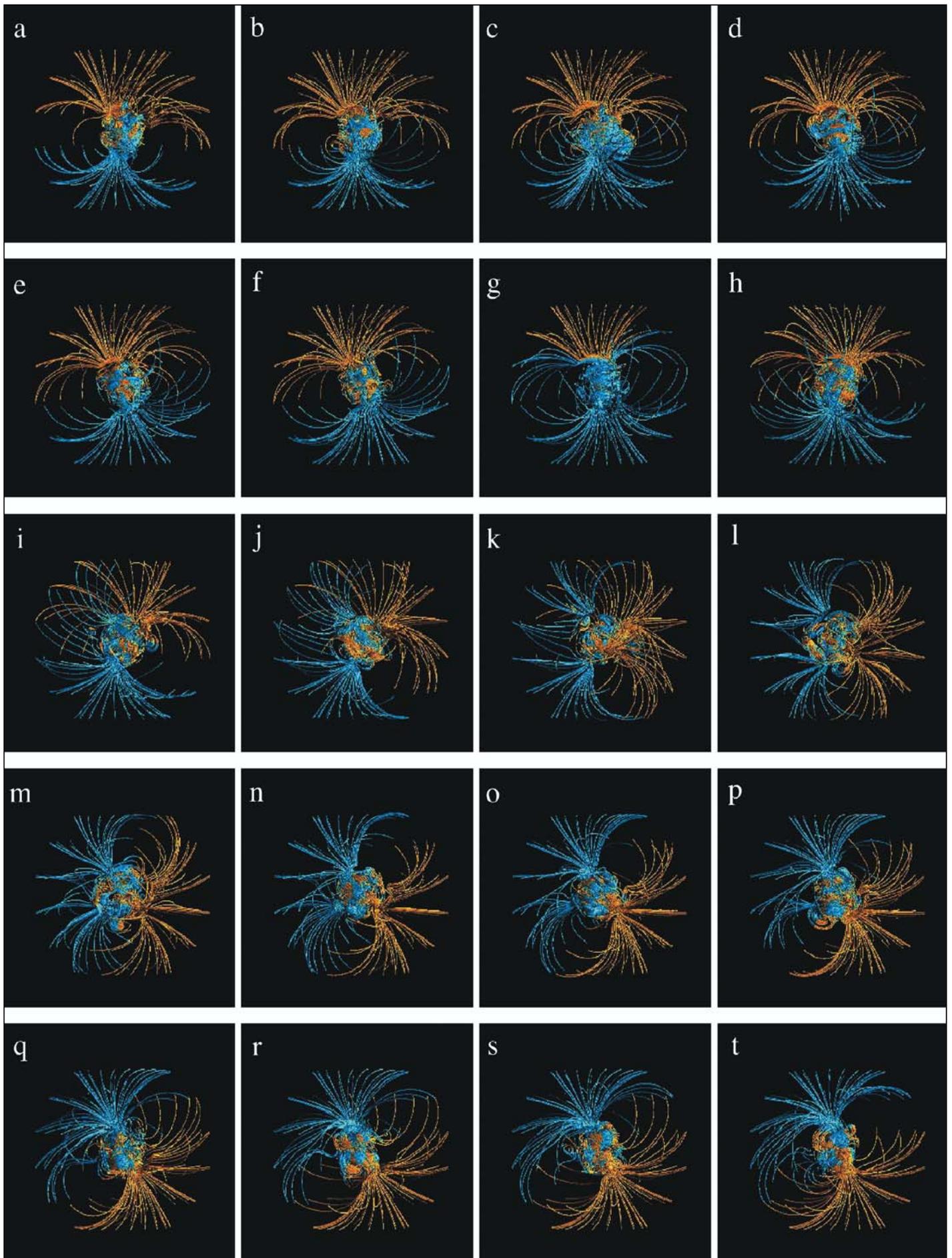


Abb. 4: Das magnetische Feld ändert sich mit der Zeit. Die Bildfolge zeigt eine gerechnete zeitliche Entwicklung des Feldes [4, 5].

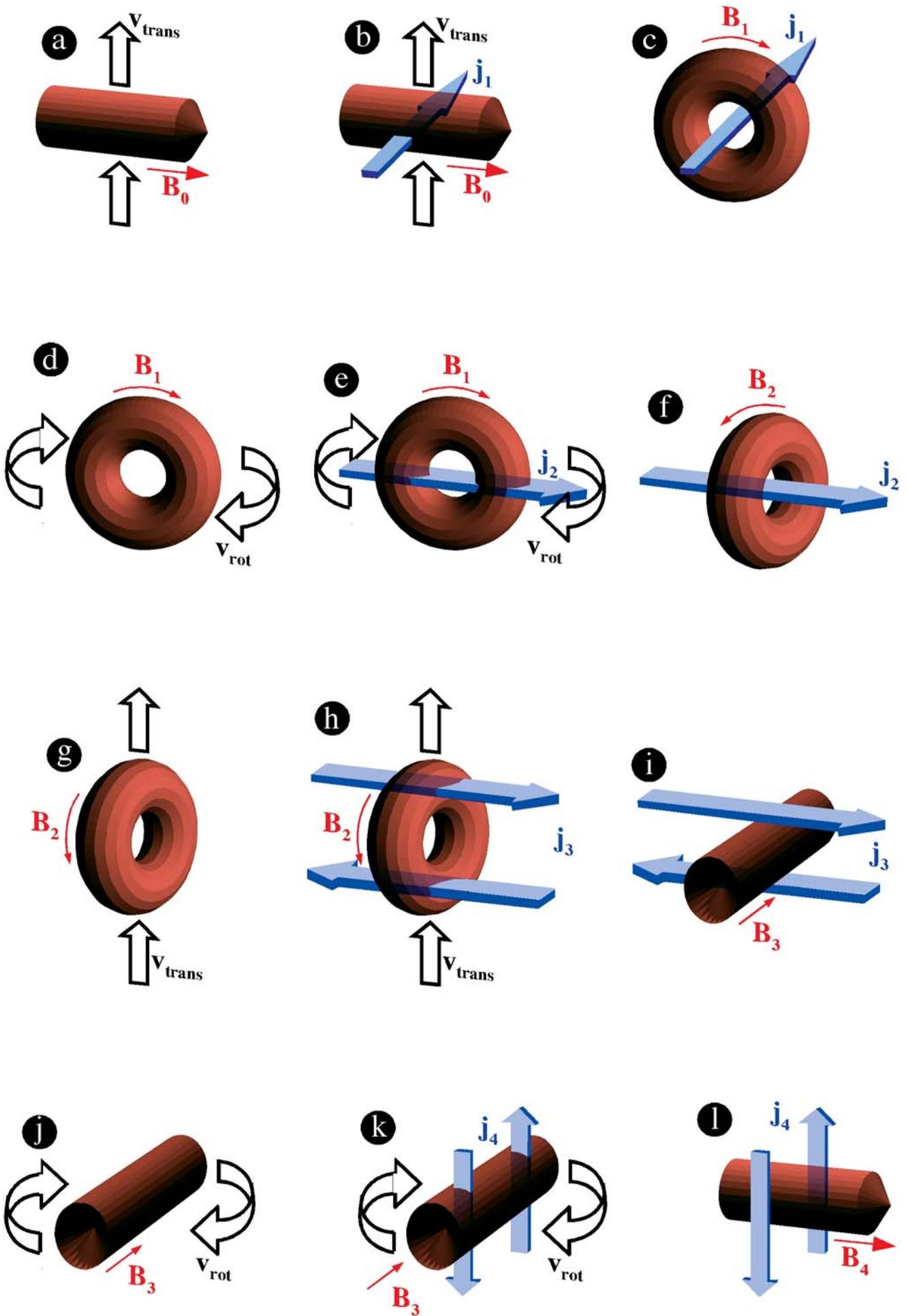


Abb. 6: Translations- und Rotationsbewegung führen dazu, dass aus einem anfangs vorhandenen Feld B_0 in mehreren Schritten ein neues Feld B_4 entsteht, das die selbe Richtung wie B_0 hat.

Was ist Wärmestrahlung?

F. Herrmann

1 Einleitung

Es geht in diesem Beitrag um zwei Fragen:

1. Was ist Wärmestrahlung?
2. Wie viel Wärme transportiert Wärmestrahlung?

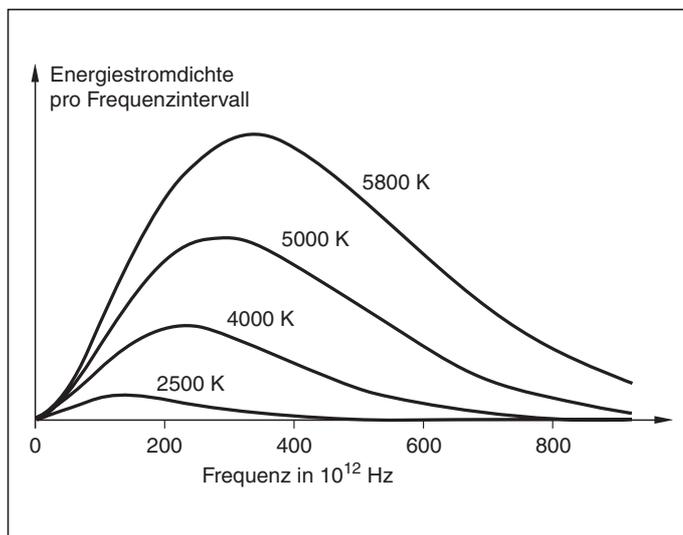
Auf den ersten Blick scheinen das keine schwierigen Fragen zu sein. Wärmestrahlung ist die elektromagnetische Strahlung, die zum Beispiel von einem heißen Ofen ausgeht. Und die mit der Wärmestrahlung transportierte Wärme ist einfach die mit der Strahlung übertragene Energie.

Diese Antworten sind aber noch nicht ganz befriedigend. Schließlich gibt es ja auch elektromagnetische Strahlung, die keine Wärmestrahlung ist, z. B. die Strahlung, die von einer Radio-Sendeantenne ausgeht, oder die, die ein Laser abstrahlt, oder die, mit der im Mikrowellenherd das Essen warm gemacht wird. Wo ist denn die Grenze zwischen Wärmestrahlung und Nicht-Wärmestrahlung? Oder gibt es vielleicht elektromagnetische Strahlung, die nur zum Teil Wärmestrahlung ist? Wenn ja, wie viel Wärme transportiert denn die? Wir werden beim Versuch, diese Fragen zu beantworten, zu dem Schluss kommen, dass beide Begriffe, nämlich Wärmestrahlung und Wärme, mit Vorsicht zu gebrauchen sind, ja dass man etliche Unstimmigkeiten am besten dadurch vermeidet, dass man die Begriffe gar nicht verwendet.

2 Was ist Wärmestrahlung?

Wir haben es mit einem Konzept zu tun, das eine ehrwürdige Tradition hat. „Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung“ ist der Titel eines Buchs von *Max Planck*

Abb. 1: Energiestromdichte pro Frequenzintervall für Schwarzkörperstrahlung verschiedener Temperaturen



aus dem Jahr 1906 [1], das wegweisend war und, wie wenige andere Bücher aus dieser Zeit, noch heute als Standardwerk betrachtet werden kann.

Wärmestrahlung wird auch „thermische Strahlung“ oder „Temperaturstrahlung“ genannt. Es ist diejenige Strahlung, die ein System auf Grund der Tatsache emittiert, dass es eine von null verschiedene Temperatur hat.

Ein Spezialfall der thermischen Strahlung ist die schwarze Strahlung oder Schwarzkörperstrahlung. Wenn ein Körper bei allen Wellenlängen absorbiert, also in einem verallgemeinerten Sinn „schwarz“ ist¹⁾, so emittiert er auch bei allen Wellenlängen. Das Spektrum der emittierten Strahlung wird durch das *Planck'sche* Strahlungsgesetz beschrieben:

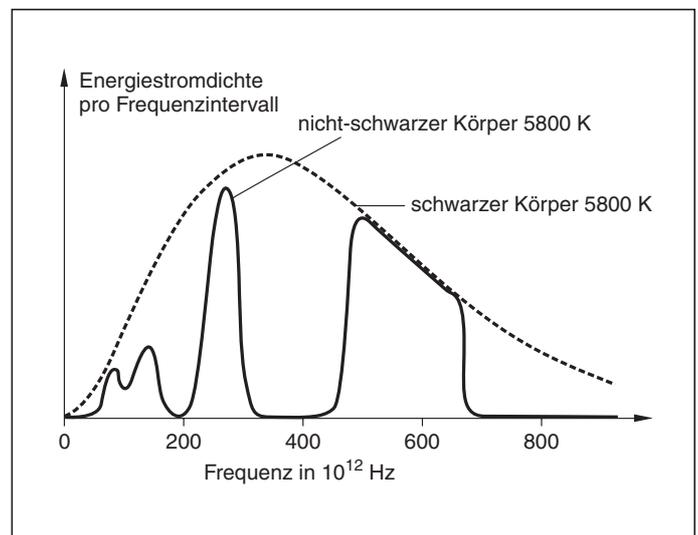
$$\frac{dj}{df} = \frac{2}{c^2} \frac{h}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} f^3.$$

Hier ist j die Energiestromdichte, f die Frequenz, h die *Planck'sche* Konstante, c die Lichtgeschwindigkeit, k die *Boltzmann-Konstante* und T die absolute Temperatur. Als Spektrum bezeichnet man die Energiestromdichte pro Frequenzintervall dj/df als Funktion der Frequenz, Abb. 1. Die Gestalt des *Planck'schen* Spektrums ist insofern universell, als sie nur von der Temperatur abhängt²⁾. Man kann diese

¹⁾ Auch ein Körper, der bei allen Wellenlängen absorbiert, sieht nur dann schwarz aus, wenn er nicht glüht, wenn also seine Temperatur nicht zu hoch ist.

²⁾ In einer allgemeineren Form enthält die Gleichung neben der Temperatur noch einen zweiten Parameter: Im Argument der Exponentialfunktion steht ein Summand, der proportional zum chemischen Potenzial ist. Die Strahlung, mit der wir es in diesem Artikel zu tun haben, hat aber das chemische Potenzial null.

Abb. 2: Das Spektrum eines nicht-schwarzen thermischen Strahlers liegt unterhalb des Spektrums eines schwarzen Strahlers derselben Temperatur.



Temperatur auch der Strahlung zuordnen. Man sagt, die schwarze Strahlung habe die entsprechende Temperatur. Ist der emittierende Körper nicht „schwarz“, so ist das Spektrum anders, aber es ist an keiner Stelle höher als das Planck'sche Spektrum, das zur Temperatur des Körpers gehört, Abb. 2.

Auch nicht-schwarzer Strahlung lässt sich oft noch eine Temperatur zuordnen, aber je stärker sich das Spektrum der Strahlung von dem eines schwarzen Körpers unterscheidet, desto weniger sinnvoll ist eine solche Zuordnung. Man kann, im Prinzip wenigstens, jedes beliebige Spektrum mit einem thermischen Strahler erzeugen. Das bedeutet, dass man einem Spektrum nicht ansehen kann, ob die Strahlung von einem thermischen Strahler kommt oder nicht. Außerdem kann man natürlich jedes beliebige Spektrum durch einen nicht-thermischen Strahler erzeugen, also zum Beispiel auch eines, das wie das Spektrum eines schwarzen Strahlers aussieht. Thermisch zu sein ist also keine Eigenschaft der Strahlung, sondern eine Eigenschaft der Strahlungsquelle. Planck drückt diesen Sachverhalt in seinem Buch so aus [2]:

‘Ohne vorläufig auf eine speziellere Theorie der Wärmestrahlung einzugehen, werden wir stets von dem durch die mannigfaltigsten Erfahrungen bewährten Satze Gebrauch machen, daß die Wärmestrahlen, rein physikalisch betrachtet, nichts anderes sind als Lichtstrahlen von entsprechender Wellenlänge, und werden die Bezeichnung „Wärmestrahlung“ ganz allgemein für alle diejenigen physikalischen Vorgänge gebrauchen, welche zur Klasse der Lichtstrahlen gehören. Jeder Lichtstrahl ist demnach zugleich auch ein Wärmestrahle.’

Das würde man heute nicht mehr so sagen. Man muss aber bedenken, dass es 1906 noch keinen Mikrowellenofen gab, und Radiosender noch recht exotische Einrichtungen waren. Deren Strahlung hätte Planck nach seiner Definition auch Wärmestrahlung nennen müssen.

Wir schlagen den folgenden sprachlichen Umgang mit diesen Begriffen vor: Wir benutzen weder die Bezeichnung „Wärmestrahlung“, noch „thermische Strahlung“. Wenn wir uns auf das thermische Erzeugungsverfahren beziehen wollen, so sagen wir, das Licht komme von einem „thermischen Strahler“. Um eine Strahlung, die durch die Plancksche Strahlungsformel beschrieben wird, zu charakterisieren, benutzen wir, wie es allgemein üblich ist, die Bezeichnung „Schwarzkörperstrahlung“.

3 Die durch elektromagnetische Strahlung transportierte Wärme

Nun zu unserer zweiten Frage: Wie viel Wärme wird mit elektromagnetischer Strahlung transportiert? Um sie zu beantworten, müssen wir zunächst erklären, was wir unter Wärme verstehen wollen. Man könnte meinen, dass es hier keinen Klärungsbedarf gibt. Schließlich ist „Wärme“ ein wissenschaftlicher Begriff, der seit mehr als 200 Jahren benutzt wird, und der eigentlich klar definiert sein sollte. Eigenartigerweise ist das nicht der Fall. Die Bezeichnung „Wärme“ wird in verschiedenen Bedeutungen benutzt, die zwar alle miteinander verwandt, aber keineswegs deckungsgleich sind [3]. In einem Punkt stimmen die gebräuchlichsten Wärmedefinitionen überein: Wärme ist eine Art Energie.

Wir beziehen uns im folgenden auf die Wärmedefinition, die wahrscheinlich am meisten verbreitet ist, und derzufolge Wärme eine „Austauschform der Energie“ ist. Wir wollen sie kurz in Erinnerung bringen.

Wenn sich die Entropie eines Systems ändert, und die Werte aller anderen extensiven Größen festgehalten werden, so ist mit jeder Entropieänderung dS eine Energieänderung dE verbunden, und es gilt

$$dE = T dS. \quad (1)$$

Diese Energieänderung wird als Wärme bezeichnet. Man sagt, die Energie ändere sich in Form von Wärme. Also kurz:

$$\text{Wärme} = T dS.$$

Das Wort „Wärme“ bezieht sich damit auf den Vorgang der Änderung und nicht auf den Inhalt selbst, und auch nicht etwa auf die Differenz zwischen vorher und nachher. Wenn die Energie eines Systems in Form von Wärme zunimmt, so bedeutet das nicht, dass das System anschließend entsprechend mehr Wärme enthält. Das hört sich paradox an, liegt aber einfach daran, dass $T dS$ nicht eine physikalische Größe im üblichen Sinn, sondern eine so genannte Differentialform ist. Diese merkwürdige Eigenschaft hat die Wärme gemeinsam mit anderen analogen Bildungen, nämlich der mechanischen Arbeit $F ds$, der elektrischen Energie oder Arbeit $U dQ$ und der chemischen Energie oder Arbeit μdn .

Unter bestimmten Bedingungen kann man nun diesen Wärmebegriff auch auf Wärmetransporte übertragen. Wir dividieren dazu zunächst Gleichung (1) durch dt :

$$\frac{dE}{dt} = T \frac{dS}{dt}. \quad (2)$$

Da eine Energieänderung dE/dt nur durch einen Energiestrom P zu Stande kommen kann, gilt

$$\frac{dE}{dt} = P, \quad (3)$$

und wir können die linke Seite von Gleichung (2) durch den Energiestrom ersetzen.

Ähnlich können wir mit der rechten Seite verfahren. Es ist

$$\frac{dS}{dt} = I_S + \Sigma_S.$$

Eine Entropieänderung kann also auf zwei Arten zustande kommen: erstens durch einen Zu- oder Wegfluss I_S , und zweitens durch Erzeugung Σ_S .

Wenn wir nun dafür sorgen, dass keine Entropie erzeugt wird, so ist der Erzeugungsterm gleich null, und wir können ersetzen:

$$\frac{dS}{dt} = I_S. \quad (4)$$

Mit (3) und (4) folgt aus (2):

$$P = T I_S. \quad (5)$$

Man kann nun mit einem gewissen Recht sagen, dass der durch diese Gleichung beschriebene Energietransport ein

Energietransport in Form von Wärme ist, und das ist auch so üblich. Man legt also fest:

$$\text{Wärmestromstärke} = T I_S. \quad (6)$$

Anwendbar ist diese Gleichung sowohl auf die gewöhnliche Wärmeleitung als auch auf die Konvektion. Es kann auch sein, dass ein Energiestrom nur zum Teil ein Wärmestrom ist, und zu anderen Teilen ein mechanischer, elektrischer oder chemischer. Dann berechnet sich nur der Wärmeanteil nach dieser Formel.

So weit, so gut. Ein Problem tritt nun auf, wenn Gleichung (4) nicht gilt, wenn also die Bedingung nicht erfüllt ist, dass bei der Entropieänderung keine neue Entropie erzeugt wird: Genau das ist aber sowohl bei der Emission als auch bei der Absorption von Strahlung der Fall. Es führt dazu, dass für Strahlung auch Gleichung (5) nicht mehr gilt.

Tatsächlich findet man für den Spezialfall der schwarzen Strahlung (siehe Kasten A: Schwarze Strahlung):

$$P = \frac{3}{4} T I_S. \quad (7)$$

Die Gleichung sieht Gleichung (5) ähnlich, nur steht hier vor dem Produkt aus T und I_S der Faktor $3/4$. Man beachte, dass P der Gesamtenergiestrom ist. Wie groß der Wärmestrom ist, wissen wir zunächst noch nicht. Wir haben also immer noch nicht die Antwort auf unsere Frage: Wie viel Wärme transportiert die Strahlung? Tatsächlich gibt die Physik auf diese Frage gar keine Antwort. Wir können bestenfalls eine Festlegung treffen. Wir diskutieren im Folgenden mehrere Versuche einer solchen Festlegung.

1. Versuch

Wir legen fest, dass auch für elektromagnetische Strahlung die Definition (6) gilt, also

$$\text{Wärmestromstärke} = T I_S.$$

Man sieht sofort, dass eine solche Festlegung sinnlos wäre, denn dann würde die Strahlung mehr Wärme transportieren als sie insgesamt an Energie transportiert.

2. Versuch

Wir legen für die elektromagnetische Strahlung fest:

$$\text{Wärmestromstärke} = 3/4 T I_S.$$

Das würde bedeuten, dass wir für unterschiedliche Transporte unterschiedliche Wärmedefinitionen verwenden. Abgesehen von der Willkürlichkeit des Verfahrens, verschieben wir damit aber nur das Problem. Denn was sollen wir machen, wenn die Strahlung nicht mehr schwarz und das Verhältnis zwischen Energie- und Entropiestrom wieder ein anderes ist?

3. Versuch

Wir nennen immer die ganze Energie, die mit elektromagnetischer Strahlung transportiert wird, Wärme, egal wie sie mit dem Entropiestrom zusammenhängt. Damit kämen wir aber vom Regen in die Traufe, denn dann würde schließlich auch völlig entropiefreie Strahlung Wärme heißen müssen, also zum Beispiel die Strahlung eines Fern-

Schwarze Strahlung

Die Beziehung

$$P = \frac{3}{4} T I_S \quad (A1)$$

lässt sich mit rein thermodynamischen Argumenten gewinnen. Die Energiedichte im Strahlungshohlraum ist

$$\rho_E = a T^4,$$

die Entropiedichte ist [5]

$$\rho_S = \frac{4}{3} a T^3.$$

Aus den beiden Gleichungen folgt

$$\rho_E = \frac{3}{4} T \rho_S.$$

Die Stromdichte von Energie und Entropie am Ort einer Öffnung im Strahlungshohlraum erhält man durch Multiplikation mit $c/4$. Es ist also

$$j_E = \frac{c a}{4} T^4 \quad (A2)$$

und

$$j_S = \frac{c a}{3} T^3. \quad (A3)$$

Damit gilt für den Zusammenhang der Stromdichten von Energie und Entropie:

$$j_E = \frac{3}{4} T j_S.$$

Multiplikation mit der durchströmten Fläche ergibt Gleichung A1.

Kasten A: Schwarze Strahlung

sehsenders, und das wollen wir ja sicher nicht.

Wir sehen, dass wir es hier mit einem fundamentalen Problem zu tun haben, als es zunächst den Anschein hatte. Es stimmt etwas nicht mit dem zu Grunde liegenden Wärmebegriff.

4 Die Entropie als Wärme

Es steht außer Frage, dass die Naturwissenschaft ein Wärmemaß braucht. Glücklicherweise hat sie das aber auch, und zwar ein viel besseres, als das, welches wir gerade diskutiert haben, und das wir versucht haben, auf die Strahlung anzuwenden. Es ist die Entropie. Die Entropie ist eine sehr gutmütige Größe. Sie ist eine Zustandsgröße, wie es sich für ein Wärmemaß gehört, im Gegensatz zu der gerade diskutierten Energieform. Außerdem besteht eine sehr

gute Übereinstimmung mit dem, was der Normalbürger Wärme nennt, was man von der Energieform desselben Namens auch nicht behaupten kann. Die Entropie leistet alles das, was man von einem Wärmemaß erwartet, und was zum großen Teil von der Energieform Wärme nicht geleistet wird. Bei geeigneter Einführung ist die Entropie eine sehr anschauliche Größe. Hat man sich einmal daran gewöhnt, die Entropie als Wärmemaß zu benutzen, so empfindet man die Energieform Wärme als ganz und gar überflüssig.

Wenn man nun danach fragt, ob und wie viel Wärme von elektromagnetischer Strahlung transportiert wird, so kann man diese Frage auch als Frage nach der transportierten Entropie auffassen oder umdeuten, und diese Frage hat immer eine eindeutige Antwort. Es mag im Einzelfall schwierig sein, die Entropie zu berechnen oder zu messen. Einen bestimmten Wert hat sie aber immer.

Wir betrachten ein Beispiel: Das Sonnenlicht transportiert in der Nähe der Erde pro Quadratmeter etwa 1000 W. Da Sonnenlicht näherungsweise Schwarzkörperstrahlung ist, können wir Gleichung (7) anwenden, und es folgt

$$I_s = \frac{4}{3} \frac{P}{T}$$

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{1000 \text{ W}}{6000 \text{ K}} = 0,22 \frac{\text{Ct}}{\text{s}}$$

Hier wurde als Maßeinheit der Entropie 1 Carnot (Ct) = 1 J/K benutzt.

Den Entropiestrom, der zur Strahlung eines Fernsehsenders gehört, lässt sich mit dieser Formel nicht berechnen, denn die Strahlung ist keine Schwarzkörperstrahlung und hat keine Temperatur. Die statistische Physik sagt uns aber in diesem Fall, dass die Strahlung praktisch keine Entropie transportiert.

5 Warum Strahlung wärmt

Wir haben bisher versucht zu zeigen, wie problematisch der Begriff der Wärmestrahlung ist. Nun muss man aber doch zugeben, dass das Konzept plausibel ist. Wie kommt man denn überhaupt auf die Idee, dass es so etwas wie Wärmestrahlung gibt? Ganz einfach: Man spürt sie. Man braucht dazu nur die Hand über die eingeschaltete Herdplatte zu halten.

Aber schon haben wir das nächste Problem. Woher kommt denn die Wärme, die man spürt? Unser Gefühl lässt uns vermuten, dass sie mit der Strahlung kommt, und tatsächlich ist die Strahlung auch der Energielieferant. Das heißt aber noch nicht, dass die Strahlung auch die Wärme liefert. Nehmen wir, da es nicht anders geht, die Entropie als Maß für die Wärme. Woher kommt die Entropie, die wir spüren? Auf Grund unseres Gefühls können wir nun gar nicht entscheiden, ob die Entropie mit der Strahlung herbeigetragen oder ob sie beim Absorptionsprozess erzeugt wird. (Wir erinnern uns, dass bei der Absorption stets Entropie erzeugt wird.) Welcher Anteil der Entropie, die im absorbierenden Körper auftaucht, wird durch die Strahlung angeliefert, und welcher Anteil wird erst bei der Absorption, also beim „Aufprall“ der Strahlung, erzeugt?

Bevor wir die Frage beantworten, betrachten wir zum Vergleich einen Elektronenstrahl. Wenn ein Elektronenstrahl

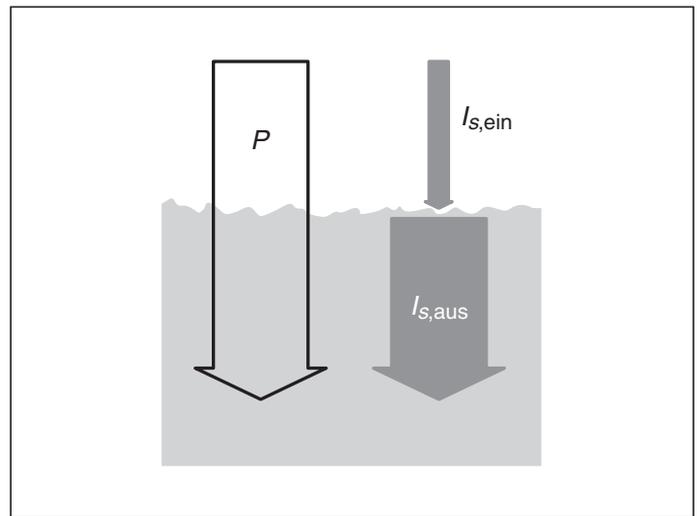


Abb. 3: Absorption von Strahlung im stationären Zustand. Der Energiestrom P ist vor und nach der Absorption derselbe, der Entropiestrom I_s nimmt beim Absorptionsvorgang zu.

hoher Intensität auf ein Material auftrifft, wird das Material heiß. Man benutzt diesen Effekt zum Schweißen. Woher kommt in diesem Fall die Wärme? Hier sagt uns unser physikalisches Gespür sofort, dass sie zum allergrößten Teil beim Aufprall der Elektronen auf das Material erzeugt wird, und das ist auch richtig. Nur ein winziger Anteil wird von den Elektronen bereits von der Quelle, die ja heiß ist, mitgebracht.

Wie steht es nun in dieser Hinsicht mit der elektromagnetischen Strahlung? Die Antwort lässt sich leicht geben, wenigstens so lange es sich um schwarze Strahlung handelt. Wir stellen uns Sonnenlicht vor, das auf eine schwarze Fläche auftrifft. Alles Licht werde absorbiert. Um den Anteil der bei dem Vorgang erzeugten Entropie zu berechnen, nehmen wir an, der Vorgang sei stationär, Abb. 3. Der Energiestrom P kommt von oben mit dem Sonnenlicht, und er fließt im Material nach unten weiter.

Der mit dem Licht ankommende Energiestrom P_{ein} berechnet sich nach Gleichung (7), wo man für T die Temperatur der Strahlung $T_{\text{Strahlung}}$, die gleich der Temperatur der Sonne ist, einsetzen muss. Den Entropiestrom, der mit dem Licht fließt, nennen wir $I_{S,\text{ein}}$. Es ist also:

$$P_{\text{ein}} = \frac{3}{4} T_{\text{Strahlung}} I_{S,\text{ein}}$$

Der im Material nach unten abfließende Energiestrom P_{aus} berechnet sich nach Gleichung (5), wo man für T die Temperatur des Absorbers T_{Absorber} einzusetzen hat. Den zugehörigen Entropiestrom nennen wir $I_{S,\text{aus}}$. Es ist also:

$$P_{\text{aus}} = T_{\text{Absorber}} I_{S,\text{aus}}$$

Da die beiden Energieströme P_{ein} und P_{aus} gleich groß sein müssen, haben wir

$$\frac{3}{4} T_{\text{Strahlung}} I_{S,\text{ein}} = T_{\text{Absorber}} I_{S,\text{aus}} \quad (8)$$

Als Maß für die Entropieerzeugung nehmen wir den Quotienten $I_{S,\text{erz}}/I_{S,\text{aus}}$ aus pro Zeit erzeugter und wegfließender Entropie, wo

$$I_{S,\text{erz}} = I_{S,\text{aus}} - I_{S,\text{ein}}$$

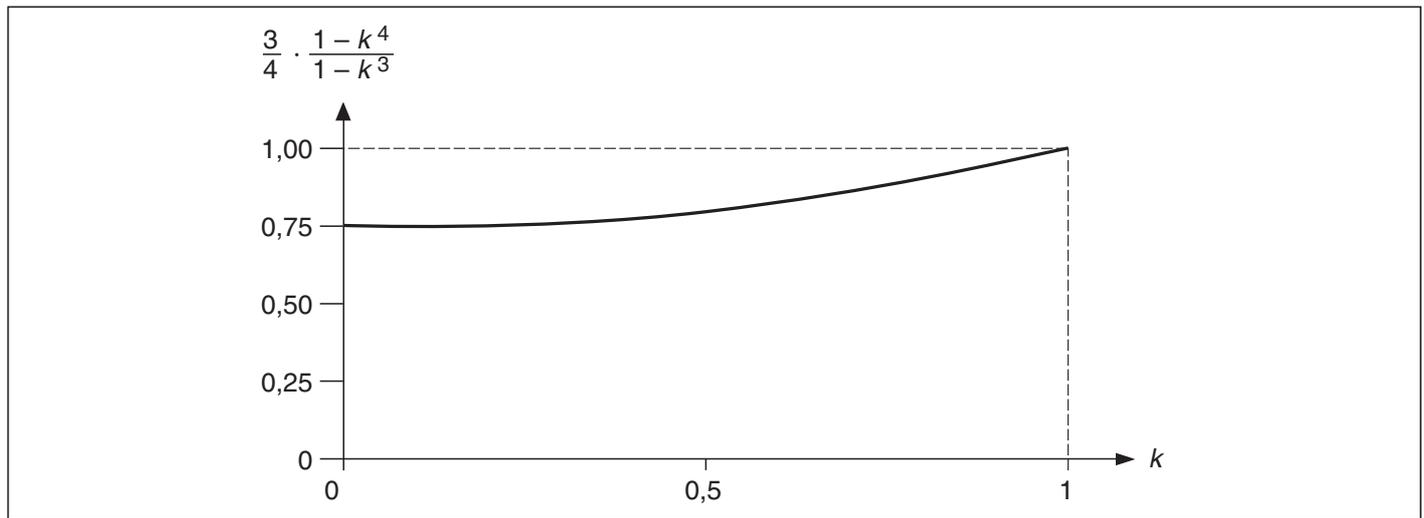


Abb. 4: Der Faktor, in der Beziehung zwischen P und $T I_S$ als Funktion des Quotienten k aus niedrigerer und höherer Temperatur

ist. Damit folgt aus Gleichung (8):

$$\frac{I_{S, \text{erz}}}{I_{S, \text{aus}}} = 1 - \frac{4 T_{\text{Absorber}}}{3 T_{\text{Strahlung}}}$$

In unserem Fall ist die Temperatur des Absorbers die der Erde, und die Temperatur der Strahlung die der Sonne:

$$\begin{aligned} \frac{I_{S, \text{erz}}}{I_{S, \text{aus}}} &= 1 - \frac{4 T_{\text{Erde}}}{3 T_{\text{Sonne}}} \\ &= 1 - \frac{4 \cdot 300 \text{ K}}{3 \cdot 6000 \text{ K}} = 0,93 = 93\%. \end{aligned}$$

Also: 93 % der Entropie, die bei der Absorption auftaucht, wird beim Absorptionsvorgang erzeugt. Nur die restlichen 7 % bringt das Licht von der Sonne mit. Was wir als Wärme spüren, kommt zum größten Teil nicht von der Sonne, sondern wird beim „Aufprall“ des Lichts erzeugt, ähnlich wie beim Elektronenstrahl.

Man sieht, dass der Prozentsatz der erzeugten Entropie so hoch ist, weil die Temperatur der Sonne und damit des Sonnenlichts, so viel höher ist als die der Erde.

Bei der Herleitung von Gleichung (7) wurde angenommen, dass der schwarze Strahler „ins Vakuum“ strahlt, d. h. dass keine Rückstrahlung stattfindet. Für unser Beispiel von Sonne und Erde bedeutet das, dass wir die Rückstrahlung von der Erde zur Sonne gegen die von der Sonne kommende Strahlung vernachlässigen. Das ist gerechtfertigt, da

$$T_{\text{Erde}} \ll T_{\text{Sonne}}, \text{ bzw. } T_{\text{Absorber}} \ll T_{\text{Strahlung}}.$$

Stehen sich zwei schwarze Strahler gegenüber, deren Temperaturen sich nicht mehr so stark unterscheiden, so ist Gleichung (7) zu ersetzen durch

$$P = \frac{3}{4} \left(\frac{1-k^4}{1-k^3} \right) T_2 I_S, \quad (9)$$

siehe Kasten B. Hier ist

$$k = \frac{T_2}{T_1},$$

der Quotient aus der Temperatur T_1 des kälteren und der Temperatur T_2 des wärmeren Strahlers. Es ist also $0 \leq k \leq 1$. P ist der Nettoenergiestrom und I_S der Nettoentropiestrom. Für $k \rightarrow 1$, d. h. in dem Maß, wie sich die beiden Temperaturen näher kommen, geht Gleichung (9) in Gleichung (5) über, Abb. 4. Für $k \rightarrow 0$, d. h. wenn die niedrige gegen die hohe Temperatur vernachlässigbar wird, geht Gleichung (9) in Gleichung (7) über.

Wir betrachten den Fall, dass $T_2 = 600 \text{ K}$ und $T_1 = 300 \text{ K}$. Das entspricht etwa der Situation, dass wir uns die Hände (300 K) an einem Ofen (600 K) wärmen. Mit $k = T_1/T_2 = 0,5$ wird aus Gleichung (9)

$$P = 0,804 T_2 I_S.$$

Entsprechend Gleichung (8) wird jetzt:

$$0,804 T_2 I_{S, \text{ein}} = T_1 I_{S, \text{aus}}.$$

Damit wird der Quotient aus erzeugter und insgesamt wegfließender Entropie

$$\begin{aligned} \frac{I_{S, \text{erz}}}{I_{S, \text{aus}}} &= 1 - \frac{1}{0,804} \frac{T_1}{T_2} \\ &= 1 - \frac{1}{0,804} \frac{300 \text{ K}}{600 \text{ K}} = 0,38 = 38\%. \end{aligned}$$

Hier stammen also nur noch 38% der auftauchenden Entropie aus der Erzeugung, 62% kommen vom Ofen.

Wir betrachten schließlich noch den Mikrowellenofen. Die Strahlung ist praktisch entropiefrei. Die ganze im Kochgut auftauchende Entropie, also 100%, wird bei der Absorption der Mikrowellen erzeugt.

6 Infrarotstrahlung als Wärmestrahlung

Manchmal wird die Wärmestrahlung mit Infrarotstrahlung identifiziert. Diese Festlegung hat historische Ursachen und ist aus modernerer Sicht sicher ungeschickt, denn sie legt ja nahe, nur Infrarotstrahlung transportiere Wärme, oder Infrarotstrahlung transportiere besonders viel Wärme, also zum Beispiel mehr als sichtbares Licht und

Kasten B

Zwei Körper 1 und 2 stehen sich gegenüber. Körper 1 hat die niedrigere Temperatur T_1 , Körper 2 die höhere Temperatur T_2 .

Die Strahlung, die von Körper 1 ausgeht, transportiert einen Energiestrom der Stromdichte

$$j_{E1} = \frac{ca}{4} T_1^4,$$

und einen Entropiestrom mit

$$j_{S1} = \frac{ca}{3} T_1^3,$$

siehe Gleichungen (A2) und (A3).

Die von Körper 2 ausgehende Strahlung transportiert entsprechend die Ströme

$$j_{E2} = \frac{ca}{4} T_2^4$$

und

$$j_{S2} = \frac{ca}{3} T_2^3.$$

Vorzeichenrichtig addiert ergeben sich die Gesamtströme:

$$j_E = \frac{ca}{4} (T_2^4 - T_1^4)$$

und

$$j_S = \frac{ca}{3} (T_2^3 - T_1^3).$$

Eine etwas mühsame Umrechnung ergibt

$$j_E = \frac{3}{4} \frac{1-k^4}{1-k^3} T_2 j_S,$$

wo $k = T_1/T_2$ gesetzt wurde. Wenn man von den Stromdichten zu den Stromstärken übergeht, erhält man schließlich

$$P = \frac{3}{4} \frac{1-k^4}{1-k^3} T_2 I_S.$$

Kasten B: Energiestrom und Entropiestrom

mehr als Mikrowellenstrahlung. Wenn man diese drei Strahlungsarten miteinander vergleichen will, so sollte man gleich viel von jeder Strahlung nehmen. Wie viel ist aber gleich viel? Ein plausibles Maß ist wohl der Energiestrom. Um die Sache nicht unnötig kompliziert zu machen, nehmen wir an, dass es sich bei den drei Strahlungen um Schwarzkörperstrahlung handelt. Wir vergleichen also einen Strahl von jeweils 100 W Mikrowellenstrahlung, Infrarotstrahlung und sichtbarem Licht. Welcher Strahl transportiert die meiste Wärme?

Nimmt man als Wärmemaß die Energie, so kommt trivialerweise heraus, dass alle drei Strahlungen gleich viel Wärme transportieren. Nimmt man die Entropie als Wärmemaß, so transportiert wegen Gleichung (7) die Strahlung mit der niedrigsten Temperatur, also die Mikrowellenstrahlung, die meiste Wärme. In keinem Fall zeichnet sich also die Infrarotstrahlung aus.

7 Die Herkunft der Unstimmigkeiten

Wie ist das Konzept der Wärmestrahlung überhaupt in die Welt gekommen? Die Antwort ist nicht schwer zu finden. Sie beruht auf einer Vorstellung, die in einer längst vergangenen Zeit einmal sinnvoll zu sein schien. Lange bevor man elektromagnetische Wellen kannte, wusste man, dass von heißen Körpern eine Art Strahlung ausgeht. Der Name „strahlende Wärme“ stammt wahrscheinlich von *Scheele* (1742-1786), demselben, der 1774 den Sauerstoff als einen der Bestandteile der Luft entdeckt hatte.

Es gab zu dieser Zeit keinen Grund anzunehmen, dass Licht und Wärme derselben Natur sind. Vielmehr schien es so, dass Licht und Wärme zwei verschiedene Strahlungen sind, die zwar manchmal zusammen auftreten, aber bei anderen Gelegenheiten durchaus auch getrennt. Von der Sonne zum Beispiel kommen beide, von einem Ofen kommt nur Wärme, und vom Mond, so glaubte man [4], kommt nur Licht.

In den ersten Jahrzehnten des 19. Jahrhunderts wuchs die Überzeugung, dass Licht- und Wärmestrahlen derselben Natur sind. Zur endgültigen Klärung der Frage bedurfte es aber noch zweier großer Theorien: der Elektrodynamik von *Maxwell* und der Thermodynamik des Lichts von *Planck*.

8 Schlussbemerkungen

Wir haben gesehen, dass die Bedeutung des Begriffs Wärmestrahlung so wenig eindeutig ist, dass er als wissenschaftliches Konzept nicht taugt. Viel besser als die Energieform Wärme ist als Wärmemaß der Strahlung die Entropie geeignet. Man kann verschiedene Strahlungen, was den Entropietransport betrifft, miteinander vergleichen, und man kann klar sagen, bei welchen Prozessen Entropie erzeugt wird. Außerdem stimmen die entsprechenden Aussagen mit denen überein, die man machen würde, wenn man den entsprechenden Vorgang mit Hilfe des umgangssprachlichen Wärmebegriffs beschreibt.

Literatur

- [1] *Planck, M.*: Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, 2. Aufl., Verlag von Johann Ambrosius Barth, Leipzig 1913.
- [2] ebd. S. 2
- [3] *Job, G.*: Äquivalenz von Wärme und Arbeit, in *Altlasten der Physik*. Aulis Verlag Deubner, Köln 2002, S. 77.
- [4] *Pictet, M. A.*: *Essai sur le feu*. Genève, 1790.
- [5] *Planck, M.*: Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, 2. Aufl., Verlag von Johann Ambrosius Barth, Leipzig 1913, S. 62-64.

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. *Friedrich Herrmann*, Abteilung für Didaktik der Physik, Universität Karlsruhe, 76128 Karlsruhe; friedrich.herrmann@physik.uni-karlsruhe.de

Was ist eine mengenartige Größe?

F. Herrmann

1 Einleitung

Unter den physikalischen Größen gibt es einige, mit denen man bequem und korrekt operiert, wenn man mit ihnen so umgeht, als wären sie ein Maß für die Menge eines eingebildeten Stoffes. Man nennt sie mengenartige Größen. Zu ihnen gehören Masse, Energie, Impuls, elektrische Ladung, Entropie und andere. Der Begriff wurde eingeführt von G. Falk [1, 2], und er hat in den letzten 20 Jahren eine immer größere Akzeptanz gefunden. Insbesondere spielen mengenartige Größen die Rolle von Grundgrößen im Karlsruher Physikkurs.

Stellt man die Mengenartigkeit dieser Größen in den Vordergrund, so erreicht man eine Anschaulichkeit, wie man sie bei den meisten anderen Größen nicht kennt.

Es stellt sich die Frage, in welchen Fällen eine solche Veranschaulichung zulässig ist oder in anderen Worten: Was zeichnet überhaupt eine mengenartige Größe vor anderen Größen aus? Um diese Frage geht es im Folgenden.

2 Eine vorläufige Definition

Der Begriff der mengenartigen Größe stimmt weitgehend überein mit dem der extensiven Größe. Dass man zwei verschiedene Bezeichnungen benutzt, hat nicht den Grund, dass man zwei Größenklassen voneinander unterscheiden möchte, sondern man möchte mit dem Namen auf unterschiedliche Eigenschaften hinweisen.

„Extensiv“ bedeutet so viel wie „ausgedehnt“ oder „sich auf eine Ausdehnung beziehend“. Extensive Größen sind solche Größen, deren Werte sich auf ein ausgedehntes geometrisches Gebilde beziehen, im Allgemeinen auf einen Raumbereich. Es ist aber sicher nichts dagegen einzuwenden, auch flächenbezogene Größen, wie etwa die Flächenladung, als extensiv zu bezeichnen.

Die mengenartigen Größen charakterisieren wir vorläufig so: Es gibt zu jeder von ihnen einen Strom und eine Dichte. Das ist für die in der Einleitung erwähnten Größen der Fall. Es trifft aber nicht zu für die extensive Größe Volumen.

Man könnte die Mengenartigkeit viel restriktiver oder aber auch viel weiter definieren. Wir werden beide Möglichkeiten durchspielen und uns am Ende für eine eher lockere Definition entscheiden. Zuvor aber noch einige Bemerkungen dazu, welche Vorteile das Betonen der Mengenartigkeit für den Unterricht bringt.

3 Eine sprachliche Besonderheit mengenartiger Größen

Wenn man eine physikalische Größe einführt, so müssen die Lernenden nicht nur die Definition (Rückführung auf andere Größen oder Festlegung von Einheit, Gleichheit

und Vielfachheit) kennen lernen. Sie müssen auch lernen, wie man sprachlich mit der Größe umgeht, welche Verben und Präpositionen zu der neuen Größe passen. Dabei ist der Spielraum häufig nicht sehr groß.

Arbeit, im Sinn der Physik, *wird verrichtet* oder *geleistet*, eine Kraft *wirkt* oder *wird ausgeübt*, eine Spannung *herrscht* oder *liegt an*. Im Zusammenhang mit den mengenartigen Größen gibt es viel mehr Ausdrucksmöglichkeiten. Hier kann man sich aller umgangssprachlichen Wendungen bedienen, die man auch benutzt, wenn man über Stoffe oder Materialien spricht. Betrachten wir etwa die elektrische Ladung. Man kann sagen, ein Körper *enthalt*e eine bestimmte Menge Ladung, in dem Körper *stecke* Ladung drin oder einfach, der Körper *habe* Ladung. Auch darf man die Adverbien viel und wenig benutzen: Ein System kann viel oder wenig Ladung haben (aber nicht viel oder wenig Temperatur). Und man kann sagen, ein System habe keine Ladung, um auszudrücken, dass der Wert der Ladung gleich null ist. Auch die Tatsache, dass die Größe *I* ungleich null ist, lässt sich auf die verschiedensten Arten ausdrücken. So kann man sagen, die elektrische Ladung *fließe* oder *ströme*, etwa von A nach B. Man kann aber auch sagen, sie *gehe* von A nach B oder sie *verlasse* A und *komme* in B an. Man kann sie *anhäufen*, *konzentrieren*, *verdünnen*, *verteilen*, *verlieren*, *aufsammeln* und vieles andere mehr. Der Grund dafür, dass man hier mit der Sprache so frei umgehen darf, ist das Modell, das man benutzt. Man stellt sich vor, man habe es mit einem Stoff zu tun, und die mengenartige Größe – hier die elektrische Ladung – sei ein Maß für die Menge dieses Stoffes. Die Sprache lässt es zu, statt von dem Mengenmaß gleich von dem eingebildeten Stoff selbst zu sprechen.

Dieses „Stoffmodell“ vereinfacht den Umgang mit den entsprechenden Größen erheblich, und es ist daher wichtig für die Lehre der Physik. Allerdings werden diese Sprache und das Modell, auf dem sie beruht, nicht überall in der Physik verwendet, wo es eigentlich möglich wäre. Das Stoffmodell wird sicher verwendet bei der elektrischen Ladung und bei der Masse. Bei der Energie dagegen nur mit Einschränkungen. Dass man die Energie als mengenartige Größe auffasst, sieht man an Formulierungen wie „Energie wird übertragen“, „man bezahlt für die Energie“, „Energie wird abgegeben, geliefert“ usw. Dass der Energie nicht immer Mengencharakter zugestanden wird, machen andere Formulierungen deutlich: „Es wird Arbeit verrichtet“ oder „Die Leistung einer Glühlampe beträgt 60 W.“ Beide Formulierungen stammen aus einer Zeit, als der extensive Charakter der Energie noch nicht erwiesen war. Sie haben überlebt und stellen regelrechte Altlasten dar. Noch mehr tritt der Mengencharakter zurück beim Impuls. Zwar sagt man, Impuls werde übertragen oder ein Körper habe Impuls. Andererseits spricht man aber von einer Kraft, die ausgeübt wird, statt von einem Impulsstrom, der fließt. Bei dem üblichen sprachlichen Umgang mit der Entropie schließlich ist vom Mengencharakter fast nichts mehr zu erkennen. Damit erscheinen diese Größen, nämlich die Energie, der Impuls und vor allem die Entropie als unnötig schwierig.

	Impuls	elektrische Ladung	Masse	Entropie	Stoffmenge	Drehimpuls	Geldwert
extensiv	√	√	√	√	√	?	
skalar		√	√	√	√		√
nur positiv			√	√	√		
erhalten	√	√	√			√	
bezugssystemunabhängig		√		√	√		
lokalisierbar	√	√	√	√	√	?	

Tab. 1

4 Die perfekte mengenartige Größe

Wenn wir darauf hinweisen, und empfehlen, auch Energie, Impuls, Drehimpuls und Entropie verbal konsequent als mengenartige Größen zu behandeln, so stoßen wir oft auf Vorbehalte. Kann oder darf man sich denn von einer Größe, die nicht erhalten ist, der Entropie zum Beispiel, eine Mengenanschauung bilden? Oder von einer Größe, deren Werte bezugssystemabhängig sind, wie dem Impuls? Diese Fragen sind berechtigt. Sie wurden auch von uns ausgiebig diskutiert. Auch wir waren skeptisch und haben genau verfolgt, wie die Schüler mit der Mengenartigkeitsidee zurechtkommen. Das für uns erstaunlichste Ergebnis war, dass wir das Potenzial dieses Bildes zunächst völlig unterschätzt hatten. In allen Fällen, auch bei Impuls, Drehimpuls und Entropie, wurde der Mengencharakter von den Schülern sofort akzeptiert. Sie machten sich die entsprechende Sprache bereitwillig zu Eigen und gingen korrekt mit den Größen um. Bevor wir zu begründen versuchen, womit das zusammenhängt, wollen wir eine Spielerei anstellen. Wir stellen uns etwas betriebsblind und stellen Kriterien auf, die eine Größe erfüllen soll, die in einem idealen Sinn mengenartig ist. Uns sind sechs solche Kriterien eingefallen.

1. Damit eine Größe den Namen mengenartig im idealen Sinn verdient, muss sie extensiv sein, d. h., ihre Werte müssen sich auf einen Raumbereich beziehen. Es ist doch offensichtlich, dass eine Menge von irgendetwas einen bestimmten Raum einnimmt.
2. Eine mengenartige Größe muss ein Skalar sein. Was sollte man sich denn unter eine vektoriellen oder gar tensoriellen Menge vorstellen?
3. Sie soll nur positive Werte annehmen können. Wenn etwas eine Menge ist, dann ist es entweder vorhanden oder nicht, aber das Gegenteil von vorhanden, also negativ kann es nicht sein.
4. Eine mengenartige Größe muss erhalten sein. Denn wie sollte man kontrollieren, wie groß die Menge ist, wenn dauernd etwas verschwindet oder hinzu kommt?
5. Der Wert einer mengenartigen Größe muss bezugssystemunabhängig sein. Schließlich beträgt die Menge so und so viel, und es darf nicht sein, dass man durch eine rein gedankliche Operation, nämlich einen Bezugssystemwechsel, die Menge verändern oder sogar zum Verschwinden bringen kann.
6. Und eine letzte, eigentlich selbstverständliche Forderung: Eine mengenartige Größe muss lokalisierbar sein. Man muss also sagen können, wo sich die Menge befindet.

Die Begründungen haben wir absichtlich etwas naiv und scheinbar unbedacht formuliert, aber wir denken, dass sie doch nicht ganz unvernünftig klingen.

Wir wollen nun prüfen, welche physikalischen Größen diese strengen Mengenartigkeitskriterien erfüllen. Wir haben das Ergebnis in Tab. 1 zusammengestellt. Man sieht: In diesem strengen Sinn gibt es keine einzige mengenartige Größe. Der Impuls ist vektoriell und seine Werte sind bezugssystemabhängig, die elektrische Ladung kann ein negatives Vorzeichen annehmen, die Masse (= Energie) ist bezugssystemabhängig. Die Entropie und die Stoffmenge sind nicht erhalten. Beim Drehimpuls haben wir in die Spalte der Lokalisierbarkeit ein Fragezeichen gesetzt. Es ist zwar nicht unmöglich, die räumliche Verteilung des Drehimpulses anzugeben, aber das Verfahren ist so verwickelt, dass es kaum jemand tut. Die Lehre, die man bis jetzt aus dem Versuch ziehen kann, ist: Wenn wir das Konzept überhaupt anwenden wollen, müssen wir unsere Ansprüche erheblich reduzieren. Und wenn wir eine Definition geben wollten, so müssten wir entscheiden, auf welche der Forderungen wir verzichten. Fordern wir die Bezugssystemunabhängigkeit nicht, so retten wir die Energie. Aber Entropie und Stoffmenge bleiben ausgeschlossen. Fordern wir die Erhaltung nicht, so retten wir Entropie und Stoffmenge. Und so weiter.

5 Das Geld und das Glück

Unser Vorschlag ist, mit etwas niedrigeren Ansprüchen und etwas mehr Pragmatismus an die Frage der Definition heranzugehen. Es besteht sicher kein Zweifel darüber, dass es nicht geschickt wäre, auf das Mengenmodell ganz zu verzichten, nur weil es keine Größe gibt, die die strengen Forderungen der idealen Mengenartigkeit erfüllt. Schließlich kann man feststellen, dass man das Konzept im Alltagsleben recht unbekümmert und doch mit größtem Nutzen verwendet. Schauen wir also nach, wie und wo der Normalbürger das Mengenartigkeitsmodell verwendet. Wohl am auffälligsten ist die Anwendung auf das Geld oder genauer den Geldwert G . Es besteht wohl kein Zweifel daran, dass man sich beim Umgang mit dieser Größe des Mengenmodells bedient, dass man das sehr erfolgreich tut, und dass die Anwendung des Modells so hilfreich ist, dass niemand vorschlagen würde, darauf zu verzichten, nur weil es vielleicht eines der oben genannten Kriterien nicht erfüllt. Prüfen wir aber trotzdem einmal, welchen der Idealitätskriterien die Größe G denn genügt. Bezieht sich der Wert von G auf einen Raumbereich? Nein. Ist G ein Skalar? Ja. Nur positiv? Nein. Bezugssystemunabhängig? Nein. Eine erhaltene Größe? Nein. Und das Schlimmste: lokalisierbar? Nein. (Wo befindet sich denn das Geld Ihrer Geldkarte? Auf der Karte? Auf Ihrer Bank? Oder hat die es vielleicht irgendwo investiert?) G erfüllt also von unseren Kriterien nur eines und noch dazu ein sehr

schwaches. Wir schließen daraus, dass der Mensch mit größtem Nutzen das Bild von der Mengenartigkeit auch auf solche Größen anwendet, die durch fast alle Mengenartigkeitsprüfungen durchfallen. Nachdem wir mit unserem mathematischen Latein fast am Ende sind, versuchen wir's noch mal von einer ganz anderen Seite. Schauen wir den Leuten doch mal wirklich „aufs Maul“. Da machen wir die überraschende Entdeckung, dass das Mengenartigkeitsmodell oder die Mengenartigkeitsmetapher in einem noch viel weiteren Sinn verwendet wird. Wir schlagen vor, sich dabei auf ein noch weiches Kriterium der Mengenartigkeit zu beschränken: Immer wenn man von etwas sagt, es gebe viel oder wenig davon, so wird unterstellt, dass „etwas“ habe Mengencharakter. (Schon das Wort „etwas“ ist ja ein Platzhalter für „etwas“ Mengenartiges.) Viel Zeit, viel Kummer, viel Glück. Und eine Art Strom scheint es auch zu geben: „Gib mir etwas ab von deinem Optimismus“, „geteiltes Leid ist halbes Leid“ oder, wie es in dem alten Schlager heißt, „... schenk mir doch ein kleines bisschen Liebe...“. Offenbar wird hier die Zeit, der Kummer, das Glück, der Optimismus und die Liebe als etwas betrachtet, das Mengencharakter hat.

6 Schlussfolgerung

Wenn eine Größe mengenartig ist, und sei es auch nur in einem sehr weiten Sinn, so lohnt es sich, diese Eigenschaft im Unterricht zu betonen, und zwar dadurch, dass man die entsprechende Sprache anwendet. Die Vorteile für das Verständnis sind groß und die Bedingungen, die eine Größe erfüllen muss, damit ein solcher Umgang gerechtfertigt ist, sind gering. Insbesondere muss nicht vorausgesetzt werden, dass die Größe skalar, bezugssystemunabhängig oder erhalten ist.

Literatur

[1] G. Falk: Was an der Physik geht jeden an?, Physikalische Blätter 33, 1977, S. 616–626.

[2] G. Falk: Physik – Zahl und Realität, Birkhäuser Verlag, 1990, S. 67–68.

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Didaktik der Physik, Universität Karlsruhe, 76128 Karlsruhe

Temperatur- oder Druckdifferenz

Welches ist der Antrieb der Wärmekraftmaschine?

F. Herrmann

1 | Einleitung

● Auf der MNU-Tagung 2008 in Kaiserslautern habe ich einen Vortrag gehört, in dem es um Wärmekraftmaschinen ging. Der Referent – ich nenne ihn A – argumentierte, dass ein Temperaturgefälle vorhanden sein muss, damit die Maschine läuft. Die Temperaturdifferenz sei also ein Maß für den Antrieb. In der anschließenden Diskussion vertrat jemand aus dem Publikum – ich nenne ihn B – den Standpunkt, dass die Maschine aufgrund einer Druckdifferenz läuft. In den fünf Minuten, die eine solche Diskussion maximal dauern darf, konnte die Diskrepanz nicht beseitigt werden. Es blieb ein Unbehagen zurück. Einerseits ist A in bester Gesellschaft. Sein Argument stammt von *Carnot*, und schließlich steht es auch in jedem Lehrbuch der Thermodynamik. Andererseits braucht man nicht viel von Physik zu verstehen, um zu wissen, dass sich das Turbinenrad nur dann dreht, wenn zwischen Ein- und Ausgang der Turbine eine Druckdifferenz herrscht – und das war das Argument von B.

Um diesen Widerspruch soll es im Folgenden gehen. Ich nehme das Ergebnis schon voraus: Es ist kein Widerspruch. Beide, A und B, haben Recht. Es gibt keinen Grund zum Streit (und es gab auch keinen). Die Situation ist von einer Art, die berühmte historische Vorbilder hat. *Newton* sagte, Licht bestehe aus kleinen Partikeln, für *Huygens* war es eine Wellenerscheinung. Es hat 200 Jahre gedauert, bis man verstand, dass keiner von beiden Unrecht hatte. Oder: Für *Descartes* war das Maß für die Bewegungsmenge das Produkt $m v$. *Leibniz* war vehement anderer Meinung. Für ihn war es $m v^2$. Heute koexistieren beide Bildungen friedlich als Impuls bzw. kinetische Energie (vom Faktor $1/2$ abgesehen). Obgleich der Disput

Tab. 1: Antriebe im Vergleich der Sichtweisen A, B und C

	Antrieb 1	Antrieb 2	Antrieb 3
A	$\phi_2 > \phi_1$	$p_2 = p_1$	$v_2 = v_1$
B	$\phi_2 = \phi_1$	$p_2 > p_1$	$v_2 = v_1$
C	$\phi_2 = \phi_1$	$p_2 = p_1$	$v_2 > v_1$

auf der MNU-Tagung keine historische Dimension hatte, so ist er doch von ähnlicher Art.

2 | Ein einfacheres System: das Wasserkraftwerk

● Um die Auflösung unseres Rätsels zu erleichtern, betrachten wir zunächst ein etwas einfacheres System: ein Wasserkraftwerk, Abb. 1. Das System ist deshalb einfacher, weil das flüssige Wasser, im Gegensatz zum Dampf, nicht komprimierbar ist. Wir werden später sehen, warum die Kompressibilität ein Problem verursacht.

Sichtweise A

Hier, beim Wasserkraftwerk, können wir uns den folgenden Disput vorstellen: Person A behauptet, die für das Funktionieren des Kraftwerks entscheidende Antriebsgröße sei das Gravitationspotenzial

$$\phi = gh,$$

wo g der Ortsfaktor und h die Höhenkoordinate ist. Während das Wasser von der Höhe h_2 zur Höhe h_1 fließt, also vom Gravitationspotenzial ϕ_2 zum Potenzial ϕ_1 , gibt es Energie ab, und diese geht über die Turbinenwelle zum Generator. (Wir nehmen an, dass keine Energie verloren geht.)

A kann auch den Energiestrom P berechnen, der in das Wasserkraftwerk hineinfließt:

$$P = (\phi_2 - \phi_1) I_m,$$

Hier ist I_m der Massenstrom.

Sichtweise B

Person B ist anderer Meinung: Für sie ist für den Antrieb des Kraftwerks eine Druckdifferenz verantwortlich: die Differenz zwischen den Wasserdrücken p_2 und p_1 an Ein- bzw. Ausgang der Turbine. B berechnet den Energiestrom zu

$$P = (p_2 - p_1) I_V,$$

Hier ist I_V der „Volumenstrom“ des Wassers, also der Wasserstrom gemessen in m^3/s .

Sichtweise C

Und es gibt sogar noch eine dritte Meinung. Person C konzentriert sich auf das Turbinenrad der Freistrahlturbine. Das Wasser tritt als Strahl aus einer Düse aus, trifft auf die Turbinenschaufel, die gerade in seinem Weg steht und gibt seinen Impuls vollständig an diese Turbinenschaufel ab. Der Druck ist vor und nach dem Auftreffen derselbe, nämlich Normaldruck. Der Unterschied besteht in der Geschwindigkeit des Impulsleiters. C berechnet den Energiestrom nach:

$$P = (v_2 - v_1) I_p,$$

I_p ist der Impulsstrom, der aus dem Strahl in die Turbinenschaufel geht. v_2 ist die Geschwindigkeit des Wasserstrahls, und v_1 die Geschwindigkeit der Turbinenschaufel (die den Impuls des Wassers übernimmt).

Vergleich der Sichtweisen

Es fällt uns in diesem Fall nicht schwer, zwischen den Standpunkten von A, B und C zu vermitteln. Alle drei haben ja auch für den Energiestrom denselben Wert gefunden (wie sich leicht nachrechnen lässt¹). Der Unterschied ist: Jeder hat eine andere Systemgrenze gewählt.

Für A ist das System am größten, Abb. 1a. Der Eingang liegt oben am Stausee. Das Wasser am Eingang und am Ausgang unterscheidet sich im Gravitationspotenzial, siehe auch Tab. 1. Die Drücke sind an Eingang und Ausgang gleich, nämlich Normaldruck, und auch die Geschwindigkeiten sind gleich, nämlich praktisch 0.

Für B liegt der Eingang unten vor der Turbine, Abb. 1b. Das Gravitationspotenzial ist am Eingang und am Ausgang dasselbe, die Geschwindigkeiten sind dieselben (praktisch null), nur die Drücke sind verschieden. Für C schließlich sind Gravitationspotenzial

¹ Um die beiden ersten Energieströme miteinander zu vergleichen, braucht man die Beziehungen $p = \rho g h$ und $I_m = \rho I_V$. Um die dritte mit der zweiten zu vergleichen braucht man $I_p = \rho v^2 A$. (A ist die Querschnittsfläche des Strahls. Man muss außerdem wissen, dass die Geschwindigkeit v_1 der Turbinenschaufel gleich $v_2/2$ sein muss. Dann wird nämlich das Wasser so „reflektiert“, dass seine Geschwindigkeit im Bezugssystem der Erde gleich null ist und die Turbine mit dem maximalen Wirkungsgrad läuft.)

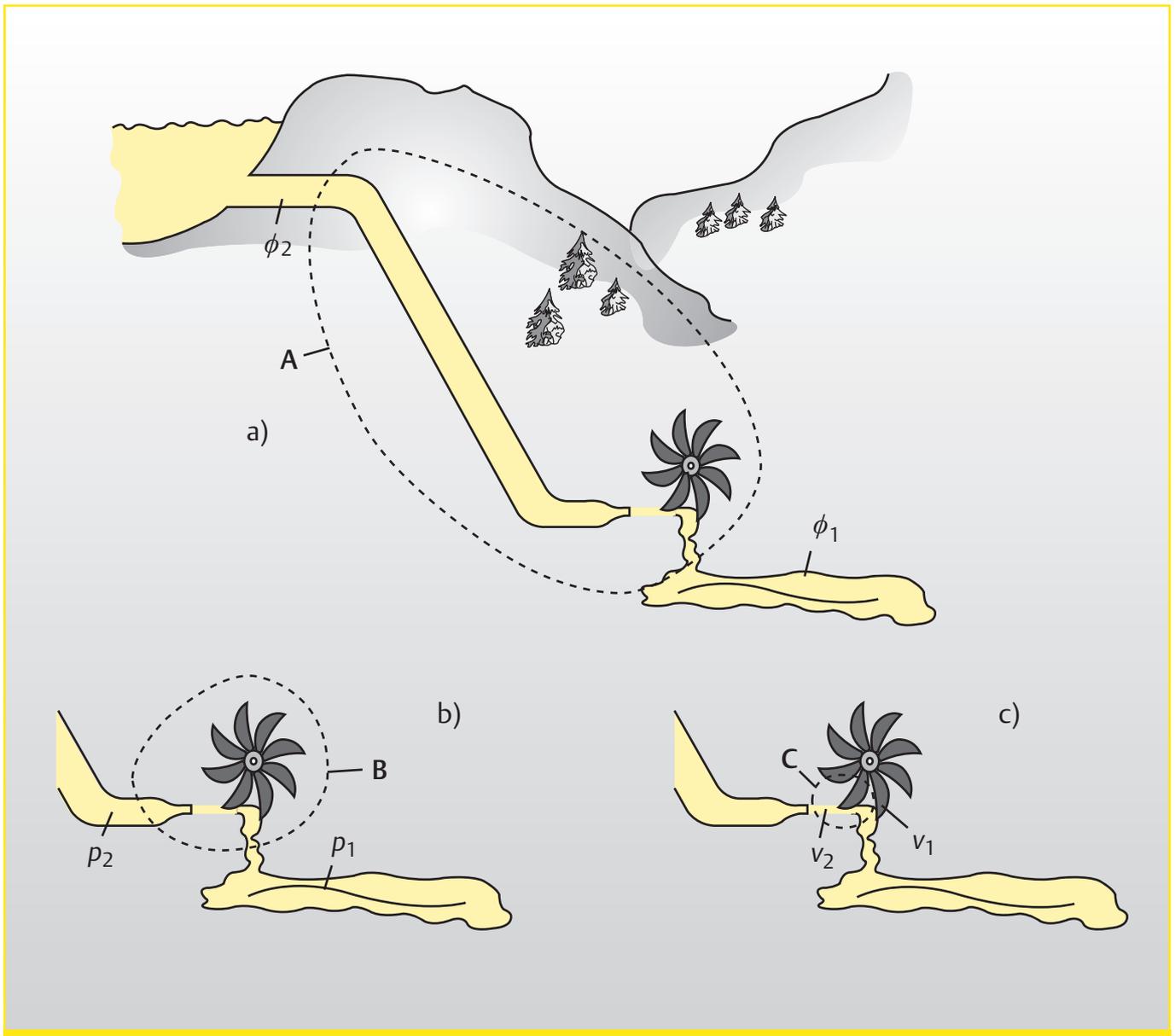


Abb. 1: Wasserkraftwerk mit drei unterschiedlichen Systemgrenzen. Ein- und Ausgang unterscheiden sich (a) im Gravitationspotenzial ϕ , (b) im Druck p und (c) in der Geschwindigkeit v .

und Druck an seinem Eingang und Ausgang gleich, aber die Geschwindigkeiten unterscheiden sich, Abb. 1c.

Also: Wenn sich A, B und C verständigen wollen, müssen sie sich zunächst darauf einigen, wie die Systemgrenzen liegen sollen, d. h., über welches System sie überhaupt sprechen: das Kraftwerk als ganzes (A), die ganze Turbine (B) oder nur das Turbinenrad (C). Wir wollen rückblickend noch einmal erklären, was uns überhaupt veranlasst, eine Größe als Antriebsmaß zu interpretieren. Wenn wir den Energiestrom, der in ein System hineinfließt, in der Form

$$P = (\xi_2 - \xi_1) I_X \quad (1)$$

schreiben können, wo I_X für den Strom einer beliebigen mengenartigen Größe steht,

so interpretieren wir die Differenz $(\xi_2 - \xi_1)$ als Antrieb für die Maschine.

Es gibt noch andere Formeln, die diese Struktur haben. Die Energie, die in einen Elektromotor hineinfließt, berechnet sich zu

$$P = (\varphi_2 - \varphi_1) I \\ = UI.$$

Hier ist die elektrische Potenzialdifferenz $(\varphi_2 - \varphi_1) = U$ das Antriebsmaß. Die Energie, die in eine Brennstoffzelle hineinfließt, berechnet sich zu

$$P = (\mu_2 - \mu_1) I_n,$$

Hier ist I_n der Stoffmengenstrom, und die chemische Potenzialdifferenz $(\mu_2 - \mu_1)$ ist das Antriebsmaß.

3 | Die Wärmekraftmaschine

3.1 Aufbau einer Wärmekraftmaschine
Ganz ähnlich lässt sich der Widerspruch beim Wärmekraftwerk auflösen.

Ich will zunächst den Aufbau der kompletten Wärmekraftmaschine in Erinnerung rufen, Abb. 2. Ich beschreibe eine vereinfachte Version der Maschine. Sie unterscheidet sich von einer echten Wärmekraftanlage in einem modernen Kraftwerk mindestens so stark wie die im Magnetfeld rotierende Leiterschleife von einem echten Generator. Das Arbeitsmedium – wir nehmen an es sei Wasser – fließt in einem geschlossenen Kreislauf. In dem Kreislauf befinden sich vier Bauelemente, in denen sich die Werte der physikalischen Größen des Wassers ändern. Wir verfolgen eine Wasserportion auf ihrem

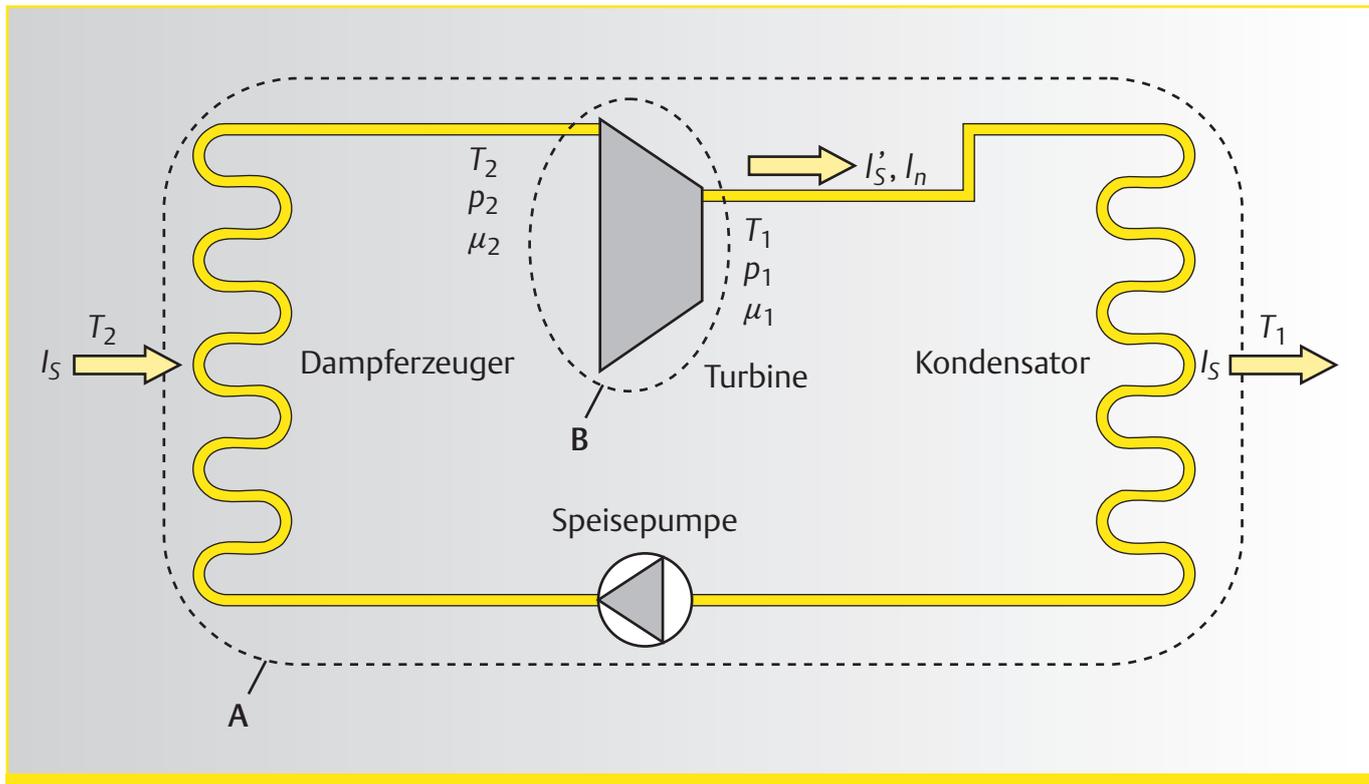


Abb. 2: Wärmekraftmaschine mit zwei unterschiedlichen Systemgrenzen. In System A fließt ein Entropiestrom I_S auf der hohen Temperatur T_2 hinein, und derselbe Strom fließt auf der niedrigen Temperatur T_1 wieder heraus. Durch System B fließt der Entropiestrom $I'_S > I_S$ und der Stoffmengenstrom I_n . Temperatur, Druck und chemisches Potenzial haben an Ein- und Ausgang von B unterschiedliche Werte und hängen auf komplizierte Weise miteinander zusammen.

Rundweg und beginnen beim Dampferzeuger (oder Kessel).

1. Dampferzeuger

Der Dampferzeuger ist ein Wärmetauscher auf der hohen Temperatur T_2 . Unsere Wasserportion nimmt Entropie auf. Da ein Phasenübergang stattfindet, bleibt ihre Temperatur T_2 konstant. Um die flüssige Portion von ihrer ursprünglich niedrigeren Temperatur T_1 auf T_2 zu bringen, wird nicht viel Entropie gebraucht. Wir wollen hier davon absehen².

2. Turbine

In der Turbine gibt der Dampf Energie ab. Die Temperatur nimmt ab auf fast Umgebungstemperatur T_1 , der Druck nimmt entsprechend ab, d. h. auf den Sättigungsdampfdruck bei Umgebungstemperatur. Die Entropie der Wasserportion ändert sich nicht.

3. Kondensator

Der Kondensator ist ein Wärmetauscher auf der niedrigen Temperatur T_1 . Unsere Was-

serportion gibt die ganze Entropie, die sie im Kessel aufgenommen hat, an das Kühlwasser ab. Druck und Temperatur ändern sich nicht.

4. Speisepumpe

Das flüssige Wasser wird mit einer Pumpe wieder auf Kesseldruck gebracht. Dabei ändert sich die Temperatur praktisch nicht und auch der Entropieinhalt unserer Portion bleibt konstant niedrig.

Nun zurück zu unserer Frage nach der Antriebsgröße. Wir diskutieren im Folgenden zwei mögliche Wahlen.

3.2 Die Carnot'sche Systemgrenze

Person A legt die Systemgrenze so, dass ins System hinein und aus dem System heraus nur ein Entropiestrom I_S mit dem zugehörigen Energiestrom fließt. Der Energiestrom berechnet sich zu

$$P = (T_2 - T_1) I_S. \quad (2)$$

A beschreibt das Kraftwerk also so: Die über den Dampferzeuger in den Wasserkreislauf eintretende Entropie geht in der Turbinenanlage von der hohen zu niedrigen Temperatur. Die Temperatur spielt die Rolle der Antriebsgröße – genauso wie die Höhendifferenz (oder Gravitationspotenzialdiffe-

renz) beim Wasserkraftwerk oder bei einem Wasserrad. Diese Analogie benutzte auch schon Carnot in seinen *Réflexions sur la puissance motrice du feu*:

„Nach den zuvor angestellten Überlegungen, kann man mit ziemlicher Genauigkeit die Arbeitsfähigkeit (puissance motrice) der Wärme (chaleur) mit der eines Wasserfalls vergleichen: Beide haben ein Maximum, das nicht überschritten werden kann, welches auch einerseits die verwendete Maschine, die die Wirkung des Wassers ausnutzt, und andererseits die Substanz, die man verwendet, um die Aktion der Wärme zu empfangen, sein mag. Die Arbeitsfähigkeit eines Wasserfalls hängt von seiner Höhe und der Flüssigkeitsmenge ab; die Arbeitsfähigkeit der Wärme hängt ab von der verwendeten Menge des Caloricums (Calorique) und von dem, was man seine Fallhöhe nennen könnte, und was wir auch so nennen werden, d. h. die Differenz der Temperaturen der Körper mit denen das Caloricum ausgetauscht wird.“ [Übersetzung F. H.] [1]

3.3 Turbineneingang und -ausgang als Systemgrenze

Person B legt die Systemgrenze anders, nämlich an Eingang und Ausgang der Turbine, so wie sie es auch bei der Wasserturbine gemacht hatte. Dabei entstehen aller-

² Bei einem echten, großen Dampfkraftwerk wird das Wasser bis zur kritischen Temperatur erhitzt. Hier ist die Entropiezufuhr in der flüssigen Phase nicht klein gegen die beim Phasenübergang. Die „Schaltung“ einer solchen Anlage ist kompliziert. Die Anlage arbeitet dann nicht einfach zwischen einer hohen und einer niedrigen Temperatur, sondern die verschiedenen Stufen der Turbine arbeiten zwischen unterschiedlichen Temperaturen.

dings einige Probleme. Wir beginnen mit einer Erwartung, die sich plausibel anhört, sich dann aber doch als falsch erweist. Wir versuchen, die Energiebilanz der Dampfturbine so zu formulieren, wie es Person B bei der Wasserturbine erfolgreich getan hatte: Der Druck am Eingang ist höher als am Ausgang, also verrichtet der Dampf an der Turbine Arbeit, und diese lässt sich als Druckdifferenz mal Volumenstrom ausdrücken. Dabei taucht das erste Problem auf: welcher Volumenstrom? Der Volumenstrom ist nämlich am Ausgang nicht derselbe wie am Eingang, denn der Dampf dehnt sich in der Turbine aus³. Als Energiestromformel würde man daher vielleicht erwarten:

$$P = p_2 I_{V2} - p_1 I_{V1},$$

wo I_{V2} und I_{V1} die Volumenströme an Eingang bzw. Ausgang sind. Wir haben die Formel geraten, indem wir uns auf unsere mechanische Intuition verlassen haben, aber wir haben falsch geraten. Ein Strömungsmaschineningenieur würde uns sofort, ohne nachzudenken, darauf aufmerksam machen, dass man zum Bilanzieren von Strömungsvorgängen die Enthalpie zu nehmen hat. Was ist damit gemeint? Der Dampf verrichtet an der Turbine nicht einfach Arbeit, aufgrund seines Druckes (genauer: aufgrund der Druckdifferenz zwischen Ein- und Ausgang). Er ändert in der Turbine noch seine Temperatur und damit seine innere Energie, und deren Änderung geht auch noch in die Bilanz ein. Wenn man zum Bilanzieren statt der inneren Energie die Enthalpie des Dampfes nimmt, kommt der Energiestrom, der über die Turbinenwelle abfließt, richtig heraus, aber die Suche nach einem Antriebsmaß war erfolglos. Wie kann es aber sein, dass uns unsere mechanische Intuition so in die Irre geführt hat? Schließlich ist doch für die Rotation des Turbinenrades einzig und allein die Kraft zuständig, die der Dampf auf die Turbinenschaufeln ausübt. Das trifft wohl zu. Die Druckverteilung an den Turbinenschaufeln ist aber sehr kompliziert. Der Druck nimmt ja innerhalb der Turbine nicht einfach stetig in Strömungsrichtung ab, sondern es herrschen auch Druckgradienten

quer zur Strömungsrichtung. Eine Formel, die die Gestalt von Gleichung (1) hat, lässt sich nicht schreiben.

Es gibt noch eine Beschreibung, die ohne die unanschauliche Enthalpie auskommt: Man bilanziert die echt mengenartigen Größen Entropie und Stoffmenge (aber nicht das Volumen). Die zu beiden gehörigen intensiven Größen Temperatur T und chemisches Potenzial μ haben vor und hinter der Turbine unterschiedliche Werte. Der Energiestrom, den die Turbine abgibt, ergibt sich daher zu:

$$P = (T_2 - T_1) I'_S + (\mu_2 - \mu_1) I_n. \quad (3)$$

Hier ist zu beachten, dass der Entropiestrom I'_S nicht der gleiche ist, wie I_S in Gleichung (2). I_S ist nur der Entropiestrom, der im Dampferzeuger in den Wasser-Dampf-Kreislauf hineinfließt. I'_S ist der Gesamtentropiestrom, den der Wasserstrom mitführt. Das Wasser hat ja schon Entropie wenn es in den Dampferzeuger eintritt. I'_S ist also größer als I_S . Der Beitrag

$$(\mu_2 - \mu_1) I_n$$

zum Energiestrom in Gleichung (3) ist negativ und sorgt dafür, dass auch Gleichung (3) das richtige Ergebnis liefert, nämlich dasselbe wie Gleichung (2). Die Rechnung ist recht kompliziert, und es wirkt fast wie ein Wunder, dass sich fast alles weghebt und schließlich dasselbe herauskommt, wie mit Gleichung (2).

Bei unserem Versuch, eine Antriebsgröße für die Turbine zu finden, sind wir also vom Regen in die Traufe gekommen. Eine Formel, die die Gestalt von Gleichung (1) hat, und in der die Druckdifferenz steht, lässt sich nicht angeben. Und wenn wir es mit den wirklich mengenartigen Größen versuchen, so brauchen wir gleich zwei Antriebe, und dabei bleibt die Anschauung ganz und gar auf der Strecke.

4 | Folgerung

● Versuchen wir nicht, schlauer zu sein als Carnot. Seine Wahl der Systemgrenze ist geschickter als die Alternativen. Und sie verhilft zu einer Einsicht, die weit über die Dampfmaschine hinausgeht: Sie ist anwendbar auch auf alle anderen Maschinen und Geräte, die einen Temperaturunterschied ausnutzen, um elektrische oder mechanische Energie zu gewinnen, etwa die Solarzelle oder das Peltierelement, und

auch die Umkehrungen dieser Maschinen, also Wärmepumpen und Kühlmaschinen aller Art.

Ich möchte Carnot noch einmal selbst zu Wort kommen lassen [2]: „Um das Prinzip der Erzeugung von Bewegung durch Wärme in seiner ganzen Allgemeinheit zu beschreiben, muss man es unabhängig von einem speziellen Mechanismus oder einer speziellen Substanz erfassen; die Überlegungen müssen anwendbar sein nicht nur auf Dampfmaschinen, sondern auf alle vorstellbaren Wärmekraftmaschinen (*machines à feu*), was auch immer die Arbeits-substanz ist und was auch immer man mit dieser macht.“ [Übersetzung F. H.] Diese Auffassung kann man sicher als visionär bezeichnen.

Schließlich muss man aber noch bemerken, dass es Carnot in einer Hinsicht leichter hatte als wir: Er hatte eine sehr konkrete Vorstellung von dem, was wir heute Entropie nennen und was er Calorique nannte. Diesen Vorsprung können wir aber leicht aufholen. Niemand sollte uns daran hindern, uns von der Entropie eine ebenso konkrete Anschauung zu bilden wie Carnot, nämlich als das, was man umgangssprachlich Wärme nennt. Wenn wir das tun, wird uns die Carnot'sche Wahl der Systemgrenze nicht mehr willkürlich, sondern sehr natürlich erscheinen. Je konkreter man sich die Entropie vorstellt, desto einleuchtender wird das Carnot'sche Wasserfallmodell.

Literatur

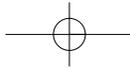
[1] Carnot, S.: *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, Librairie scientifique et technique, A. Blanchard, Paris, 1953, S. 28.

[2] ebda., S. 8.

³ Beim Umgang mit der Größe Volumenstrom ist Vorsicht geboten, denn das Volumen erfüllt ein wichtiges Kriterium für die Mengentartigkeit einer Größe nicht: Es gibt zum Volumen keine Dichte und keine Stromdichte. Das hat auch zur Folge, dass man keinen Erhaltung- oder Nichterhaltungssatz über das Volumen aussprechen kann.

Anschrift des Verfassers

Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Didaktik der Physik,
Universität Karlsruhe, 76128 Karlsruhe, E-Mail:
friedrich.herrmann@physik.uni-karlsruhe.de



Temperaturdifferenz oder Druckdifferenz – Welches ist der Antrieb der Wärmekraftmaschine?

F. Herrmann

Welche Größe man als Antriebsgröße einer Maschine interpretiert hängt von der Wahl der Systemgrenze ab. Diese Wahl kann man mehr oder weniger zweckmäßig treffen. Die Beschreibung einer Wärmekraftmaschine wird besonders einfach, wenn man die Grenze so legt, dass kein Stoffstrom durch sie hindurchfließt. Bei dieser Wahl fließt (außer Energie) nur noch Entropie durch die Maschine hindurch. Sie fließt auf einer hohen Temperatur hinein und auf einer niedrigen Temperatur heraus. So betrachtet hat die Wärmekraftmaschine viel Ähnlichkeit mit einem Wasserrad. Diesen Vergleich hatte schon *Carnot* angestellt.

PdN-PhiS x/57, S. xx

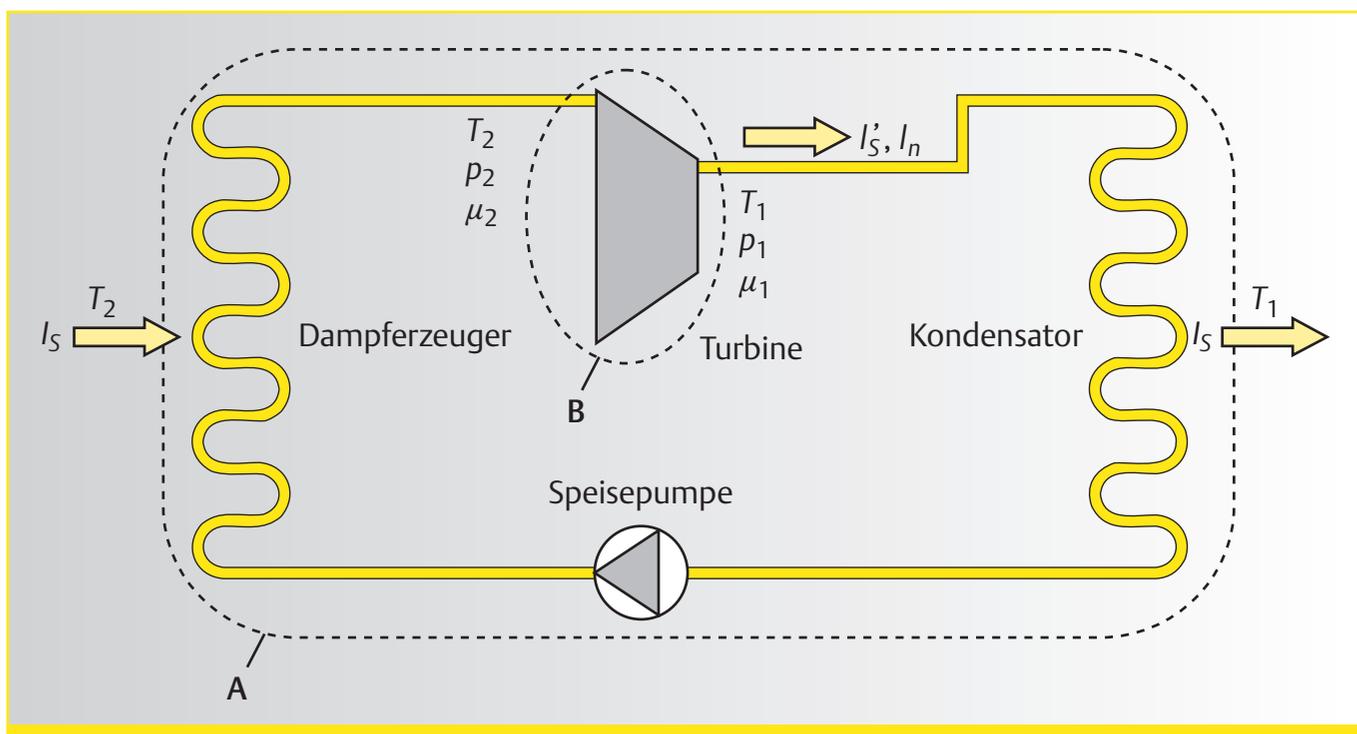
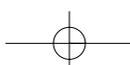


Abb. 2: Wärmekraftmaschine mit zwei unterschiedlichen Systemgrenzen. In System A fließt ein Entropiestrom I_S auf der hohen Temperatur T_2 hinein, und derselbe Strom fließt auf der niedrigen Temperatur T_1 wieder heraus. Durch System B fließt der Entropiestrom $I'_S > I_S$ und der Stoffmengenstrom I_n . Temperatur, Druck und chemisches Potenzial haben an Ein- und Ausgang von B unterschiedliche Werte und hängen auf komplizierte Weise miteinander zusammen.



Ding und Maß

F. Herrmann

1 | Einleitung

● „An der Feder hängt eine Masse“, „Licht ist reine Energie“, „Elektrische Ladung fließt durch einen Draht“. Mit jedem dieser Sätze wird ein Gegenstand verwechselt mit einer Größe, die ihn beschreibt. Es wird untersucht, ob solche Formulierungen gerechtfertigt sind. Wir werden sehen, dass der erste Satz nicht unzulässig, der zweite unbedingt zu vermeiden und der dritte unentbehrlich ist.

2 | Physikalische Größe und physikalisches System – Vertauschungen

● Wir betrachten einen Satz, den man gern im Zusammenhang mit der Situation von Abb. 1 ausspricht: „An der Feder hängt eine Masse.“

Dieser Satz ist genau genommen falsch. Die Masse ist eine physikalische Größe, d. h. im Sinn der Mathematik eine Variable und damit ein abstraktes mathematisches Konzept. Als solches kann sie weder hängen noch nicht hängen. Ein Satz, der das Gemeinte richtig ausdrückt, würde lauten: „An der Feder hängt ein Körper.“

Viele andere gebräuchliche Formulierungen enthalten dieselbe Unstimmigkeit: „In den Stromkreis wird eine Kapazität eingebaut,“ statt „In den Stromkreis wird ein Kondensator eingebaut“, „Das Filter lässt nur die kurzen Wellenlängen durch“ statt „Das Filter lässt nur Licht kurzer Wellenlängen durch“ oder „Das Gas befindet sich in einem zylinderförmigen Volumen“ statt „Das Gas befindet sich in einem zylinderförmigen Behälter.“ Wie eine mathematische Variable nicht hängen kann, so kann man sie auch nicht in einen Stromkreis einbauen, sie kann nicht durch ein Filter hindurchgehen und sie kann nicht zylinderförmig sein.

In jedem dieser Fälle wird der Name eines konkreten Begriffes – Körper, Kondensator, Licht, Behälter – ersetzt durch den Namen einer physikalischen Größe – Masse, Kapazität, Wellenlänge, Volumen. Gemeint ist aber in jedem der Sätze der konkrete Gegenstand. Man meint hier mit der Masse den Körper und mit der Wellenlänge das Licht. Indem man den Namen einer physikalischen Größe benutzt, bringt man zum Ausdruck, dass es einem im betrachteten Zusammenhang nur auf eine bestimmte Eigenschaft des Gegenstandes ankommt. In der Umgangssprache ist es gang und gäbe, den Namen eines Begriffs durch den eines anderen zu ersetzen. In der Wortbedeutungslehre nennt man das eine *Metonymie*. Offenbar funktioniert die Sprache auch wenn man solche Ersetzungen macht, und von der Umgangssprache kann man sogar sagen, sie funktioniert so gut gerade weil man diese Möglichkeit hat.

Die hier angesprochenen Ersetzungen sind also nicht unzulässig und sie können auch vorteilhaft sein. Allerdings ist der Gewinn nicht groß, denn Sätze wie „An der Feder hängt ein Körper“ und „An der Feder hängt eine Masse“ nehmen sich nicht viel. Dass solche Ersetzungen nicht unentbehrlich sind, sieht man deutlich an einer Situation, die den zuvor beschriebenen ähnlich ist, in der man die Ersetzung aber nicht macht. Sollte man nicht, so wie man eine Masse an einer Feder hängen lässt, auch einen Körper an der Federkonstante hängen lassen können? Warum sagt man denn das nicht? Weil der Name der Größe einer Identifizierung mit dem Gegenstand (der Feder) im Weg steht. Es gibt Namen von physikalischen Größen, die wir als Objektamen nicht akzeptieren,

weil sie zum Ausdruck bringen, dass es sich nur um ein Maß handelt. Solche Namen sind stets Zusammensetzungen, in denen das Grundwort ein mathematischer Begriff ist. Sie enden auf „-konstante“, (Beispiel: Federkonstante), „-menge“ (wie Stoffmenge) oder „-stärke“ (wie Feldstärke).

Nun sind die Namen der physikalischen Größen zusammen mit der Fachsprache in einem verwickelten Evolutionsprozess entstanden. Manche dieser Namen sind wohl überlegt, andere vielleicht weniger. Manche Ausdrucksweise war ein glücklicher Griff, eine andere wiederum ganz und gar nicht. Die Fachsprache wurde nicht von einer allwissenden Autorität nach bestimmten Regeln konstruiert. Sie enthält Beiträge von verschiedenen Personen mit verschiedenen Neigungen und Absichten, in verschiedenen historischen Zusammenhängen. Entsprechend geschieht auch das Vertauschen von Objekt- und Größenamen nicht auf Grund einer sachlichen Notwendigkeit, sondern man macht es zufälligerweise an einer Stelle und man macht es nicht an einer anderen.

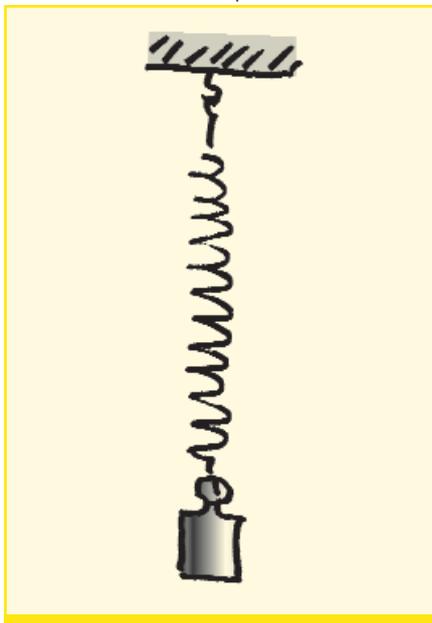
In den bisher angeführten Beispielen brachte eine Namensvertauschung keinen deutlichen Gewinn, aber sie richtete auch keinen Schaden an. Wir diskutieren im Folgenden Fälle, in denen eine Vertauschung Probleme verursacht.

3 | Physikalische Größe und physikalisches System – Verwechslungen

3.1 Elektromagnetische Strahlung gleich Energie

Oft wird gesagt, elektromagnetische Strahlung sei reine Energie, oder Photonen seien Energiequanten. Diese Aussagen sind nicht richtig, denn die elektromagnetische Strahlung oder das elektromagnetische Feld ist ein physikalisches System, also ein Gegenstand der realen Welt. Die Energie dagegen ist ein mathematischer Begriff zur Beschreibung des Systems, und sie ist nicht die einzige Größe, mit der man diesen Gegenstand beschreibt. Die Strahlung hat außer Energie noch Impuls und Entropie, sie hat einen Druck und sie hat manchmal eine Temperatur. Dasselbe gilt für die Elementarportionen: Die Photonen tragen

Abb. 1: Hängt an der Feder eine Masse? Hängt an der Federkonstante ein Körper?



zwar eine bestimmte Menge Energie, außerdem aber auch Impuls, Drehimpuls und anderes.

Wir haben es also wieder mit einer Verwechslung von physikalischer Größe und physikalischem System zu tun, allerdings von anderer Art als bei unseren früheren Beispielen. Denn hier wird ja nicht einfach der Name Energie für die Strahlung benutzt (das wird natürlich auch oft getan), sondern es wird ausdrücklich gesagt, Strahlung sei Energie. Strahlung und Energie wären also dasselbe. Das ist aber als würde man sagen: „Ein Körper ist Masse“ oder „ein Tisch ist Länge“. Diese Sätze sind nicht Ausdruck einer Metonymie – sie sind einfach falsch. Die Identifizierung von Strahlung und Energie bezeugt zweierlei Fehlauflösungen:

1. Erstens besteht eine falsche Vorstellung von der Energie. Die Energie scheint mehr zu sein als eine physikalische Größe. Man macht sie tatsächlich zu einem Stoff. Diese Vorstellung ist weit verbreitet. Als Beispiel ein Zitat aus einer physikalischen Fachzeitschrift: „... auch Wärme- und Bewegungsenergie hat eine Masse“. Also eine physikalische Größe „hat“ eine andere, so als würde man sagen: „Der Druck hat eine Temperatur“. Noch deutlicher äußert sich dieses Missverständnis darin, wie man über die so genannten Energieformen spricht: Wärme hat andere Eigenschaften als Arbeit, kinetische Energie hat andere Eigenschaften als potentielle. Der Energie wird jeweils eine Eigenschaft zugeschrieben, für deren Charakterisierung eine andere Größe zuständig ist. Bei der Energieform Wärme werden der Energie die Eigenschaften zugeschrieben, die durch die Entropie charakterisiert werden, bei der Arbeit die Eigenschaften, die zum Impuls oder zur Kraft gehören. Schon der Name Energieform suggeriert, die Energie könne unterschiedliche Eigenschaften haben.
2. Zweitens besteht eine unglückliche Vorstellung vom Licht und von den Photonen. Ein Photon wäre danach nicht mehr als eine Energieportion und hätte damit nur eine einzige Eigenschaft. Wenn ein Photon erzeugt oder vernichtet wird, so denkt man offenbar nur daran, dass der Energiesatz erfüllt sein muss. Dass Drehimpuls- und Impulssatz auch gelten, wird leicht vergessen, und die Vorstellung, dass Licht Entropie und dass es eine Temperatur hat, wird erschwert.

3.2 Elektrische Feldstärke gleich elektrisches Feld

Wir kommen zu einem weiteren Fall der Verwechslung von System und Variable, hier mit einer zusätzlichen Schwierigkeit. Das Wort Feld wird in der Physik in zwei verschiedenen Bedeutungen verwendet.

1. Man versteht darunter die Verteilung einer lokalen Größe im Raum. So spricht man von einem Temperaturfeld, wenn man sich auf die Funktion $T(x, y, z)$, oder von einem Dichtefeld, wenn man sich auf die Funktion $\rho(x, y, z)$ bezieht. $\vec{E}(x, y, z)$ müsste man konsequenterweise Feldstärkefeld nennen.
2. Feld ist der Name einer bestimmten Klasse physikalischer Systeme. So gibt es das System *elektromagnetisches Feld* und das System *Gravitationsfeld*.

Es wäre gut, das Wort nur in einer der beiden Bedeutungen zu benutzen. Es bietet sich an, auf die erste Benutzungsweise zu verzichten, denn für sie findet man leicht eine Alternative. Ein treffender Name für die Funktion $T(x, y, z)$ ist „Temperaturverteilung“, oder für $\vec{E}(x, y, z)$ „Feldstärkeverteilung“.

Nun aber zu der Verwechslung, die unser Thema ist: Auch hier wird oft das physikalische System mit der Größe verwechselt. Man sieht es etwa wenn jemand sagt: „Zwischen den Kondensatorplatten befindet sich ein Feld \vec{E} “. Was ist gemeint: Die physikalische Größe \vec{E} oder das physikalische System Feld? Wenn man das auf den Körper an der Feder überträgt, müsste man sagen: „An der Feder hängt ein Körper m “. Was also: das System Körper oder die Variable m ?

Warum werden die beiden Begriffe beim Feld nicht auseinander gehalten? Ein Grund scheint zu sein, dass keine konkrete Vorstellung von einem physikalischen Gegenstand oder Gebilde „Feld“ vorhanden ist: Es gibt nur eine physikalische Größe. Das Feld wird nur als mathematische Konstruktion aufgefasst. Es wird als real existierendes Gebilde nicht ernst genommen. Man sieht es auch daran, wie das Feld in Schulbüchern definiert wird: „Den Raum um einen Magneten ... bezeichnet man als magnetisches Feld.“ Den Raum stellt man sich als leer vor. Wenn es eine Feldstärke gibt, die verschiedene Werte annehmen kann, so bedeutet das, dass der leere Raum eine Eigenschaft hat. Es gäbe eine Eigenschaft ohne einen Gegenstand, der die Eigenschaft hat. Kein Wunder, dass der Feldbegriff als schwierig empfunden wird.

Auch Hochschulbücher verfangen sich manchmal im Begriffsgewirr. Man sieht es daran, wie mit den Feldgrößen \vec{H} und \vec{B} umgegangen wird. So wird oft beteuert, das eigentliche oder richtige Magnetfeld sei nicht \vec{H} , sondern \vec{B} . Was ist mit einer solchen Aussage gemeint? Das Feld existiert, egal ob es einen Physiker gibt, der es beschreibt oder nicht, d. h. egal ob es physikalische Größen gibt oder nicht. Zur Beschreibung dieses Systems benutzen die Menschen von ihnen erfundene oder konstruierte physikalische Größen, und zwar mehr als nur eine, etwa:

- die magnetische Feldstärke \vec{H} ;
- die magnetische Flussdichte \vec{B} ;
- das magnetische Skalarpotenzial;
- das magnetische Vektorpotenzial;
- die Magnetisierung;
- die Energiedichte;
- den mechanischen Spannungstensor.

Keine dieser Größen ist das richtige oder wahre Feld. Das Feld existiert unabhängig von diesen Größen und es kann durch jede von ihnen beschrieben werden. Welche man wählt ist nur eine Frage der Zweckmäßigkeit.

4 | Ströme physikalischer Größen

● Schließlich ein Fall, der oberflächlich betrachtet von derselben Art ist, wie die zuvor diskutierten: „Die elektrische Ladung fließt in einem Stromkreis“ (und ähnliche Formulierungen). Man könnte gleich einwenden: Die elektrische Ladung ist eine physikalische Größe, und als solche kann sie prinzipiell nicht fließen. Wird die Ladung hier also wieder als Stellvertreter verwendet für etwas, das fließen kann und auch wirklich fließt, also im Sinne einer Metonymie? Man mag an die beweglichen Elektronen denken. Die können aber nicht gemeint sein, denn viele Sätze, die man mit der Ladung formuliert, bleiben nicht richtig, wenn man das Wort Ladung durch das Wort Elektronen ersetzt.

Wir wollen nichts anderes, als eine Sprechweise finden, um den Inhalt einer Gleichung plausibel zu vermitteln – der Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{dp}{dt} + \operatorname{div} \vec{j} = 0.$$

Zu diesem Zweck benutzen wir ein Modell. Wir sagen: Stell dir eine Flüssigkeit vor, die nicht erzeugt oder vernichtet werden kann. Deren Menge wird durch Q charakterisiert. So bilden wir uns eine Anschauung von den durch die Kontinuitätsgleichung beschrie-

benen Vorgängen. Das gedachte Fluidum bezeichnen wir dabei als „elektrische Ladung“, wir benutzen also gleich den Namen der Größe, die das Fluidum beschreibt. Das ist hier noch mehr gerechtfertigt als bei der hängenden Masse, denn während der hängende Körper außer seiner Masse noch andere messbare Eigenschaften hat, möchten wir uns bei den Eigenschaften des Modellfluidums sicher nicht auf weitere Eigenschaften festlegen (obwohl offenbar viele Menschen mit manchen physikalischen Größen eine Farbe assoziieren). Man kann also sagen, dass wir es wieder mit einer Metonymie zu tun haben.

Nun gibt es hier noch die Besonderheit, dass zur Beschreibung elektrischer und auch anderer Ströme zwei verschiedene Modelle gebräuchlich sind. Manche bevorzugen das eine, andere das andere, aber man kann auch verschiedene Mischformen ausmachen. Wir wollen die beiden Extremversionen beschreiben, und die Probleme diskutieren, die mit ihrem Gebrauch zusammenhängen. Das eine Modell ist das bekannte Teilchenmodell. Das andere trägt keinen allgemein eingeführten Namen. Wir wollen es das Stoffmodell nennen.

4.1 Das Stoffmodell

Wann darf man das Stoffmodell anwenden? Wir wollen nicht vergessen, dass man von einem Modell prinzipiell nicht sagen kann, ob es richtig oder falsch ist, sondern nur, ob es zweckmäßig ist oder nicht. Das Stoffmodell ist anwendbar auf alle extensiven Größen. Die Rechtfertigung beruht darauf, dass für jede extensive oder „mengenartige“ Größe eine Kontinuitätsgleichung gilt, d.h. eine Gleichung der Form:

$$\frac{d\rho_x}{dt} + \operatorname{div} \vec{j}_x = 0.$$

X ist die mengenartige Größe, ρ_x ihre räumliche Dichte, \vec{j}_x die Stromdichte, also Menge pro Zeit und Fläche.

Für die Energie etwa lautet die Gleichung

$$\frac{d\rho_E}{dt} + \operatorname{div} \vec{j}_E = 0$$

und für die elektrische Ladung

$$\frac{d\rho_Q}{dt} + \operatorname{div} \vec{j}_Q = 0.$$

Die Interpretation der Kontinuitätsgleichung für die elektrische Ladung ist so: Wenn die Dichte der Ladung irgendwo abnimmt, d. h. wenn $d\rho_Q/dt < 0$ ist, so ist $\operatorname{div} \vec{j}_Q > 0$. Die Mathematik sagt uns, dass der Vek-

tor \vec{j}_Q von der Stelle mit $d\rho_Q/dt < 0$ wegwirft. Wir haben also einen Strom der Ladung oder des gedachten Stoffes nach außen. $d\rho_Q/dt$ nimmt ab, weil von dem Stoff etwas wegfleht. Wir sehen daran, dass die Stromrichtung die Richtung des Vektors \vec{j}_Q ist. Das ist ein wichtiger Punkt, wir werden uns darauf später beziehen.

4.2 Das Teilchenmodell

Nach dem Teilchenmodell kommt der Strom einer physikalischen Größe dadurch zustande, dass sich gedachte Körperchen, für die die Größe einen von null verschiedenen Wert hat, bewegen. Im Falle des elektrischen Stroms stellt man sich die Elektronen, Ionen, Positronen usw. als Körperchen oder Teilchen vor. Der Strom einer Größe wird also auf die Bewegung von Teilchen zurückgeführt. Als Stromrichtung erscheint hier die Bewegungsrichtung der Teilchen.

Wieder wollen wir die Frage stellen, welches die Bedingungen dafür sind, dass man das Modell anwenden kann. Diejenigen Vertreter des Teilchenmodells, die etwas sorglos sind, werden sagen: Es geht immer dann, wenn es Teilchen gibt. Mit dieser Bedingung ist es nun aber oft schwer zu entscheiden, ob man das Modell anwenden darf oder nicht. Gebilde, die einer naiven Vorstellung von einem Teilchen entsprechen, d. h. einem kleinen individuell verfolgbaren Körperchen, gibt es nur in wenigen Fällen. Oft befinden sich die sogenannten Teilchen in Zuständen, in denen sie nur schwach lokalisiert sind. Individuen sind dann nicht mehr auszumachen. Und oft befinden sie sich in Zuständen, in denen sie von den Fachleuten als virtuelle Teilchen bezeichnet werden. Dies ist der Grund dafür, dass das Teilchenmodell zu Unstimmigkeiten führen kann, wie wir gleich sehen werden.

Wir wollen die beiden Modelle gegenüberstellen. Vorher sei aber noch einmal betont, dass manche der Vorwürfe, die sich die Vertreter der Modelle gegenseitig machen, unbegründet sind.

Die Stoffmodellvertreter werfen den Teilchenmodellvertretern vor, es sei naiv, sich Elektronen als kleine Kügelchen vorzustellen, denn sie seien in Wirklichkeit keine Kügelchen, und die Teilchenmodellvertreter werfen den Stoffmodellvertretern vor, es sei falsch, sich die Energie als ein Fluidum vorzustellen, denn die Energie sei kein Fluidum. Beide Vertreter sollte man daran erinnern, dass sie Modelle verwenden, und Modelle sind weder falsch noch richtig.

Nun zu den Vor- und Nachteilen der beiden Modelle. Wir vergleichen sie in verschiedener Hinsicht.

4.3 Vergleich der Modelle

4.3.1 Anschaulichkeit

Das Teilchenmodell ist anschaulich – darüber besteht kein Zweifel. Aber auch das Stoffmodell ist anschaulich, und der Normalbürger wendet es ständig mit der größten Bereitwilligkeit an.

So wendet jeder, auch der Physiker im Privatleben, das Stoffmodell selbstverständlich auf das Geld oder den Geldwert an. Man kann aber auch Formulierungen hören wie die: „Wenn du mir doch etwas von deiner Geduld abgeben könntest“. Anscheinend kann man Geduld wie einen Stoff übertragen. Bei *Wilhelm Busch* wird sogar die Zeit zum Stoff:

*Hartnäckig weiter fließt die Zeit.
Die Zukunft wird Vergangenheit.
Von einem großen Reservoir
ins andre rieselt Jahr für Jahr*

Betrachten wir als nächstes, was die beiden Modelle darüber sagen, was man unter der Stromrichtung versteht.

4.3.2 Die Stromrichtung

Zunächst zu einem Fehler, den einige Vertreter des Teilchenmodells machen: Sie sagen, man könne über die Richtung des elektrischen Stroms per Konvention verfügen. Eine Freiheit bei der Festlegung der Stromrichtung gibt es aber nicht.

In dem einen, dem Stoffmodell ist die elektrische Stromrichtung die Richtung des Vektors \vec{j}_Q . Im Teilchenmodell ist es die Bewegungsrichtung der Ladungsträger. Die ist je nach Ladungsträgersorte verschieden. Man kann sie übrigens auch als die Richtung eines Stromdichtevektors sehen: die Richtung des Vektors \vec{j}_n in der Kontinuitätsgleichung für die Stoffmenge oder Teilchenzahl. Es besteht also keine Wahl zwischen zwei elektrischen Stromrichtungen. Wenn man die Teilchenbewegungsrichtung als Stromrichtung nimmt, handelt man sich allerdings einiges Ungemach ein. Wenn man tatsächlich immer nur von den Ladungsträgern spräche, würde die Elektrizitätslehre unnötig kompliziert. Denn immer wenn in einem Stromkreis die Ladungsträger wechseln, würde der Strom nicht weiter fließen, sondern er würde durch einen anderen abgelöst, der auch eine andere Richtung haben kann. Ein solcher Ladungsträgerwechsel findet in jedem Stromkreis statt, der eine elektrochemische

Zelle enthält. Dieses Verfahren ist also kaum durchzuhalten. Tatsächlich macht es auch niemand konsequent. Wie macht man es denn aber? Man tut so, als gebe es nur eine Teilchensorte, die Elektronen. So zieht man sich allerdings etwas billig aus der Affäre. Außerdem hat man sich noch ein paar hässliche Konsequenzen für die Elektrodynamik eingehandelt: So wird die Rechte-Hand-Regel, die ja einen Teil der ersten Maxwellgleichung ausdrückt, zur Linke-Hand-Regel. Den Schülerinnen und Schülern tut man damit gewiss keinen Gefallen, denn später muss alles korrigiert werden. Die Schülerinnen und Schüler haben dagegen kein Problem beim Umgang mit dem Stoffmodell. So wie sie keine Probleme damit haben, den Geldwert von der Banknote zu unterscheiden, so haben sie auch keine Probleme, die Ladung von den Ladungsträgern zu unterscheiden.

4.3.3 Wenn es keine Teilchen gibt

Die Verwendung des Teilchenmodells setzt voraus, dass es Teilchen oder wenigstens Quasiteilchen gibt. Überzeugend ist das Modell allerdings nur, wenn man es mit Teilchen zu tun hat, die ihren Namen auch im Sinn der Umgangssprache verdienen, d. h. wenn ihre quantenmechanische Wellenfunktion einigermaßen gut lokalisiert ist. Nun gibt es aber Transporte, bei denen solche Teilchen nicht vorhanden sind.

Die Energie

Es gibt keine Probleme etwa bei der Beschreibung des Energiestroms von der Sonne zur Erde. Energieträgerteilchen sind die Photonen, die man sich in diesem Zusammenhang getrost als kleine, räumlich voneinander getrennte Gebilde vorstellen darf.

Anders ist es beim elektrischen Stromkreis – eine Batterie und ein Lämpchen zum Beispiel. Die Teilchen wären hier virtuelle Photonen, d. h. Gebilde, die der alltags sprachlichen Vorstellung von Teilchen kaum noch entsprechen. Als Vertreter des Teilchenmodells wird man zwar sagen, die Energie gelange von der Batterie zur Lampe, aber man zieht es vor, von Energieübertragung statt von einem Energiestrom zu sprechen. Ähnlich ist es beim Transformator. Man sagt „Die Energie wird von der Primär- auf die Sekundärspule übertragen“ und nicht „Die Energie fließt von der Primär- zur Sekundärspule“.

Ähnlich ist es bei der mechanischen Energieübertragung durch eine Stange, ein Seil

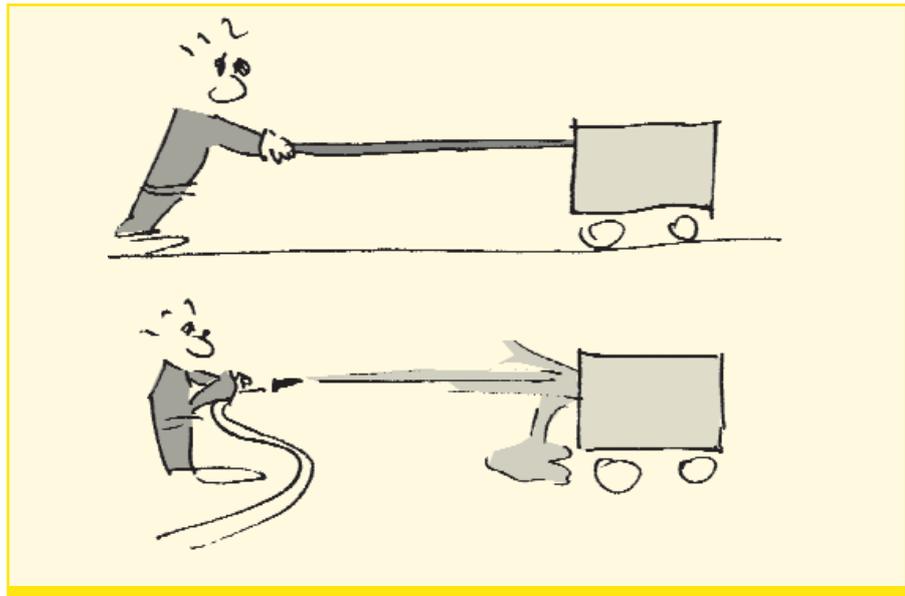


Abb. 2: Für die beiden Impulstransporte sind unterschiedliche Sprechweisen üblich. a) „Auf den Wagen wirkt eine Kraft“. b) „Das Wasser transportiert Impuls“.

oder eine hydraulische Flüssigkeit. Die Teilchen, die zu diesem Transport gehören, sind virtuelle Phononen. Auch hier ist das Teilchenmodell kaum hilfreich, und man zieht sich lieber auf die alte Fernwirkungssprache zurück. Statt zu sagen, es fließe ein Energiestrom, sagt man, es werde Arbeit verrichtet.

Der Umgang mit der Energie wird also schwierig. Die Schüler oder Studenten müssen lernen, mit einem komplizierten Modellmix umzugehen. Viel einfacher wäre es, wenn man das Stoffmodell anwendete. Nach unserer Erfahrung haben Schülerinnen und Schüler damit keine Probleme.

Die elektrische Ladung

Wir haben sie schon diskutiert. Als Vertreter des Teilchenmodells müsste man hier dieselben Skrupel haben, wenn es um die Beschreibung der Elektronenbewegung in Festkörpern geht. Die Elektronen-Wellenfunktion in einem makroskopischen Festkörper ist so stark delokalisiert, dass es kaum zu hilfreich ist, wenn man von sich bewegenden Teilchen spricht.

Der Impuls

Auch beim Impuls entsteht ein Problem, wenn man seinen Transport mit dem Teilchenmodell beschreiben will. Wir betrachten die beiden Situationen der Abb. 2. In beiden Fällen wird Impuls von links nach rechts transportiert. Man sieht es daran, dass der Impuls des Wagens zunimmt. In beiden Fällen gilt für den Impuls eine Kontinuitätsgleichung und die Interpretation als Impulsstrom ist in beiden Fällen gerechtfertigt.

Den oberen Impulstransport nennt man in der Hydrodynamik einen konduktiven, den unteren einen konvektiven Impulstransport. Außerhalb dieser Fachliteratur wird aber nur im unteren Beispiel von einem Impulsstrom gesprochen. Wieder ist der Grund, dass man das Teilchen-, und nicht das Stoffmodell anwendet. Im unteren Beispiel gibt es sich bewegende Teilchen, die Wassermoleküle, im oberen nicht, oder wenigstens sind sie nicht so offensichtlich. Die Unterscheidung führt dazu, dass zwei Vorgänge nicht einheitlich beschrieben werden, obwohl man es könnte. Wieder haben wir einen Modellmix. In der oberen Situation verwendet man bekanntlich ein völlig anderes Bild: Man sagt, es wirke eine Kraft. Man verwendet also ein Konzept aus der Zeit der Fernwirkungssprache.

Es ist interessant, dass auch beim Impuls Stromrichtungsprobleme auftreten, wenn man den Impulsstrom mit dem Teilchenstrom verwechselt. Wir betrachten dazu ein Gas zwischen zwei Kolben in einem Zylinder, Abb. 3. Es überträgt Impuls vom linken zum rechten Kolben. (Der Impuls des rechten nimmt auf Kosten des Impulses des linken zu.) Betrachten wir nun die einzelnen Impulsträgerteilchen, d. h. die Gasmoleküle, so sehen wir, dass die Hälfte von ihnen positiven Impuls von links nach rechts transportieren, und die andere Hälfte negativen Impuls von rechts nach links. Beide tragen aber zum Impulstransport von links nach rechts bei. Sollen wir nun sagen, es fließen zwei Impulsströme? Einer von links nach rechts und einer von rechts nach links? Natürlich nicht. Es fließen zwei Teilchen-

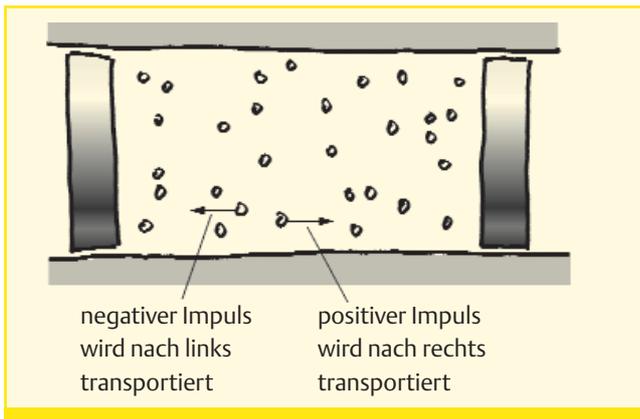


Abb. 3: Ein Teilchenstrom von links nach rechts und einer von rechts nach links, aber nur ein Impulsstrom von links nach rechts.

ströme unterschiedlicher Richtung. Der Impulsstrom hat aber für beide Beiträge dieselbe Richtung.

Die magnetische Ladung

Das Analogon der elektrischen Ladung beim Magneten ist die magnetische Polstärke oder magnetische Ladung, eine altehrwürdige Größe. Sie ist aber in den letzten Jahrzehnten aus der Mode gekommen. Die Abneigung hat ihre Ursache vermutlich in einem Fehlschluss. Die Teilchenmodellvertreter waren am Werk und sie argumentierten so: Es gibt keine magnetisch ge-

ladenen Teilchen, keine magnetischen Monopole, wie man sagt. Also gibt es auch die Größe magnetische Ladung nicht.

Die Stoffmodellvertreter sind hier anderer Meinung: Sie sagen: In der Theorie tritt eine extensive Größe „magnetische Ladung“ auf. Wir wenden selbstverständlich das Stoffmodell auf sie an.

Die Folgen davon, eine Größe magnetische Ladung nicht zu benutzen, sind gravierend. So ist es unmöglich, einen ganz einfachen Satz mit den Mitteln der Schulphysik zu formulieren: dass die gesamte magnetische Ladung jedes Körpers null ist.

5 | Schluss

● Aus diesen etwas langen Erörterungen lassen sich drei kurze Schlussfolgerungen ziehen.

- Sprechweisen wie „Die Masse hängt an der Feder“, sind zwar nicht schädlich, aber man gewinnt auch kaum etwas gegenüber der Formulierung „An der Feder hängt ein Körper“.
- Verwechslungen von physikalischer Größe und System wie in „Elektromagnetische Strahlung ist reine Energie“ sollte man unbedingt vermeiden.
- Wenn man über den elektrischen Strom spricht, so empfehlen wir, das Stoffmodell zu verwenden. Man spricht dann über die elektrische Ladung wie über ein gedachtes Fluidum.

Anschrift des Verfassers

Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Didaktik der Physik,
Universität Karlsruhe, 76128 Karlsruhe, E-Mail:
friedrich.herrmann@physik.uni-karlsruhe.de

Worauf sich der Wert einer physikalischen Größe bezieht

F. Herrmann

1 | Einleitung

● Wenn man eine neue physikalische Größe einführt, so erklärt man, wie sie definiert ist: Sie wird entweder aus anderen schon bekannten Größen abgeleitet, oder sie wird operational definiert, d. h. man beschreibt ein Messverfahren.

Man achtet außerdem darauf, dass die Schüler lernen, wie man verbal mit der Größe umgeht: Der Körper *hat* eine Masse, eine Kraft *wirkt*, ein Druck *herrscht*.

Eine weitere Zutat zu einem guten Verständnis einer Größe kommt, meiner Meinung nach, oft etwas zu kurz. Zu einer klaren Vorstellung von einer Größe gehört, dass man weiß, auf was für ein geometrisches Gebilde sich die Werte der Größe beziehen: auf einen Punkt, eine Fläche, einen Raumbereich oder noch etwas anderes. Ich habe die Erfahrung gemacht, dass hierüber nicht nur bei Schülerinnen und Schülern, sondern auch noch bei Studierenden der Physik oft Unklarheit herrscht.

2 | Punkt, Linie, Fläche und Raumbereich

● Die Werte der meisten physikalischen Größen beziehen sich auf eines der folgenden geometrischen Gebilde: einen Punkt, eine orientierte Linie, eine orientierte Fläche oder einen Raumbereich, Tab. 1. Es gibt zwar auch Größen, die nicht in diese Einteilung passen. Diese sind aber nicht der Gegenstand meiner Betrachtungen. Ich gehe auf sie in Abschnitt 5 kurz ein.

Physikalische Größen sind nicht etwas, was man in der Natur vorfindet, sondern Elemente einer von Menschen erfundenen Theorie. Um sich zu informieren, zu was für einem Gebilde der Wert einer Größe gehört, befragt man daher nicht die Natur, sondern die Theorie.

Man argumentiert zum Beispiel nicht so: Wenn sich herausstellt, dass die Körper oder Teilchen in der Natur punktförmig sind, dann ist die Masse eine punktbezogene Größe. Sind sie dagegen ausgedehnt, so

Werte beziehen sich auf	Beispiele
Punkt	Geschwindigkeit, Beschleunigung, Druck, Temperatur, Massendichte, Ladungsdichte, elektrische und magnetische Feldstärke, elektrisches Potenzial, Gravitationsfeldstärke (Ortsfaktor), elektrische Stromdichte, Massenstromdichte, mechanische Spannung, elektrische Leitfähigkeit, ...
Linie	elektrische Spannung, magnetische Spannung, Zirkulation, ...
Fläche	elektrische Stromstärke, Massenstromstärke, Kraft, magnetischer Fluss, elektrischer Fluss, ...
Raumbereich	Energie, Masse, Impuls, elektrische Ladung, Entropie, ...

Tab. 1: Größen beziehen sich auf ein geometrisches Gebilde

muss sich die Masse auf einen Raumbereich beziehen¹. Das Argument geht vielmehr so: Wenn wir die Hamilton'sche Punktmechanik verwenden, so bezieht sich ein Massenwert auf einen Punkt, wenn wir die Kontinuumsmechanik anwenden, bezieht er sich auf einen Raumbereich.

Es wäre, meiner Meinung nach, nicht geschickt, in der Schule beide Beschreibungsweisen nebeneinander zu benutzen. Wenn man sich zwischen ihnen entscheiden muss, kommt sicher nur die Kontinuumsbeschreibung in Frage.

Punktbezogene Größen

Zu ihnen gehören Geschwindigkeit und Beschleunigung, Druck und Temperatur, alle Dichten, also etwa Massen- und Ladungsdichte, alle Feldstärken, also elektrische, magnetische und Gravitationsfeldstärke, alle Stromdichten, wie Massen- und elektrische Stromdichte, und andere. Manche dieser Größen sind skalar, wie die Temperatur, andere sind vektoriell, wie die verschiedenen Feldstärken und wieder andere sind tensoriell, wie etwa die mechanische Spannung.

¹ Die Natur ist zu raffiniert gebaut, um sich eine dieser Alternativen aufdrücken zu lassen.

Wenn man den Wert einer punktbezogenen Größe angibt, muss klar sein, auf welchen Punkt sich der Wert bezieht. Man kann also etwa sagen: „Die Temperatur im Punkt P beträgt 15 °C.“

Nun versteht man aber durchaus auch, was gemeint ist, wenn jemand sagt, die Temperatur in seinem Zimmer betrage 22 °C. Hier wird stillschweigend vorausgesetzt, dass die Temperaturverteilung homogen ist. Unter dieser Voraussetzung reicht eine einzige Temperaturangabe für das ganze Zimmer.

Linienbezogene Größen

Für diesen Größentyp gibt es nur wenige Beispiele. Es sind diejenigen Größen, die durch ein Linienintegral definiert werden. Die einzige in der Schule benutzte Größe dieser Kategorie ist die elektrische Spannung. Man kann sie definieren als Wegintegral über die elektrische Feldstärke:

$$U = \int_P^Q \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Daneben gibt es noch die etwas aus der Mode gekommene, aber trotzdem recht nützliche Größe „magnetische Spannung“. Sie ist definiert als Linienintegral über die

magnetische Feldstärke:

$$U_m = \int_P^Q \vec{H} d\vec{s}$$

In der Strömungslehre schließlich spielt die Zirkulation genannte Größe Γ eine Rolle. Sie ist das geschlossene Wegintegral über die Strömungsgeschwindigkeit:

$$\Gamma = \oint \vec{v} d\vec{s}$$

Wenn man den Wert einer linienbezogenen Größe angibt, so muss klar sein, auf welchen orientierten Weg er sich bezieht, also etwa: Die Spannung auf dem Weg von P nach Q (Abb. 1) beträgt 800 V. Nun kommt man auch hier oft mit einer weniger spezifischen Angabe aus. Man versteht, was gemeint ist, wenn jemand sagt, die Spannung zwischen den Anschlüssen einer Batterie betrage 9 V. Hier liegt der Fall eines konservativen elektrischen Feldes vor. Das Wegintegral über die elektrische Feldstärke ist dann nur vom Start- und vom Zielpunkt abhängig. Wenn es einem auf das Vorzeichen der Spannung ankommt, müsste man die Punkte eigentlich in geordneter Reihenfolge benennen. Hierfür hat die Fachsprache aber gar keine Ausdrucksmöglichkeit, denn man versteht unter der Spannung zwischen P und Q dasselbe, wie unter der zwischen Q und P.

Genau genommen wurde bei der Aussage über die Batterie noch eine weitere Annahme als gültig vorausgesetzt: Man braucht nicht einmal zwei Punkte zu spezifizieren. Es genügt von den Anschlusskontakten der Batterie zu sprechen, da sich die verschiedenen Punkte eines Kontakts auf demselben Potenzial befinden.

Flächenbezogene Größen

Hierzu gehören alle Stromstärken, z. B. die elektrische und die Massenstromstärke, sowie die Größen, die man Flüsse nennt: der Fluss der magnetischen und der elektrischen Feldstärke. Außerdem gehört die Kraft dazu. (Das ist für Ingenieure eine Selbstverständlichkeit und es ist auch eine Selbstverständlichkeit für den, der Kräfte als Impulsströme interpretiert.)

Wenn man den Wert einer flächenbezogenen Größe angibt, muss im Prinzip geklärt sein, auf welche orientierte Fläche sich ihr Wert bezieht. Der elektrische Strom in Abb. 2 fließt von links nach rechts (der Stromdichtevektor weist nach rechts). Die elektrische Stromstärke, die sich auf die Fläche \vec{A} bezieht, betrage 2 A. Die Stromstär-

ke in Bezug auf die Fläche \vec{A} beträgt dann -2 A. Man erhält das Vorzeichen der Stromstärke über die Beziehung:

$$I = \iint \vec{j} d\vec{A}$$

Hier ist \vec{j} die Stromdichte und $d\vec{A}$ das vektorielle Flächenelement.

In der Physik (nicht aber in der Elektrotechnik) ist man meist nur am Betrag der Stromstärke interessiert. In diesem Fall genügt es, eine Fläche ohne Orientierung anzugeben. Häufig ist man in einer Situation, in der man die Fläche nicht zu spezifizieren braucht. Falls nirgends elektrische Ladung angehäuft wird, oder genauer, falls überall $\text{div } \vec{j} = 0$ ist, braucht man statt der Fläche nur deren Rand anzugeben. (Man beachte die Analogie: Bei der Spannung reicht es manchmal, statt des Weges die Endpunkte zu benennen.)

Es gibt noch einen Fall, in dem die Spezifizierung der Fläche noch weiter aufgeweicht werden kann: wenn der Strom in einem elektrischen Leiter fließt, der einen eindeutig begrenzten Kanal darstellt, also etwa einem Draht. Dann ist die Stromstärke an jeder Fläche, die den Draht schneidet, dieselbe, und man spricht kurz von der Stromstärke „im Draht“.

Dieselben Überlegungen gelten für Kräfte (Impulsströme). Zur Angabe einer Kraft gehört, dass man eine orientierte Fläche benennt. Je nach Orientierung hat die Kraft die eine oder die entgegengesetzte Richtung. Da man sich bei Kräften im Allgemeinen nicht mit dem Betrag zufriedengibt, ist es hier unerlässlich, dass man die orientierte Fläche angibt.

Von den bekannten flächenbezogenen Größen sind die meisten Skalare. Nur der Impulsstrom ist ein Vektor.

Raumbezogene Größen

Man nennt sie extensive Größen. Zu ihnen gehören Masse, Energie, Impuls, Entropie und andere. Auch unter ihnen finden wir skalare, vektorielle und tensorielle Größen.

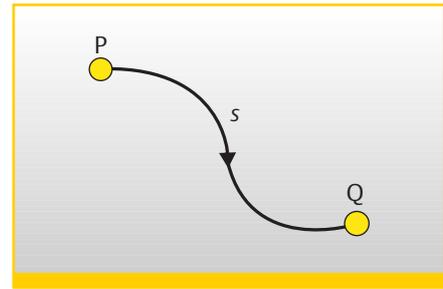


Abb. 1: Der Wert einer elektrischen Spannung bezieht sich auf einen orientierten Weg.

3 | Misskonzepte

● Wer eine klare Vorstellung von einer Größe haben will, muss wissen, auf was für ein Gebilde sich die Größe bezieht. Ich will hier nicht von Schülerinnen und Schülern sprechen, denen man unklare Vorstellungen noch eher nachsehen kann. Die Erfahrungen, über die ich berichte, stammen von Studentinnen und Studenten im Fach Physik. Ich empfehle jedem, der dazu Gelegenheit hat, die Probe zu machen. Die Misskonzepte, die im Folgenden angesprochen werden, sind keine Präkonzepte. Sie entstammen also nicht Erfahrungen, die außerhalb des Physikunterrichts gemacht wurden, sondern sie werden vom Physikunterricht selbst verursacht.

Die Masse

Ein Massenwert bezieht sich auf einen Punkt.

Verursacher dieser Auffassung ist die theoretische Physik, in der alles physikalische Geschehen durch Massenpunkte beschrieben wird. Die *Hamilton*-Theorie ist eine außerordentlich erfolgreiche Theorie. Man sollte aber nicht vergessen, dass sie ein Modell benutzt, das mit den sonst in der Mechanik, und vor allem in der Mechanik der Schule, üblichen Modellen nicht übereinstimmt. So können in der Punktmechanik verschiedene auch für die Schulphysik wichtige Größen gar nicht definiert werden, wie etwa Dichte und Druck.

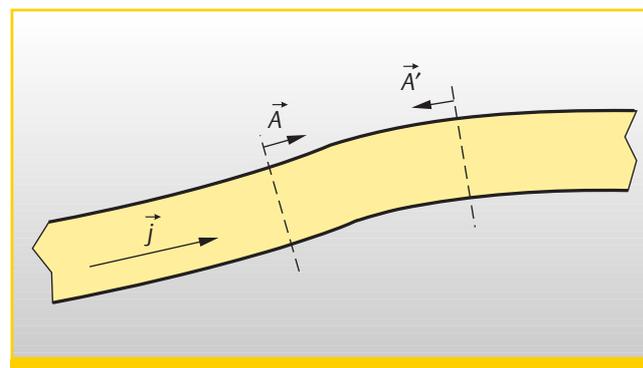


Abb. 2: Die elektrische Stromstärke bezieht sich auf eine orientierte Fläche. In Bezug auf \vec{A} ist ihr Wert positiv, in Bezug auf \vec{A}' negativ.

Die elektrische Ladung

In der Vorstellung der Studenten ist die typische Verkörperung der elektrischen Ladung das Elektron. Das Elektron stellt man sich als punktförmig vor, also, so lautet der Schluss, muss auch die Ladung punktförmig sein. Das Problem ist dasselbe wie beim Massenpunkt. Die Elektrodynamik ist eine Kontinuumstheorie.

Der Impuls

Den Studenten ist der Mengencharakter des Impulses kaum vertraut. Schuld daran ist wohl die Tatsache, dass sie den Impuls nicht als eigenständige Größe kennenlernen, sondern als Abkürzung für das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit. Ich habe festgestellt, dass sie auch den Impuls gern einem Punkt zuordnen.

Die Energie

Hier herrscht eher Ratlosigkeit, und es scheinen verschiedene Vorstellungen zu koexistieren. Einerseits kennt man den Begriff Energiedichte. Andererseits benutzt man aber Formulierungen, wie „Arbeit verrichten“ oder „Leistung übertragen“, die ja so gewählt sind, dass man sich um die Lokalisierung der Energie und ihrer Ströme nicht zu kümmern braucht. Damit wird die Vorstellung, dass sich ein Energiewert auf einen Raumbereich bezieht, nicht gerade gefördert.

Die Geschwindigkeit

Die Studierenden haben es fast nur mit starren Körpern zu tun. Solange ein Körper keine Rotationsbewegung macht, lässt sich seine Bewegung mit einer einzigen Geschwindigkeit beschreiben. Daher eine gewisse Tendenz, die Größe Geschwindigkeit einem Körper, und damit einem Raumbereich zuzuschreiben, statt einem Punkt. Schließlich gibt man ja auch für ein Fahrzeug eine einzige Geschwindigkeit an. Das Problem ist also dasselbe, wie bei der Temperatur. Oft ist das Geschwindigkeitsfeld homogen. Da kommt man natürlich mit einer einzigen Geschwindigkeit aus.

Die Kraft

Bei der Frage, was für einem geometrischen Gebilde der Wert einer Kraft zuzuordnen ist, herrscht die größte Unsicherheit. Es besteht wohl eine starke Tendenz, sie einem Punkt zuzuschreiben, denn es heißt ja bekanntlich, eine Kraft sei durch Betrag, Angriffspunkt und Richtung definiert. Das ist eine unglückliche Formulierung. Es ist etwa

so, als würde man sagen, die Masse sei durch ihren Betrag und ihren Schwerpunkt definiert.

Der Druck

Er bezieht sich nach Meinung vieler Studierender auf eine Fläche. Man braucht sich über dieses Fehlurteil nicht zu wundern, denn es wird im Unterricht und in der Vorlesung kräftig gefördert. Schon das Wort Druck ist eine ungeschickte Wahl. Denn gedrückt wird immer auf irgendwas. Damit wird die Erwartung geweckt, der Druck habe eine Richtung, er sei also etwas wie ein Vektor. Und um den Druck zu erklären, wird fast ausnahmslos auf eine Fläche Bezug genommen.

Die Entropie

Wegen der abgehobenen Einführung der Entropie können sich die Studierenden von ihr kaum eine Anschauung bilden. Dass sich Entropiewerte auf einen Raumbereich beziehen, wird ihnen nicht gesagt. Die Entropiedichte und der Entropiestrom kommen nicht vor. Man kann daher auch nicht erwarten, dass sie von selbst darauf kommen, dass die Werte der Entropie einem Raumbereich zugeordnet sind.

Die elektrische Spannung

Man führt die Spannung ein im Zusammenhang mit konservativen Feldern. In diesem Fall ist der Wert des Wegintegrals der Feldstärke nur vom Anfangs- und vom Endpunkt des Integrationsweges abhängig. Zu dem Zeitpunkt, zu dem man die Spannung kennen lernt, kann man noch nicht verstehen, dass es auch anders sein könnte. Daher wird diese Besonderheit unbewusst als der Normalfall betrachtet, mit den bekannten Problemen, die die Studierenden dann mit der Induktionsspannung haben.

4 | Konsequenzen für den Unterricht

● Es handelt sich bei den genannten Fehlvorstellungen sicher nicht um Nebensächlichkeiten. Schließlich widmen wir einen großen Teil des Unterrichts darauf, eine klare Vorstellung von den physikalischen Größen zu erzeugen, die wir einführen. Zu einer solchen Vorstellung gehört zum einen mathematische Klarheit, also Klarheit darüber, welche Rolle eine Größe innerhalb der Theorie spielt, und zum Zweiten gehört dazu, sich eine Anschauung von einer Größe zu bilden. Beides wird nur

schlecht gelingen, wenn man nicht weiß, worauf sich die Werte einer Größe beziehen.

Wie kann man abhelfen? Ich nenne einige Strategien, die ich im Unterricht anwende.

1. Eine punktbezogene Größe stelle ich den Schülerinnen und Schülern so vor: Sie beschreibt eine Eigenschaft eines Mediums an einer bestimmten Stelle. Die Temperatur sagt uns, wie heiß oder kalt ein Körper an einer Stelle ist, der Druck beschreibt das Expansionsbestreben an einer Stelle usw.
2. Flächenbezogene Größen (mit Ausnahme von elektrischem und magnetischem Fluss) stelle ich vor als ein Maß für die Ergiebigkeit eines Stroms. Insbesondere werden auch die Größen \vec{F} und P („Kraft“ und „Leistung“) als Stromstärken vorgestellt.
3. Extensive Größen stelle ich vor als Maß für eine Menge von irgendetwas; den Impuls als Maß für die „Menge an Bewegung“, die Entropie als Maß für die Wärmemenge usw. Bei der Energie hat man es etwas schwerer. Sie ist ein Maß für die Menge von einem gedachten, universellen „Zeug“, das uns überall begegnet, und das nützlich ist zum Bilanzieren der verschiedensten Vorgänge.

Außerdem versuche ich, über bereits eingeführte, vertraute Größen immer so zu sprechen, dass der Bezug auf Punkt, Fläche oder Raumbereich klar ist. Auch wenn wir im Allgemeinen sagen, die Temperatur des Gases in einem Zylinder betrage 350 K, so weise ich doch ab und zu darauf hin, dass die Temperatur in allen Punkten des Gases dieselbe ist. Und auch wenn wir normalerweise sagen, die Stärke des elektrischen Stroms „in der Zuleitung“ zum Lämpchen betrage 2 A, so benutze ich doch immer wieder mal eine Formulierung wie die folgende: „Die Stärke des Stroms, der durch diese Querschnittsfläche fließt, beträgt 2 A, d. h. in jeder Sekunde fließen 2 C durch die Schnittfläche.“

Schließlich mache ich auch mindestens einmal, etwa in Klasse 11 (bei G9), das folgende Spiel (und ich mache es auch regelmäßig mit Studenten des Lehramts Physik): Wir sammeln alle physikalischen Größen, die uns einfallen, und schreiben ihre Namen an die Tafel. Zu jeder schreiben wir dann auf, ob sie sich auf einen Punkt, eine Fläche oder einen Raumbereich bezieht, oder ob sie nicht in das Schema passt. Das Spiel erfordert nicht viel Zeit und hat sicher einen positiven Effekt.

5 | Die anderen Größen

● Die Einteilung von Größen, die ich diskutiert habe, ist keine Klasseneinteilung, denn es gibt Größen, die in keine der vier Kategorien hineinpassen. Ich möchte zum Schluss einige Beispiele dafür nennen.

Die Zeit

Der Punkt, die Linie, die Fläche und der Raumbereich sind geometrische Gebilde. Sie bilden den Rahmen für die zuvor besprochene Einteilung. Zu ihnen gehört eigentlich auch die Zeit. (Mit den Raum- und Zeitkoordinaten zusammen werden „Ereignisse“ angeordnet). Wir könnten unsere oben formulierten Sätze erweitern, also etwa: Wenn man den Wert einer Temperatur angibt, so muss klar sein, auf welchen

Punkt im normalen Ortsraum er sich bezieht und auf welchen Zeitpunkt. Das Entsprechende gilt für die anderen drei Kategorien.

Der Raumwinkel

Es gibt Größen – vor allem in Optik und Radiometrie –, deren Werte sich auf eine Raumrichtung beziehen, etwa die Strahldichte L . Sie ist definiert über die Gleichung

$$P = \iint L d\Omega d\vec{A}.$$

Hier ist P der Energiestrom, $d\vec{\Omega}$ das (vektorielle) Raumwinkelement und $d\vec{A}$ das Flächenelement. Die Strahldichte sagt uns, wie viel Energie das Licht an einer bestimmten Stelle in eine bestimmte Richtung transportiert. Der Wert der Strahl-

dichte bezieht sich also auf einen Punkt *und* eine Richtung. Das bedeutet nicht etwa, dass L ein Vektor wäre. Die Strahldichte ist eine skalare Größe.

Größen, die ein Gerät charakterisieren

Eine andere Klasse von Größen charakterisiert ein Objekt unter der Voraussetzung, dass es „korrekt“ in ein System eingebaut wurde, etwa elektrischer Widerstand, Kapazität, Federkonstante.

Anschrift des Verfassers

Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Didaktik der Physik,
Universität Karlsruhe, 76128 Karlsruhe, E-Mail:
friedrich.herrmann@physik.uni-karlsruhe.de

Drei Chancen für die Entropie

M. Pohlig

*Wir stehen selbst enttäuscht und sehn betroffen
den Vorhang zu und alle Fragen offen.
Bertold Brecht, Der gute Mensch von Sezuan*

Prolog

„Das Konzept der Entropie ist ohne Zweifel eines der okkultesten Konzepte der Physik“ [1]. Heuser spricht mit diesem Satz, der in seinem Duktus jeden Widerspruch undenkbar erscheinen lässt, einer großen Menge von Physiklehrerinnen und Physikern aus dem Herzen und treibt, einen amerikanischen Cartoonisten zitierend die Polemik auf die Spitze: „If you can live with entropy you can live with anything“. Dagegen steht H. L. Callendars¹ (1863 – 1930) Überzeugung, Entropie könne auf eine Weise verständlich gemacht werden, „which any schoolboy could understand“ [2]. Konträrer könnte eine Antwort auf Heuser nicht ausfallen, wenn es denn eine Antwort wäre, denn das letzte Zitat stammt aus dem Jahr 1911, ist somit nahezu 100 Jahre älter als Heusers Polemik. Callendars Behauptung blieb nahezu unbeachtet und geriet in der „Physikergemeinde“ allzu schnell in Vergessenheit. Für die Didaktik der Physik war das eine Tragödie. Mehr als ein Mal bot sich die Chance, die Entropie so einzuführen, dass sie jeder Schuljunge – und wie wir heute gerne ergänzen, auch jedes Schulmädchen – verstehen kann. Und damit wird die Tragödie schon fast zur Tragikomödie, und wie es sich für die Tragikomödie gehört, geht sie gut aus, zumindest bleibt dies zu hoffen.

1. Akt – Blacks „Quantity of Heat“

Nachdem sich wissenschaftliche Untersuchungen von Wärmephänomenen 150 Jahre lang (ca. 1600 bis 1750) hauptsächlich im Messen der Temperatur erschöpften, schlug der schottische Arzt, Chemiker und Physiker Joseph Black² (1728 – 1799) in seinen „Lectures on the Elements of Chemistry“ einen neuen Weg ein:

„Wenn wir z. B. ein Pfund Wasser in einem Gefäß haben und zwei Pfund Wasser

¹ Professor der Physik am ‘Imperial College of Science and Technologies’ in London. 1886 beschreibt Callendar ein Präzisionsthermometer, das auf dem elektrischen Widerstand von Platin basiert. Er ist Autor des Buches „Properties of steam and thermodynamic theory of turbines“.

in einem anderen, und beide Wassermengen gleich heiß sind, was man mit einem Thermometer nachweist, dann ist offensichtlich, dass die zwei Pfund Wasser die doppelte ‚Menge an Wärme‘ enthalten müssen wie ein Pfund.“³ [3]

Als erster stellte er damit fest, dass zur Beschreibung thermischer Phänomene die Temperatur allein nicht ausreicht, eine zweite physikalische Größe also nötig ist. Er unterschied zwischen der, wie wir heute sagen, intensiven Größe Temperatur und der extensiven quantity of heat.⁴

Blacks Ausführungen legen es nahe, dass man eine Temperaturdifferenz als Ursache für einen Strom ansieht, und dass man seine quantity of heat sich als eine Art Substanz vorstellen darf. Damit wird Blacks quantity of heat zu einer Größe, von der man sich leicht eine Anschauung bilden kann. Man könnte hier einwerfen, dass sich hinter dieser Größe nichts anderes verbirgt als das, was man heute die Energieform Wärme nennt. Dabei übersieht man allerdings, dass Blacks Wärmemenge, also seine quantity of heat, eine Zustandsgröße ist und schon deshalb nicht mit der Energieform Wärme verwechselt werden darf, die keine Zustandsgröße ist. Davon wird später noch einmal und ausführlicher die Rede sein.

Heute wissen wir, dass Blacks Vorstellung von quantity of heat sich perfekt mit dem deckt, was wir Entropie nennen [4]. Unter Verwendung von Bohrmaschinen mit stumpfen Bohrern konnte man auf Grund der Reibung schon zu Blacks Zei-

² J. Black, schottischer Physiker und Chemiker, führte die ‚latente Wärme‘ und die ‚spezifische Wärme‘ ein. Er entdeckte das Kohlenstoffdioxid und Magnesium. Er war Professor für Chemie und Medizin an der ‚University of Edingburgh‘ und Freund und Mentor seines Assistenten James Watt.

³ „If, for example, we have one pound of water in a vessel, and two pounds of water in another, and these two quantities of water are equally hot, as examined by a thermometer, it is evident, that the two pounds must contain twice the quantity of heat that is contained in one pound.“ (Black, 1803 [3])

⁴ Quantity of heat = Wärmemenge

ten kaltes Wasser bis zum Kochen aufheizen. Es sollte also nicht überraschen, dass quantity of heat einem halben Erhaltungssatz gehorcht, dass sie zwar erzeugt, aber nicht zerstört werden kann. Was war der Grund, dass sich Blacks Vorstellung von quantity of heat sprich Entropie nicht durchsetzen konnte? Vermutlich war es die Überzeugung, dass etwas, was man sich mengen- oder substanzartig vorstellt, automatisch einen Erhaltungssatz erfüllen müsste. Eine „creatio ex nihilo“ kam einem göttlichen Schöpfungsakt gleich und war damals im wahrsten Sinne des Wortes undenkbar. Die psychologische Barriere war möglicherweise zu hoch, um das Erzeugen einer substanzartigen quantity of heat akzeptieren zu können. Ein kleiner Schritt noch, und man hätte eine Anschauung von der Entropie gehabt, die jeder Schuljunge hätte verstehen können – die erste Chance war ungenutzt vertan.

2. Akt – Carnots ‚Calorique‘

Auf der Suche nach Antworten auf die Fragen „Gibt es eine prinzipielle Grenze für die Weiterentwicklung von Wärmekraftmaschinen?“ und „Wodurch ist die Grenze festgelegt?“ formulierte Carnot (1796 – 1832) in seinem Werk „Réflexions sur la puissance motrice du feu“:

„Die Erzeugung von bewegender Kraft ist daher bei Dampfmaschinen nicht [...] auf einen wirklichen Verbrauch des Wärmestoffs⁵ zurückzuführen, sondern auf seinen Übergang von einem heißen zu einem kalten.“⁶ [5] Um den Inhalt dieses Satzes seinen Lesern zu veranschaulichen, setzt Carnot die Dampfmaschine in Analogie zu einem Wasserrad.⁷ Beiden ‚Maschinen‘ gemeinsam ist, dass sie zwei Reservoir benötigen. So gilt für die Dampfmaschine: Calorique – also Wärmestoff – kann

⁵ Das französische Wort ‚calorique‘ wurde von Ostwald mit ‚Wärmestoff‘ und das Wort ‚chaleur‘ mit Wärme übersetzt.

⁶ Hervorhebungen dieser Stelle finden sich sowohl in der deutschen Übersetzung [5] als auch in Carnots Original [6].

⁷ And I cherish more than anything else the Analogies, my most trustworthy masters; Johannes Kepler (Optics, Quoted in Polyá, 1973)

Arbeit (bewegende Kraft) verrichten, wenn der Wärmestoff von einem Reservoir höherer Temperatur T_1 zu einem Reservoir tieferer Temperatur T_2 fließt.

In Analogie dazu gilt für das Wasserrad: Masse kann Arbeit verrichten, wenn sie von einem Reservoir höheren Gravitationspotenzials gh_2 zu einem Reservoir tieferen Gravitationspotenzials gh_1 strömt. Bei vorgegebenen Temperaturen bzw. Gravitationspotenzialen arbeiten beide Maschinen optimal, d. h. beide liefern maximale Arbeit, wenn sie reversibel arbeiten. Um Carnots Analogie zur Wärmemaschine vollends gerecht zu werden, müsste man das Wasserrad etwas gekünstelt Massenmaschine [7] nennen.

Abb. 1 veranschaulicht die prinzipielle Funktionsweise beider Maschinen und macht die Analogie auch auf der grafischen Ebene deutlich. Aus heutiger Sicht sind Carnots Überlegungen korrekt, wenn wir Carnots ‚calorique‘ mit der Größe Entropie gleichsetzen. Die verrichtete Arbeit kann dann als

$$W = \Delta E = \Delta S (T_2 - T_1)$$

bzw.

$$W = \Delta E = \Delta m (gh_2 - gh_1)$$

im analogen Fall des Wasserrads geschrieben werden. Dabei ist ΔS die Entropiemenge, die vom Reservoir höherer zum Reservoir tieferer Temperatur strömt. Entsprechend ist Δm die Masse, die vom Reservoir höheren zum Reservoir tieferen Gravitationspotenzials strömt.

Wieder war für eine Größe, die wir heute Entropie nennen, ein Konzept entwickelt, das sehr anschaulich ist. Der Grund dafür ist, dass Carnot von *calorique* wie von einem Stoff spricht. Eine bessere Entscheidung als die Masse, Inbegriff des

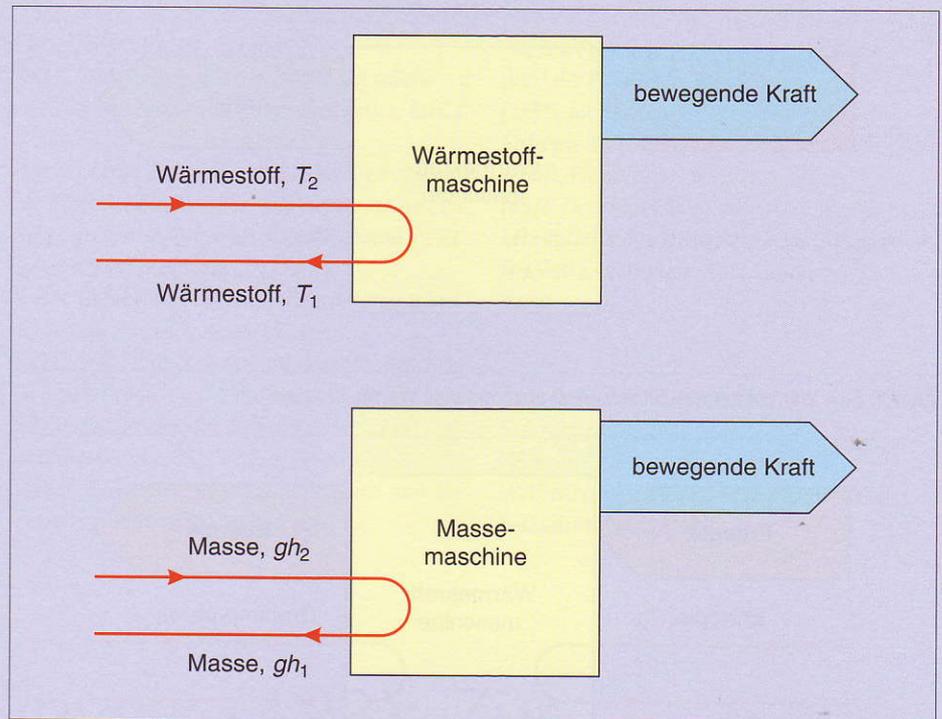


Abb. 1: Flussdiagramme zur Veranschaulichung der Carnotschen Idee von Dampfmaschine und Wasserrad⁸

Stofflichen, als analoge Größe zu wählen, konnte nicht getroffen werden.

Es lohnt sich, nach den Gründen zu suchen, weshalb auch diese Chance, es war die zweite, ungenutzt blieb. Vermutlich gibt es zwei davon. Zum ersten dürfte die Stoffartigkeit des Wärmestoffs, als realer Stoff und damit quasi als ein zusätzliches chemisches Element verstanden, für viele immer noch zwangsläufig die Erhaltung der Größe bedeuten.⁹ Carnot selbst hatte damit kein Problem. Deutlich wird das, wenn er schreibt:

„Der in der Feuerung durch Verbrennung entwickelte Wärmestoff (*calorique*) durchdringt die Wände des Kessels, und erzeugt den Dampf, indem er sich sozusagen demselben einverleibt.“¹⁰ [5].

Der zweite Grund dürfte von größerem Gewicht gewesen sein. Es war die Einführung der Größe Energie durch Joule (1814–1889) und Mayer (1814–1878). Natürlich war die Einführung der Energie für die

⁹ Nur so ist ein Satz von H. Berg zu verstehen, den er in der Einleitung zu Oswalds Klassiker Band 37, Auflage 1 (2003) schreibt: „Obwohl er [Carnot] fälschlicherweise von einem Wärmestoff ausging...“ [5]

¹⁰ Heute würde man sagen: Beim Verbrennen wird Entropie erzeugt. Diese strömt (konduktiv) durch die Wände des Kessels und steckt nach dem Phasenwechsel im Wasserdampf. Letzteres kann man übrigens von der Energie nicht behaupten. [8]

Natur- und Ingenieurwissenschaft eine große Errungenschaft. Das Missgeschick bestand darin, dass ihre Erfinder das alte Konzept der Wärme mit einer sogenannten Energie(austausch)-form gleichsetzten. Anders als *Blacks quantity of heat* und *Carnots calorique* verlor damit die Wärme ihren Status als Zustandsgröße. Sie wurde zu einer einem Prozess zugeordneten Größe, ein Umstand, den man leicht übersieht, weshalb die Autoren vieler Physikbücher vor einer solchen Verwechslung eindringlich warnen: „Es ist demnach korrekt zu sagen, dass ein System eine große Menge ‚Innerer Energie‘ enthält, es ist aber nicht korrekt, wenn man sagt, dass ein System eine große Menge ‚Wärme‘ oder eine große Menge ‚Arbeit‘ enthalte. ‚Wärme‘ ist etwas, das nicht in einem System enthalten ist. Sie ist eher ein Maß für die Energie, die verursacht durch einen Temperaturunterschied, von einem zu einem anderen System strömt.“¹¹ [9]. Das Verbot, von Wärme so zu sprechen, als könnte sie in einem Körper enthalten sein, führte dazu, dass der Gebrauch des Wortes ‚Wärme‘ in der Physik im krassen Widerspruch zu seinem

¹¹ „It is correct then, to say that a system has a large amount of internal energy, but it is not correct to say that a system has a large amount of heat or a large amount of work. Heat is not something that is contained in a system. Rather, it is a measure of energy that flows from one system to another because of a difference in temperature.“ [9]

⁸ Die Beschreibung von Dampfmaschine und Wasserrad, will man sie wissenschaftlich nennen, müssen von der konkreten Realisierung unabhängig sein. „Um das Princip der Erzeugung von Bewegung durch Wärme in seiner ganzen Allgemeinheit zu betrachten, muss man sie sich unabhängig von jedem Mechanismus und jedem besonderen Agens vorstellen; man muss Überlegungen durchführen, welche ihre Anwendung nicht nur auf Dampfmaschinen haben, sondern auf jede denkbare Wärmemaschine, welches auch der Stoff sei, und in welcher Art man auf ihn wirkt.“ [5] Dies hat u. a. die Konsequenz: „Überall, wo ein Temperaturunterschied besteht, und wo daher die Wiederherstellung des Gleichgewichts des Wärmestoffs eintreten kann, kann auch die Erzeugung von bewegender Kraft stattfinden.“ [5]

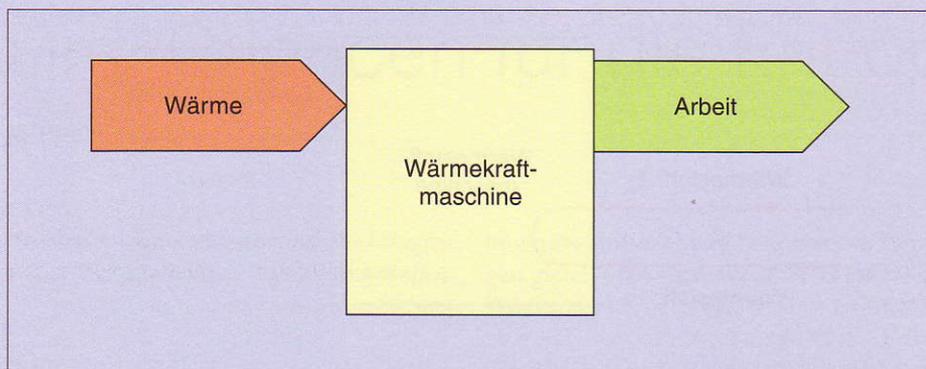


Abb. 2: Eine Wärmekraftmaschine wandelt ankommende Wärme in Arbeit um.

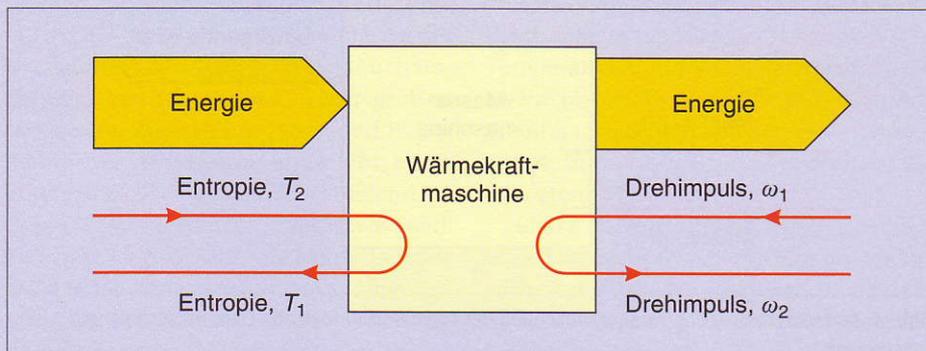


Abb. 3: Energieumlader-Diagramm der Wärmekraftmaschine

Gebrauch im täglichen Leben steht. Selbstverständlich sagt jeder, das Wasser einer Wärmflasche enthalte umso mehr Wärme, je höher die Temperatur ist – es sei denn, er ist Physiker. Der weiß, dass man diesen Satz nicht sagen darf. Die Änderung der Bedeutung des Wortes ‚Wärme‘ in der Physik kann man auch in einer Modifikation unseres Flussbildes verdeutlichen. Die Wärmekraftmaschine wird zum Energiewandler, sie bekommt Wärme, die sie nicht besitzen kann, und gibt Arbeit ab, die sie nicht besessen hat.¹² Da das alte Konzept der Zustandsvariable Wärme (*quantity of heat* und *calorique*) aus der Physik verschwunden war, war es auch nicht mehr möglich, Wärmebilanzen zu machen. Physiker, aber auch Chemiker und Ingenieure befanden sich nun in einer schwierigen Situation. Sie brauchten eine Größe, die den Wärmeinhalt eines Körpers angab, die aber nicht Wärme heißen durfte.

Intermezzo mit Folgen – Clausius' Entropie

Clausius (1822-1888) führte die Entropie über eine Gleichung ein, die die Änderung des Entropieinhaltes eines Körpers mit der dabei reversibel zugeführten ‚Wärme‘ (Energieaustauschform) verknüpft.

¹² Interessant ist, dass in diesem Umwandler-Diagramm die beiden einzigen Größen auftauchen, die keine Zustandsgrößen sind. Alle anderen Größen in der Physik sind Zustandsgrößen.

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}$$

Das δ -Zeichen in δQ_{rev} deutet an, dass es sich bei der reversibel absorbierten Wärme nicht um eine Zustandsvariable handelt, was sie aber sein müsste, um ΔQ_{rev} schreiben zu können. Die Entropie verliert aufgrund dieser Definition jegliche Anschauung; mit weitreichenden Konsequenzen: Wir können uns keine Anschauung von Entropiedichte machen. Wir können uns nicht vorstellen, dass Entropie strömen kann und nur schwer akzeptieren, dass Entropie gespeichert werden kann. Entropie ist zu einem der schwierigsten Konzepte der Physik geworden. Sie ist schon gar nicht einem Schuljungen zumutbar. Es wundert also nicht, wenn Callendar meint, „Eine solche Definition spricht nur Mathematiker an“ [2]. Die Wiederholung des eingangs aufgeführten Zitats des Mathematikers Heuser, „Das Konzept der Entropie ist ohne Zweifel eines der okkultesten Konzepte der Physik.“ [1] belegt indes, dass auch Mathematiker die Clausius'sche Definition nicht erhellend finden.

3. Akt – Auferstehung der Black'schen Quantity of heat und Carnot'schen Calorique

Callendar beginnt seine ‚Presidential Address‘ die den Titel „The Caloric Theory of Heat and Carnot's Principle“ trägt, mit dem vielsagenden Satz:

„Die calorische Theorie der Wärme ist jetzt schon so lange vergessen, dass sie kaum noch erwähnt wird, es sei denn als Beispiel für ursprüngliche Unwissenheit; aber sie war überhaupt nicht so unlogisch, wie sie im allgemeinen dargestellt wird.“ [2]

In seiner Publikation beweist Callendar akribisch, dass die Entropie, wie sie Clausius entwickelt hat, und die ‚Wärme‘ (*calorique*), wie sie Carnot verstanden hat, die gleichen Größen sind. Für Callendar ist die Anschaulichkeit des Carnot'schen *calorique* (= Wärme in der Umgangssprache) damit eins zu eins auf die Entropie übertragbar.

Das war der Stand im Jahr 1911. Die „Physikergemeinde“ nahm von Callendars Beweis jedoch keine Notiz. Die Thermodynamik war fertig entwickelt und es gab andere Gebiete der Physik, denen sich zuzuwenden eher lohnte. 1972 veröffentlichte G. Job sein Buch „Neudarstellung der Wärmelehre – die Entropie als Wärme“. [11]. Wie schon der Titel vermuten lässt, spricht der Autor über Entropie wie es Black über *quantity of heat* und Carnot über *calorique* getan haben. G. Falk, der die Arbeit von Job kannte, aber, wie auch Job, nicht die von Callendar, bewies 1985 erneut, was Callendar bewiesen hatte. Anders als Callendar schloss Falk in seinen Ausführungen auch Blacks Vorstellungen mit ein und kommt zum Schluss: „Entgegen weitverbreiteter Lehrmeinung handelt es bei der durch Clausius eingeführten Entropie keineswegs um eine neue Größe der Physik, sondern um die Rekonstruktion einer viel älteren Größe, nämlich der hundert Jahre früher von dem schottischen Chemiker Black konzipierten *quantity of heat*. Dieselbe Größe benutzte Carnot [1824] unter dem Namen *calorique* in seiner berühmten Abhandlung, in der er die Grundlagen der Thermodynamik entwickelte. Dass Entropie und Wärmemenge (im Sinne Blacks) lediglich zwei verschiedene Namen für dieselbe Größe sind, ist nicht nur für die Geschichte der Physik von Bedeutung, sondern sollte es vor allem für die Didaktik sein – besagt es doch, dass die Entropie anschaulich verstanden werden kann als Menge der Wärme. Diese wie eine Art Substanz betrachtete Wärme befolgt einen halben Erhaltungssatz: Sie kann zwar erzeugt, aber nicht vernichtet werden.“ [4]

Abb. 3 zeigt eine letzte Modifikation des Wärmekraftmaschinen-Diagramms. Die Wärmekraftmaschine (WKM) bekommt Energie mit dem Träger Entropie und lädt sie auf den Träger Drehimpuls um. Die Entropie kommt bei der höheren Temperatur T_2 an und verlässt die WKM bei der niedrigen-

ren Temperatur T_1 . Auf der anderen Seite kommt der Drehimpuls bei einer niedrigeren Winkelgeschwindigkeit ω_1 in die WKM und verlässt sie wieder bei einer höheren Winkelgeschwindigkeit ω_2 . [12] Die Entropie hat ihre dritte Chance so eingeführt zu werden, dass sie jedes Schulmädchen und jeder Schuljunge verstehen kann. Ob auch diese Chance vertan oder doch genutzt wird, wird die Zukunft zeigen.

Literatur

[1] H. Heuser: *Unendlichkeiten*, Teubner Verlag, Wiesbaden 2008

[2] H. L. Callendar: *The Caloric Theory of Heat and Carnot's Principle*, Proc. Phys. Soc. London, 23 (1911) 153

[3] J. Black: *Lectures on the Elements of Chemistry*, J. Robinson ed., Edinburgh

[4] G. Falk: *Entropy, a resurrection of caloric – a look at the history of thermodynamics*, Eur. J. Phys. 6 (1985)

[5] S. Carnot: *Betrachtungen über die bewegende Kraft des Feuers*, 1824. Übersetzt und herausgegeben von W. Ostwalds Klassiker Band 37, Reprint der Bände 37, 180, 99 (2003)

[6] S. Carnot: *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, Bachelier, Paris 1824

[7] G. Falk: *Physik, Zahl und Realität*, Birkhäuser, Basel 1990

[8] M. Pohlig: *Antrieb und Wärmebilanz bei Phasenübergängen*, PdN-PhiS 2/55 (2006)

[9] P. A. Tipler: *Physics for science and Engineers*, Palgrave Macmillan 2003

[10] R. Clausius: *Über die bewegende Kraft der Wärme* (1850). Ostwalds Klassiker Band 37 Reprint der Bände 37, 180, 99. 2003

[11] G. Job: *Neudarstellung der Wärmelehre – die Entropie als Wärme*, Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt a. M. 1972

[12] F. Herrmann: *Der Karlsruher Physikkurs, Ein Lehrbuch für den Unterricht in der Sekundarstufe 1, Teil 1*, 6. Auflage, Aulis Verlag Deubner, Köln 2003

Anschrift des Verfassers

StD Michael Pohlig,
Wilhelm-Hausenstein-Gymnasium,
Weißenburger Str. 42, 76448 Durmersheim,
E-Mail: michael@pohlig.de

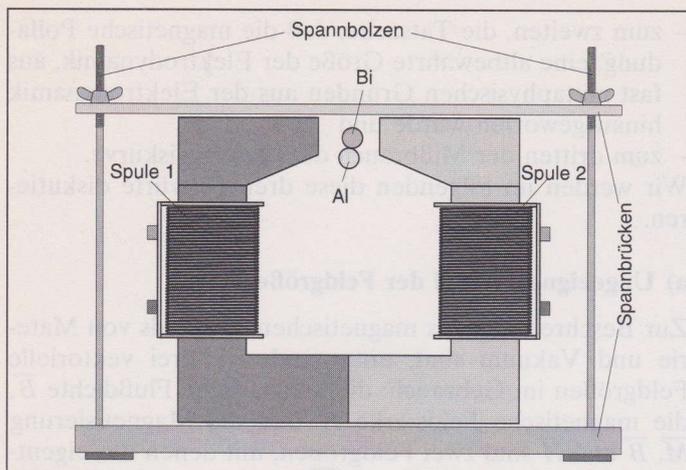


Abb. 12: Skizze zum Aufbau des Experiments zu Erscheinungen des Para- und Diamagnetismus

In der Skizze sind die Ausgangspositionen der Materialproben dargestellt. Die Experimente mit den Proben werden nacheinander ausgeführt. Sp 1/Sp 2 = 1500 Wdg, parallel geschaltet an $U_{\text{N}} = 20 \text{ V}$ oder Sp 1/Sp 2 = 750 Wdg, in Reihe geschaltet an $U_{\text{N}} = 22 \text{ V}$. Wichtiger Hinweis: Polarität der Spulen beachten, da ansonsten sich die Magnetfelder überlagern, Pendellänge mindestens 60 cm, nach oben unbegrenzt (in der Regel bestimmt das Stativmaterial die Pendellänge), die Materialproben haben einen Durchmesser von etwa 8 mm und eine Dicke von etwa 5 mm.

Die Experimente für Aluminium und Wismut werden nach der Justierung (siehe Abb. 12 und 13) nacheinander durchgeführt.

Beobachtung:

Die Wismut-Probe wird aus dem Magnetfeld herausgestoßen (Diamagnetismus).

Die Aluminium-Probe wird in das Magnetfeld hineingezogen (Paramagnetismus).



Abb. 13: Foto der Experimentieranordnung entsprechend Abb. 12

Hinweis:

Polschuhe werden verwendet, da es auf ein inhomogenes Magnetfeld ankommt. In der Regel bestimmt das vorhandene Stativmaterial die Pendellänge, sie sollte mindestens 60 cm betragen. Eine möglichst lange Aufhängung sollte benutzt werden, da die auftretenden Kräfte sehr klein sind (Kompensation des Pendelkörpergewichts).

Beim Einschaltvorgang entstehen im Pendelkörper Wirbelströme, die bei der Aluminium-Probe zunächst zu einem kurzzeitigen, entgegengesetzten Ausschlag führen.

Anschrift der Verfasser:

Prof. Dr. Hans Erich Riedel, Dr. Heike Marchand, Jürgen Hölting, Universität Rostock, Fachbereich Physik, Universitätsplatz 3, 18051 Rostock

Magnetische Eigenschaften von Materialien im Unterricht

F. Herrmann

1 Defizite beim Verständnis des Magnetismus

Unsere Schülerinnen und Schüler haben im Physikunterricht ihre erste Begegnung mit dem Feldbegriff im Zusammenhang mit dem Magnetismus, genauer: bei der Untersuchung der Eigenschaften von Dauermagneten. Die Phänomene, die wir betrachten, sind sehr deutlich, die Kräfte sind groß, die Experimente sind so, daß sie jeder Schüler selbst machen kann, das Thema ist interessant. Um so merkwürdiger ist es, daß das Wissen über Magnete und magnetische Erscheinungen nach der Behandlung

des Magnetismus auffällig gering ist [1]. Die Schwierigkeiten beim Umgang mit dem Magnetismus sind aber durchaus nicht auf Schüler und Studenten beschränkt. Auch was unsere Schulbücher zu dem Thema sagen, ist nicht immer korrekt.

So findet man oft unrichtige Aussagen darüber, wo sich bei einem Dauermagneten die Pole befinden. Tatsächlich liegen die Pole eines homogen magnetisierten Stabmagneten an den Endflächen. In einigen unserer Schulbücher wird gesagt, daß sich die Pole dort befinden, wo Eisenfeilspäne hängenbleiben. Eisenfeilspäne bleiben nun aber nicht nur an den Stirnflächen, sondern auch an den Seiten

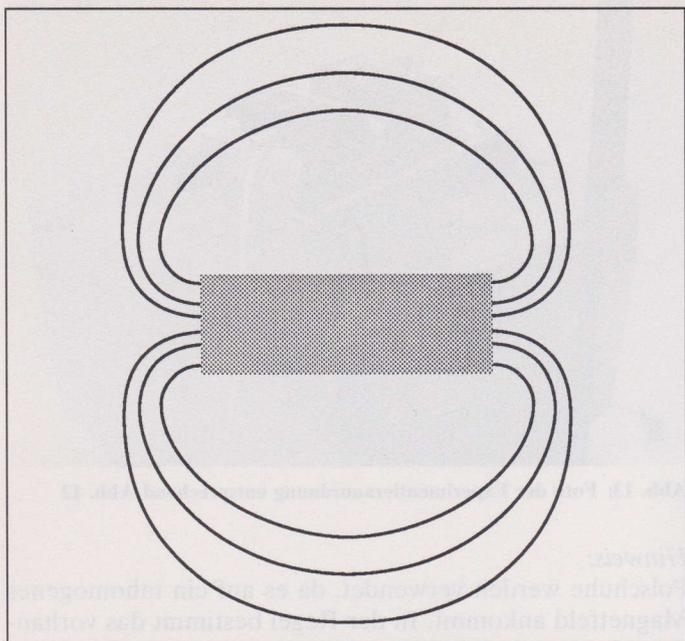


Abb. 1: Unrichtiges Feldlinienbild wie man es in vielen Schulbüchern findet. Die Feldlinien sollten nicht nur nach außen weglaufen. Außerdem sollten sie nicht auf den Stirnflächen senkrecht stehen. Vergleiche mit Abb. 3c

des Magneten, bis zur Mitte hin, hängen. (Eisenspäne bleiben nicht nur dort hängen wo der Magnet seine Pole hat.) Den Schülern wird damit suggeriert, auch die Pole würden sich bis zur Mitte hin ziehen. Durch die unglückliche Farbgebung von Magneten, die von Lehrmittelfirmen vertrieben werden, wird dieser falsche Eindruck noch verstärkt.

Ein anderer Fehler, den man in Schulbüchern häufig antrifft, hat mit den Feldlinienbildern von Dauermagneten zu tun. Abbildung 1 zeigt ein typisches Beispiel. Hieran ist auszusetzen, daß die Feldlinien nur von den Stirnflächen weg nach außen laufen. Tatsächlich nimmt aber die Feldliniendichte nach innen hin zu. Außerdem werden die Feldlinien oft so gezeichnet, daß sie orthogonal auf den Stirnflächen stehen. Auch das ist nicht richtig. Eine Feldlinienverteilung, wie sie Abb. 1 zeigt, ist prinzipiell nicht realisierbar.

Man mag entgegenen, es handele sich hier um qualitative Darstellungen, und dabei komme es doch auf solche Details nicht an. Man bedenke aber, daß es genauso einfach gewesen wäre, ein richtiges Feldlinienbild zu zeichnen.

2 Ursachen der Probleme

Wenn man nach dem Schuldigen für die Probleme sucht, die Schüler, aber auch noch Physikstudenten mit der Magnetostatik haben, führt die Spur nicht einfach in die Lehrbücher der Schule, sondern sie geht weiter bis in die Elektrodynamikvorlesung an der Universität, oder bis in die Lehrbücher der Hochschulen. Dem, was dort gelehrt wird, sind die Vorwürfe zu machen. Unsere Kritik an den Hochschulbüchern bezieht sich auf drei verschiedene Dinge:

- zum ersten ist den meisten Hochschulbüchern eine ungeeignete Wahl der Größen, mit denen das Feld beschrieben wird, vorzuwerfen,

- zum zweiten, die Tatsache, daß die magnetische Polladung, eine altbewährte Größe der Elektrodynamik, aus fast metaphysischen Gründen aus der Elektrodynamik hinausgeworfen wurde und

- zum dritten der Mißbrauch der Hysteresiskurve.

Wir werden im folgenden diese drei Vorwürfe diskutieren.

a) Ungeeignete Wahl der Feldgrößen

Zur Beschreibung des magnetischen Zustands von Materie und Vakuum sind, unter anderen, drei vektorielle Feldgrößen im Gebrauch: die magnetische Flußdichte \vec{B} , die magnetische Feldstärke \vec{H} und die Magnetisierung \vec{M} . \vec{B} und \vec{H} sind zwei Feldgrößen, mit denen das eigentliche Feld beschrieben wird, \vec{M} beschreibt den Magnetisierungszustand der Materie, die Ausrichtung der elementaren, atomaren Magnete. Bei einem Dauermagneten ist sie vom Hersteller in das Material eingeprägt worden.

Die drei Größen sind nicht unabhängig voneinander, sondern verknüpft über die Beziehung:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (1)$$

Man kann also im Prinzip auf eine der drei Feldgrößen \vec{M} , \vec{B} oder \vec{H} verzichten. Jede von ihnen läßt sich als Linearkombination der beiden anderen schreiben.

Nun ist aber in bestimmten Bereichen der Elektrodynamik die eine oder die andere dieser Größen besonders praktisch. So lassen sich Induktionsvorgänge besonders bequem mit dem \vec{B} -Feld und dem \vec{M} -Feld beschreiben. Wir werden zeigen, daß in der Magnetostatik hingegen die magnetische Feldstärke \vec{H} besonders bequem ist. Es ist hier also zweckmäßiger, \vec{H} und \vec{M} zu verwenden. Nun werden aber unsere Studenten fast durchweg so erzogen, daß sie überall, also auch in der Magnetostatik, mit der Flußdichte \vec{B} operieren.

Wir wollen begründen, warum \vec{H} in der Magnetostatik so vorteilhaft ist. Bekanntlich ist immer

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (2)$$

in Worten: Die \vec{B} -Feldlinien sind immer geschlossen. Daraus folgt mit (1):

$$\mu_0 \operatorname{div} \vec{H} = -\operatorname{div} \vec{M}, \quad (3)$$

in Worten: Wo das \vec{M} -Feld Quellen hat, hat das \vec{H} -Feld Senken, und wo das \vec{M} -Feld Senken hat, hat das \vec{H} -Feld Quellen. Nun ist die Magnetisierung \vec{M} häufig bekannt und damit auch die Quellen und Senken von \vec{M} . Die Quellen und Senken von \vec{M} sind aber genau das, was man als die Dichte der magnetischen Polladung ρ_m bezeichnet:

$$\operatorname{div} \vec{M} = -\rho_m$$

Damit können wir Gleichung (3) auch so schreiben:

$$\operatorname{div} \vec{H} = \rho_m / \mu_0 \quad (4)$$

Diese Gleichung hat dieselbe Struktur wie die aus der Elektrostatik bekannte Gleichung

$$\operatorname{div} \vec{E} = \rho_e / \epsilon_0$$

wo \vec{E} die elektrische Feldstärke und ρ_e die elektrische Ladungsdichte ist.

Gleichung (4) ist nun sehr hilfreich beim Bestimmen von Feldlinienverläufen. Es ist viel einfacher, mit Hilfe von Gleichung (4) die \vec{H} -Linienverteilung zu bestimmen, als mit Gleichung (2) die Verteilung der \vec{B} -Linien. Zu wissen, daß Feldlinien geschlossen sind, wie es Gleichung (2) lehrt, ist in der Magnetostatik nicht so hilfreich wie zu wissen wo sich die Quellen und die Senken eines Feldes befinden.

Das ist auch einer der Gründe dafür, daß sich unsere Studenten in der Elektrostatik so viel besser auskennen als in der Magnetostatik. Im allgemeinen sind in der Elektrostatik die Quellen und die Senken des Feldes gegeben. Daraus ist der Feldlinienverlauf leicht zu bestimmen, wenn man Gebrauch davon macht, daß die elektrischen Feldlinien an elektrischen Ladungen beginnen und enden.

Tatsächlich haben nun magnetostatische Probleme dieselbe Struktur wie elektrostatische, wenn man sie mit der Feldstärke \vec{H} formuliert. In der Magnetostatik ist im allgemeinen die Magnetisierung vorgegeben. Damit liegen die Quellen und Senken des \vec{H} -Feldes fest, und um den Feldlinienverlauf zu bestimmen, kann man Gleichung (4) verwenden.

Unsere erste Empfehlung lautet daher: Man benutze in der Magnetostatik die magnetische Feldstärke \vec{H} .

Wir werden sehen, wie einfach es wird, wenn man diese Regel beherzigt. Zunächst aber noch zu unseren anderen Vorwürfen an die Behandlung des Magnetismus an der Universität.

b) Die magnetische Ladung

Die magnetische Polladung ist ein schönes Beispiel einer mengenartigen Größe. Es gibt kaum eine andere mengenartige Größe, mit der man so gut experimentieren kann. Der experimentelle Umgang mit magnetischer Ladung ist zum Beispiel viel bequemer als der mit der elektrischen Ladung. Wie die elektrische Ladung, so ist auch die magnetische Ladung eine extensive Größe, die zwei Vorzeichen annehmen kann. Diese Eigenschaft, an der die Schüler sehr viel lernen könnten, läßt man nun völlig ungenutzt, ja man verschleierte sie durch eine ungeschickte Benennung der Pole. Statt zu sagen, daß jeder Magnet, egal wie kompliziert seine Polverteilung ist, stets gleich viel positive und negative magnetische Ladung trägt, verwendet man umständliche und wenig präzise Formulierungen, in denen die positiven Werte ein und derselben Größe einen anderen Namen, nämlich Nord, bekommen als die negativen, die man mit Süd bezeichnet. Selbstverständlich wird dabei gar nicht klar, daß es sich hier überhaupt um eine physikalische Größe handelt.

Die magnetische Polladung ist eine Größe, die in vielen älteren Texten der Elektrodynamik zu finden ist. Sie ist aus den meisten Lehrbüchern verschwunden auf Grund eines Mißverständnisses. Das Argument, sie nicht zu verwenden ist, daß es diese Größe überhaupt nicht gebe, denn, so wird argumentiert, es gibt ja keine isolierten Magnetpole. Tatsächlich hat das eine mit dem anderen nichts zu tun. Von einer physikalischen Größe kann man prinzipiell nicht sagen, ob es sie gibt oder nicht. Physikalische Größen sind vom Menschen erfundene Werkzeuge zur Beschreibung der Natur. Die Frage kann daher nur sein, ob die Größe zweckmäßig ist oder nicht.

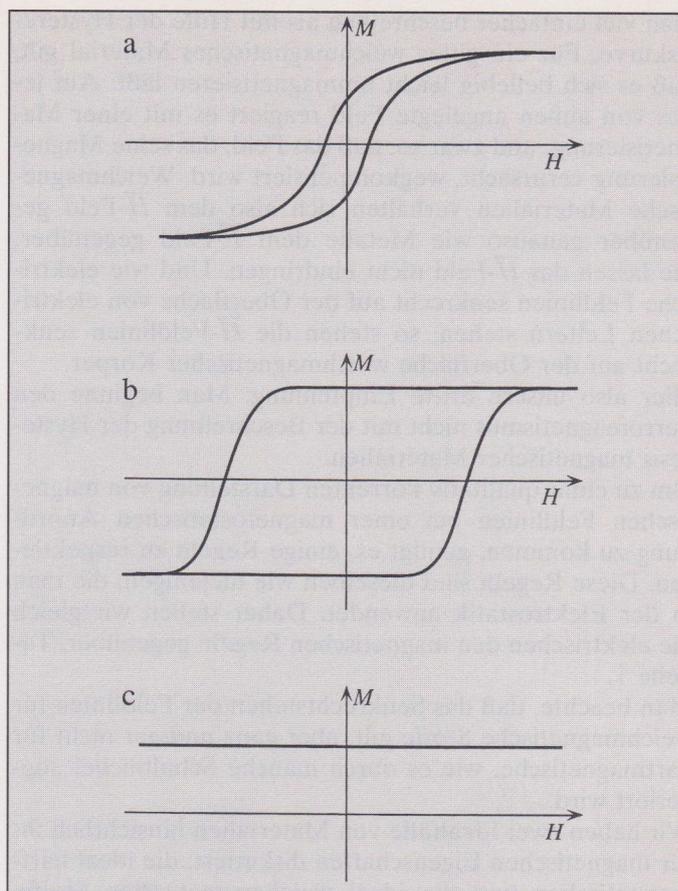


Abb. 2: Hysteresiskurven verschiedener Materialien. (a) Das Material ist weder sehr hart- noch sehr weichmagnetisch. (b) Das Material ist recht hartmagnetisch. (c) Modernes hartmagnetisches Material: Die Magnetisierung ist vom äußeren Feld unabhängig

Unsere zweite Empfehlung lautet daher: Statt mit „Nordpol“ und „Südpol“ kennzeichne man Dauermagnete durch die Verteilung der magnetischen Ladung.

c) Mißbrauch der Hysteresiskurve

Jeder fortgeschrittene Kurs über magnetische Eigenschaften der Materie diskutiert die Hysteresiskurve. Nun bringt aber die Hysteresiskurve gerade die Unvollkommenheiten magnetischer Materialien zum Ausdruck. Die Hysteresisschleife von Abb. 2a etwa, beschreibt ein Material, das für die Herstellung eines Dauermagneten sehr ungeeignet ist: Schon bei schwachen äußeren Feldern würde ein solcher Magnet seine Magnetisierung verlieren oder gar umgepolt. Für einen besseren Dauermagneten sieht der \vec{M} - \vec{H} -Zusammenhang so aus, wie es Abb. 2b zeigt. Heutzutage ist nun aber die Magnetisierung von Dauermagneten praktisch ganz unabhängig von der Feldstärke, der \vec{M} - \vec{H} -Zusammenhang sieht so aus wie es Abb. 2c zeigt.

Selbstverständlich kann man auch bei einem solchen modernen Magneten die Magnetisierung mit Gewalt ändern. Das heißt aber einfach, man macht den Magneten kaputt. Auch eine Feder ist keine Hookesche Feder mehr, wenn man sie überdehnt. Und auch die Feder zeigt einen Hysteresiseffekt. Trotzdem beginnt man im Mechanikunterricht die Behandlung der Feder nicht damit, daß man sie überdehnt.

Nicht nur die modernen hartmagnetischen Materialien, sondern auch die weichmagnetischen Materialien kann

man viel einfacher beschreiben als mit Hilfe der Hysteresis-Kurve. Für ein gutes weichmagnetisches Material gilt, daß es sich beliebig leicht ummagnetisieren läßt. Auf jedes von außen angelegte Feld reagiert es mit einer Magnetisierung, und zwar so, daß das Feld, das seine Magnetisierung verursacht, weggemittelt wird. Weichmagnetische Materialien verhalten sich also dem \vec{H} -Feld gegenüber genauso wie Metalle dem \vec{E} -Feld gegenüber: Sie lassen das \vec{H} -Feld nicht eindringen. Und wie elektrische Feldlinien senkrecht auf der Oberfläche von elektrischen Leitern stehen, so stehen die \vec{H} -Feldlinien senkrecht auf der Oberfläche weichmagnetischer Körper. Hier also unsere dritte Empfehlung: Man beginne den Ferromagnetismus nicht mit der Beschreibung der Hysteresis magnetischer Materialien.

Um zu einer qualitativ korrekten Darstellung von magnetischen Feldlinien bei einer magnetostatischen Anordnung zu kommen, genügt es, einige Regeln zu respektieren. Diese Regeln sind dieselben wie diejenigen, die man in der Elektrostatik anwendet. Daher stellen wir gleich die elektrischen den magnetischen Regeln gegenüber, Tabelle 1.

Man beachte, daß das Senkrechtstehen der Feldlinien für weichmagnetische Stoffe gilt, aber ganz und gar nicht für hartmagnetische, wie es durch manche Schulbücher suggeriert wird.

Wir haben zwei Idealfälle von Materialien hinsichtlich ihrer magnetischen Eigenschaften diskutiert: die ideal hartmagnetischen und die ideal weichmagnetischen Stoffe. Einen dritten Idealfall stellen natürlich noch die Stoffe dar, die nicht magnetisiert und nicht magnetisierbar sind: die weitaus meisten Stoffe überhaupt, also etwa Kupfer, Aluminium, Glas, Kunststoffe ...

Selbstverständlich gibt es auch alle Zwischenformen zwischen diesen drei Idealtypen. Um diese Zwischenformen genau zu charakterisieren, braucht man die Hysteresis-Kurve. Die Tatsache, daß ein Stoff nicht ganz hartmagnetisch ist, daß man ihn also auch ummagnetisieren kann, kann man aber qualitativ auch leicht ohne die Angabe der Hysteresis-Kurve beschreiben. Um zu zeigen, daß man eine Feder überdehnen kann, braucht man schließlich auch nicht die mechanische Hysteresis-Kurve der Feder zu diskutieren.

3 Der Stabmagnet

Wir wollen die im vorigen Abschnitt formulierten Regeln benutzen, um die Feldlinien eines Stabmagneten zu zeichnen.

Tab. 1: Regeln für das Zeichnen von Feldlinienbildern

Elektrische Feldlinien beginnen und enden auf elektrischen Ladungen.	Magnetische Feldlinien beginnen und enden auf magnetischen Ladungen (dort wo die Magnetisierungslinien enden bzw. beginnen).
Elektrische Feldlinien kreuzen sich nicht und haben (außer an Grenzflächen) keine Knicke.	Magnetische Feldlinien kreuzen sich nicht und haben (außer an Grenzflächen) keine Knicke.
Das Innere von elektrischen Leitern ist \vec{E} -feldfrei.	Das Innere von weichmagnetischen Stoffen ist \vec{H} -feldfrei.
Die \vec{E} -Feldlinien stehen auf elektrischen Leitern senkrecht.	Die \vec{H} -Feldlinien stehen auf weichmagnetischen Materialien senkrecht.

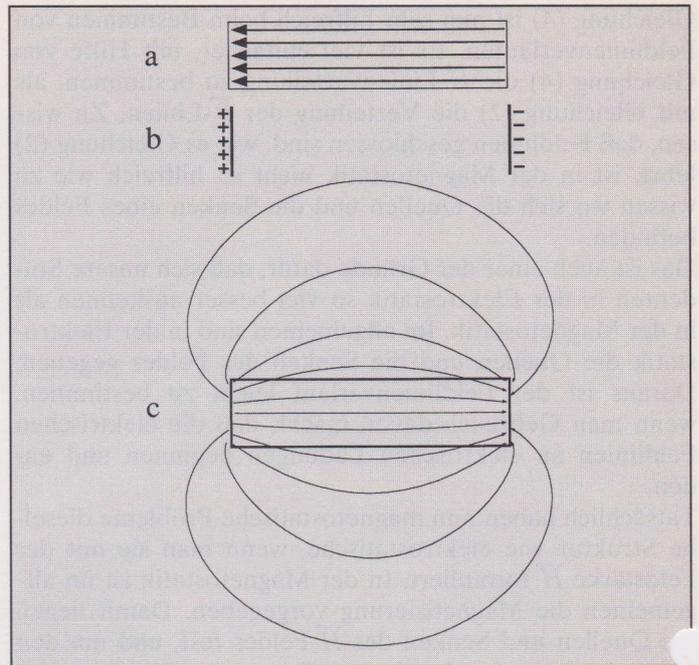


Abb. 3: (a) Magnetisierung eines Stabmagneten. (b) Die Quellen des \vec{H} -Feldes sind genauso verteilt wie die Quellen des \vec{E} -Feldes von zwei nichtleitenden Platten, die homogen elektrisch geladen sind. (c) \vec{H} -Feldverteilung eines Stabmagneten

nen. Wir betrachten als vorgegeben die Magnetisierung. Woher weiß man aber, wie die Magnetisierung aussieht? Wir haben den Magneten ja gekauft, mit der Erwartung, daß die Pole an den Endflächen liegen. Wenn die Pole anders lägen, würden wir uns beim Hersteller beschweren.

Wir benutzen nun die Tatsache, daß die Pole die Quellen des \vec{H} -Feldes sind.

Abbildung 3a zeigt einen Stabmagneten, zusammen mit seinem \vec{M} -Feld. Das Feld ist im Innern des Magneten homogen, außerhalb ist die Magnetisierung null. Dies ist die Vorgabe des Problems. Gleichung (3) sagt uns nun, daß die Quellen bzw. Senken des \vec{H} -Feldes die Stirnflächen des Stabes sind. Die Aufgabe, die \vec{H} -Feldlinien zu bestimmen, ist nun dieselbe wie die, die \vec{E} -Feldlinien der Anordnung von Abbildung 3b zu bestimmen: Zwei nichtleitende Platten sind homogen elektrisch geladen. Abbildung 3c zeigt die Lösung. Man sieht: Die Feldlinien, die seitlich aus dem Stabmagneten austreten, kommen von den Polen an den Stirnflächen, und nicht etwa von Polen, die an den seitlichen Oberflächen sitzen – wie es manche Lehrbücher glauben machen. Und es ist normal, daß hier an den Seiten Eisenspäne hängenbleiben, auch wenn dort keine Pole sind.

4 Supraleiter

Außer den drei Idealfällen oder Extremfällen „unmagnetisch“, „hartmagnetisch“ und „weichmagnetisch“ gibt es noch eine vierte Klasse von magnetisch idealen Stoffen: die Supraleiter. Ideal in unserem Sinne sind nur diejenigen Supraleiter, die in der Meissnerphase vorliegen. Wenn wir im folgenden von Supraleitern sprechen, so meinen wir nur diese.

Supraleiter haben interessanterweise eine Ähnlichkeit mit weichmagnetischen Stoffen. Wie diese lassen sie das

magnetische Feld nicht in sich eindringen. Um das zu erreichen, benutzen sie aber einen anderen Trick. Erinnern wir uns noch einmal: Ein Stück Weicheisen bildet an seiner Oberfläche magnetische Pole, und zwar gerade so, daß deren Feld das Feld, das eigentlich eindringen wollte, gerade kompensiert.

Der Supraleiter macht es anders: Bringt man ihn in ein äußeres Feld, so bildet er an seiner Oberfläche elektrische Ströme, und zwar wieder so, daß das magnetische Feld, das eigentlich in seinem Innern herrschen würde, wegkompensiert wird.

Bei weichmagnetischen Stoffen hat das Wegkompensieren eine deutliche Konsequenz für das Magnetfeld außerhalb des Materials: Die Feldlinien stehen senkrecht auf der Oberfläche.

Bei Supraleitern ist die Konsequenz genauso deutlich, aber anders: Die Feldlinien an der Oberfläche des Materials liegen parallel zur Oberfläche.

In Tabelle 2 sind noch einmal die Eigenschaften der vier idealen Materialien miteinander verglichen.

Genauso, wie das Senkrechtstehen bei den weichmagnetischen Stoffen uns dabei hilft, Feldlinienbilder qualitativ zu zeichnen, so hilft uns auch das Parallelsein beim Supraleiter, Feldlinienbilder zu zeichnen in Situationen, in denen Supraleiter zugegen sind.

5 Ein Beispiel

Wir diskutieren ein einfaches Beispiel aus der Elektrostatik, zusammen mit seinen diversen Analoga.

Ein kleiner elektrisch geladener Körper befindet sich in einem gewissen Abstand von einer Metallplatte. Unter Verwendung der Regeln von Abschnitt 2 findet man das Feldlinienbild, Abb. 4a.

Man erhält dasselbe Feldlinienbild, wenn man statt der Metallplatte eine „Spiegelladung“ anbringt, Abb. 4b: Man stellt sich die Metallplatte als Spiegel vor und bestimmt so den Ort der Spiegelladung. Der Betrag der Spiegelladung ist gleich dem der ursprünglich vorhandenen Ladung, das Vorzeichen entgegengesetzt. Das Feld von Ladung und Spiegelladung ist nun im oberen Halbraum identisch mit dem Feld der Anordnung, die aus einer einzigen Ladung und der Metallplatte besteht.

Die analogen magnetostatischen Probleme zeigen die Abbildungen 4c und 4d. Ein einzelner Magnetpol befindet sich in einem gewissen Abstand von einer ausgedeh-

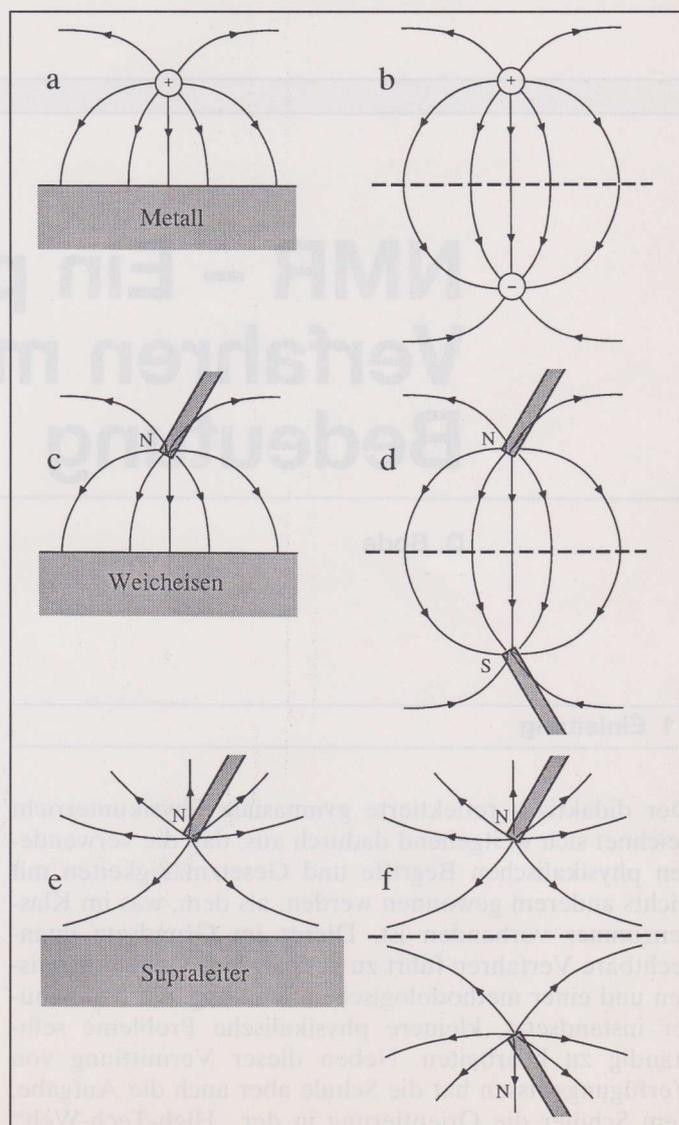
ten Weicheisenplatte, Abb. 4c. Das Feld ist dasselbe, wie wenn man statt der Platte eine magnetische Spiegelladung anbringen würde, Abb. 4d.

Wir ersetzen nun die Weicheisenplatte durch eine supraleitende Platte. Während die Feldlinien vorher senkrecht auf der Platte standen, liegen sie jetzt parallel. Das Feld zeigt Abb. 4e. Auch hier wirkt nun die Platte wie ein Spiegel. Nur müssen wir die Platte nicht durch eine magnetische Ladung entgegengesetzten, sondern gleichen Vorzeichens ersetzen, Abb. 4f.

6 Dia- und Paramagnetismus

Bekanntlich werden bei einer fortgeschrittenen Behandlung des Magnetismus in Materie außer dem Ferromagnetismus noch der Diamagnetismus und der Paramagnetismus

Abb. 4: (a) Ein kleiner elektrisch geladener Körper befindet sich über einer Metallplatte. (b) Die Metallplatte wurde durch eine elektrische Spiegelladung entgegengesetzten Vorzeichens ersetzt. Das Feldlinienbild im oberen Halbraum bleibt gleich. (c) Ein Magnetpol befindet sich über einer Weicheisenplatte. (d) Die Weicheisenplatte wurde durch eine magnetische Spiegelladung entgegengesetzten Vorzeichens ersetzt. Das Feldlinienbild im oberen Halbraum bleibt gleich. (e) Ein Magnetpol befindet sich über einer supraleitenden Platte. (f) Die supraleitende Platte wurde durch eine magnetische Spiegelladung gleichen Vorzeichens ersetzt. Das Feldlinienbild im oberen Halbraum bleibt gleich



Tab. 2: Vier Idealtypen magnetischer Materialien

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. nichtmagnetisierbare Stoffe: | Feld dringt ein
Feldlinien bilden mit Oberfläche beliebigen Winkel
keine Magnetisierung |
| 2. hartmagnetische Stoffe: | Feld dringt ein
Feldlinien bilden mit Oberfläche beliebigen Winkel
unveränderliche Magnetisierung |
| 3. weichmagnetische Stoffe: | innen feldfrei
Feldlinien orthogonal zu Oberfläche
veränderliche Magnetisierung |
| 4. supraleitende Stoffe: | innen feldfrei
Feldlinien parallel zu Oberfläche
keine Magnetisierung |

netismus diskutiert. Para- und Diamagnetismus sind Effekte die um mehrere Größenordnungen geringer sind, als die vorher angesprochenen.

Effekte dieser kleinen Größenordnung gibt es in der Physik unzählige, und die meisten davon werden im Unterricht der allgemeinbildenden Schulen nicht behandelt. Sie sind zu unwichtig, verglichen mit anderen größeren Effekten.

7 Schlußbemerkung

Wir haben vorgeschlagen, die Magnetostatik in Analogie zur Elektrostatik zu behandeln.

Das bedeutet zum einen, daß man die Polverteilung nicht nur, wie es üblich ist, qualitativ beschreibt, sondern, mit Hilfe der Größe „magnetische Ladung“ auch quantitativ. So läßt sich eine fundamentale Eigenschaft jedes Magneten sehr einfach beschreiben: Die gesamte magnetische Ladung ist null.

Zum anderen erfordert die analoge Behandlung von Elektrostatik und Magnetostatik, daß man zur Beschreibung des magnetischen Zustands von Feld und Materie nicht die Vektorgrößen \vec{B} und \vec{M} , sondern \vec{H} und \vec{M} benutzt. Die \vec{H} -Feldverteilung läßt sich leicht gewinnen, da

man im allgemeinen die Magnetisierung von hartmagnetischen Körpern, und damit die Quellen und Senken von \vec{H} kennt.

Wir schlagen außerdem vor, den Magnetismus der Materie nicht mit Hilfe der Hysteresis-Kurve zu beschreiben, sondern sich auf die Diskussion magnetisch idealer Stoffe zu beschränken:

- ideal hartmagnetische Stoffe (unveränderliche Magnetisierung)
- ideal weichmagnetische Stoffe (lassen kein Feld eindringen, indem sie an ihrer Oberfläche Pole bilden)
- Supraleiter (lassen kein Feld eindringen, indem sie an ihrer Oberfläche elektrische Ströme bilden).

Literatur

[1] F. Herrmann: „Teaching the magnetostatic field: Problems to avoid,“ Am. J. Phys. 59, 447–452 (1991)

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. F. Herrmann, Abteilung für Didaktik der Physik, Institut für Theoretische Festkörperphysik, Universität Karlsruhe, 76128 Karlsruhe

NMR – Ein physikalisches Verfahren mit zunehmender Bedeutung

D. Bode

1 Einleitung

Der didaktisch reflektierte gymnasiale Physikunterricht zeichnet sich weitgehend dadurch aus, daß die verwendeten physikalischen Begriffe und Gesetzmäßigkeiten mit nichts anderem gewonnen werden, als dem, was im Klassenzimmer vorhanden ist. Dieses im Grundsatz unanfechtbare Verfahren führt zu gesichertem Verfügungswissen und einer methodologischen Schulung, die den Schüler instandsetzt, kleinere physikalische Probleme selbstständig zu bearbeiten. Neben dieser Vermittlung von Verfügungswissen hat die Schule aber auch die Aufgabe, dem Schüler die Orientierung in der „High-Tech-Welt“

mit ihren vielen technischen Anwendungen naturwissenschaftlicher Erkenntnisse zu erleichtern. Eine dieser technischen Anwendungen stellt die 1945 von Purcell und Bloch entdeckte magnetische Kernresonanz (nuclear magnetic resonance, NMR) dar, die in der Medizin, der Biologie und der Chemie vielfältig angewendet wird.

Die NMR-Methode ist sowohl einer Interpretation auf der Basis der Quantenmechanik zugänglich, als auch der etwas anspruchsvolleren Behandlung mit den Mitteln der klassischen Physik. Eine erste Einführung kann sich auf die Quantelung des Drehimpulses und die Bohrsche Frequenzbedingung beschränken. Besonders einfach wird hier das Bild, wenn man sich auf die Verhältnisse bei der ^1H -NMR beschränkt.

Einige Vorschläge zur Einführung des Drucks

F. Herrmann

1 Einleitung

Wie führt man die physikalische Größe Druck ein, wie geht man mit ihr um, welche natürlichen Phänomene und welche technischen Geräte werden diskutiert?

Um mich kundig zu machen, habe ich eine Reihe von Physiklehrbüchern konsultiert, die meisten waren deutsche Schulbücher, eines war ein ausländisches Schulbuch und einige Hochschulbücher waren darunter. Überraschend an einem solchen Vergleich ist, wie einheitlich das Verfahren ist, wie gleich die Anwendungen, – so als gäbe es gar keine Alternativen.

Insbesondere sind mir auch einige Unstimmigkeiten aufgefallen, die fast durchweg anzutreffen waren. Diese sollen im vorliegenden Artikel diskutiert werden. Außerdem werden Vorschläge gemacht, die Abhilfe schaffen.

2 Kolbendruck und Schweredruck

Das Wort Druck wird gern mit einem Bestimmungswort versehen. In einigen Büchern kommt in den Überschriften das Wort selbst gar nicht vor, sondern nur ein „Kolbendruck“ oder „Stempeldruck“ und ein „Schweredruck“.

Absicht bei dieser Benennung ist offenbar, bei einem *Druckfeld* zu unterscheiden zwischen einem ortsunabhängigen Beitrag (dem Kolbendruck) und einem ortsabhängigen (dem Schweredruck). Man möchte einerseits einen Lehrsatz formulieren, demzufolge es ein Druckgleichgewicht gibt. Andererseits stellt sich aber ein solches Gleichgewicht nicht ein, wenn ein Gravitationsfeld vorhanden ist. (In diesem Fall gilt ein Gleichgewicht für eine andere Potential-Größe. Sie setzt sich zusammen aus dem Gravitationspotential und einem druckabhängigen Summanden. Ihre Bildung ist zu der des elektrochemischen Potentials analog.) Das Problem kommt also daher, daß wir zufälligerweise in einem Gravitationsfeld leben. Es ist nun aber durchaus nicht nötig, diese Komplikation schon bei der Einführung der Größe Druck auszubreiten. Der Druck ist eine lokale Größe, und es ist nicht möglich, durch eine lokale Druckmessung zwischen einem Kolbendruck, Schweredruck oder sonstigem Druck zu unterscheiden. (Tatsächlich könnte man für noch andere Druckverteilungen spezielle Namen einführen.)

Ungeschickt an dem Namen Kolbendruck ist auch, daß man homogene Druckverteilungen auch ohne Kolben er-

reichen kann, ja, daß die Existenz eines Kolbens nicht der Normalfall, sondern die seltene Ausnahme ist.

In einem Buch habe ich sogar ein *Gesetz für den Kolbendruck* gefunden. Ihm zufolge ist der Druck, den ein Kolben in einer Flüssigkeit oder in einem Gas erzeugt, an jeder Stelle gleich. Ich halte es für ungeschickt, für die Gültigkeit des Druckgleichgewichts einen Kolben verantwortlich zu machen. Das Gesetz gilt einfach in einem Raumbereich, in dem Druckdifferenzen auf Grund des Schweredrucks vernachlässigbar klein sind gegen den Gesamtdruck.

In einigen der von mir konsultierten Bücher wird gesagt, am Boden eines mit Wasser gefüllten Behälters herrsche der Schweredruck. Eine verwirrende Aussage. Der Druck hat, wie die Temperatur, aber im Gegensatz zum elektrischen Potential, einen absoluten Nullpunkt. Eine Druckmessung am Boden eines offenen Behälters ergibt einen Druckwert, der die Summe aus dem Schweredruck der Flüssigkeit und dem Luftdruck, d. h. dem Schweredruck der Luft ist. Man zieht offenbar in Gedanken immer den Luftdruck ab, oder man mißt von vornherein gar nicht den Druck, sondern die Differenz zwischen dem Druck am Boden und dem Druck der Luft. Man verlangt zu viel von den Schülern, wenn man erwartet, daß sie das durchschauen. In einem anderen der Texte, die ich gelesen habe, wurde gleich zu Anfang betont, daß man den Druck in einem Gas auch seinen Eigendruck nennt. Wenn es einen Eigendruck gibt, so müßte es auch einen Nichteigendruck geben – einen Fremddruck vielleicht?

3 Der Druck als Zustandsgröße

In mehreren Büchern wird stark betont, der Druck sei eine Zustandsgröße. Warum diese Insistenz? In jedem dieser Bücher werden doch schließlich unzählige andere Zustandsgrößen eingeführt, ohne daß diese Eigenschaft besonders erwähnt wird. Warum sollte man es auch immer wieder betonen, nur weil es gerade mal zwei Größen gibt, die keine Zustandsgrößen sind: die Arbeit und die Wärme.

4 Die Einführung des Drucks über die Kraft

In den Schulbüchern, die ich angeschaut habe, wird der Druck durchweg über die Kraft eingeführt: als Kraft pro

Fläche. Es wird betont, daß eine Kraft auf die Oberfläche der Flüssigkeit ausgeübt wird, oder daß eine Kraft auf den Boden oder die Wände des Behälters wirkt.

Nun ist die Kraft bekanntlich eine der schwierigsten Größen des Anfangsunterrichts. Die Schwierigkeiten bei der Einführung der Kraft schlagen natürlich auf die neu definierte Größe Druck durch. Die Probleme sind bekannt: Wenn der Kolben auf die Flüssigkeit von oben eine Kraft ausübt, dann übt auch der Gefäßboden von unten eine Kraft auf die Flüssigkeit aus, die Gesamtkraft ist null. Also keine Kraft? Aber trotzdem ein Druck? Gibt es vielleicht, so wie es *actio* und *reactio* gibt, auch Druck und Gegendruck?

Hier nun meine Behauptung und Erfahrung: Das Vorverständnis für den Druck ist bei den Schülern größer als für die Kraft. Es gibt beim Druck keine Probleme mit Vorzeichen oder mit *actio* und *reactio*. Wenn man sagt, ein Körper stehe unter Druck oder unter Zug, so wissen die Schüler, was gemeint ist. Führt man den Druck über die Kraft ein, so versucht man, von einer einfachen Größe eine Anschauung zu erzeugen, indem man sie auf eine schwierige zurückführt. Ich schlage vor, umgekehrt zu verfahren. Ausgehend von Druck und Zug erkläre man die Kraft, etwa so: In einem Seil wirkt eine Kraft, wenn das Seil unter Zugspannung steht.

Wie soll man aber den Druck selbst einführen? Um zu einer Anschauung vom Druck zu gelangen, appelliert man an das Vorverständnis der Schüler. Etwa so: Mit der Größe Druck beschreibt man den Zustand einer Flüssigkeit oder eines Gases. Der Druck des Wassers in der Wasserleitung ist hoch. Nachdem das Wasser herausgeflossen ist, ist er niedrig. Der Druck der Luft in einem Autoreifen ist hoch, draußen ist er niedrig. Daß der Druck der Luft an einer Stelle höher ist als an einer anderen, erkennt man daran, daß die Luft von der einen zur anderen Stelle strömt, wenn man sie nicht daran hindert.

Um den Druck zu einer meßbaren Größe zu machen, kann man dann auf die Kraft zurückgreifen, falls die Kraft vorher sorgfältig behandelt wurde. Es gibt aber durchaus auch andere Wege. Hierzu ist im Prinzip jede Beziehung geeignet, in der der Druck vorkommt, also nicht nur

$$p = \frac{F}{A}$$

Insbesondere kann man sich daran orientieren, wie man andere intensive Größen einführt. So kann man den Druck etwa metrisieren über Energie und Volumen: Bei einer (adiabatischen) Kompression gilt für den Zusammenhang zwischen Energiezufuhr dE und Volumenänderung dV :

$$dE = -p \cdot dV \quad (1)$$

ähnlich wie beim Laden eines Kondensators

$$dE = U \cdot dQ \quad (2)$$

gilt, oder beim Erwärmen eines Körpers

$$dE = T \cdot dS \quad (3)$$

Genauso, wie man über (2) die Skala der elektrischen Spannung und über (3) die absolute Temperaturskala definiert, so kann man über (1) den Druck metrisieren.

Es gibt aber noch andere Möglichkeiten, etwa diese. Wir betrachten wieder zum Vergleich die elektrische Spannung. Man könnte als Spannungseinheit die Spannung einer bestimmten Batterie, einer *Normalbatterie*, festlegen. Vielfache erzeugt man, indem man mehrere *Normalbatterien* hintereinander schaltet. Entsprechend könnte man auch als Druckeinheit diejenige Druckdifferenz festlegen, die eine *Normalpumpe* erzeugt. Durch Hintereinanderschalten solcher Pumpen erhält man Vielfache der Druckeinheit.

Schließlich noch ein drittes Verfahren: Wenn man den Druck veranschaulicht, indem man eine Druckdifferenz als einen Antrieb für einen Flüssigkeits- oder Gasstrom vorstellt (was sicher keine schlechte Methode ist), so kann man als Druckeinheit diejenige Druckdifferenz festlegen, die gebraucht wird, um in einem festgelegten Strömungswiderstand, einem Normalwiderstand, eine Stromstärke von, sagen wir, $1 \text{ cm}^3/\text{s}$ hervorzurufen. Das n -fache der Druckeinheit bekommt man, indem man einen Strom von $1 \text{ cm}^3/\text{s}$ in n hintereinander geschalteten Normalwiderständen erzeugt.

5 Die Richtungsunabhängigkeit des Drucks

Es ist, meiner Meinung nach, ungeschickt, die Richtungsunabhängigkeit oder „Allseitigkeit“ des Druckes einzuführen, als eine Eigenschaft, die der Druck prinzipiell hat. Es entsteht der Eindruck, daß der Druck von Natur aus für alle Richtungen denselben Wert hat. Wenn es in der Natur der Größe läge, so brauchte man die Tatsache aber nicht zu betonen. Wenn der Druck tatsächlich ein Skalar wäre, so wäre die Aussage, der Druck sei richtungsunabhängig, genauso überflüssig wie der, die Temperatur sei richtungsunabhängig. Tatsächlich ist aber die Erwartung durchaus nicht unvernünftig, daß der Druck *an einem Ort* richtungsabhängig ist. Diese Idee wird nun den Schülern von vornherein ausgetrieben. Ja, es wird ihnen nicht einmal die Möglichkeit gegeben, sich vorzustellen, wie denn die Welt aussähe, wenn der Druck richtungsabhängig wäre. Wie kann man aber ein Gesetz verstehen, wenn man sich eine Situation, in der es nicht gilt, nicht einmal vorstellen darf? Es wird mit keinem Wort erwähnt, was doch jeder Schüler weiß: Daß es ganz einfach ist, in einem festen Körper gleichzeitig verschiedene Drücke in verschiedenen Richtungen zu erzeugen. Die Aussage, der Druck sei ein Skalar, muß also einen Haken haben.

Mein Vorschlag lautet daher: Bevor wir die Gleichheit des Drucks in verschiedenen Richtungen in Flüssigkeiten und Gasen erarbeiten, diskutieren wir, wenigstens qualitativ, den allgemeinen Fall: daß der Druck in festen Körpern im Allgemeinen in verschiedenen Richtungen verschiedene Werte hat.

6 Der mechanische Spannungstensor

In diesem Abschnitt soll zunächst kurz zusammengefaßt werden, wie die Physik Druck und Zug in festen Körpern beschreibt. Man benutzt die lokale, tensorielle Größe *mechanische Spannung* σ .

Sie kann definiert werden über die Beziehung

$$F = \sigma \cdot A \quad (4)$$

Bei geeigneter Wahl der Richtungen der Koordinatenachsen bekommt der Spannungstensor Diagonalf orm. Wir wollen im Folgenden das Koordinatensystem so wählen, daß das der Fall ist. Gleichung (4) läßt sich dann schreiben:

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x \cdot A_x \\ \sigma_y \cdot A_y \\ \sigma_z \cdot A_z \end{pmatrix}$$

oder in Komponenten:

$$\begin{aligned} F_x &= \sigma_x \cdot A_x \\ F_y &= \sigma_y \cdot A_y \\ F_z &= \sigma_z \cdot A_z \end{aligned}$$

Worten: Es gibt drei aufeinander senkrecht stehende Richtungen, in denen im Allgemeinen je eine andere mechanische Spannung herrscht. Die drei Spannungen sind σ_x , σ_y und σ_z . Sie können positiv oder negativ sein. Positive Spannung bedeutet Druck, negative Zug. In ruhenden Flüssigkeiten und Gasen haben die drei Komponenten der mechanischen Spannung alle denselben Wert:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p$$

Man sagt, es herrsche der hydrostatische Druck p , oder auch einfach der Druck p .

Daß in einem Körper, der nicht flüssig oder gasförmig ist, an einer Stelle mehr als nur ein einziger Druck herrschen kann, weiß jeder aus seiner alltäglichen Erfahrung. Um einen solchen Zustand zu erzeugen, braucht man nur auf einen Gegenstand von zwei gegenüberliegenden Seiten zu drücken, und quer dazu an ihm ziehen. Es ist schade, daß der Physikunterricht hierzu nichts zu sagen hat. Der Grund dafür ist wohl, daß die mathematische Beschreibung eines solchen Zustands an der Universität erst gemacht wird, nachdem die Tensorrechnung in vielen Einzelheiten behandelt worden ist. Viele Studenten bekommen daher von dem Thema gar nichts mit, und für diejenigen, die es lernen, entsteht der Eindruck, man habe es mit einem außerordentlich schwierigen Problem zu tun.

Tatsächlich hat das Thema aber einen ganz elementaren Aspekt. Man erkennt es daran, daß jeder Schüler allein mit seinem alltäglichen Vorwissen mit der Erscheinung völlig korrekt umgeht. Es ist um so bedauerlicher, daß das Thema nicht behandelt wird, als es für das Verständnis unserer Lebenswelt recht wichtig ist, wichtiger als manches andere, was wir im Mechanikunterricht behandeln.

7 Die Einführung der Richtungsabhängigkeit des Drucks

Um die Richtungsabhängigkeit des Drucks einzuführen, gehe ich folgendermaßen vor: Nachdem die Begriffe Druck- und Zugspannung in Seilen und Stangen einge-

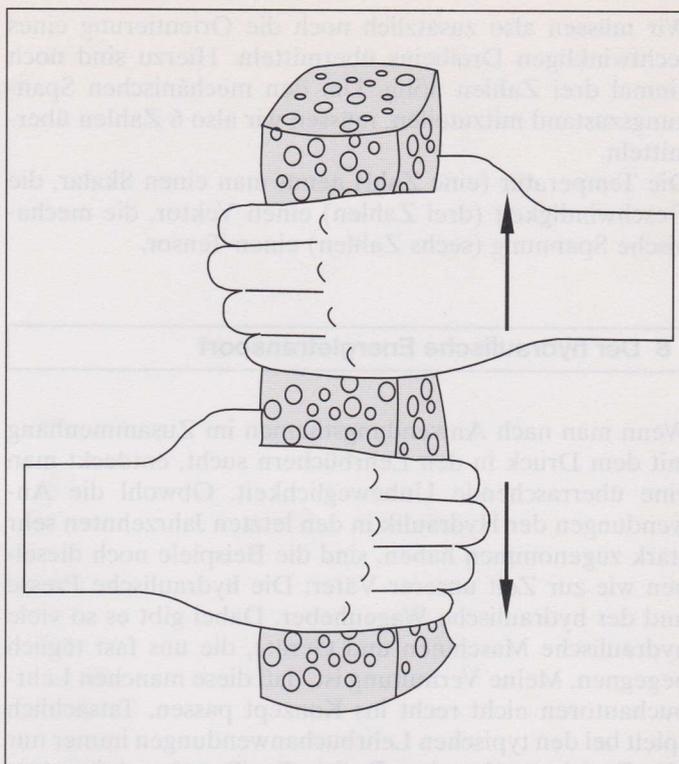


Abb. 1: Das Innere des Schwamms steht in senkrechter Richtung unter Zug-, in waagerechter unter Druckspannung

führt worden sind, stelle ich die Frage, ob es möglich ist, einen Körper gleichzeitig unter Druck- und unter Zugspannung zu setzen. Um den Schülern zu zeigen, wie es geht, nehme ich einen elastischen Gegenstand, zum Beispiel einfach den Tafelschwamm, weil man dem seinen mechanischen Spannungszustand gut ansieht. Ich drücke ihn von den Seiten und ziehe an ihm in Längsrichtung, Abb. 1. Das Innere des Schwamms spürt nun gleichzeitig Druck und Zug. Wir machen uns klar, daß man drei voneinander unabhängige Druck- bzw. Zugspannungen erzeugen kann. Wir diskutieren Beispiele dafür, daß Gegenstände in verschiedenen Richtungen unter verschiedenen Spannungen stehen: die Tischplatte, die Stuhlbeine, die Wände des Hauses, die Seile einer Hängebrücke. Wir stellen fest, daß das Material dieser Gegenstände in verschiedenen Richtungen unterschiedlich belastet wird, daß es verschieden viel aushalten muß. So wird ein waagerechter, belasteter Betonträger an seiner Unterseite in Längsrichtung stark auf Zug beansprucht. Da Beton nur relativ geringe Zugspannungen aushält, legt man Eisenarmierungen ein, die in Längsrichtung verlaufen.

Wir diskutieren auch einen formalen oder mathematischen Aspekt der Druckspannungen. Wir möchten jemandem mitteilen, wie hoch die Temperatur bei uns ist. Wieviele Zahlen müssen wir übermitteln? Eine einzige natürlich. Wir möchten jemandem mitteilen, wie die Windgeschwindigkeit ist. Wieviele Zahlen müssen wir übermitteln? Diesmal drei: die x-, die y- und die z-Komponente. Schließlich wollen wir jemandem die mechanische Spannung an einer bestimmten Stelle eines Brückenpfeilers mitteilen. Wieviele Zahlen müssen wir übermitteln? Man könnte zunächst denken, daß es wieder drei sind: die drei unabhängigen Druckwerte. Dem Empfänger fehlt aber noch etwas. Er weiß zwar, wie groß die drei Druckwerte sind, er kennt aber noch nicht die Richtungen, auf die sie sich beziehen.

Wir müssen also zusätzlich noch die Orientierung eines rechtwinkligen Dreiecks übermitteln. Hierzu sind noch einmal drei Zahlen nötig. Um den mechanischen Spannungszustand mitzuteilen, müssen wir also 6 Zahlen übermitteln.

Die Temperatur (eine Zahl) nennt man einen Skalar, die Geschwindigkeit (drei Zahlen) einen Vektor, die mechanische Spannung (sechs Zahlen) einen Tensor.

8 Der hydraulische Energietransport

Wenn man nach Anwendungsthemen im Zusammenhang mit dem Druck in den Lehrbüchern sucht, entdeckt man eine überraschende Unbeweglichkeit. Obwohl die Anwendungen der Hydraulik in den letzten Jahrzehnten sehr stark zugenommen haben, sind die Beispiele noch dieselben wie zur Zeit unserer Väter: Die hydraulische Presse und der hydraulische Wagenheber. Dabei gibt es so viele hydraulische Maschinen und Geräte, die uns fast täglich begegnen. Meine Vermutung ist, daß diese manchen Lehrbuchautoren nicht recht ins Konzept passen. Tatsächlich spielt bei den typischen Lehrbuchanwendungen immer nur ein Gesichtspunkt eine Rolle: die Transformation von Kräften.

Wenn man die größte Zahl der Anwendungen der Hydraulik charakterisieren sollte, so würde man aber heute sagen, daß dies nicht das Wesentliche ist. Die Hydraulik ist vor allem deshalb so verbreitet, weil sie eine billige und flexible Methode des Energietransports über nicht zu große Entfernungen darstellt. Vieles, was früher mit Treibriemen, Seilen und Zapfwellen angetrieben wurde, wird heute hydraulisch angetrieben.

Man wird dem Thema Hydraulik also sicher gerechter, wenn man den Energietransport in den Vordergrund stellt. Man hat damit gleichzeitig auch ein Thema, das von der Fachstruktur der Physik her gesehen, wichtig ist.

Es ist nicht schwer, eine Gleichung herzuleiten, die die Energiestromstärke P (die Leistung) in einer Hydraulikleitung zu berechnen gestattet. Man setzt

$$F = A \cdot p$$

in

$$P = v \cdot F$$

ein und erhält

$$P = v \cdot A \cdot p$$

Hier ist v die Strömungsgeschwindigkeit, A die Querschnittsfläche der Hydraulikleitung und p der Druck. Wenn man keine Skrupel hat, einen Volumenstrom I_V einzuführen (wie es die Pumpenbauer tun), kann man die Beziehung auch so schreiben:

$$P = p \cdot I_V$$

eine Beziehung, die eine große Ähnlichkeit hat mit

$$P = U \cdot I.$$

Literatur

Zu den kritisierten Lehrbüchern mache ich keine Literaturangaben, denn es ist nicht mein Ziel, spezielle Bücher oder deren Autoren zu kritisieren. Meine Einwände richten sich vielmehr gegen einige allgemein verbreitete Auffassungen. Eine Behandlung des Drucks, die die hier vorgebrachten Einwände berücksichtigt, findet man in Band 1 des Karlsruher Physik-Kurses (Kapitel 2, Kapitel 3, Abschnitt 3.8 und Kapitel 9)

Der Karlsruher Physikkurs

Bände 1, 2 und 3 für je 10,- DM und Unterrichtshilfen für 12,- DM.

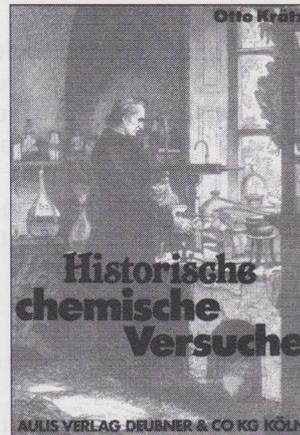
Bestellung bei

Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe, oder über: <http://www.physik.uni-karlsruhe.de/~didaktik/>

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. F. Herrmann, Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe

Historische chemische Versuche



Spannend, unterhaltsam und doch lehrreich beschreibt Otto Krätz interessante Begebenheiten aus der Chemiegeschichte und veranschaulicht sie durch 114 exakt beschriebene Experimente. Darunter sind alchemistische Versuche, Versuche mit Kältemischungen, Versuche zur Jahrmarktchemie, zur Geschichte des Rokoko, Experimente mit dem Luftballon, Arbeiten mit dem Lötrohr, Versuche mit Alkohol und zur Konservierung von Lebensmitteln. Faszinierend: das schillernde historische Umfeld.

Otto Krätz:

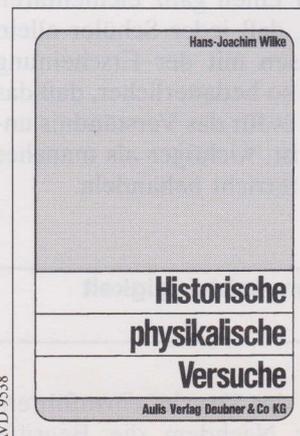
Historische chemische Versuche
Best.-Nr. 335-01123, A5, 285 S.,
85 Abb., kart., DM 29,80

Historische Versuche

Der
AULIS VERLAG
für Lehrer

AULIS VERLAG DEUBNER & CO KG
Antwerpener Straße 6-12 · D-50672 Köln
Tel. (0221) 95 14 54-20 · Fax (0221) 51 84

Historische physikalische Versuche



Dieses Buch bietet zahlreiche Anleitungen, historische physikalische Experimente mit heutigen Mitteln durchzuführen und einfache historische Experimentalgeräte nachzubauen. Darüber hinaus vermittelt das Buch einen originären Einblick in die experimentelle Arbeit großer Physiker der Vergangenheit, in die dabei aufgetretenen Probleme, die beschrittenen Lösungswege, die daraus gewonnenen Erkenntnisse. Eine Fülle von Motivationsanreizen für jeden Physikunterricht.

Hans-Joachim Wilke:

Historische physikalische Versuche
Best.-Nr. 335-01067, Format A5,
285 S., 85 Abb., geb., DM 29,80

völlig gleichberechtigt ist. Man könnte diese Festkörperphysik auch mit dem Loch abspulen und die $W(k_h)$ -Funktion zeichnen. Die Energieparabel des Valenzbandes öffnete sich dann in positiver Ordinateurichtung, die des mit Löchern fast voll besetzten Leitbandes in negativer. Solche Dualität kommt in der Natur öfter vor. Auch ein Kästchen Vakuum besitzt Zustände, deren Energie für nicht relativistische Impulse parabelförmig von k abhängt (vgl. Kap. 2, 3), sobald sie besetzt sind. Dieses Kästchen hat aber auch ein vollbesetztes Band, das um die Energie $W_d = 2m_0c^2$ unterhalb des Energieminimums $W(0) = 0$ bei $k = 0$ liegt. Hat ein Photon mindestens die Energie $W_{ph} = h \cdot \nu = 2m_0c^2$, so ein Elektron aus dem vollbesetzten Band hochgehoben werden bzw. ein Loch in dieses hinabtauchen. Die Summe der besetzten Zustände des gefüllten Bandes benimmt sich dann wie eine positive Ladung mit positiver Elektronenmasse: Es ist ein Positron entstanden.

5. Abschließende Bemerkungen

Perlschnurartig schieben sich die Elektronen, mit ihnen das eingewebte Loch, durch den k -Raum, sobald ein elektrisches Feld anliegt. In vielen Schulbüchern findet man die Vorstellung, daß dieses Durchschieben im Ortsraum passiere. Das ist falsch, denn damit käme man nicht zum richtigen Vorzeichen des Halleffektes, wie es das vorgestellte Bändermodell des k -Raumes auch tatsächlich leistet [4].

Pauliprinzip, De-Broglie-Welle und die jeder Welle eigentümliche Heisenberg-Relation reichen hin, um wesentliche Teile der Festkörperphysik bis hin zu magnetischen Eigenschaften zu elementarisieren, wobei allerdings im dreidimensionalen Fall didaktische Schwierigkeiten auftreten, die vornehmlich in der räumlichen Darstellung liegen und vom Schüler nicht zu knappes Anschauungsvermögen verlangen. Man braucht die Schrödinger-Gleichung aber nicht anzuwerfen. In der klassischen Physik stellt man ja auch nicht die Invarianz der Hamiltonfunktion bei Drehungen um die z -Achse in den Mittelpunkt der Betrachtungen, will man die Pirouette einer Eiskunstläuferin erklären.

Literatur

- [1] Kuhn, W. Physik III E Quantenphysik. Braunschweig 1976
- [2] Brachner, A. und R. Fichtner, Quantenmechanik, Hannover 1977
- [3] Schreiner, J., Physik: Anschauliche Quantenmechanik, Frankfurt/M. 1978
- [4] Harten, H.-U., Reziproker Gitter- und k -Raum – anschauliche Modelle der Quantenmechanik, PdN-Ph 1/80, S. 12–20
- [5] Kittel, Ch., Einführung in die Festkörperphysik. München 1973

Anschrift des Verfassers:

Dr. H. Nägerl, IV. Phys. Inst. d. Univ. Göttingen, Bunsenstr. 11–15, 3400 Göttingen

Ein Elementarteilchenmodell für den Unterricht zum Selbstbauen

Von Friedrich Herrmann und Andreas Köhler

1. Einleitung

Elementarteilchen haben eine große Zahl von Eigenschaften. Manche davon scheinen sich zu widersprechen. Viele dieser Eigenschaften kann man mit Hilfe von Modellen veranschaulichen. Wasserwellen stellen ein solches Modell dar. Mit ihnen kann man z. B. die Beugung von Elementarteilchen an einem Spalt simulieren. Ein anderes Modell bilden kleine Kugeln. Mit Kugeln kann man Stöße von Elementarteilchen untereinander veranschaulichen.

Jedes Modell hat Vor- und Nachteile, d. h. es veranschaulicht nur bestimmte Eigenschaften, andere aber nicht.

Hier soll ein Elementarteilchen-Modell vorgestellt werden, das die besondere Eigenschaft besitzt, auf offensichtliche Art den Begriff der Welle mit dem des Teilchens zu verknüpfen. Es zeichnet sich au-

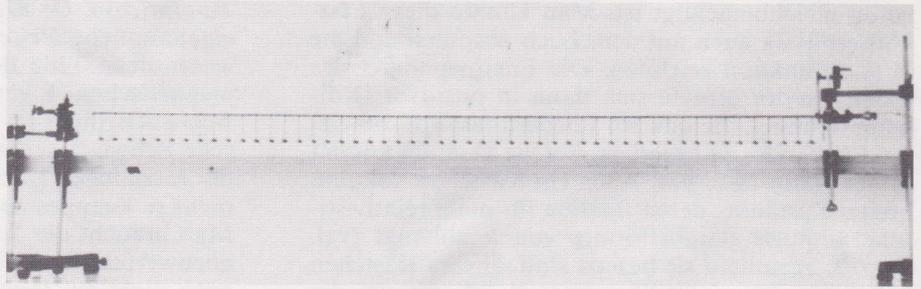
Berdem dadurch aus, daß man mit ihm außer Teilchen auch Antiteilchen, sowie Reaktionen der beiden Teilchensorten miteinander simulieren kann. Das Gerät wurde in ähnlicher Form von Scott [1] vorgeschlagen, der es zur Veranschaulichung von Lösungen der Sinus-Gordon-Gleichung benutzte.

2. Der Aufbau des Modells

Das Gerät besteht aus einer ca. 2 m langen Kette von etwa 50 Pendeln, die durch einen Gummifaden miteinander gekoppelt sind, Abb. 1.

Wir geben hier die genauen Maße einer von uns gebauten Pendelkette an, möchten aber betonen, daß die Funktionstüchtigkeit des Modells nicht von der genauen Einhaltung dieser Maße abhängt. Wichtig ist vor allem, daß sich die Pendel nur in einer Ebene bewegen können, und daß die Lagerreibung klein ist.

Abb. 1. Kette von 51 gekoppelten Pendeln



Jedes Pendel, Abb. 2, besteht aus einem 4 cm langen Röhrchen mit einem Innendurchmesser von 1,2 mm, einem 2 mm dicken, 7,5 cm langen Draht, der an das Röhrchen angelötet ist und einem kleinen Messingzylinder von 11 g, der am anderen Ende des Drahtes befestigt wurde. Die Pendel werden mit ihren Röhrchen auf einen 1,1 mm dicken Stahldraht aufgefädelt. Der Stahldraht wird zwischen 2 Halterungen aus Stativmaterial eingespannt, Abb. 3. Die unteren Enden der Pendel werden mit einem ca. 1 mm starken Gummifaden miteinander verbunden. Der Gummifaden hängt nicht durch, ist aber auch nicht gespannt. Er wird dazu einmal um jeden Pendelschaft geschlungen, und die entstandene Schlaufe wird mit einem Tropfen Klebstoff befestigt. Damit sich die Schlaufe am Pendelstiel nicht verschieben kann, wurde vorher eine kleine Kerbe in den Draht gefeilt. Aus Teilen eines Metallbaukastens wird am einen Ende der Pendelkette eine Vorrichtung aufgebaut, die es gestattet, das 1. Pendel auf bequeme Art zu verdrehen, Abb. 4.

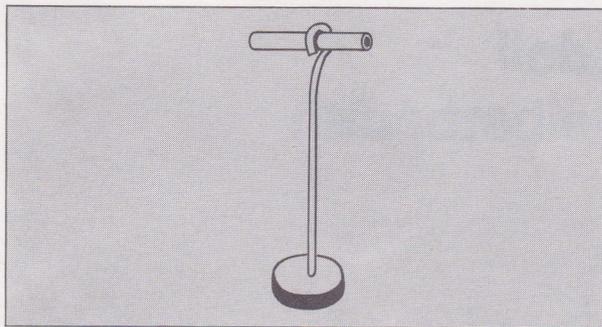
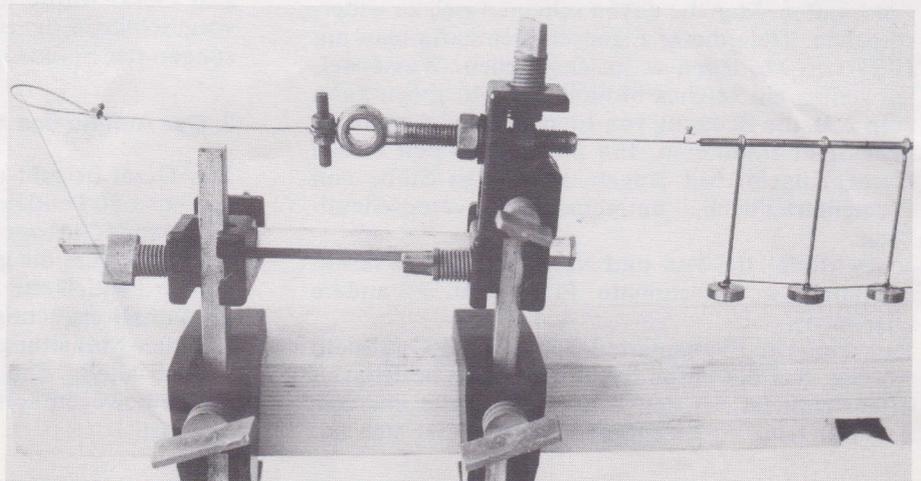


Abb. 2. Aufbau eines einzelnen Pendels

Abb. 3. Spannvorrichtung des Drahtes, auf den die Pendel aufgefädelt werden



3. Anwendungen des Modells

Ein Teilchen ist bei diesem Modell eine Verdrillung der Pendelkette, die man durch Verdrehen eines der

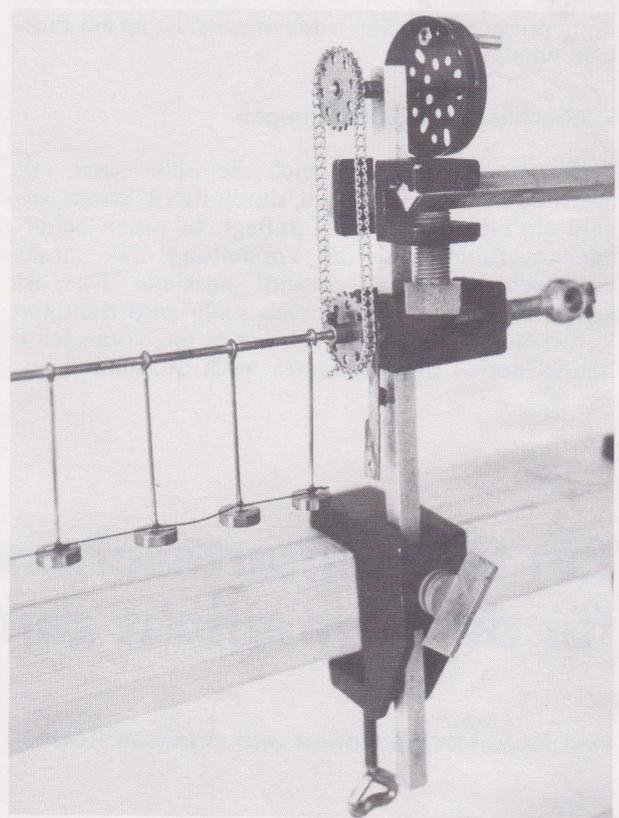
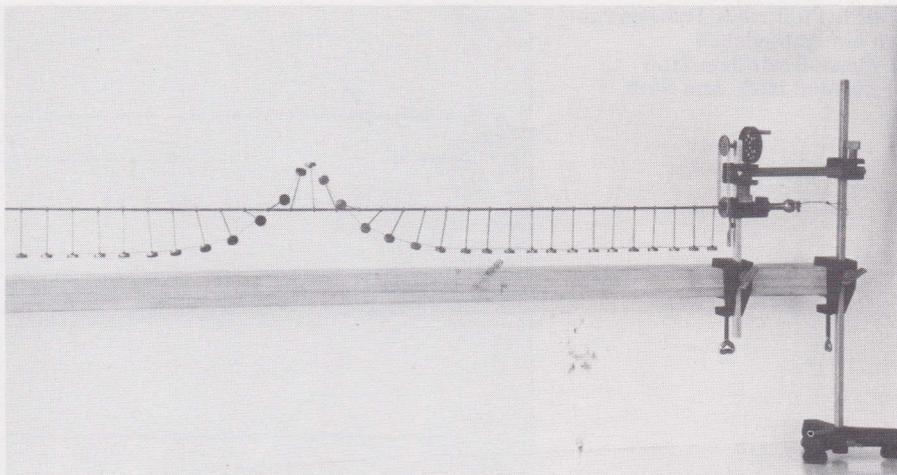


Abb. 4. Vorrichtung zum Verdrehen des einen Endes der Pendelkette

Abb. 5. Eine Verdrillung um 2π stellt ein Teilchen dar



Endpendel um 2π erzeugt, Abb. 5. Diese Verdrillung kann in Bewegung versetzt werden, so daß sie, ohne ihre Form wesentlich zu ändern, durch die Pendelkette hindurchläuft. Ein Antiteilchen wird durch eine Verdrillung repräsentiert, die man durch Verdrehen um -2π erzeugt.

Nebenbei sei bemerkt, daß man die mathematischen Lösungen der Differentialgleichung der Pendelkette, denen diese Verdrillungen entsprechen, Solitonen bzw. Antisolitonen nennt.

Wir wollen nun die Eigenschaften der Verdrillungen mit denen von Elementarteilchen vergleichen.

Wie ein Elementarteilchen hat eine Verdrillung Energie. Falls sie sich nicht bewegt, hat sie lediglich „Ruhenergie“. Diese setzt sich zusammen aus der potentiellen Energie der ausgelenkten Pendel und der im gespannten Gummifaden gespeicherten Energie. Bewegt sich die Verdrillung, so hat sie, genauso wie ein bewegtes Elementarteilchen, auch kinetische Energie. Während die kinetische Energie beliebige Werte annehmen kann, ist die Ruhenergie einer Verdrillung eindeutig festgelegt, und zwar durch ein Energieminimum des Systems Pendelkette-Gravitationsfeld. Dies wird auch anschaulich klar, wenn man beobachtet, daß eine zwangsweise verzerrte Verdrillung von allein wieder ihre ursprüngliche Form annimmt.

Es ist eine bekannte physikalische Tatsache, daß man Elementarteilchen keine Identität zuordnen

kann, sie sind ununterscheidbar. Dasselbe gilt auch für die Verdrillungen der Pendelkette. Es gibt kein Mittel, eine Verdrillung zu markieren.

Läßt man eine Verdrillung gegen eine zweite ruhende oder sich langsamer bewegende stoßen, so läuft nach dem Stoß eine Verdrillung vom Ort des Stoßes weg, und eine ruhende Verdrillung bleibt zurück, ähnlich wie wenn eine Kugel gegen eine zweite ruhende Kugel stößt, Abb. 6. Im Gegensatz zu den Kugeln kann man aber bei den Verdrillungen prinzipiell nicht entscheiden, ob die eine einfach durch die andere hindurchgelaufen ist, oder ob sie die andere weggestoßen hat.

Das wird besonders deutlich, wenn man die Streuung eines Teilchens an einem Antiteilchen simuliert, indem man eine positive und eine negative Verdrillung mit möglichst hoher Geschwindigkeit aufeinanderzulaufen läßt. Nach dem Stoß laufen beide Verdrillungen ungestört weiter, Abb. 7. Während des Stoßes aber ist die Kette durch einen Zustand gelaufen, in dem gar keine Verdrillung da ist.

Selbstverständlich kann man mit der Kette auch die Zerstrahlung eines Teilchen-Antiteilchen-Paares simulieren, indem man eine Verdrillung und eine Gegenverdrillung mit nicht zu hoher Geschwindigkeit aufeinanderzulaufen läßt. Das Resultat dieser Reaktion sind gewöhnliche Schwingungen der Pendelkette.

Außer der Größe Energie, über die wir bereits ge-

Abb. 6. Stoß eines Teilchens gegen ein anderes ruhendes Teilchen

- a) Zustand vor dem Stoß
- b) Zustand nach dem Stoß

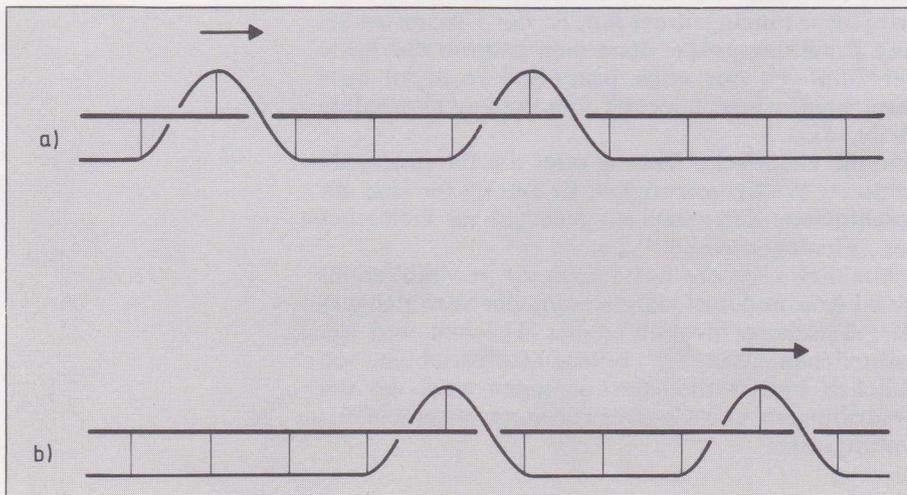


Abb. 7. Stoß eines Teilchens gegen ein Antiteilchen
a) Zustand vor dem Stoß
b) Zustand nach dem Stoß

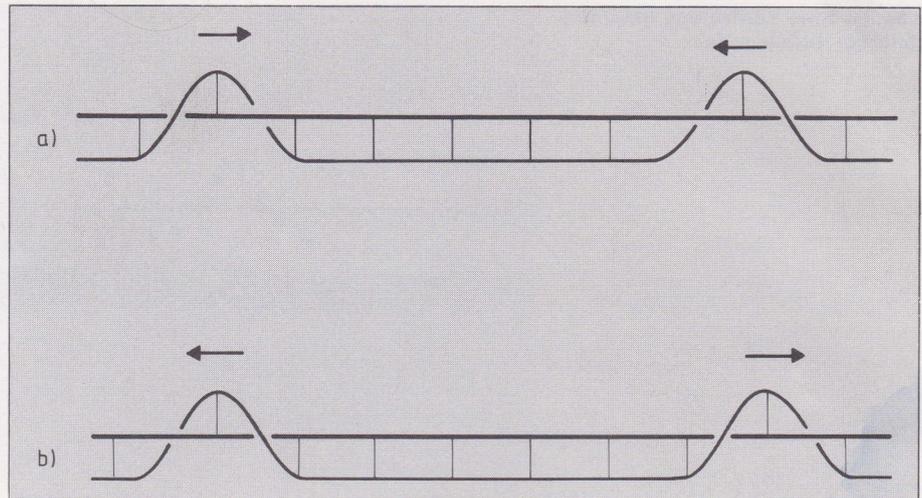
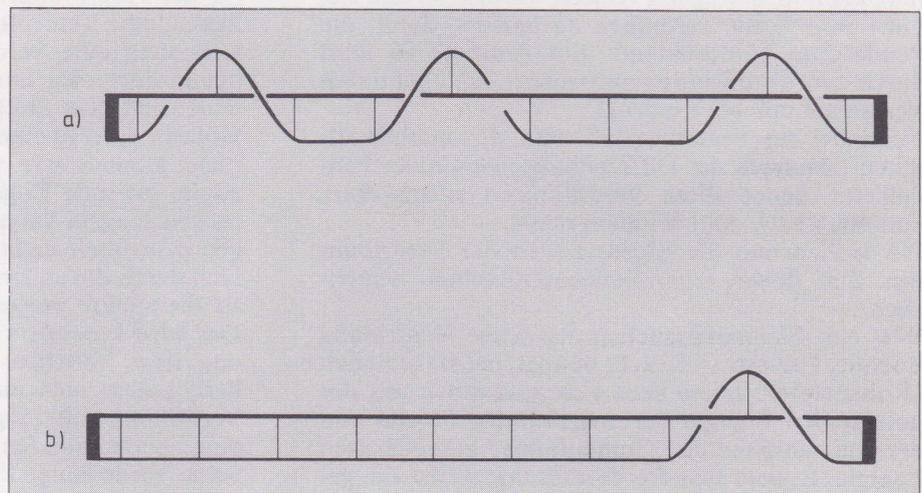


Abb. 8. Beim Übergang von dem in Bild a) in den in Bild b) dargestellten Zustand wurde eine Verdrillung und eine Gegenverdrillung vernichtet



sprochen haben, werden die Verdrillungen noch durch andere physikalische Größen charakterisiert, die ihre Entsprechung bei richtigen Elementarteilchen haben. Der Winkel, den man durchläuft, wenn man dem Gummifaden folgt, beträgt für eine Verdrillung $+2\pi$ oder -2π . Dieser Winkel hat bei richtigen Elementarteilchen sein Analogon etwa in der elektrischen Ladung oder auch in der Baryonenzahl. Für eine Pendelkette, deren Enden man fixiert, nachdem man eine beliebige Zahl von Verdrillungen hineingedreht hat, ist der Gesamtwinkel eine Erhaltungsgröße, denn man kann in der Kette Verdrillungen nur noch paarweise erzeugen oder vernichten, wobei aber der Gesamtwinkel erhalten bleibt, Abb. 8.

Wie die elektrische Ladung oder die Baryonenzahl ist dieser Winkel quantisiert. Er beträgt für eine abgeschlossene Kette stets ein ganzzahliges Vielfaches des „Elementarwinkels“ 2π .

Schließlich zeigt die Kette noch die gewöhnlich als trivial empfundene Quantisierung der Stoffmengen- oder Teilchenzahlvariablen der Teilchen und der Antiteilchen. Wie die Teilchenzahlvariablen von Teilchen und Antiteilchen, genügen auch die der Verdrillungen und Gegenverdrillungen keinem Erhaltungssatz.

Literatur

[1] A. C. Scott: A Nonlinear Klein-Gordon Equation; Am. J. Phys. 37 (1969), S. 52

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Postfach 63 80, 7500 Karlsruhe 1

völlig gleichberechtigt ist. Man könnte diese Festkörperphysik auch mit dem Loch abspulen und die $W(k_h)$ -Funktion zeichnen. Die Energieparabel des Valenzbandes öffnete sich dann in positiver Ordinateurichtung, die des mit Löchern fast voll besetzten Leitbandes in negativer. Solche Dualität kommt in der Natur öfter vor. Auch ein Kästchen Vakuum besitzt Zustände, deren Energie für nicht relativistische Impulse parabelförmig von k abhängt (vgl. Kap. 2, 3), sobald sie besetzt sind. Dieses Kästchen hat aber auch ein vollbesetztes Band, das um die Energie $W_d = 2m_0c^2$ unterhalb des Energieminimums $W(0) = 0$ bei $k = 0$ liegt. Hat ein Photon mindestens die Energie $W_{ph} = h \cdot \nu = 2m_0c^2$, so ein Elektron aus dem vollbesetzten Band hochgehoben werden bzw. ein Loch in dieses hinabtauchen. Die Summe der besetzten Zustände des gefüllten Bandes benimmt sich dann wie eine positive Ladung mit positiver Elektronenmasse: Es ist ein Positron entstanden.

5. Abschließende Bemerkungen

Perlschnurartig schieben sich die Elektronen, mit ihnen das eingewebte Loch, durch den k -Raum, sobald ein elektrisches Feld anliegt. In vielen Schulbüchern findet man die Vorstellung, daß dieses Durchschieben im Ortsraum passiere. Das ist falsch, denn damit käme man nicht zum richtigen Vorzeichen des Halleffektes, wie es das vorgestellte Bändermodell des k -Raumes auch tatsächlich leistet [4].

Pauliprinzip, De-Broglie-Welle und die jeder Welle eigentümliche Heisenberg-Relation reichen hin, um wesentliche Teile der Festkörperphysik bis hin zu magnetischen Eigenschaften zu elementarisieren, wobei allerdings im dreidimensionalen Fall didaktische Schwierigkeiten auftreten, die vornehmlich in der räumlichen Darstellung liegen und vom Schüler nicht zu knappes Anschauungsvermögen verlangen. Man braucht die Schrödinger-Gleichung aber nicht anzuwerfen. In der klassischen Physik stellt man ja auch nicht die Invarianz der Hamiltonfunktion bei Drehungen um die z -Achse in den Mittelpunkt der Betrachtungen, will man die Pirouette einer Eiskunstläuferin erklären.

Literatur

- [1] Kuhn, W. Physik III E Quantenphysik. Braunschweig 1976
- [2] Brachner, A. und R. Fichtner, Quantenmechanik, Hannover 1977
- [3] Schreiner, J., Physik: Anschauliche Quantenmechanik, Frankfurt/M. 1978
- [4] Harten, H.-U., Reziproker Gitter- und k -Raum - anschauliche Modelle der Quantenmechanik, PdN-Ph 1/80, S. 12-20
- [5] Kittel, Ch., Einführung in die Festkörperphysik. München 1973

Anschrift des Verfassers:

Dr. H. Nägerl, IV. Phys. Inst. d. Univ. Göttingen, Bunsenstr. 11-15, 3400 Göttingen

Ein Elementarteilchenmodell für den Unterricht zum Selbstbauen

Von Friedrich Herrmann und Andreas Köhler

1. Einleitung

Elementarteilchen haben eine große Zahl von Eigenschaften. Manche davon scheinen sich zu widersprechen. Viele dieser Eigenschaften kann man mit Hilfe von Modellen veranschaulichen. Wasserwellen stellen ein solches Modell dar. Mit ihnen kann man z. B. die Beugung von Elementarteilchen an einem Spalt simulieren. Ein anderes Modell bilden kleine Kugeln. Mit Kugeln kann man Stöße von Elementarteilchen untereinander veranschaulichen.

Jedes Modell hat Vor- und Nachteile, d. h. es veranschaulicht nur bestimmte Eigenschaften, andere aber nicht.

Hier soll ein Elementarteilchen-Modell vorgestellt werden, das die besondere Eigenschaft besitzt, auf offensichtliche Art den Begriff der Welle mit dem des Teilchens zu verknüpfen. Es zeichnet sich au-

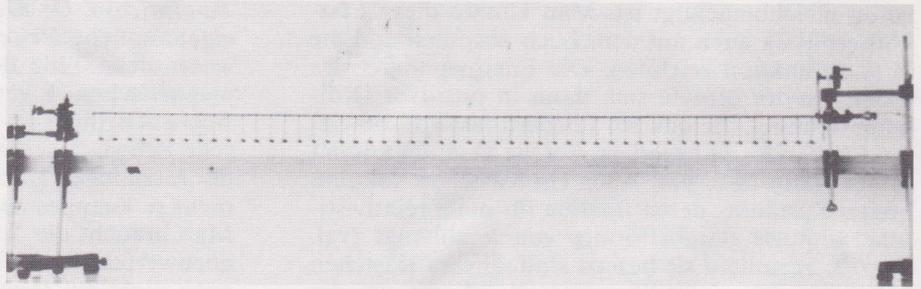
Berdem dadurch aus, daß man mit ihm außer Teilchen auch Antiteilchen, sowie Reaktionen der beiden Teilchensorten miteinander simulieren kann. Das Gerät wurde in ähnlicher Form von Scott [1] vorgeschlagen, der es zur Veranschaulichung von Lösungen der Sinus-Gordon-Gleichung benutzte.

2. Der Aufbau des Modells

Das Gerät besteht aus einer ca. 2 m langen Kette von etwa 50 Pendeln, die durch einen Gummifaden miteinander gekoppelt sind, Abb. 1.

Wir geben hier die genauen Maße einer von uns gebauten Pendelkette an, möchten aber betonen, daß die Funktionstüchtigkeit des Modells nicht von der genauen Einhaltung dieser Maße abhängt. Wichtig ist vor allem, daß sich die Pendel nur in einer Ebene bewegen können, und daß die Lagerreibung klein ist.

Abb. 1. Kette von 51 gekoppelten Pendeln



Jedes Pendel, Abb. 2, besteht aus einem 4 cm langen Röhrchen mit einem Innendurchmesser von 1,2 mm, einem 2 mm dicken, 7,5 cm langen Draht, der an das Röhrchen angelötet ist und einem kleinen Messingzylinder von 11 g, der am anderen Ende des Drahtes befestigt wurde. Die Pendel werden mit ihren Röhrchen auf einen 1,1 mm dicken Stahldraht aufgefädelt. Der Stahldraht wird zwischen 2 Halterungen aus Stativmaterial eingespannt, Abb. 3. Die unteren Enden der Pendel werden mit einem ca. 1 mm starken Gummifaden miteinander verbunden. Der Gummifaden hängt nicht durch, ist aber auch nicht gespannt. Er wird dazu einmal um jeden Pendelschaft geschlungen, und die entstandene Schlaufe wird mit einem Tropfen Klebstoff befestigt. Damit sich die Schlaufe am Pendelstiel nicht verschieben kann, wurde vorher eine kleine Kerbe in den Draht gefeilt. Aus Teilen eines Metallbaukastens wird am einen Ende der Pendelkette eine Vorrichtung aufgebaut, die es gestattet, das 1. Pendel auf bequeme Art zu verdrehen, Abb. 4.

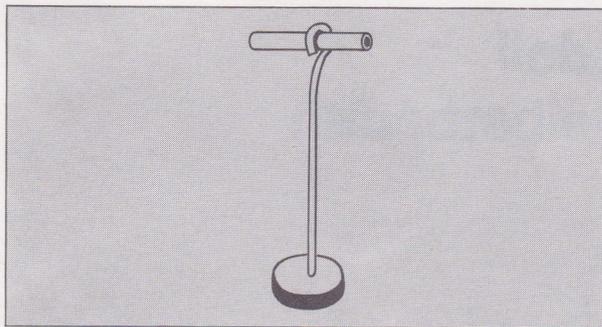
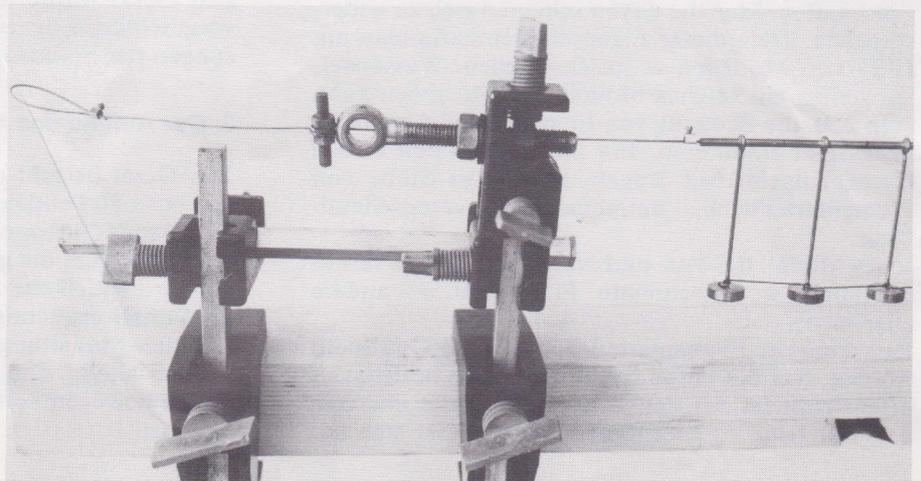


Abb. 2. Aufbau eines einzelnen Pendels

Abb. 3. Spannvorrichtung des Drahtes, auf den die Pendel aufgefädelt werden



3. Anwendungen des Modells

Ein Teilchen ist bei diesem Modell eine Verdrillung der Pendelkette, die man durch Verdrehen eines der

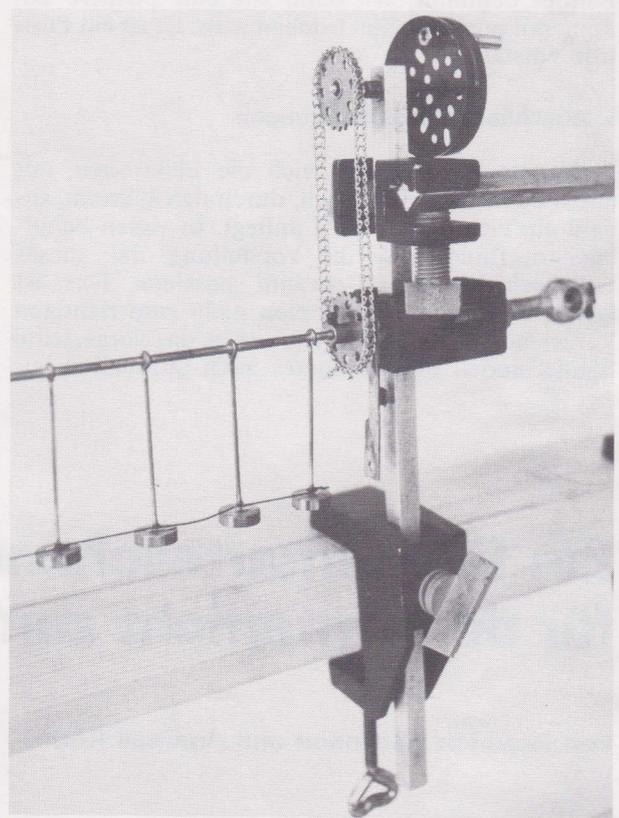
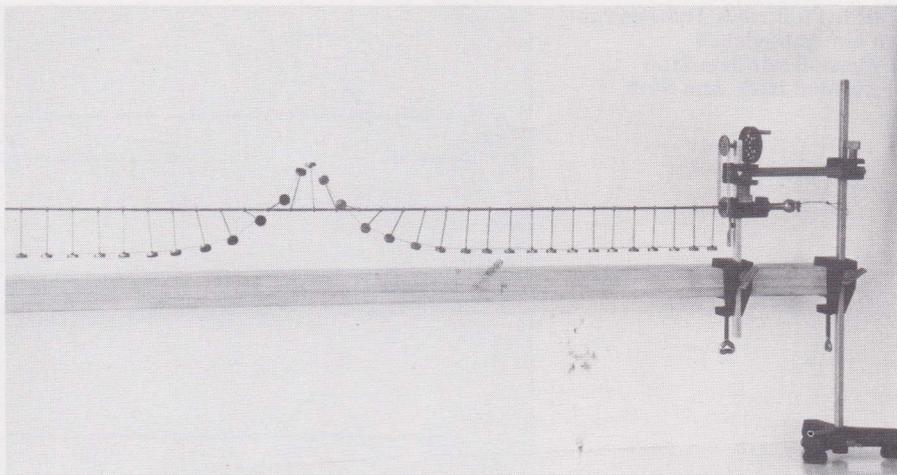


Abb. 4. Vorrichtung zum Verdrehen des einen Endes der Pendelkette

Abb. 5. Eine Verdrillung um 2π stellt ein Teilchen dar



Endpendel um 2π erzeugt, Abb. 5. Diese Verdrillung kann in Bewegung versetzt werden, so daß sie, ohne ihre Form wesentlich zu ändern, durch die Pendelkette hindurchläuft. Ein Antiteilchen wird durch eine Verdrillung repräsentiert, die man durch Verdrehen um -2π erzeugt.

Nebenbei sei bemerkt, daß man die mathematischen Lösungen der Differentialgleichung der Pendelkette, denen diese Verdrillungen entsprechen, Solitonen bzw. Antisolitonen nennt.

Wir wollen nun die Eigenschaften der Verdrillungen mit denen von Elementarteilchen vergleichen.

Wie ein Elementarteilchen hat eine Verdrillung Energie. Falls sie sich nicht bewegt, hat sie lediglich „Ruhenergie“. Diese setzt sich zusammen aus der potentiellen Energie der ausgelenkten Pendel und der im gespannten Gummifaden gespeicherten Energie. Bewegt sich die Verdrillung, so hat sie, genauso wie ein bewegtes Elementarteilchen, auch kinetische Energie. Während die kinetische Energie beliebige Werte annehmen kann, ist die Ruhenergie einer Verdrillung eindeutig festgelegt, und zwar durch ein Energieminimum des Systems Pendelkette-Gravitationsfeld. Dies wird auch anschaulich klar, wenn man beobachtet, daß eine zwangsweise verzerrte Verdrillung von allein wieder ihre ursprüngliche Form annimmt.

Es ist eine bekannte physikalische Tatsache, daß man Elementarteilchen keine Identität zuordnen

kann, sie sind ununterscheidbar. Dasselbe gilt auch für die Verdrillungen der Pendelkette. Es gibt kein Mittel, eine Verdrillung zu markieren.

Läßt man eine Verdrillung gegen eine zweite ruhende oder sich langsamer bewegende stoßen, so läuft nach dem Stoß eine Verdrillung vom Ort des Stoßes weg, und eine ruhende Verdrillung bleibt zurück, ähnlich wie wenn eine Kugel gegen eine zweite ruhende Kugel stößt, Abb. 6. Im Gegensatz zu den Kugeln kann man aber bei den Verdrillungen prinzipiell nicht entscheiden, ob die eine einfach durch die andere hindurchgelaufen ist, oder ob sie die andere weggestoßen hat.

Das wird besonders deutlich, wenn man die Streuung eines Teilchens an einem Antiteilchen simuliert, indem man eine positive und eine negative Verdrillung mit möglichst hoher Geschwindigkeit aufeinanderzulaufen läßt. Nach dem Stoß laufen beide Verdrillungen ungestört weiter, Abb. 7. Während des Stoßes aber ist die Kette durch einen Zustand gelaufen, in dem gar keine Verdrillung da ist.

Selbstverständlich kann man mit der Kette auch die Zerstrahlung eines Teilchen-Antiteilchen-Paares simulieren, indem man eine Verdrillung und eine Gegenverdrillung mit nicht zu hoher Geschwindigkeit aufeinanderzulaufen läßt. Das Resultat dieser Reaktion sind gewöhnliche Schwingungen der Pendelkette.

Außer der Größe Energie, über die wir bereits ge-

Abb. 6. Stoß eines Teilchens gegen ein anderes ruhendes Teilchen

- a) Zustand vor dem Stoß
- b) Zustand nach dem Stoß

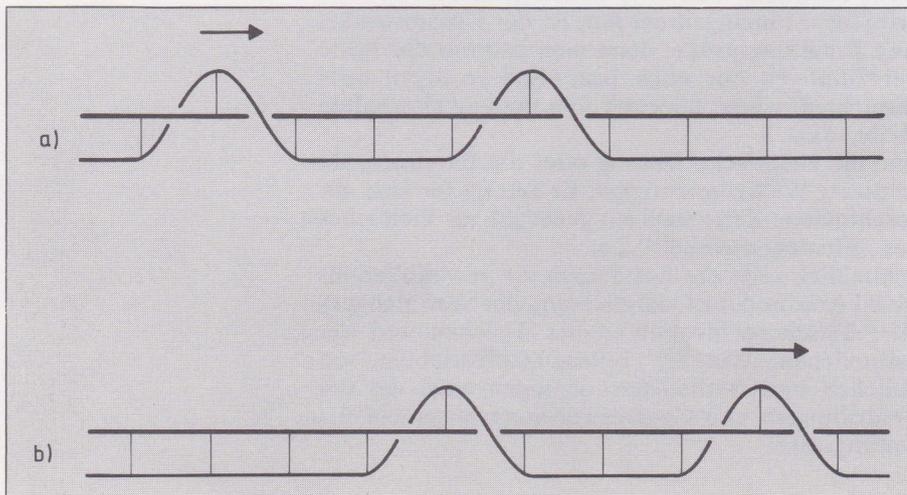


Abb. 7. Stoß eines Teilchens gegen ein Antiteilchen
a) Zustand vor dem Stoß
b) Zustand nach dem Stoß

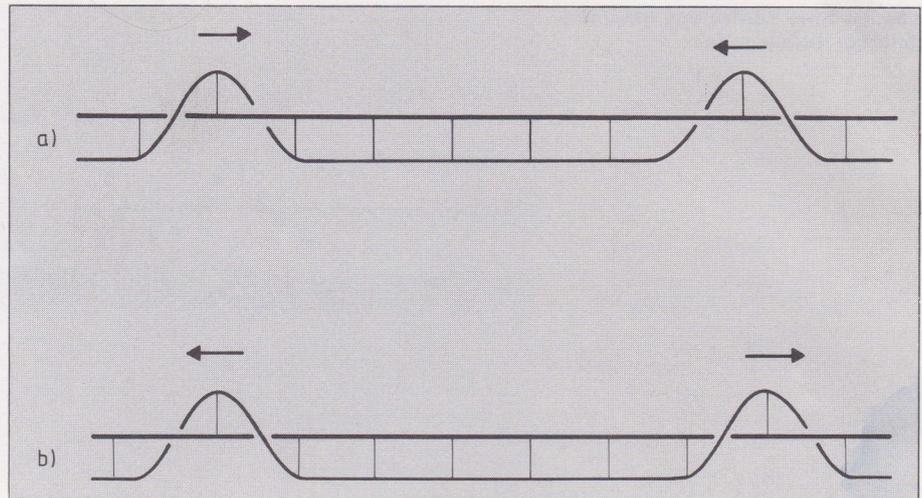
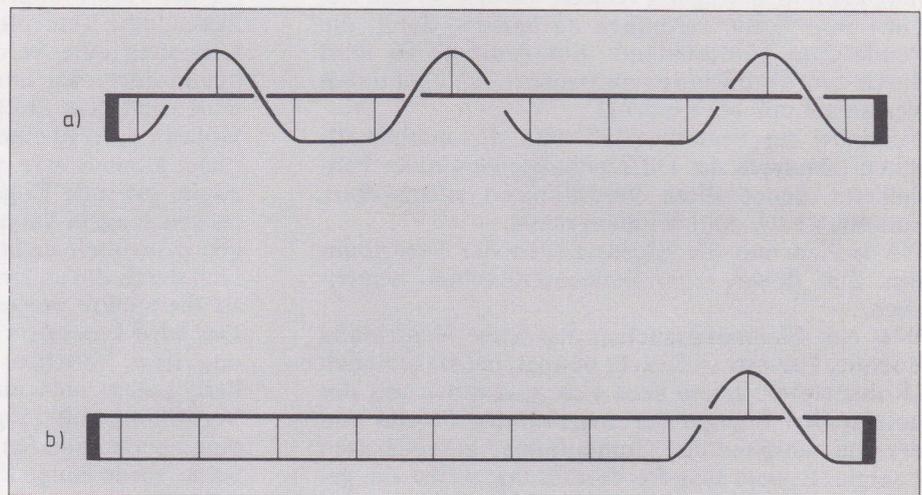


Abb. 8. Beim Übergang von dem in Bild a) in den in Bild b) dargestellten Zustand wurde eine Verdrillung und eine Gegenverdrillung vernichtet



sprochen haben, werden die Verdrillungen noch durch andere physikalische Größen charakterisiert, die ihre Entsprechung bei richtigen Elementarteilchen haben. Der Winkel, den man durchläuft, wenn man dem Gummifaden folgt, beträgt für eine Verdrillung $+2\pi$ oder -2π . Dieser Winkel hat bei richtigen Elementarteilchen sein Analogon etwa in der elektrischen Ladung oder auch in der Baryonenzahl. Für eine Pendelkette, deren Enden man fixiert, nachdem man eine beliebige Zahl von Verdrillungen hineingedreht hat, ist der Gesamtwinkel eine Erhaltungsgröße, denn man kann in der Kette Verdrillungen nur noch paarweise erzeugen oder vernichten, wobei aber der Gesamtwinkel erhalten bleibt, Abb. 8.

Wie die elektrische Ladung oder die Baryonenzahl ist dieser Winkel quantisiert. Er beträgt für eine abgeschlossene Kette stets ein ganzzahliges Vielfaches des „Elementarwinkels“ 2π .

Schließlich zeigt die Kette noch die gewöhnlich als trivial empfundene Quantisierung der Stoffmengen- oder Teilchenzahlvariablen der Teilchen und der Antiteilchen. Wie die Teilchenzahlvariablen von Teilchen und Antiteilchen, genügen auch die der Verdrillungen und Gegenverdrillungen keinem Erhaltungssatz.

Literatur

[1] A. C. Scott: A Nonlinear Klein-Gordon Equation; Am. J. Phys. 37 (1969), S. 52

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Postfach 63 80, 7500 Karlsruhe 1