

Gleichgewichte der Troposphäre

F. Herrmann

Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe

1. Einleitung

Um Vorgänge in der Troposphäre (in den unteren 10 km der Atmosphäre) zu beschreiben, benutzt man gern einfache Modelle. Besonders verbreitet ist das Modell “isotherme Atmosphäre” und das Modell “isentrop durchmischte Atmosphäre”. Das erste dieser Modelle führt zu der bekannten barometrischen Höhenformel, d. h. dem exponentiellen Abfallen des Druckes mit der Höhe. Die Temperatur als Funktion der Höhe ist voraussetzungsgemäß konstant, Abb. 1. Nach dem zweiten Modell nimmt der Druck mit der Höhe gemäß einer krummen Potenz ab, die Temperatur nimmt linear mit der Höhe ab, etwa so, wie man es in der realen Atmosphäre auch beobachten kann. In der Meteorologie wird dieser Sachverhalt mit Hilfe der sogenannten potentiellen Temperatur beschrieben.

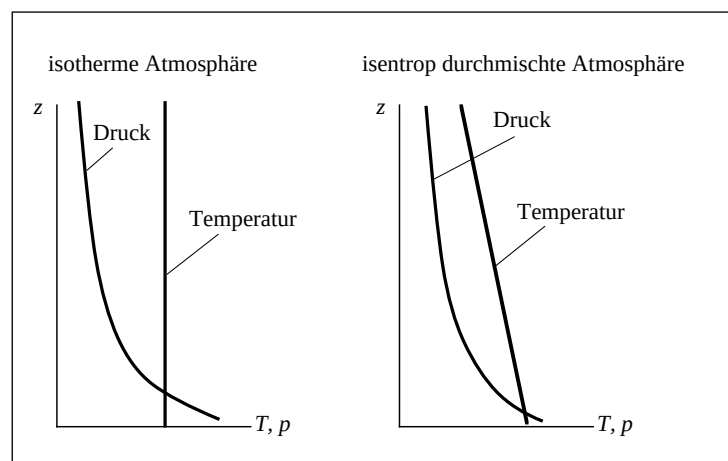


Abb. 1. Druck und Temperatur als Funktion der Höhe für zwei Atmosphärenmodelle

2. Gleichgewichte

Was versteht man unter einem Gleichgewicht? Zur Erklärung betrachten wir den einfachsten Fall: Ein System bestehe aus zwei Teilsystemen, die eine bestimmte mengenartige oder extensive Größe austauschen können. Um konkret zu sein, nehmen wir an, es sei die elektrische Ladung. Zwischen den Systemen wird nun eine für die extensive Größe leitende Verbindung hergestellt, in unserem Fall eine elektrisch leitende Verbindung. Es wird nun ein Strom von elektrischer Ladung zu fließen beginnen. Der Strom wird aber irgendwann wieder aufhören zu fließen, obwohl die leitende Verbindung noch vorhanden ist. Den Zustand, der jetzt erreicht ist, nennt man *elektrisches Gleichgewicht*. Gleichgewicht heißt also, es fließt kein Strom, obwohl die Verbindung noch vorhanden ist. Man stellt fest, dass der Strom dann aufhört zu fließen, wenn das elektrische

Potential der beiden Teilsysteme gleich geworden ist. Der Sachverhalt lässt sich so interpretieren: Man fasst die elektrische Potentialdifferenz als Antrieb des elektrischen Ladungsstroms auf. Im Gleichgewicht fließt deshalb kein elektrischer Strom, weil kein Antrieb mehr vorhanden ist.

Wir wollen den Gleichgewichtsbegriff noch etwas verallgemeinern. Wir brauchen unsere Betrachtung nicht auf zwei Teilsysteme zu beschränken: Es können auch mehr oder viel mehr Systeme ins Gleichgewicht treten. In einem Stück Metall verteilt sich die elektrische Ladung so, dass das elektrische Potential an jedem Ort denselben Wert hat. Wir können das Metallstück in Gedanken in viele kleine Teile zerlegen, die alle miteinander ins elektrische Gleichgewicht getreten sind. Im elektrischen Gleichgewicht ist also das elektrische Potential unabhängig vom Ort. Der Antrieb für den elektrischen Strom, der elektrische Potentialgradient, ist verschwunden.

Man sieht an diesem Beispiel, dass es Gleichgewichte stets nur in Bezug auf eine bestimmte mengenartige Größe gibt, Tabelle 1. So spricht man vom thermischen Gleichgewicht, wenn die ausgetauschte Größe die Entropie ist. Die zugehörige Antriebsgröße ist hier der Temperaturgradient. Freier Austausch der Masse führt zum Gravitationsgleichgewicht. Die Antriebsgröße ist in diesem Fall der Gravitationspotentialgradient. Wenn Stoffmenge ausgetauscht werden kann, stellt sich chemisches Gleichgewicht ein. Im chemischen Gleichgewicht verschwindet der Gradient des chemische Potentials.

<i>ausgetauschte Größe</i>	<i>Potentialgröße</i>	<i>Gleichgewicht</i>
Q (elektrische Ladung)	φ (elektrisches Potential)	$\varphi(x) = \text{const}$
S (Entropie)	T (Temperatur)	$T(x) = \text{const}$
m (Masse)	ψ (Gravitationspotential)	$\psi(x) = \text{const}$
n (Stoffmenge)	μ (chemisches Potential)	$\mu(x) = \text{const}$

Tabelle 1

3. Gekoppelte mengenartige Größen

Mengenartige Größen sind im Allgemeinen aneinander gekoppelt. Wir betrachten zwei mengenartige Größen A und B. Setzt man einen Strom der Größe A durch einen Gradienten des zugehörigen Potentials in Gang, so wird die andere Größe mitgezogen, es entsteht auch ein Strom der Größe B. Die Kopplung zwischen zwei Größen kann mehr oder weniger fest sein. Ist sie ganz fest, so führt ein Strom der Größe A zwangsläufig zu einem Strom von B. Ist sie sehr lose, so bedeutet ein Strom von A nur einen schwachen Antrieb eines Stroms von B.

Besteht nun eine feste Kopplung zwischen den Größen A und B, so entsteht ein neuer Typ von Gleichgewicht. Würde sich ein Gleichgewicht bezüglich der Größe A einstellen, so könnte das, wegen der Kopplung, für B eine Abweichung vom Gleichgewicht zur Folge haben. Ebenso könnte ein B-Gleichgewicht für A eine Abweichung vom Gleichgewicht bedeuten. Es stellt sich daher im Allgemeinen weder ein Gleichgewicht bezüglich A, noch ein Gleichgewicht bezüglich B ein. Es wird vielmehr ein Kompromiss geschlossen. Dieser ist charakterisiert durch die Konstanz eines "Kombipotentials".

Ein bekanntes Beispiel stellen Elektronen im Festkörper dar. Die Elektronen tragen unter anderem elektrische Ladung und Stoffmenge, zwei Größen die fest aneinander gekoppelt sind. An jeder der beiden Größen zieht ein Potentialgradient: an der elektrischen Ladung der elektrische Potentialgradient und an der Stoffmenge der chemische Poten-

tialgradient. Als resultierender Antrieb ergibt sich der Gradient des *elektro-chemischen Potentials*

$$\eta = \mu + F\varphi$$

Das elektro-chemische Potential ist im Wesentlichen die Summe aus dem chemischen und dem elektrischen Potential. Der Faktor F , die Faradaykonstante wird nur aus Dimensionsgründen gebraucht.

Die Elektronen verteilen sich in einem Leiter stets so, dass η konstant ist. Oft sind beide Teilpotentiale, das chemische und das elektrische, schon einzeln konstant. In vielen anderen Situationen ist das aber nicht der Fall. So macht das chemische Potential an einem Kontakt zwischen zwei verschiedenen Metallen einen Sprung. Das hat zunächst zur Folge, dass Elektronen vom einen ins andere Metall fließen. Dadurch ändert sich das elektrische Potential so, dass schließlich ein entgegengesetzt gleicher elektrischer Antrieb entsteht, und kein Strom mehr fließt. Es ist dann also nicht das elektrische und auch nicht das chemische Potential räumlich konstant, sondern die Summe aus beiden, das elektro-chemische Potential. Es hat sich *elektro-chemisches Gleichgewicht* eingestellt.

4. Die Kopplung zwischen Masse und Stoffmenge in der Atmosphäre

Wir kommen nun zu unserem ersten Atmosphärenmodell, der isothermen Atmosphäre. Man nimmt in diesem Modell an, dass die Temperatur der Atmosphäre unabhängig von der Höhe ist: Das thermische Gleichgewicht ist, unabhängig von allen sonstigen Vorgängen, immer eingestellt.

Es gibt hier zwei Größen, die fest aneinander gekoppelt sind: die Masse und die Stoffmenge der Luft. Zur Masse gehört das Gravitationspotential ψ , zur Stoffmenge das chemische Potential μ . Wegen der festen Kopplung nimmt nicht das Gravitationspotential einen konstanten Wert an und auch nicht das chemische Potential, sondern die Summe aus beiden:

$$\gamma = \mu + M\psi$$

Die molare Masse M sorgt dafür, dass die Dimensionen stimmen. Wir nennen γ das *gravito-chemische* Potential. In der Tat nimmt ja in der Atmosphäre das Gravitationspotential nach oben hin zu. Der Gravitationspotentialgradient zieht also jedes Luftpaket nach unten. Warum gibt das Luftpaket diesem Zug nicht nach? Weil ein chemischer Potentialgradient versucht, das Paket nach oben zu treiben. (Das chemische Potential nimmt bei konstanter Temperatur mit dem Druck zu, und der ist unten größer als oben.) Es herrscht *gravito-chemisches Gleichgewicht*.

5. Die Kopplung zwischen Masse, Stoffmenge und Entropie in der Atmosphäre

Das Modell der isothermen Atmosphäre ist sehr unrealistisch. Es setzt voraus, dass sich das thermische Gleichgewicht unabhängig von den anderen Gleichgewichten einstellen kann. Das würde bedeuten, dass die Atmosphäre ein sehr guter Wärmeleiter ist. Nun ist gerade das Gegenteil viel realistischer: Die Luft leitet die Entropie so schlecht, dass es eine viel bessere Näherung darstellt, wenn man annimmt, dass die Entropie fest an die Masse und die Stoffmenge gekoppelt ist. Und darin besteht unsere Modellannahme. Wir haben hier also eine feste Kopplung von drei mengenartigen Größen: Masse, Stoffmenge und Entropie. Das heißt, dass an einem Luftpaket drei Gradienten ziehen: der des Gravitationspotentials, der des chemischen Potentials und der der Temperatur. Stromlosigkeit erhält man hier, wenn sich diese drei Antriebe die Waage halten. Das entsprechende Kombipotential nennen wir das *gravito-thermo-chemische Potential* ε . Es ist die

Summe aus Gravitationspotential, chemischem Potential und thermischem Potential (der Temperatur):

$$\varepsilon = \mu + M\psi + sT$$

Die molare Masse M und die molare Entropie s sorgen wieder dafür, dass die Dimensionen stimmen. Im *gravito-thermo-chemischen Gleichgewicht* ist dieses Potential unabhängig von der Höhenkoordinate. Nun ist die Temperaturabhängigkeit der molaren Entropie und des chemischen Potentials für das ideale Gas bekannt. Man findet sie in den Lehrbüchern der Thermodynamik. Das Gravitationspotential wächst linear mit der Höhe z . Man erhält damit die Abhängigkeit des gravito-thermo-chemischen Potentials von der Höhe und der Temperatur:

$$\varepsilon(z, T) = g \cdot M \cdot z + c_p T$$

g ist die Gravitationsfeldstärke, c_p die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck.

Da dieses Potential im gravito-thermo-chemischen Gleichgewicht konstant ist, gilt:

$$g \cdot M \cdot z + c_p T = \text{const}$$

oder

$$T(z) - T(0) = -\frac{gM}{c_p} z$$

Dies ist der jedem Meteorologen bekannte lineare Zusammenhang zwischen Temperatur und Höhe.

Es ist besonders interessant, in welche Richtung in diesem Gleichgewichtszustand die drei Einzelpotentialgradienten ziehen. Der Gravitationspotentialgradient zieht natürlich nach unten. Der Temperaturgradient zieht von warm nach kalt, also von unten nach oben. Der chemische Potentialgradient ist die Überraschung: Er zieht auch von oben nach unten, also umgekehrt wie bei der isothermen Atmosphäre. Im Grunde ist das aber gar nicht verwunderlich. Das chemische Potential eines Gases wächst mit zunehmendem Druck und nimmt mit zunehmender Temperatur ab. Geht man in der Atmosphäre von unten nach oben, so würde der abnehmende Druck allein zu einer Abnahme des chemischen Potentials führen, die Temperaturabnahme allein dagegen zu einer Zunahme. Wie man sieht dominiert der Einfluss der Temperaturabnahme.