6 Deterministisches Chaos

Thema

Als Student, ja schon als Schüler, bekommt man, eigentlich ohne Absicht, eine deterministische Einstellung zu den Naturerscheinungen vermittelt. Besonders in der Mechanik scheint zu gelten: Sag mir den gegenwärtigen Zustand, und ich sage dir sowohl wie es weiter geht, als auch wie es früher war. Und wenn der gegenwärtige Zustand nur ungenau bekannt ist, dann berechne ich dir auch den zukünftigen und den vergangenen Zustand mit einer gewissen Ungenauigkeit.

Nun gibt es aber Situationen, und die kennen wir auch aus unserer Alltagserfahrung, in denen man diesen Schluss nicht ziehen kann. Das bedeutet nicht, dass sich das System nicht deterministisch verhält. Nur folgt aus einer kleinen Abweichung der Anfangsbedingungen nicht eine kleine Abweichung im Endzustand. Man mag ein solches Verhalten physikalischer Systeme als etwas störend empfinden, so wie die Reibung in der Mechanik oder die nicht ganz perfekte Isolierung in einem elektrischen Stromkreis. Das würde aber bedeuten, dass man ein interessantes physikalisches Thema ausgrenzt. Das *deterministische Chaos* sollte, meiner Meinung nach, im Unterricht behandelt werden.

Man könnte befürchten, dass das Thema zu kompliziert ist, denn die Fachliteratur dazu ist tatsächlich etwas einschüchternd: das System muss nichtlinear sein, so lernt man, und Nichtlinearität, so die Überzeugung, ist nichts für Anfänger.

Das wohl beliebteste Experiment zu chaotischen mechanischen Vorgängen ist das Doppelpendel oder *Chaospendel*. Es hat für mich den Nachteil, dass ich das Gefühl habe, es nicht ganz zu verstehen. Ich erkenne nicht so recht die Ursache des chaotischen Verhaltens.

Daher ziehe ich ein Experiment vor, bei dem deutlicher wird, wie die (scheinbare) Zufälligkeit entsteht.

Das Gerät

Eine gewöhnliche, etwa 2 m lange Luftkissenbahn mit einem Federpuffer an einem ihrer Enden; zwei Gleiter, die durch eine Feder gekoppelt sind.

Der Versuch

Der Versuch wird gemacht, damit man die Bewegungen mit den eigenen Augen wahrnimmt. Selbstverständlich kann man sie auch aufzeichnen. Aber das Wesentliche versteht man durch bloßes Hinsehen.

Man kann das Experiment auch schön mit dem Computer simulieren. Die Diagramme, die im Folgenden gezeigt werden, stammen aus einer solchen Simulation. Sie erleichtern mir hier die Erklärung.

Wir beginnen mit einem trivialen Experiment, das wir schon früher gemacht hatten, Abb. 1.

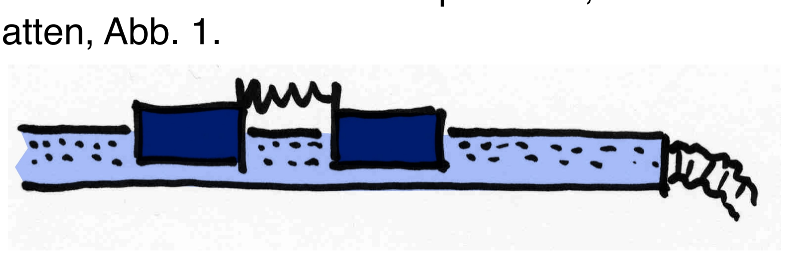

Abb. 1. Einfacher harmonischer Schwinger

Zwei durch eine Feder gekoppelte Gleiter auf der Luftkissenbahn werden so angeregt, dass sie gegeneinander schwingen, ihr Schwerpunkt aber in Ruhe bleibt. Jeder Gleiter bewegt sich sinusförmig, Abb. 2. Ist ein Anfangszustand vorgegeben, so lassen sich die Zustände zu beliebigen anderen Zeitpunkten voraussagen. Das System verhält sich nicht chaotisch.

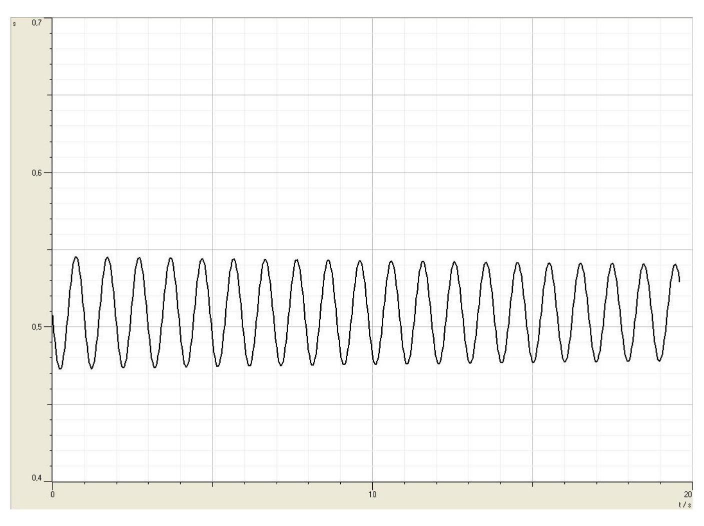

Abb. 2. Weg-Zeit-Diagramm eines Gleiters des harmonischen Schwingers von Abb. 1

Und noch ein langweiliger Versuch, Abb. 3. Am unteren Ende der geneigten Bahn ist ein recht harter elastischer Federpuffer angebracht.

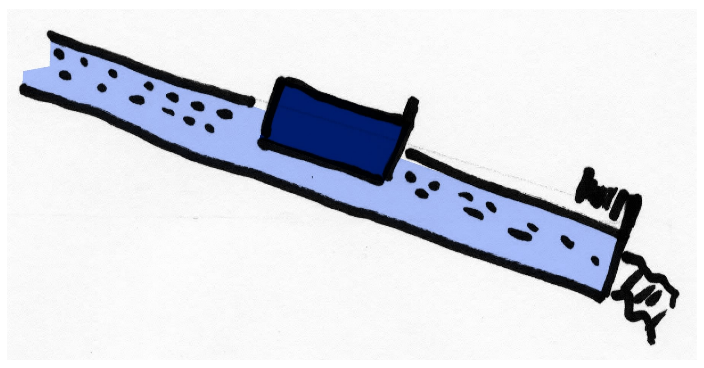

Abb. 3. Der Gleiter bewegt sich wie ein Dopsball. Ohne Reibung würde er eine periodische Bewegung machen.

Ein einziger Gleiter bewegt sich wie ein Dopsball. Das Weg-Zeit-Diagramm besteht aus nach unten offenen parabel-ähnlichen Kurven, Abb. 4. Auch dieses System verhält sich nicht chaotisch.

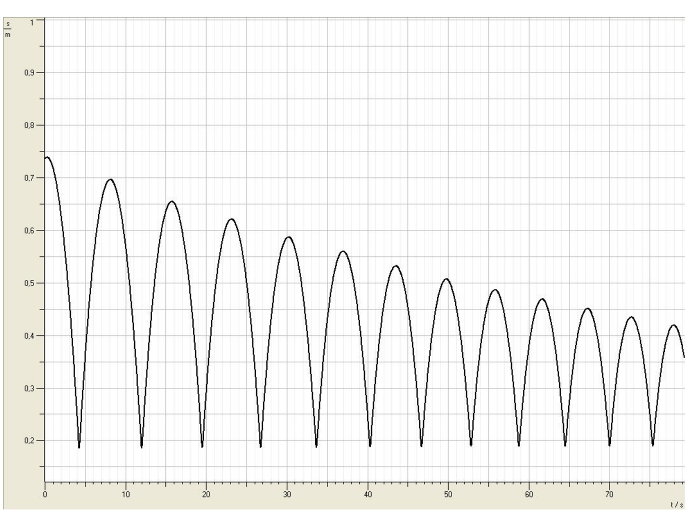

Abb. 4. Weg-Zeit-Diagramm des Gleiters von Abb. 3

Wir kombinieren nun die beiden zuvor betrachteten Systeme, Abb. 5: Zwei gekoppelte Gleiter wie in Abb. 1 befinden sich auf der geneigten Luftkissenbahn.

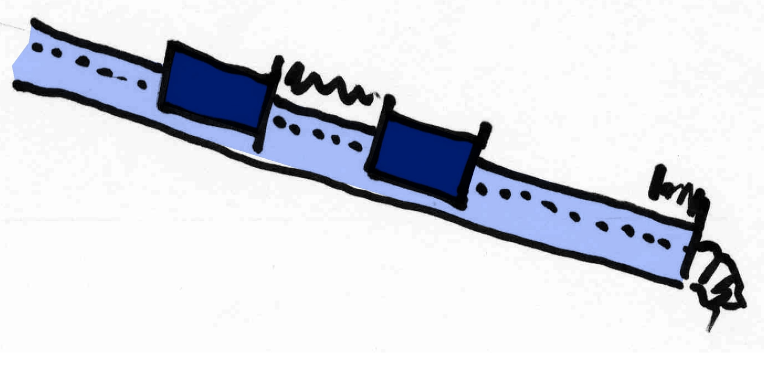

Abb. 5. Kombination der Experimente von Abb. 1 und 3

Man startet den Versuch, indem man das Gleiterpaar an das obere Ende der Fahrbahn schiebt und dann loslässt.

Dabei ist es wichtig, dass man die Ausgangsposition der Gleiter markiert, denn man macht das Experiment mehrere Male, immer mit dem gleichen Anfangszustand beginnend.

Was beobachtet man?

Wie zu erwarten: das ganze Gleiterpaar verhält sich wie ein Dopsball, aber außer der Dopsbewegung, führt es noch eine innere Schwingung aus.

Überraschend ist nun, dass die „Amplitude“ des Hochdopsens nicht, wie in Abb. 4, gleichmäßig abnimmt (wegen der Reibung), sondern sich unregelmäßig ändert. Dabei sieht man: Ist die Dops-Amplitude groß, so ist die Amplitude der inneren Schwingung klein, und umgekehrt. (Wir können also beruhigt sein: der Energiesatz ist nicht verletzt.)

Abb. 6 zeigt das Ergebnis der Simulation: die Schwerpunkt-Bewegung (schwarz) und die innere Schwingung (rot).

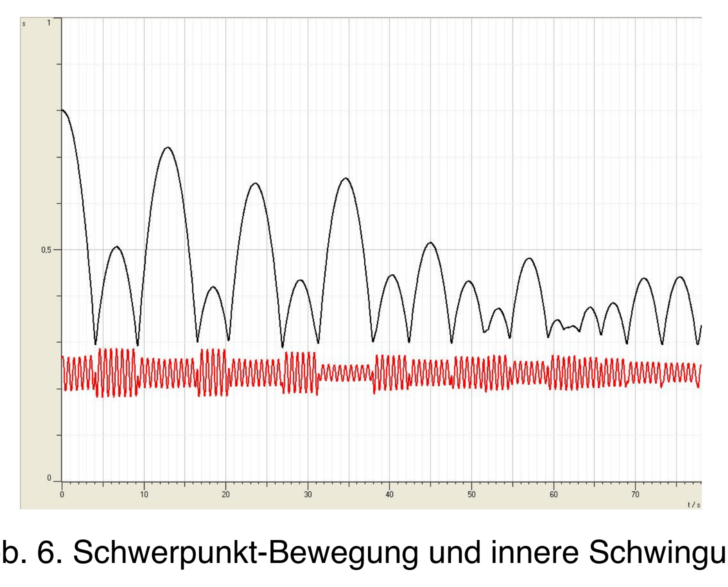

Abb. 6. Schwerpunkt-Bewegung und innere Schwingung

Die zweite Überraschung erlebt man, wenn man das Experiment wiederholt. Man wählt den Ausgangszustand so gut man es kann wie beim ersten Mal. Das Bewegungsmuster sieht trotzdem ganz anders aus, Abb. 7.

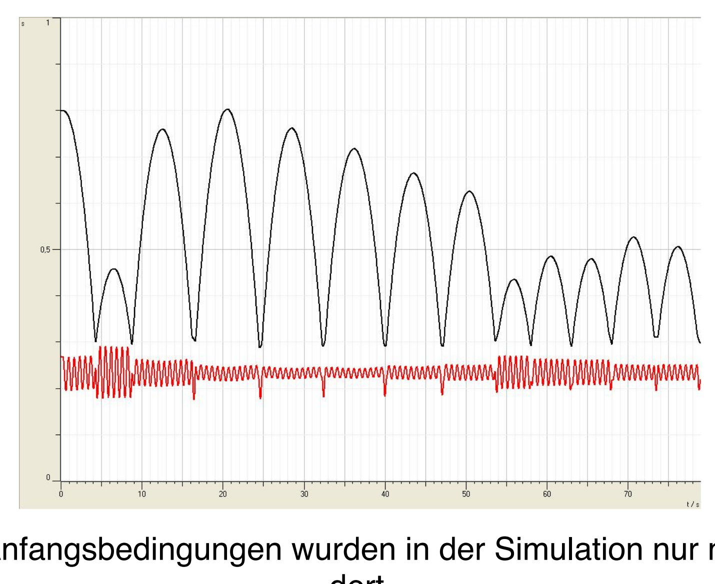

Abb. 7. Die Anfangsbedingungen wurden in der Simulation nur minimal geändert.

Was man daraus lernen kann

Chaotische Bewegungen sind leicht zu erzeugen, und leicht zu verstehen. In unserem Fall hängt die Dopsamplitude davon ab, in welcher Schwingungsphase sich der Schwinger im Augenblick der Reflexion gerade befindet. Da sie Schwingungsdauer klein ist gegen die Dopsdauer, bewirkt eine kleine Abweichung in der Position des Paares im Ausgangszustand, dass die Reflexion das Paar in einer ganz anderen Schwingungsphase erwischt.