

16 Einfaches Beispiel eines Tensors

Thema

Die Studentinnen und Studenten müssen irgendwann Bekanntschaft mit dem Tensorbegriff machen. Wir glauben, es ist besser, nicht mit der Mathematik zu beginnen. Die mathematische Beschreibung lässt eine Erscheinung oft komplizierter erscheinen als sie tatsächlich ist – vor allem deshalb, weil man zur mathematischen Beschreibung gewöhnlich ein Koordinatensystem oder Bezugssystem wählen muss, wodurch die Symmetrie des Problems gebrochen wird. Es gibt eine Reihe von Möglichkeiten, von einem Tensor eine Anschauung zu erzeugen, ohne die Mathematik zu strapazieren. Wir wollen eine davon vorstellen. Das Gerät ist leicht zu bauen und eignet sich auch für die Schule. Normalerweise führt man den Tensorbegriff in der Schule nicht ein – wohl weil man ihn für zu schwierig hält.

Das Gerät

Ein rechteckiger Rahmen mit mehreren unterschiedlichen Federn, die ungefähr in der Mitte im Punkt P miteinander verbunden sind, Abb. 1. In P lässt sich ein Federkraftmesser einhängen. Man kann außen am Kraftmesser, in der Ebene des Rahmen so ziehen, dass sich P (in der Ebene des Rahmens und der Federn) verschiebt.

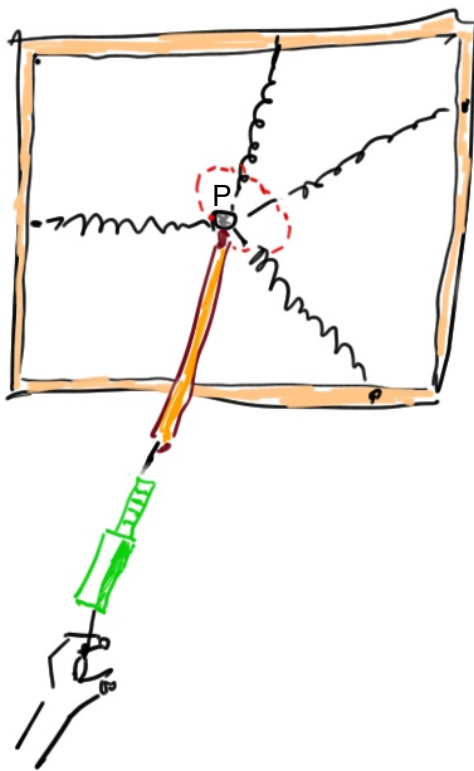


Abb. 1

Der Versuch

Man zieht in die verschiedensten Richtungen, und zwar so, dass der Federkraftmesser immer denselben Wert anzeigt. Die Verschiebung von P hat dabei im Allgemeinen nicht die Richtung der Kraft (die man an der Orientierung des Kraftmessers abliest). Man achtet darauf, dass die Auslenkung klein bleibt, damit der Zusammenhang zwischen Kraft und Verschiebung als linear angenommen werden kann.

Was man daraus lernen kann

1. Man sieht, dass die Verschiebung von P im Allgemeinen nicht parallel zur Kraft ist. Der Zusammenhang ist also nicht durch eine einzige Zahl gegeben, wie man es von einer einzelnen Feder gewohnt ist.

2. Man sieht, dass sich P auf einer Ellipse bewegt, wenn die Kraft den vollen Winkel von 0° bis 360° durchläuft. Um das deutlich zu machen, kann man im Punkt P einen Stift befestigen und so die Bewegung von P auf einem darunter liegenden Blatt Papier aufzeichnen.

3. Es gibt zwei zueinander orthogonale Orientierungen, für die die Kraft und die Verschiebung von P dieselbe Richtung haben.

Sie entsprechen den Hauptachsen der „Tensorellipse“.

Um eine einzige Feder zu charakterisieren, genügt es, den Wert einer einzigen Größe, nämlich der Federkonstante anzugeben. Um das Verhalten unserer Federanordnung zu charakterisieren, müssen wir Länge und Orientierung der beiden Hauptachsen angeben. Dazu brauchen wir drei Zahlenwerte.

Diese Ellipse ist die zweidimensionale Version des dreidimensionalen Tensorellipsoids. Das Tensorellipsoid ist durch 6 Zahlen festgelegt: Die Längen der drei Hauptachsen, und die Orientierung des zugehörigen Dreibeins.

4. Man sieht, dass die Symmetrie der Reaktion der Federn größer als die der realen Anordnung – so wie etwa die Symmetrie des Spannungstensor in einem Kristall im Allgemeinen höher ist als die des Kristallgitters.